

UNIVERSIDAD AUTONOMA DE NUEVO LEON

FACULTAD DE INGENIERIA MECANICA  
Y ELECTRICA

DIVISION DE ESTUDIOS DE POST-GRADO



ANALISIS EXPERIMENTAL DE ESFUERZOS  
APLICACIONES CON GALGAS EXTENSOMETRICAS

T E S I S

EN OPCION AL GRADO DE  
MAESTRO EN CIENCIAS DE LA INGENIERIA MECANICA  
CON ESPECIALIDAD EN DISEÑO MECANICO

QUE PRESENTA

ING. FELIPE DE JESUS HIDALGO CAVAZOS

SAN NICOLAS DE LOS GARZA, N. L.

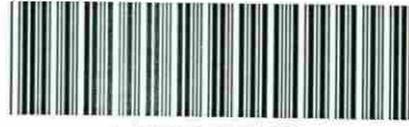
ENERO DE 1995

ANALISIS EXPERIMENTAL DE ESFUERZOS  
Y APLICACIONES CON GALGAS EXTENSOMETRICAS

1995

TM  
Z5853  
.M2  
FIME  
1995  
H5

T



1020074698



# UANL

---

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN

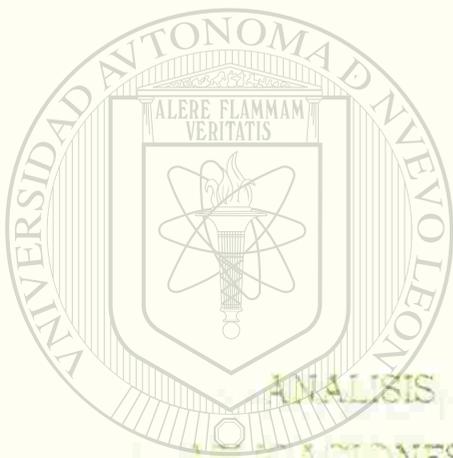


DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN

PACULTAD DE INGENIERIA MECANICA  
Y ELECTRICA

DIVISION DE ESTUDIOS DE POST-GRADO



ANÁLISIS EXPERIMENTAL DE ESFUERZOS  
APLICACIONES CON GALGAS EXTENSOMÉTRICAS

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN  
T E S I S

DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS  
EN OPCIÓN AL GRADO DE  
MAESTRO EN CIENCIAS DE LA INGENIERIA MECANICA  
CON ESPECIALIDAD EN DISEÑO MECANICO

QUE PRESENTA

ING. FELIPE DE JESUS HIDALGO CAVAZOS

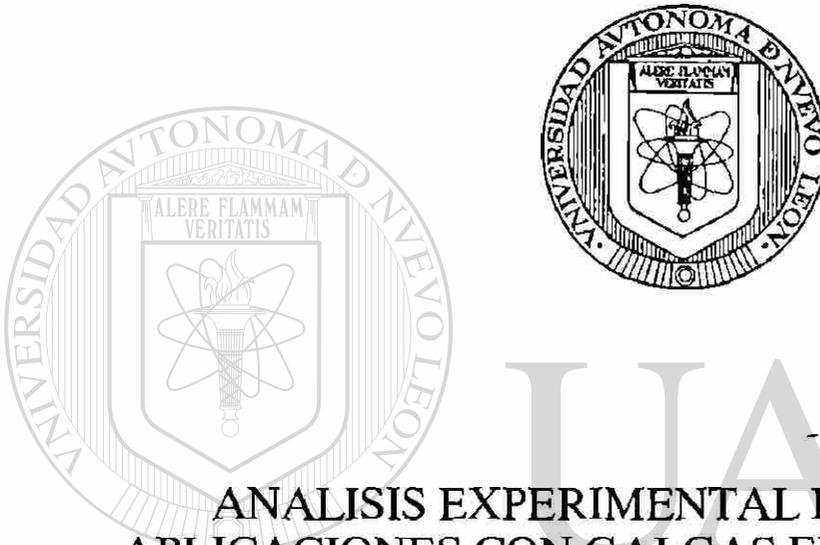
SAN NICOLAS DE LOS GARZA, N. L.

ENERO DE 1995

**UNIVERSIDAD AUTONOMA DE NUEVO LEON**

**FACULTAD DE INGENIERIA MECANICA Y ELECTRICA**

**DIVISION DE ESTUDIOS DE POST-GRADO**



**ANALISIS EXPERIMENTAL DE ESFUERZOS  
APLICACIONES CON GALGAS EXTENSOMETRICAS**

**UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN**

**TESIS**

**EN OPCION AL GRADO DE  
MAESTRO EN CIENCIAS DE LA INGENIERIA MECANICA  
CON ESPECIALIDAD EN DISEÑO MECANICO**

**QUE PRESENTA**

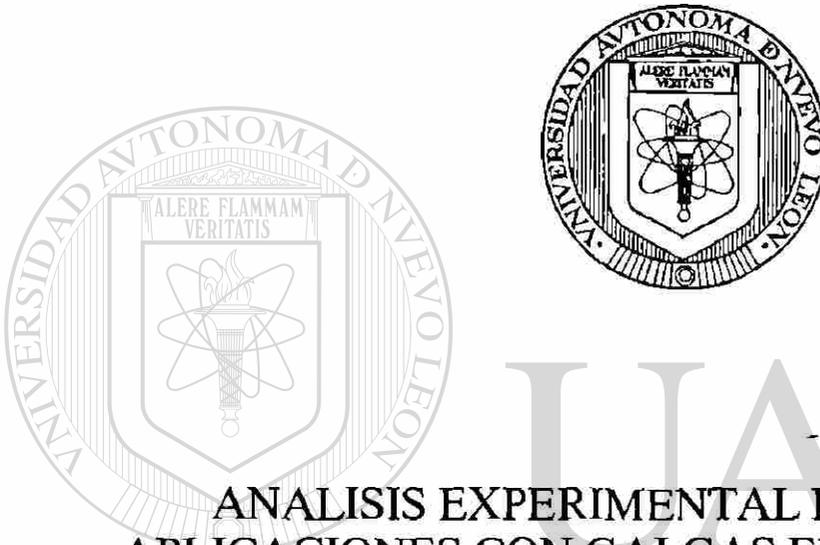
**ING. FELIPE DE JESUS HIDALGO CAVAZOS**

**SAN NICOLAS DE LOS GARZA N.L. ENERO DE 1995**

**UNIVERSIDAD AUTONOMA DE NUEVO LEON**

**FACULTAD DE INGENIERIA MECANICA Y ELECTRICA**

**DIVISION DE ESTUDIOS DE POST-GRADO**



**ANALISIS EXPERIMENTAL DE ESFUERZOS  
APLICACIONES CON GALGAS EXTENSOMETRICAS**

**UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN**

**TESIS**

**EN OPCION AL GRADO DE  
MAESTRO EN CIENCIAS DE LA INGENIERIA MECANICA  
CON ESPECIALIDAD EN DISEÑO MECANICO**

**QUE PRESENTA**

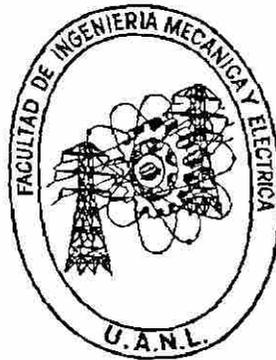
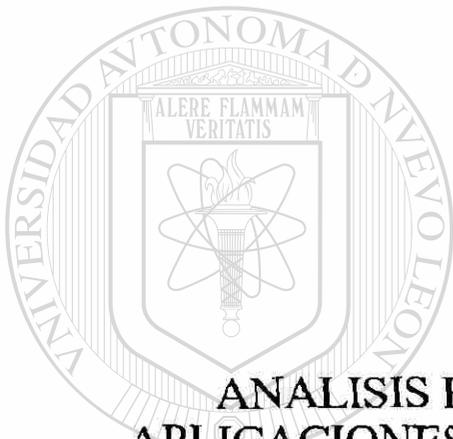
**ING. FELIPE DE JESUS HIDALGO CAVAZOS**

**SAN NICOLAS DE LOS GARZA N.L. ENERO DE 1995**

**UNIVERSIDAD AUTONOMA DE NUEVO LEON**

**FACULTAD DE INGENIERIA MECANICA Y ELECTRICA**

**DIVISION DE ESTUDIOS DE POST-GRADO**



**ANALISIS EXPERIMENTAL DE ESFUERZOS  
APLICACIONES CON GALGAS EXTENSOMETRICAS**

**UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN**

**TESIS**

**EN OPCION AL GRADO DE  
MAESTRO EN CIENCIAS DE LA INGENIERIA MECANICA  
CON ESPECIALIDAD EN DISEÑO MECANICO**

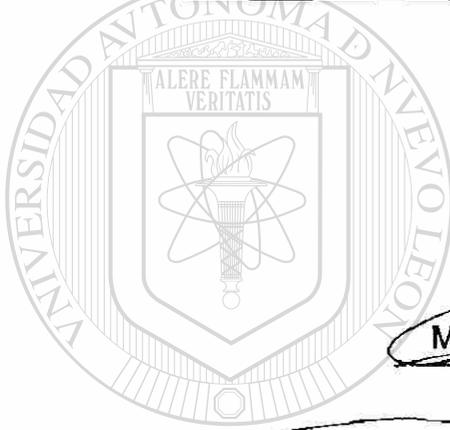
**QUE PRESENTA**

**ING. FELIPE DE JESUS HIDALGO CAVAZOS**

**SAN NICOLAS DE LOS GARZA N.L. ENERO DE 1995**

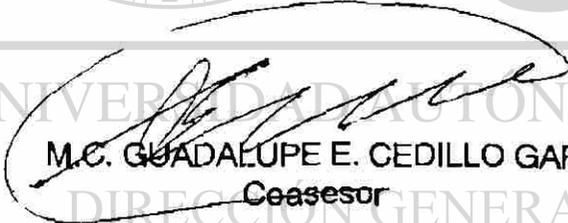
**UNIVERSIDAD AUTONOMA DE NUEVO LEON**  
**FACULTAD DE INGENIERIA MECANICA Y ELECTRICA**  
**DIVISION DE ESTUDIOS DE POST-GRADO**

Los miembros del Comité de tesis recomendamos que la presente tesis realizada por el ING. FELIPE DE JESUS HIDALGO CAVAZOS sea aceptada como opción para obtener el grado de Maestro en Ciencias de la INGENIERIA MECANICA con especialidad en DISEÑO MECANICO.



**El Comité de Tesis**

  
M.C. RODOLFO AYALA ESTRADA  
Asesor

  
M.C. GUADALUPE E. CEDILLO GARZA  
Coasesor

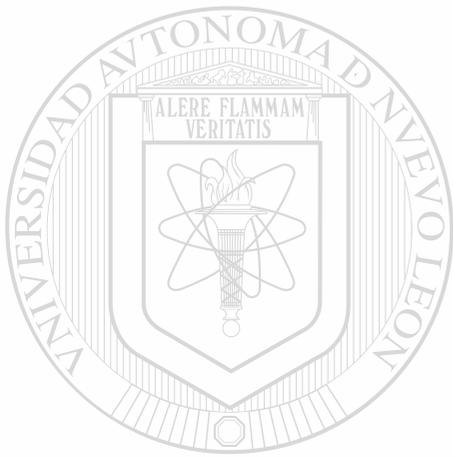
  
M.C. NOEL HINOJOSA TREVIÑO®  
Coasesor

  
División de Estudios de Postgrado  
M.C. MARCO A. MENDEZ CAVAZOS

San Nicolás de los Garza, N. L.

Enero de 1995.

2  
1  
+



# UANL

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN



DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS



FONDO TESIS

157092

A DIOS NUESTRO SEÑOR

A MI MADRE

con cariño y respeto

Francisca Cavazos Vda de Hidalgo

A LA MEMORIA DE MI PADRE

Felipe Hidalgo Chagollán (q.e.p.d.)

A MI ESPOSA

Por brindarme su apoyo, comprensión y cariño

Juanita Cantú de Hidalgo

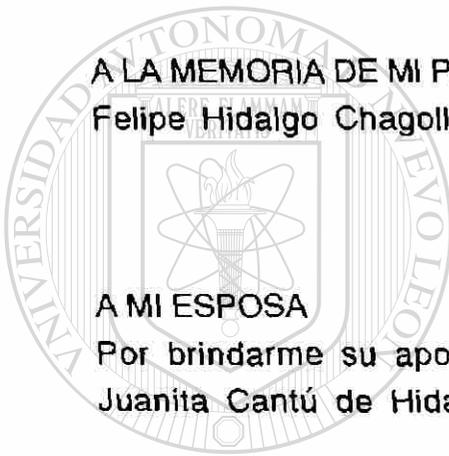
A MIS HIJOS

Nancy Elizabeth, Felipe de Jesús, Juan Miguel y Javier Alejandro

A MIS HERMANOS, COMPAÑEROS Y AMIGOS

A MIS MAESTROS

Que gracias a su colaboración, me han dado la oportunidad de realizar el presente trabajo.



UANL

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN

DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS



# PROLOGO

En todo diseño mecánico, el realizar un análisis de esfuerzos de elementos de máquinas ó de elementos estructurales, es esencial para lograr un resultado excelente y por ende un funcionamiento óptimo de todas las partes que lo integran.

Mediante el desarrollo del presente trabajo se pretende establecer los conceptos fundamentales en el estudio y aplicación del análisis experimental de esfuerzos a través de las galgas extensométricas.

También se puede mencionar que dentro de las aplicaciones de las galgas extensométricas, éstas se utilizan como sensores en una amplia variedad de transductores como lo son las llamadas celdas de carga, donde una carga desconocida puede ser determinada, sensando el esfuerzo desarrollado en un elemento mecánico, debido a que dicha carga tiene una relación lineal con el esfuerzo; ésto siempre sucede si se conserva la propiedad elástica del elemento mecánico y que la celda de carga pueda estar calibrada de modo que la señal de salida sea proporcional al valor de la carga.

Existen transductores de muy diversos tipos y modelos que están comercializados en la actualidad. Algunos de ellos, además de las celdas de carga, son medidores de par, calibradores de presión, calibradores de desplazamiento, acelerómetros, etc.

# INDICE GENERAL

	PAGINA
<b>SINTESIS</b>	<b>I</b>
<b>CAPITULO I.</b>	
<b>INTRODUCCION</b>	<b>1</b>
<b>CAPITULO II.</b>	
<b>ESTUDIO GENERAL DE CONCEPTOS FUNDAMENTALES</b>	<b>5</b>
1. Introducción.	
2. Consideraciones generales.	
3. Análisis de la sensibilidad de la deformación unitaria en metales	
4. Extensómetro de alambres.	
5. La galga extensométrica con alambre dispuesto en forma de rejilla.	
6. Galgas de laminilla metálica.	
<hr/>	
<b>CAPITULO III.</b>	
<b>CIRCUITOS ELEMENTALES</b>	<b>56</b>
1. Introducción.	
2. Lista de símbolos.	
3. Circuito de voltaje constante.	
4. Circuito de corriente constante.	
5. Ventajas del circuito de corriente constante.	
6. Leyes fundamentales de la medición.	

**CAPITULO IV.**

**ANALISIS DE ROSETAS**

**7 5**

1. Razón de análisis de rosetas.
2. Campo de esfuerzos.
3. Geometría de la roseta.
4. Soluciones analíticas.

**CAPITULO V.**

**DETERMINACION EXPERIMENTAL DE ESFUERZOS  
EN ELEMENTOS MECANICOS**

**9 8**

1. Cementación de galgas.
2. Desarrollo de un sistema para rehabilitación de edificios dañados por fenómenos naturales ó por sobrecargas.
3. Diseño y construcción de un transductor de precisión.

---

**COMENTARIOS Y CONCLUSIONES**

**1 1 8**®

**BIBLIOGRAFIA**

**1 2 0**

**REFERENCIAS**

**1 2 2**

# SINTESIS

El presente trabajo muestra un estudio completo de lo que significa un análisis experimental de esfuerzos y sus aplicaciones a través de galgas extensométricas. En su contenido se presentan temas como son: el origen del análisis de esfuerzos, su evolución y desarrollo; así como una descripción de las galgas extensométricas, su colocación (cementación) en los diversos elementos de máquinas y elementos estructurales y finalmente dos casos de las tantas aplicaciones prácticas que se pueden tener en éste campo del diseño mecánico.

El objetivo principal de éste documento es proporcionar una serie de elementos de conocimiento sobre el tema e inducir al lector al estudio del análisis experimental de esfuerzos a través de las galgas extensométricas para lograr más y mejores aplicaciones que puedan en un momento dado mejorar o rediseñar los elementos mecánicos y/o estructurales ya existentes.

Dentro de las aplicaciones prácticas que antes se mencionaron; se construyó un transductor para lograr la verificación del peso de objetos pequeños.

Este transductor consiste de 2 pequeñas barras planas de aluminio dispuestas de tal manera que a cada una se le colocó 2 galgas extensométricas y todas ellas conectadas a un circuito de puente de Wheatstone en el indicador de deformaciones. El transductor se fija perfectamente a una base rígida y posteriormente se le coloca el objeto a verificar. Desde luego, previamente se debe balancear el circuito y obtener el factor de galga para asegurar lecturas correctas.

Otra de las aplicaciones prácticas con galgas extensométricas fué la idea de un dispositivo para la sujeción y ajuste de vigas soporte de placas ó lozas de concreto en edificios con problemas de agrietamientos ó fallas a través de la construcción de un tensor de esfuerzos.

Este dispositivo funciona colocando varios tensores a una viga de acero que soportará la carga que se pretende estabilizar. Cada tensor ha sido preparado con 2 galgas extensométricas colocadas estratégicamente para que registren las deformaciones ocasionadas al ser puestos en operación.

Se realiza la interconexión de los cables de todas las galgas y se monitorean los registros que el indicador de deformaciones proporciona; procurando que todas las lecturas estén perfectamente balanceadas, logrando de esta manera que la viga de alivio, soporte la carga; y la construcción original quede liberada de la carga ó del excedente de carga si esa es la razón de la aplicación del dispositivo propuesto.

Aquí en esta aplicación, no se detalla la forma de conexión entre las diversas galgas extensométricas, ni los cálculos de las mismas, dejando esto abierto para posteriores estudios.

DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

# CAPITULO I. INTRODUCCION

La demanda constante en nuestros tiempos por efectuar mejoras en el diseño de máquinas y partes estructurales, ha creado la necesidad de desarrollar métodos y técnicas experimentales para determinar la distribución de los esfuerzos. Se utilizan estos métodos experimentales para verificar las predicciones teóricas y para determinar los esfuerzos en aquellos casos en los que no es posible utilizar el análisis matemático.

Mediante procedimientos experimentales, se obtienen las deformaciones unitarias y con ellas los esfuerzos correspondientes, ya que éstos no se pueden determinar directamente. A fin de obtener los esfuerzos, se utilizan equipos en los cuales se leen las deformaciones unitarias correspondientes.

Las galgas extensométricas, además de usarse para análisis de esfuerzos, tienen también aplicaciones en equipos para control. En estas aplicaciones, se utiliza la deformación de algunas partes mecánicas, para determinar la carga, el momento flexionante, el momento de torsión, la presión, la aceleración ó algún otro parámetro relacionado con la deformación unitaria.

Se han desarrollado una gran variedad de equipos para efectuar mediciones mecánicas y se tiene bastante literatura al respecto. Además de la Fotoelasticidad, Lacas Frágiles y Rayos X, se han desarrollado también equipos pequeños, mecánicos, ópticos, galgas extensométricas y extensómetros mecánicos o combinaciones de ellos, los cuales se utilizan en aplicaciones específicas. Resulta por

demás obvio, el decir que es muy difícil desarrollar un instrumento pequeño que reúna las características óptimas para todas las aplicaciones. Sin embargo, es posible una buena aproximación.

Al utilizar las galgas extensométricas para propósitos generales, lo más sensato sería elaborar una lista de todas las características deseables en ellas.

Algunas de estas, están incluidas en la siguiente lista, la cual no está elaborada en orden de importancia.

**1- Capacidad para medir.-** Capacidad de medir de manera precisa las deformaciones unitarias para condiciones estáticas y dinámicas.

**2- Tamaño y peso pequeños.-** Tamaño pequeño para permitir su instalación en lugares reducidos, o para ser capaces de obtener de ellos lecturas precisas en lugares donde se tenga un alto gradiente de deformación. Se requiere de peso pequeño para que los efectos de inercia de la galga, sean despreciables en condiciones dinámicas.

**3- La posibilidad de observaciones y registros a gran distancia.-** Esto puede ser muy relativo, ya que la palabra distancia, puede ser desde unos cuantos centímetros en el local del laboratorio, hasta miles de kilómetros de distancia, tal es el caso de un cohete en el cual la señal es transmitida por radio (telemetría) hasta el lugar donde se encuentra el observador.

**4- Independencia de la influencia de la temperatura.-** Esto probablemente, es el requisito más difícil de cumplirse. Los resultados son satisfactorios para pequeñas variaciones de temperatura, pero el problema se vuelve extraordinariamente difícil cuando se tienen variaciones de la temperatura entre  $-400^{\circ}\text{F}$  y  $+1500^{\circ}\text{F}$ .

**5- Fácil de instalar.-** Para que las galgas extensométricas sean comercialmente atractivas, deben de ser lo suficientemente fáciles de instalar de tal manera que personas inexpertas puedan entrenarse en un período corto de tiempo, y puedan satisfactoriamente instalar galgas extensométricas.

**6- Calibración estable.-** Es extremadamente deseable que la calibración sea estable sobre todo en el rango de condiciones de operación.

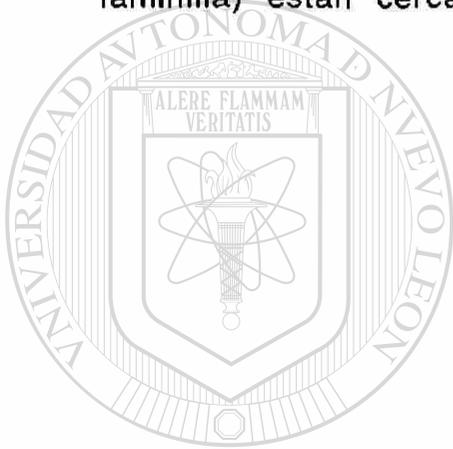
**7- Respuesta lineal a la deformación unitaria.-** Esto es muy deseable, aunque no es absolutamente esencial. Frecuentemente se permite tener desviaciones pequeñas de la linealidad, juntamente con los límites tolerables que resultan de la combinación con los circuitos eléctricos de los cuales la galga también forma parte. Se pueden diseñar circuitos eléctricos que proporcionan automáticamente una compensación cuando se tengan grandes desviaciones de la linealidad. Si se usan computadoras, esta función podrá programarse directamente con la máquina.

**8- Costo bajo.-** Esta característica depende del trabajo de la mano de obra. Por ejemplo, una galga extensométrica que cueste \$5.00 U.S. podrá resultar muy cara para un estudiante que está elaborando su tesis, y resultará muy barata una galga extensométrica cuyo costo sea de \$100.00 U.S. si su uso constituye un ahorro de \$10,000.U.S. En general, para un proyecto importante, las galgas extensométricas modernas, son relativamente baratas en comparación con los demás costos asociados con el proyecto.

**9- Confiabilidad.-** Su uso sería muy limitado, si solamente se confiase en las lecturas de las galgas extensométricas que actualmente se fabrican, resultan ser muy confiables cuando se les usa para las condiciones a las cuales fueron diseñadas.

**10- Posibilidad para ser utilizadas como una simple galga extensométrica o en arreglos múltiples.-** Esto para obtener simultáneamente el valor de las deformaciones unitarias en más de un lugar. Lo cual quiere decir que para ciertas aplicaciones, se pueden tener arreglos múltiples de varias galgas extensométricas para calcular automáticamente las deformaciones unitarias en varios lugares.

Aún cuando no se ha desarrollado una galga extensométrica que posea todas las características deseables, se puede decir en general que las galgas extensométricas de resistencia eléctrica (alambre, laminilla) están cerca de satisfacer todas estas características.



# UANL

---

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN

®

DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

# CAPITULO II. ESTUDIO GENERAL DE CONCEPTOS FUNDAMENTALES

## II.1. CONSIDERACIONES GENERALES.

### II.1.1. PRINCIPIO BASICO.

El principio de operación de las galgas extensométricas, al igual que el de la Fotoelasticidad, y el Recubrimiento frágil, se les conoce desde hace mucho tiempo. Sin embargo, es muy reciente la aplicación de este principio en escala comercial para la determinación de deformaciones unitarias. Lord Kelvin (referencia 1), hace más de cien años (en 1856) observó que ciertos conductores eléctricos por él estudiados exhibían un " Cambio de la resistencia eléctrica al haber un cambio en la deformación unitaria".

Este cambio de la resistencia eléctrica debido a una deformación mecánica, es lo que básicamente constituye el principio de operación de las galgas extensométricas de resistencia eléctrica. Para galgas semiconductoras se entiende bien el cambio de la resistencia eléctrica con la deformación, más no así para conductores metálicos (alambre o lámina) en que se necesita de un estudio completo para entender lo que sucede dentro del material al ocurrir una deformación en el mismo.

## II.1.2. SENSIBILIDAD DE LA DEFORMACION UNITARIA.

Cuando se aplica carga axial a un conductor, se modifica su longitud y sus dimensiones laterales también se ven afectadas como resultado del efecto de la relación de Poisson, por lo que se tendrá un cambio en la magnitud de su sección transversal. Un aumento de

la longitud corresponderá a una disminución de su sección transversal y viceversa (Figura II.1.). Además, podrá también ocurrir un cambio en el valor de la resistividad del material. Estos tres efectos combinados (cambio de la longitud, sección transversal y resistividad específica del material) producen un cambio en la resistencia eléctrica del conductor.

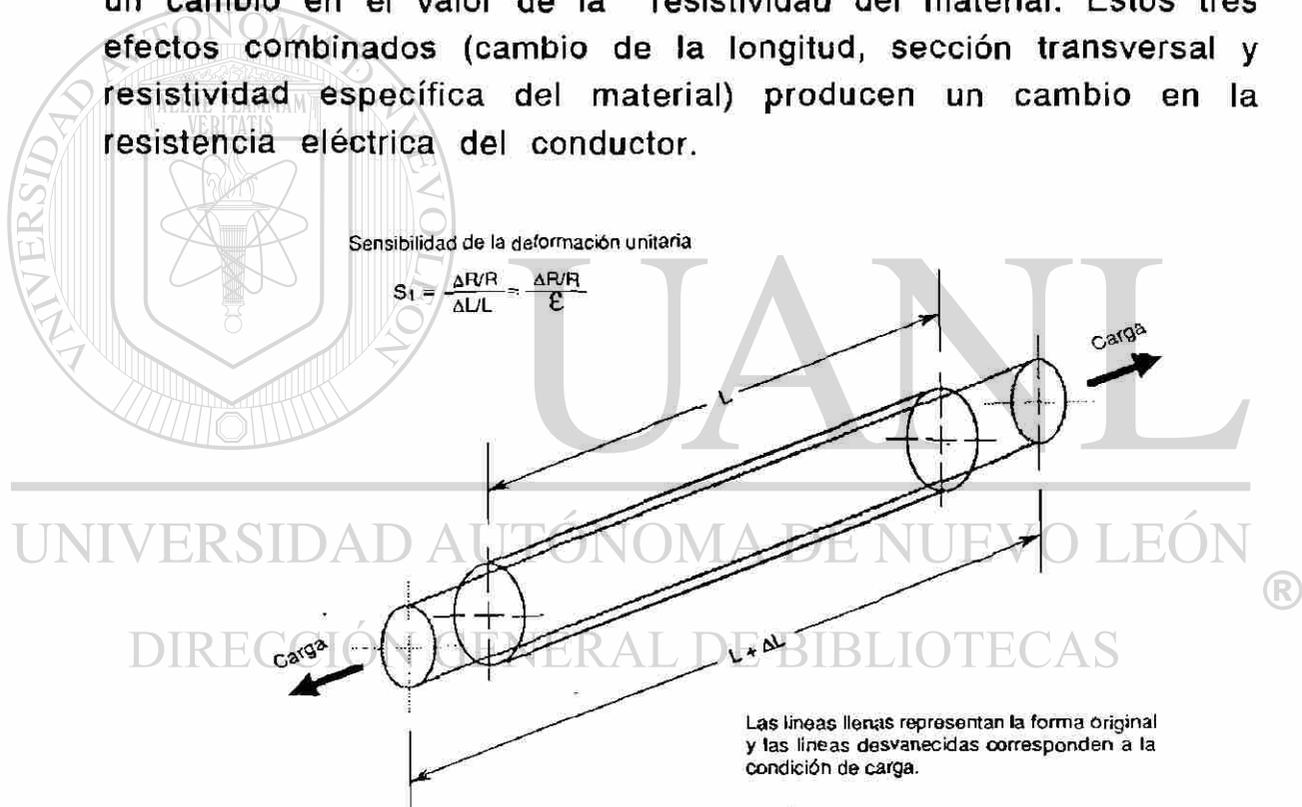


Diagrama esquemático de un conductor esforzado.  
(se muestra el efecto de la tensión)

Figura II.1.

La sensibilidad de la deformación unitaria del material del conductor queda definida por la relación del cambio de la resistencia eléctrica al cambio de la longitud del conductor. Cuantitativamente la relación anterior es adimensional y se le conoce como Factor de Sensibilidad de la deformación unitaria.

Para un conductor de sección transversal uniforme, lo anterior se expresa de la forma siguiente:

**Factor de sensibilidad de la deformación unitaria = Cambio unitario en la resistencia/ Cambio unitario en la longitud. ó = Cambio unitario en la Resistencia/ Deformación unitaria.**

Simbólicamente:

$$St = (\Delta R/r)/(\Delta L/L) \quad \text{ó} \quad (\Delta R/R)/\epsilon \quad (\text{adimensional}) \quad (1)$$

donde:

St = Sensibilidad de la deformación unitaria del conductor  
(adimensional)

R = Resistencia (ohms)

L = Longitud (pulgs)

$\Delta R$  = Cambio de la resistencia (ohms)

$\Delta L$  = Cambio de la longitud (pulgs)

$\epsilon = \Delta L/L =$  Deformación unitaria a lo largo del conductor

(adimensional)

Si se examina la ecuación (1) junto con las definiciones de los símbolos, surge la pregunta respecto a qué valores de R y L deben de usarse a fin de calcular la sensibilidad de la deformación unitaria.

Estos símbolos representarán a:

- La resistencia inicial,  $R_0$ , y la longitud inicial,  $L_0$ , cuando el conductor está libre de esfuerzos; en cuyo caso, el denominador, corresponde a la deformación unitaria nominal basada en el valor de  $L_0$ .

- Cualquier valor de la resistencia y de la longitud, que prevalezcan después de que se tenga una carga aplicada en el conductor.
- Los valores instantáneos de resistencia y de longitud que prevalecen durante un cambio infinitamente pequeño de longitud y resistencia; en cuyo caso, ya que  $\Delta L \rightarrow 0$ , en el límite se tendrá:

$$St = (dR/R)/(dL/L) \quad (2)$$

Con excepción del caso especial en el que R sea directamente proporcional a L, ( $R=kL$ )\*, teóricamente las tres interpretaciones anteriores conducen a tres valores diferentes del factor de sensibilidad, St. Esto, indica la necesidad de confrontarse con el problema y definir por cual procedimiento en particular deba de decidirse.

\*Para el caso especial en el que la resistencia sea directamente proporcional a la longitud, ( $R=kL$ ), donde k es una constante, de tal modo que  $\Delta R = k (\Delta L)$  y por lo tanto:

$$St = (\Delta R/R)/(\Delta L/L) = [(k \Delta L)/(kL)]/(\Delta L/L) = 1 \quad (3)$$

Ya que  $R = \rho L/A$ , por lo tanto  $k = \rho/A$  lo cual indica que para llegar a esta condición, la resistividad específica debe ser proporcional al área de la sección transversal.

### II.1.3. DEFORMACIONES UNITARIAS DE METALES EN EL RANGO ELÁSTICO.

No se tendrán diferencias notables en el valor de  $St$  cuando los esfuerzos que se presenten en los metales estén dentro del límite elástico, ya que las deformaciones son pequeñas tal que  $L_0$  y  $L$  son casi iguales, lo mismo se dice de  $R_0$  y  $R$ , por lo que no habrá cambios notables en el valor de  $St$  calculado en base de los valores de  $L_0$  y  $R_0$  ó de los valores de  $L$  y  $R$  que corresponden al límite elástico.

Esto es muy conveniente porque:

- La resistencia inicial,  $R_0$  y la longitud inicial,  $L_0$ , proporcionan una buena referencia con respecto a la cual se puedan determinar los cambios de  $\Delta R$  y  $\Delta L$ .
- La sensibilidad de la deformación unitaria, puede determinarse por la pendiente de la curva que resulta al trazar la gráfica de  $\Delta R/R_0$  contra  $\Delta L/L_0$ .

- 
- En el análisis de los circuitos eléctricos básicos utilizados con galgas extensométricas se demuestra que las señales finales de salida se obtienen en términos de  $R/R_0$ .

DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

#### **II.1.4. DEFORMACIONES UNITARIAS DE METALES. EN LA ZONA PLÁSTICA.**

Se tendrán diferencias muy notables entre los valores de  $R_o$  y  $R$  y de  $L_o$  y  $L$  si al aplicarle la carga a un conductor metálico, los esfuerzos correspondientes son mayores a los del límite elástico ó sea cuando se pase del rango elástico al rango plástico.

Si se tiene el caso anterior, no será adecuado determinar el valor de  $St$  a partir de los valores de  $R_o$  y  $L_o$ , resultando necesario calcular los valores instantáneos de  $St$  a partir de los valores instantáneos de  $R$  y  $L$  de acuerdo a la ecuación (2).

A primera vista, se podría pensar que ésto representaría mucho trabajo, pero afortunadamente no lo es. Al aplicar carga de tensión (ó de compresión) al conductor, habrá de determinar para una serie de valores de  $R$ , los valores correspondientes de  $L$ , después trazar una gráfica en el papel logarítmico de la relación adimensional  $R/R_o$  contra la relación también adimensional  $L/L_o$ , tal como se muestra en la Figura II.2. El factor instantáneo de sensibilidad  $St$ , estará representado por la pendiente de la línea en el punto considerado.

### II.1.5. MATERIAL DE SEMICONDUCTORES.

La sensibilidad relativamente alta del Silicio y del Germanio, hacen que estos materiales a semiconductores sean muy atractivos como elementos sensores de las galgas extensométricas. Para el Silicio, que es el material preferido, los valores de  $S_t$  varían entre -150 y aproximadamente +175. Además mediante un proceso apropiado, puede obtenerse Silicio para un valor especificado de  $S_t$  comprendido en este rango.

En galgas extensométricas comerciales, a fin de asegurar una respuesta satisfactoria entre la deformación unitaria y la temperatura, es muy común procesar el material para tener sensibilidades entre +120 y -100.

Las relaciones entre resistencia y deformación unitaria resultan ser más elaboradas para el Silicio que para los conductores metálicos, por resultar relaciones no-lineales y además muy influenciadas por la temperatura. Dorsey (referencias 5 y 6) dá la siguiente expresión del cambio de la resistencia en términos de la deformación unitaria:

$$\Delta R/R_0T_0 = (T_0/T) * \epsilon * GF' + (T_0/T)^2 * \epsilon^2 * C'_2 \quad (4)$$

donde:

$\Delta R$  = Cambio de resistencia de  $R_0T_0$  (ohms)

$R_0T_0$  = Resistencia de la materia sin esfuerzo (antes de ser instalado como galga extensométrica) a la temperatura  $T_0$  grados Kelvin (ohms).

$T_0$  = Temperatura a la cual  $R_0T_0$  fué determinada (grados Kelvin).

$T$  = Temperatura (grados Kelvin)

$\epsilon$  = Deformación unitaria (sin dimensiones)

$GF'$  y  $C'2$  = Constantes particulares del material (adimensionales)

En la ecuación (4) se indican las siguientes características para el Silicio con respecto a la relación entre el cambio de resistencia y la deformación unitaria:

- El factor de sensibilidad de la deformación unitaria que corresponde a la pendiente de la curva  $\Delta R/R_0 T_0$  vs.  $\epsilon$ , varía de acuerdo con los valores de la deformación unitaria y con la temperatura.
- Ya que la relación expresada en la ecuación (4) representa una parábola, es de esperarse no tener linealidad al variar la deformación unitaria y la temperatura.
- A temperatura constante,  $T_0$ , la ecuación (4) se reduce a la forma:

$$\Delta R/R_0 T_0 = \epsilon * GF' + \epsilon^2 * C'2 \quad (5)$$

Por lo tanto, para la condición especial indicada en la Figura II.2.,  $GF'$  corresponde a la pendiente de la curva o al factor de sensibilidad de la deformación unitaria para cuando  $\epsilon = 0$  y  $C'2$  representa la constante de no linealidad, la cual determina el grado de desviación de la curva respecto de la pendiente en el punto donde  $\Delta R = 0$  y  $\epsilon = 0$  para el cual la resistencia =  $R_0 T_0$ .

Para el caso de un rango limitado del valor de las deformaciones unitarias, por ejemplo 600 micras y, particularmente en aquellos niveles de la deformación unitaria en los cuales las pendientes de la curva tienen cambios más graduales, podrá aproximarse el factor de la sensibilidad por una constante que corresponda a un valor promedio de las deformaciones unitarias con lo cual se puedan esperar resultados adecuados. Cuando se tengan

deformaciones unitarias mayores ó bien cuando se desee mayor precisión, se deberán de utilizar métodos más elaborados.

$$\Delta R/R_0 T_0 = \epsilon \cdot GF' + \epsilon^2 \cdot C^2$$

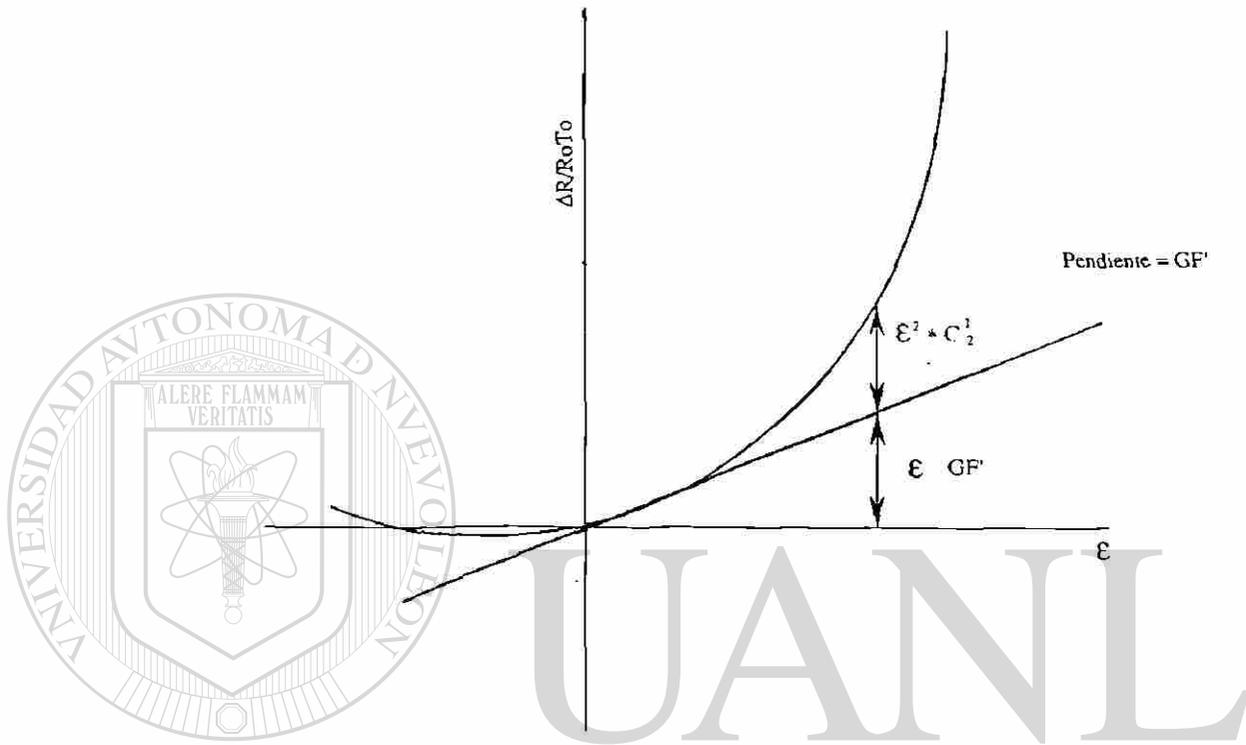


Diagrama esquemático para  $\Delta R/R_0 T_0$  vs.  $\epsilon$  temperatura constante,  $T_0$   
(Resistencia =  $R_0 T_0$  cuando  $\Delta R = \epsilon = 0$ )

DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

Figura II.2.

El problema de relacionar los cambios de la resistencia con la deformación unitaria, se complica cuando la temperatura es variable. Esto se debe al hecho de que los cambios de temperatura, como se indica en la ecuación (4), producen cambios en la sensibilidad. Además, también cambia el valor de  $R_0 T_0$  al tenerse cambios en la temperatura de referencia,  $T_0$ .

### **II.1.6. PROPIEDADES DESEABLES DE LA SENSIBILIDAD DE LA DEFORMACION UNITARIA EN LOS MATERIALES.**

- 1- Relación constante entre el cambio de la resistencia y el cambio de la deformación unitaria ( es decir, sensibilidad constante).
- 2- Efecto despreciable de la temperatura.
- 3- Alto factor de sensibilidad de la deformación unitaria.
- 4- Resistencia moderadamente alta.
- 5- Facilidad de conexiones con alambres conductores.
- 6- Bajo costo.
- 7- Disponibilidad.
- 8- Ausencia de deslizamiento e histéresis.

No es posible encontrar todas las características deseables en un material en particular, sin encontrar también alguna propiedad adversa. En general, la selección del material para el elemento sensible de una galga extensométrica deberá de hacerse en función del uso que se le dará a la galga.

---

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN

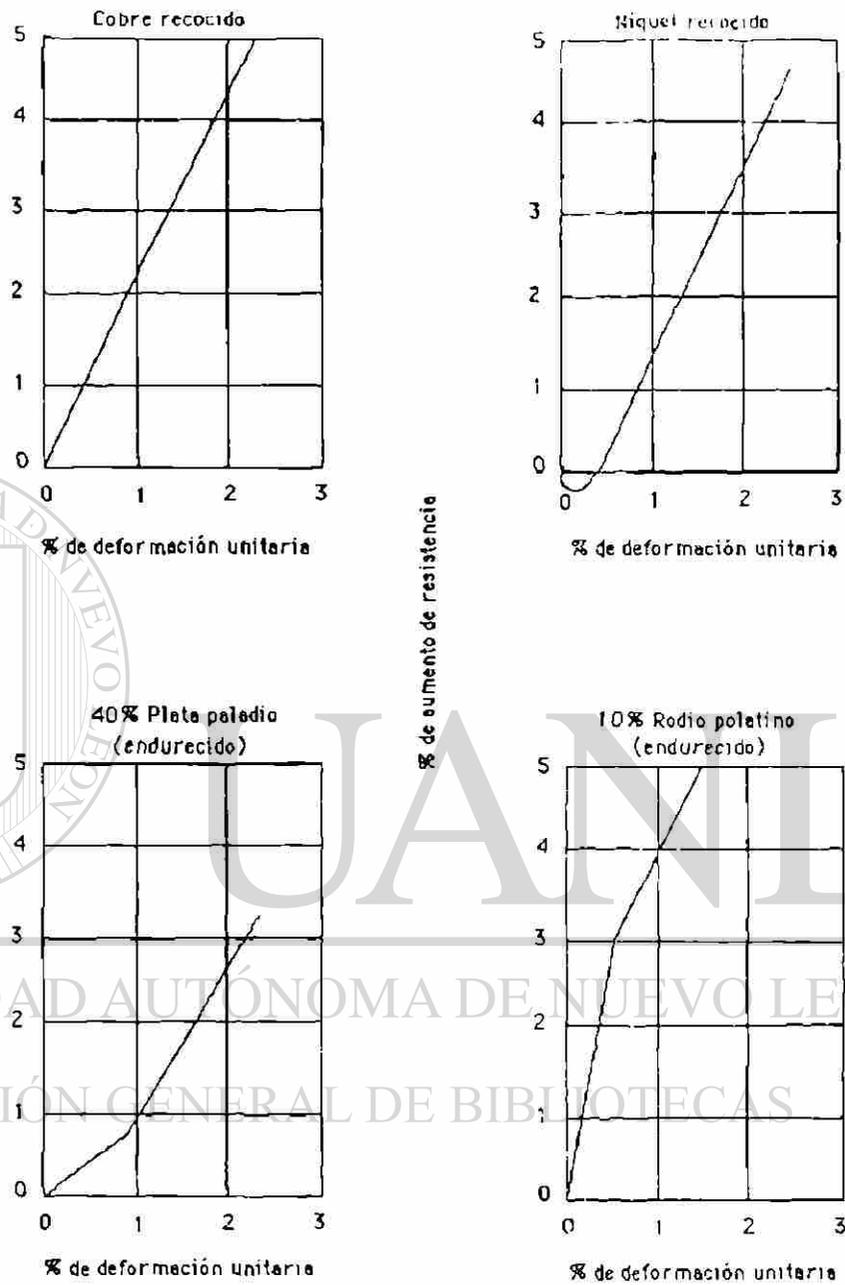
DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

### **II.1.7. PROPIEDADES DE ALGUNOS METALES.**

En vista de los comentarios anteriores acerca de la sensibilidad de la deformación unitaria y de las propiedades deseables respecto de los elementos sensibles de las galgas, se analizan algunas características típicas de unos cuantos metales. Estas están indicadas en las Figuras II.3. y II.4., y fueron tomadas del trabajo de Jonas y Maslen (referencia 7). En cada uno de los casos, se tomó el % del cambio de la resistencia basado en el valor de  $R_o$  y se graficó contra el % de deformación unitaria sobre la base de  $\Delta L/L_o$ . Las pendientes de las líneas representan a  $S_t$ .

A continuación se indican las relaciones generales:

- Se tienen las mismas relaciones lineales entre  $\Delta R/R_o$  y  $\Delta L/L_o$  tanto para el rango elástico como para el plástico, para el Cobre recocido, como para aleaciones de Cobre-Níquel recocido. Esto quiere decir que los factores de sensibilidad son los mismos en los rangos elástico y plástico. Esta característica es altamente deseable, porque elimina la posibilidad del cambio del factor de la galga en caso de que el elemento sensible de la galga extensométrica esté sujeto a un esfuerzo del límite elástico. En consecuencia, este tipo de material utilizado para galgas, es muy apropiado cuando se requieran mediciones de deformaciones unitarias grandes, tanto en el rango elástico como en el plástico.
- Se observan relaciones que no son lineales, tales como las que se tienen con el Níquel.
- Además se tienen relaciones que se pueden aproximar por dos líneas rectas indicando cambio del factor de sensibilidad al pasar de la condición del régimen elástico al plástico.



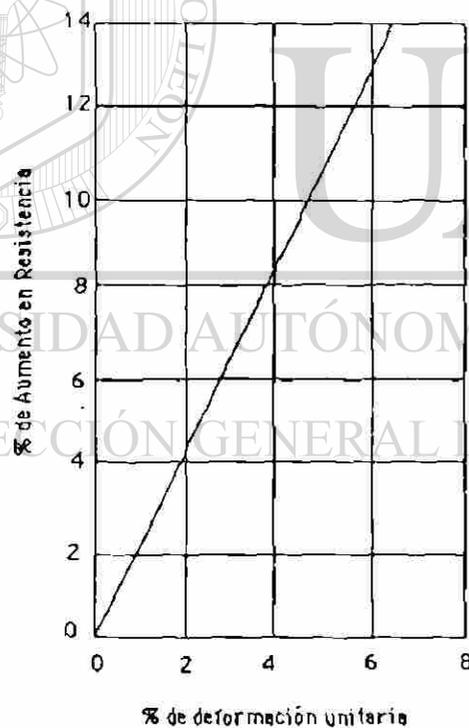
Ejemplos típicos de Cambio de resistencia vs deformación unitaria.

Figura II.3.

Algunos materiales tales como Mangamina y aleaciones endurecidas de Plata y Rodio muestran valores menores del factor de sensibilidad para deformaciones unitarias de bajo valor que para deformaciones unitarias de alto valor.

- Se muestran las mismas observaciones del parrafo anterior, para el Radio-Platino endurecido, con la diferencia de que el factor de sensibilidad mayor corresponde a las deformaciones unitarias menores.

Las relaciones indicadas en los dos últimos puntos anteriores no acusan cambio abrupto de la pendiente como se muestra en las gráficas, porque siguen una transición suave del rango elástico al plástico.



Cambio de resistencia vs deformación unitaria para Alambre de cobre níquel recocido. (60/40 Cobre-Níquel)

Figura II.4.

### II.1.8. VALORES NUMERICOS DEL FACTOR DE SENSIBILIDAD DE LA DEFORMACION UNITARIA.

La Tabla I (referencia 10), proporciona valores típicos del factor de sensibilidad para varios metales sujetos a deformaciones unitarias pequeñas, junto con la información correspondiente al efecto de cambio de la temperatura.

Se da información de las sensibilidades en los rangos elásticos y plásticos para materiales trabajados en frío y recocidos.

TABLA I

Material	Factor de sensibilidad de la deformación.	Lbs/pulg <sup>2</sup> equivalente a la influencia del cambio en 1° F de la temperatura Para instalación sobre acero *
Aleación cobre-níquel	2,10	+ 30
Copel	2,4 0	-200
Iridio Platino (5%)	5,10	11 600
Iso-elastic	3,60	5 000
Manganina	0,47	- 400
Nicromio V	2,20	2 100
Níquel	-12,10	-13 500

\* Debe de notarse que estas cantidades deben ser consideradas como lecturas semicuantitativas, ya que éstas varían con el tratamiento térmico, el trabajo en frío a que esté sujeto el material, y con el nivel de temperatura.

Las composiciones de las aleaciones indicadas en la tabla anterior son como sigue:

Aleación Cu-Ni y Copel	45% Ni	55% Cu	
Iridio Platino(5%)	05% Ir	95% Pt	
Iso-elastic	36% Ni	08% Cr	52% Fe
	0.5% Mo	(Mn,Si,Cu,V) = 3.5%	
Manganina	04% Ni	12% Mn	84% Cu
Nicromio V	80% Ni	20% Cr	

Algunas observaciones con respecto a las propiedades de los materiales anteriores:

- Se tienen valores de la sensibilidad de la deformación unitaria para el mismo material con diferentes condiciones de endurecimiento y recocido, lo cual es indicativo de la influencia que tienen el grado de trabajo en frío y el tratamiento térmico. Lo anterior tiene importancia, particularmente en relación con los efectos de temperatura y con la compensación de la misma.
- Se tendrán algunas diferencias de la sensibilidad para diferentes lotes del mismo material. Esto es indicativo de la influencia que tienen las impurezas y las trazas de algunos materiales en las propiedades físicas de los

metales, siendo también ésto importante en los efectos de la temperatura.

- Para casi todos los metales investigados, el factor de sensibilidad en el rango plástico es de valor aproximado a 2.

Weibull (referencia 11) reporta detalles muy interesantes referentes a los cambios de la longitud y resistencia en alambres de copel de 0.45 mm sujetos a deformaciones unitarias grandes ( hasta valores del 30%), corresponde a material de aleación 55% de cobre y 45% de níquel fabricado por Hoskins Manufacturing Company de Detroit. La tabla II muestra las observaciones de Weibull para una prueba estática.

Los valores de  $R/R_0$ ,  $L/L_0$ ,  $\Delta R/R_0$ ,  $\Delta L/L_0$ , han sido calculados a partir de los datos de la tabla II. Para fines de comparación se muestran, en la Figura II.5., gráficas de  $R/R_0$  vs  $L/L_0$  y  $\Delta R/R_0$  vs  $\Delta L/L_0$ . El factor de sensibilidad se obtiene de la pendiente de la gráfica, que en papel logarítmico está representado por una línea recta. El valor del factor de sensibilidad se encuentra por:

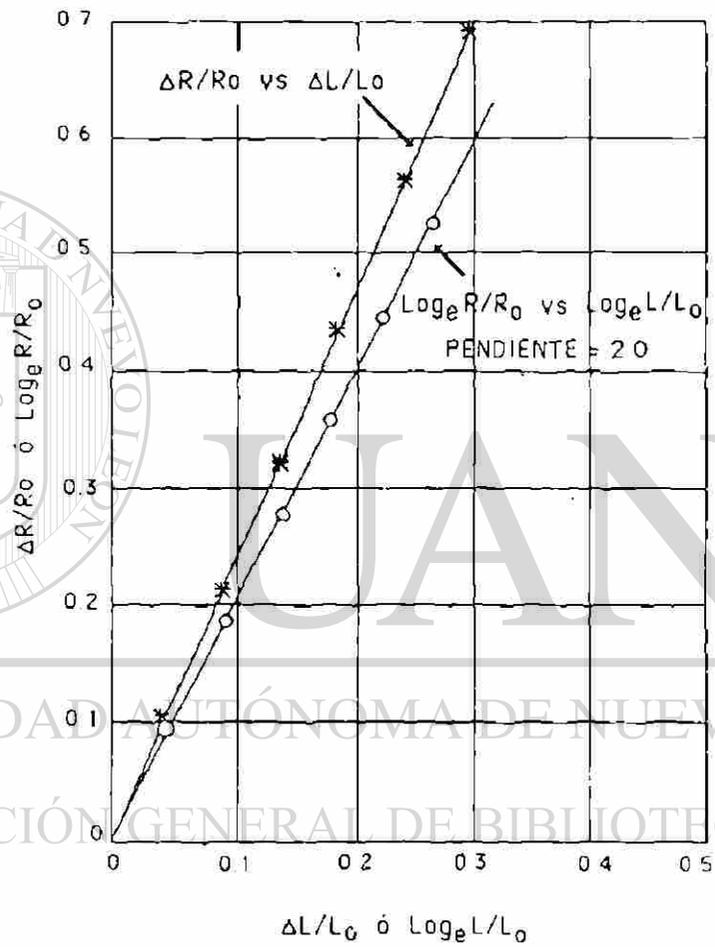
---


$$St = (dR/R)/(dL/L) = 2 \quad \text{(de datos experimentales)}$$

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN



DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS



Resultados Experimentales de Weibull  
para  
Alambre de Copel de 0.45 mm Diámetro

Figura II.5.

TABLA II

Observaciones de Weibull de prueba estática con alambre de copel.

Diámetro inicial = 0.45 mm. Longitud inicial = 125 mm.

<u>L (mm)</u>	<u>R (ohms)</u>
0	0.376
6.25	0.414
12.50	0.455
18.75	0.497
25.00	0.542
31.25	0.588
37.50	0.635

Weibull no especifica las condiciones metalúrgicas del alambre, pero por la magnitud (60%) del alargamiento reportado en uno de sus especímenes, se supone que el material estaba en la condición de recocido. También reporta resultados obtenidos en pruebas dinámicas para alambre de 0.45 mm de diámetro y 101 mm de longitud para lo cual obtuvo deformación unitaria de 34% con una velocidad de 6.2 metros/seg., del cabezal de la máquina en que hizo la prueba.

El diámetro de 0.45 mm (.0177") del alambre que empleo Weibull en sus investigaciones, es mayor de una milésima de pulgada (.001"), que es el tamaño normalmente empleado en la fabricación de galgas extensométricas. Con diámetros menores, es de esperarse tener alargamientos últimos menores, debido a la gran influencia que se tienen con las variaciones del diámetro las que resultan ser de menor valor para diámetros pequeños. Shoub (referencia 12), sin embargo, reporta alargamientos hasta de 22% para alambre Constantan de .001" de diámetro especialmente recocido. Sus resultados muestran el trazo de una línea recta con pendiente de 2.02 considerando los valores de  $\text{Log } R/R_0$  vs  $\text{Log } L/L_0$ , lo cual confirma las observaciones de Weibull.

## II.2. ANALISIS DE LA SENSIBILIDAD DE LA DEFORMACION UNITARIA EN METALES.

### II.2.1. CASO GENERAL.

La Figura II.6., muestra un conductor metálico de sección transversal uniforme (no necesariamente rectangular, aunque ésta es la sección mostrada) referido a los ejes X, Y, y Z.

Se desea determinar la expresión de la relación del cambio unitario de la resistencia ( en la dirección X) al cambio unitario de la longitud en términos de las deformaciones unitarias  $\epsilon_x$ ,  $\epsilon_y$ ,  $\epsilon_z$  (respectivamente en las direcciones X, Y, y Z) y de las propiedades del material del conductor.

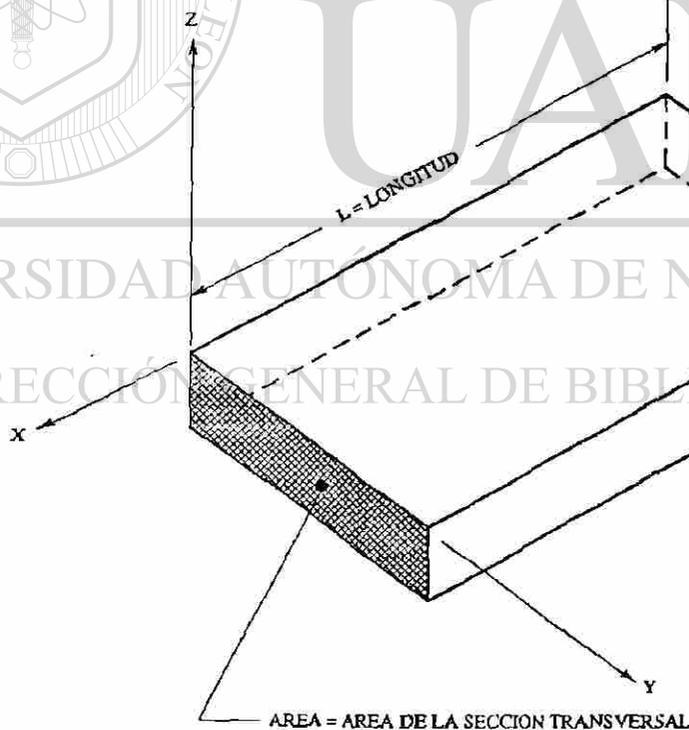


Figura II.6.

La expresión para la resistencia en la dirección X, puede escribirse de la forma siguiente:

$$R = \rho L/A \quad (6)$$

donde:

R = Resistencia de la longitud L (ohms)

$\rho$  = Resistividad específica del material (Ohms-pulgada)

L = Longitud (pulgadas)

Multiplicando por L el numerador y el denominador de la ecuación (6), se podrá reescribir de la forma:

$$R = \rho L^2/V \quad (7)$$

donde:

V = LA = Volumen (pulgadas cúbicas)

Tomando logaritmos en ambos lados de la ecuación (7), se puede ahora escribir:

$$\text{Log } R = \text{Log } \rho + 2 \text{ Log } L - \text{Log } V \quad (8)$$

y la diferencia de la ecuación (8) resulta:

$$dR/R = d\rho/\rho + 2 dL/L - dV/V \quad (9)$$

la cual expresa el cambio de la resistencia unitaria en términos de los cambios de la resistividad, longitud y volumen.

Ahora, puede postularse que el cambio de la resistividad puede relacionarse con el cambio de volumen de acuerdo con la ecuación (10).

$$d\rho/\rho = m dV/V \quad (10)$$

donde:

$m$  = constante que es propiedad del metal que en particular se está considerando. El valor numérico de  $m$  es de esperarse que sea diferente para los diversos metales.

\* Esta relación fué obtenida por Biermasz (referencia 13), quien lo acredita a P.W. Bridgman. Meier (referencia 14) usa la misma relación en forma ligeramente diferente. La ecuación (10) puede también derivarse del trabajo analítico de Kuczynski (referencia 15) quien considera la resistividad en términos de la trayectoria media libre de los electrones y del número efectivo de electrones libres.

Sustituyendo la ecuación (10) en la ecuación (9), se puede escribir:

$$dR/R = m dV/V + 2 dL/L - dV/V \quad (11)$$

$$dR/R = 2 dL/L + (m-1)dV/V \quad (12)$$

de la cual

$$(dR/R)/(dL/L) = 2 + (m-1) (dV/V)/(dL/L) \quad (13)$$

La ecuación (13) indica que para deformación plástica (la cual toma lugar a volumen constante, tal que  $dV = 0$ ), el valor de la sensibilidad instantánea de la deformación unitaria, tiene valor de 2 para cualquier condición de deformación.

Ya que  $dL/L = \epsilon_x$  y debido a que  $dV/V = (\epsilon_x + \epsilon_y + \epsilon_z)$ , se puede expresar la ecuación (13) en términos de las deformaciones unitarias, de la siguiente manera:

$$St = (dR/R)/(dL/L) = (dR/R)/R = 2 + (m-1) [1 + (\epsilon_y/\epsilon_x) + (\epsilon_z/\epsilon_x)] \quad (14)$$

### II.2.2. CASO ESPECIAL DE UN ALAMBRE RECTO DE SECCION UNIFORME.

Para el uso especial de un alambre recto (de cualquier sección transversal uniforme) que esté libre para contraerse (o expandirse) lateralmente, las relaciones de las deformaciones unitarias, tomando en consideración la relación de Poisson, están dadas por las expresiones siguientes:

$$\varepsilon_y/\varepsilon_x = \varepsilon_z/\varepsilon_x = -\mu \quad (15)$$

donde:

$\mu$  = Relación de Poisson del material.

Sustituyendo la ecuación (15) que muestra las relaciones de las deformaciones unitarias para el caso especial analizado, en la ecuación general (14) de la sensibilidad de la deformación unitaria, se obtiene la relación:

$$S_t = (dR/R)/(dL/L) = (dR/R)/\varepsilon_x = 2 + (m-1)(1-2\mu) \quad (16)$$

Para el caso de pequeñas deformaciones, como las que se tienen en metales con esfuerzos dentro del límite elástico, la ecuación (16) puede modificarse a la siguiente expresión:

$$S_t = (\Delta R/R_0)/(\Delta L/L_0) = 2 + (m-1)(1-2\mu) \quad (16a)$$

Las ecuaciones (16) y (16a) indican dos características interesantes respecto de la sensibilidad de la deformación unitaria de un alambre:

- 1) Si la propiedad del material es tal que  $m = 1$ , entonces independientemente del valor de la relación de Poisson el

factor de sensibilidad de la deformación unitaria, tiene por valor 2.

Esto quiere decir que la sensibilidad de la deformación unitaria, tendrá el mismo valor tanto en la región elástica como en la plástica, aún cuando se tengan algunos cambios de  $\mu$  al modificar la condición elástica a la plástica.

También indica que solamente aquellos materiales, cuya sensibilidad a la deformación sea 2, tendrán la misma sensibilidad en las condiciones elástica y plástica.

2) Para el caso de que la deformación sea perfectamente plástica, la cual tiene lugar a volumen constante  $dV = 0$  y para  $\mu = 1/2$ , el valor del factor de sensibilidad será igual a 2, independientemente del valor de  $m$ , como previamente se indicó por la ecuación (13).

Esto quiere decir que para la condición de deformación plástica, el factor de sensibilidad para todos los metales tendrá valor de 2. Substancialmente esto queda demostrado en las pruebas, donde para casi todos los casos de valores altos de la deformación unitaria, el factor de sensibilidad es igual a 2 aproximadamente.

Las ligeras desviaciones que se tengan respecto del valor de 2, se deben probablemente al efecto de un cierto aumento de la deformación unitaria elástica presente durante la deformación plástica. Los pocos casos que acusan grandes desviaciones del valor de 2, es probable que correspondan a una deformación plástica incompleta o gradual y posiblemente a la influencia del endurecimiento del metal.

Las ecuaciones (16) y (16a) pueden modificarse hasta la forma más familiar que comunmente se encuentra en la literatura técnica.

Al expansionar el segundo término resulta:

$$St = (dR/R)/(dL/L) = 2 - 1 + 2\mu + m(1-2\mu) \quad (17)$$

Ahora, de la ecuación (10), se puede escribir:

$$m = (d\rho/\rho)/(dV/V)$$

También para este caso particular,

$$(1-2\mu) = (dV/V)/(dL/L)$$

Por lo tanto,

$$St = (dR/R)/(dL/L) = 2-1+2\mu + [(d\rho/\rho)/(dV/V) * (dV/V)/(dL/L)]$$

$$St = (1+2\mu) + (d\rho/\rho)/(dL/L) \quad (18)$$

y para pequeños cambios, como los que ocurren en deformaciones elásticas, se puede escribir:

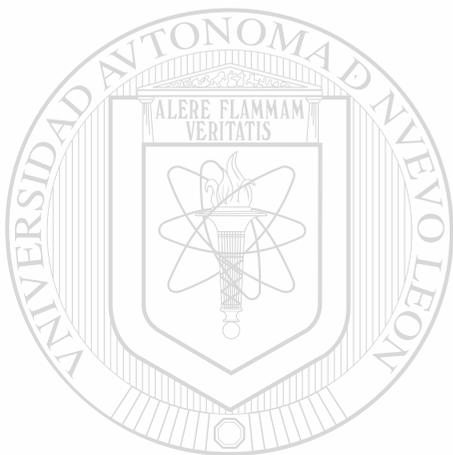
$$St = (\Delta R/R_0)/(\Delta L/L_0) = (1+2\mu) + (\Delta\rho/\rho_0)/(\Delta L/L_0) \quad (18a)$$

La ecuación (18) tiene particular interés, no porque esté puesta en la forma más familiar para la expresión del factor de sensibilidad, sino también por las siguientes dos razones:

- 1) La relación dada en la ecuación (18), puede obtenerse de forma independiente de la relación que se da en la ecuación(10).

- 2) Para cualquier metal en particular, la ecuación (18) indica qué parte del factor de sensibilidad de la deformación unitaria es debido al cambio geométrico y qué parte es debida al cambio de la resistividad,  $(1+2\mu)$  corresponde al cambio geométrico, y  $(d\rho/\rho)/(dL/L)$  corresponde al cambio de la resistividad.

Además, se observa en la ecuación (18) que el valor de  $S_t$  es igual a 2, cuando se tiene deformación plástica (para  $\mu = 1/2$  y  $d\rho = 0$ ).



# UANL

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN



DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

### **II.2.3. DEFORMACIONES UNITARIAS PEQUEÑAS CONTRA DEFORMACIONES UNITARIAS GRANDES.**

Ahora se analizarán las diferencias que haya entre las expresiones de los valores aproximados e instantáneos del factor de sensibilidad, dados por las ecuaciones (19) y (20) respectivamente.

$$St = (dR/R)/(dL/L) \quad (19)$$

$$St = (\Delta R/R_0)/(\Delta L/L_0) \quad (20)$$

Ambas expresiones llevan a los mismos resultados, si se tienen deformaciones unitarias pequeñas como ocurre en el caso de los metales en el rango elástico. Sin embargo, debido a que resulta más conveniente calcular el factor de sensibilidad, para después determinar las deformaciones unitarias en base a los cambios que se tengan respecto de la condición inicial siendo muy conveniente conocer cuál es el valor de la magnitud de la deformación unitaria máxima obtenida de esta manera, sin incurrir en mucho error.

En la Figura II.5., se muestra una comparación basada en las determinaciones experimentales de Weibull, entre la gráfica de  $\Delta R/R_0$  contra  $\Delta L/L_0$  y la gráfica de  $\log_e R/R_0$  contra  $\log_e L/L_0$ . En la gráfica logarítmica se muestra una línea recta con pendiente ( $St$ ) de 2.0, mientras que la gráfica de  $\Delta R/R_0$  contra  $\Delta L/L_0$  da una curva de radio muy grande cuya pendiente inicial (para  $\Delta R = \Delta L = 0$ ) es 2.0, valor que se incrementa ligeramente al haber cambios de la longitud y la resistencia.

Analizando la Figura II.5., se concluye que para una gráfica de esta magnitud, se puede representar a la curva de  $\Delta R/R_0$  contra  $\Delta L/L_0$ , por una línea recta, hasta para valores de aproximadamente 10 a 15% de  $\Delta L/L_0$ .

Para deformaciones unitarias mayores, se puede notar la desviación de la linealidad, aunque ésto no resulta ser de mucha trascendencia; sin embargo, se puede notar que la pendiente de la línea (el valor indicado de  $St$ ) resulta ser ligeramente mayor que la que corresponde al trazo logarítmico.

De acuerdo a las explicaciones anteriores, se pueden considerar aproximaciones lineales sobre la base de  $\Delta R/R_0$  y  $\Delta L/L_0$  en niveles de deformaciones unitarias en el rango de 10% ó más sin introducir con ello errores apreciables.

Ya que los comentarios anteriores, se basaron en determinaciones experimentales, se hará en seguida un análisis desde un punto de vista teórico. Se empezará por desarrollar, a partir de la ecuación (19) la relación que existe entre resistencia y longitud sobre la base de que  $St$  permanezca constante.

La ecuación (19) puede reescribirse en la forma siguiente:

$$dR/R = St dL/L \quad (19a)$$

la cual puede expresarse como

$$d(\log_e R) = St d(\log_e L) \quad (19b)$$

Al integrar la ecuación (19b), se obtiene la siguiente relación:

$$\log_e R = St \log_e L + \text{constante de integración.} \quad (21)$$

Ya que se conocen los valores iniciales de resistencia,  $R_0$ , y longitud,  $L_0$ , la constante de integración puede escribirse como:

$$\text{Constante de integración} = \log_e R_0 - St \log_e L_0 \quad (22)$$

Combinando las expresiones (21) y (22) se obtiene la relación

$$\log_e R - \log_e R_0 = St \log_e L - St \log_e L_0 \quad (23)$$

la cual puede modificarse a la forma

$$\log_e (R/R_0) = St \log_e (L/L_0) \quad (24)$$

En la ecuación (24) se expresa que la gráfica de  $\log(R/R_0)$  contra  $\log(L/L_0)$  da una línea recta cuya pendiente es igual a  $St$ . Esto ha sido verificado experimentalmente tanto por Weibull como por Shoub (referencia 12).

De la ecuación (24) puede obtenerse la relación entre resistencia y longitud para un conductor metálico con esfuerzos correspondientes a la zona plástica por la siguiente relación:

$$R/R_0 = (L/L_0)^{St} \quad (25)$$

Debido a que el valor de  $St$  para deformaciones unitarias plásticas, ha sido teóricamente especificado como 2.0 (ver ecuación 13) y además dicho valor ha sido experimentalmente corroborado en trabajos de Weibull (referencia 11) y Shoub (referencia 12); éste deberá de ser el número que podrá ser usado como exponente en la ecuación (25), la cual puede ahora escribirse de la forma siguiente:

$$R/R_0 = (L/L_0)^2 \quad (26)$$

Ya que  $R = R_0 + \Delta R$ , y  $L = L_0 + \Delta L$ , la ecuación (26) puede expresarse en función de  $\Delta R$ ,  $\Delta L$ ,  $R_0$  y  $L_0$  de la siguiente manera:

$$[(R_0 + \Delta R)/R_0] = [(L_0 + \Delta L)/L_0]^2 \quad (27)$$

para lo cual

$$(1 + (\Delta R/R_0)) = [1 + (\Delta L/L_0)]^2 \quad (27a)$$

y por lo tanto

$$\Delta R/R_0 = 2 (\Delta L/L_0) + [\Delta L/L_0]^2 \quad (28)$$

En la ecuación (28) se muestra la relación teórica entre  $\Delta R/R_0$  y  $\Delta L/L_0$  para un conductor metálico sujeto a deformación plástica, además de la misma, se obtiene la siguiente información:

-  $\Delta R/R_0$  no es una función lineal de  $\Delta L/L_0$ .

-  $\Delta R/R_0$  será siempre mayor que  $2(\Delta L/L_0)$  para valores positivos de  $\Delta L$  (tensión).

- La pendiente de la curva en el origen es igual a 2.

- La desviación de la tangente (pendiente = 2) en el origen es dada por  $(\Delta L/L_0)^2$ .

Este último punto indica tanto la desviación de la linealidad como la desviación de la relación que involucra los valores instantáneos de R Y L.

Es de notarse que cuando  $\Delta L/L$  es 10%, la desviación de la linealidad es únicamente 5%. Esto queda ilustrado en la Figura 11.7., la cual muestra el trazo de los valores teóricos de  $\Delta R/R_0$  contra  $\Delta L/L_0$  calculados en la ecuación (28).

Al obtener una relación lineal aproximada, usando la secante, desde el origen hasta un punto sobre la curva, el error será de cero en el punto de intersección con la curva y, para los otros puntos, el error será menor que el representado por la desviación de la secante respecto de la tangente inicial. Esto es debido a que ambas curvas parten del mismo origen.

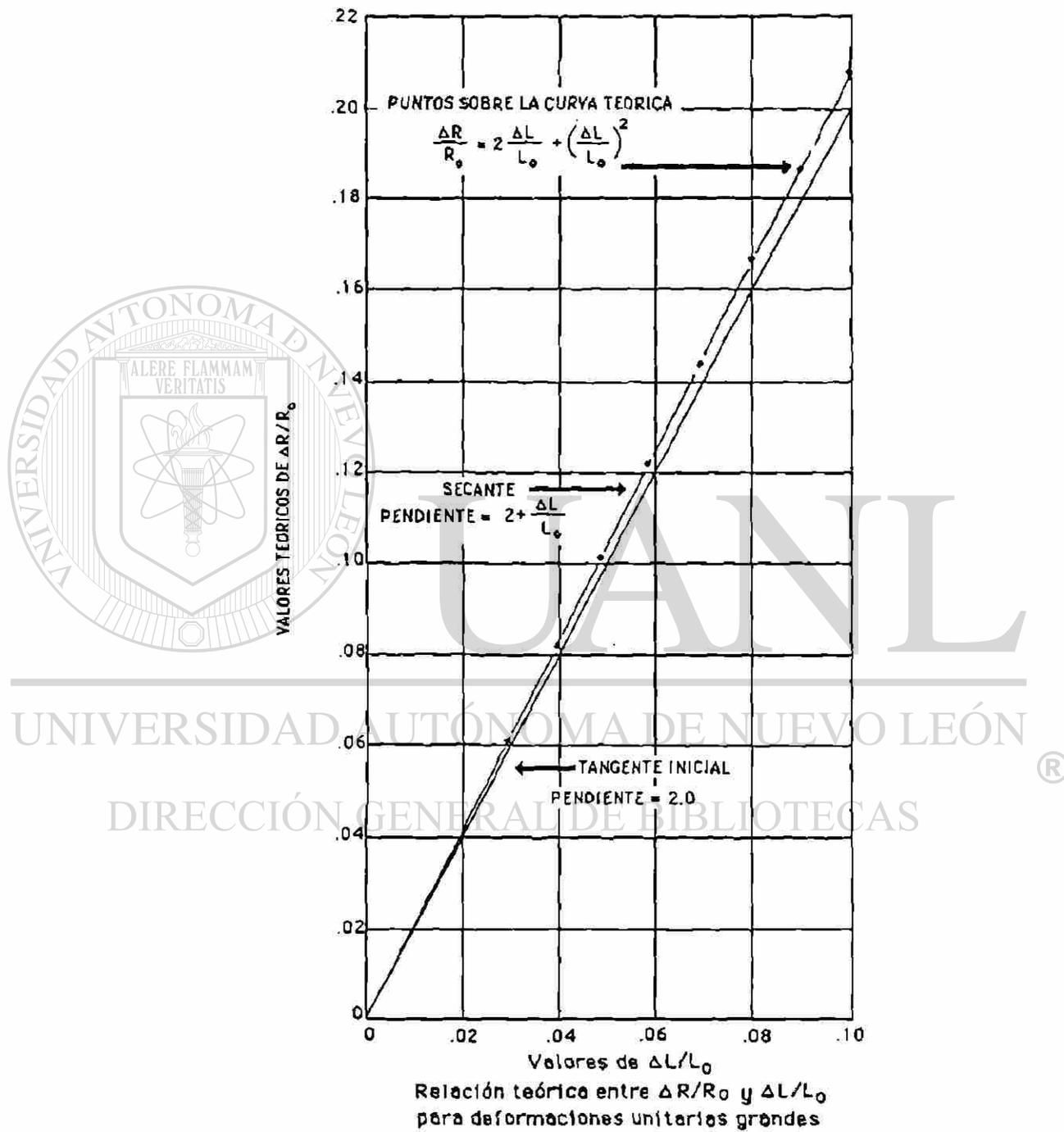


Figura II.7.

Por ejemplo, cuando  $\Delta L/L_0 = 10\%$ , el error esperado en cualquier punto no será mayor de 5% y en general, probablemente no exceda de 2%, excepto para valores relativamente pequeños de la deformación unitaria donde no resulta ser importante la magnitud del error. Un análisis de la Figura II.7., ayudará a aclarar estos puntos.

A partir de la ecuación (28) puede escribirse una expresión para el valor del factor de sensibilidad de la deformación unitaria, o sea:

$$St = (\Delta R/R_0)/(\Delta L/L_0) = 2+(\Delta L/L_0) \quad (29)$$

El valor anterior, varía de acuerdo con el valor de  $L/L_0$  y corresponde a la pendiente de la secante desde el origen hasta el punto de coordenadas  $\Delta R/R_0$  y  $\Delta L/L_0$  sobre la curva.

En seguida se dan algunos valores típicos:

$\Delta L/L_0$	$St = (\Delta R/R_0)/(\Delta L/L_0)$
0	2.00
01%	2.01
10%	2.10
05%	2.15

## II.3. EXTENSOMETRO DE ALAMBRES.

### II.3.1. EXTENSOMETRO DE ALAMBRES COLOCADOS EN SOPORTES METALICOS.

En este tipo de instrumento, Figura II.8., se colocan los alambres del extensómetro con cierta tensión entre los soportes metálicos (pernos) de tal manera que un ligero movimiento de los soportes causará un cambio en el valor de la resistencia eléctrica. Este cambio en la resistencia es a su vez una medida del desplazamiento relativo de los soportes que es proporcional a la deformación unitaria ó alguna otra cantidad.

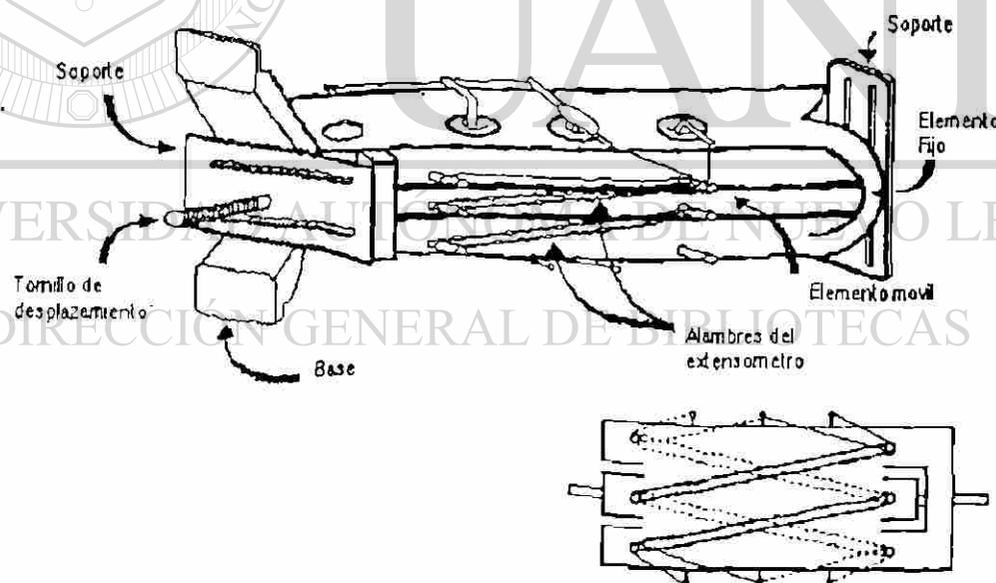


Figura II.8.

## **II.4. LA GALGA EXTENSOMETRICA CON ALAMBRE DISPUESTO EN FORMA DE REJILLA.**

### **II.4.1. EL ALAMBRE DE LA GALGA Y LA SUPERFICIE ESFORZADA.**

Con el tipo de extensómetro de alambres conectados a soportes metálicos, resulta un tanto difícil su instalación en la superficie esforzada. Además, de las diferencias que se tendrían en las determinaciones dinámicas debido a la inercia del instrumento y a la dificultad de hacer cálculos a distancias relativamente grandes del lugar donde se produce la deformación.

La primera mejora se produjo cuando se logró instalar un alambre extensómetro de muy poco diámetro directamente en la superficie sobre la cual se deseaba determinar la deformación unitaria, esto después de haber eliminado muchas de las dificultades que se presentaron. Sin embargo, se debe tener la absoluta seguridad de que el filamento está eléctricamente aislado y que la cementación es perfecta, de tal manera que el elemento sensible a la deformación unitaria pueda seguir la deformación sobre la superficie en la cual está colocado.

El procedimiento para colocar directamente al elemento sensible a la deformación unitaria sobre la superficie esforzada, se aplica solamente para alambres de diámetro muy pequeño. Esto debido a que la transmisión de la deformación unitaria desde la superficie esforzada hasta el elemento sensible es por corte en el cemento, ó en el agente de enlace y el alambre cementado en la superficie esforzada, podrá seguir las deformaciones de las mismas sólo cuando se tenga una gran superficie de contacto por unidad de longitud de la galga extensométrica.

Ya que el área de la superficie (por unidad de longitud) en la que están colocados los alambres resulta ser mucho mayor que el área de la sección transversal del alambre (para alambres de diámetro .001", la relación es de 4000 a 1), el agente de enlace, es capaz de seguir las deformaciones sin que se produzcan excesivos esfuerzos en el mismo. Con cementos apropiados se puede hacer trabajar a los alambres en el rango plástico (y regresarlos a la condición elástica) cuando ésto sea necesario.

La segunda mejoría, que hizo que las galgas fueran comercialmente atractivas, fue el hecho de poder colocar al elemento sensible sobre una pequeña base con lo que resultó ser relativamente fácil su cementación a la superficie esforzada.

Originalmente, el alambre de la galga extensométrica era cementado directamente en la superficie sobre la cual se deseaba obtener el valor de la deformación unitaria y el cemento ó aglutinante actuaba a modo de aislante. Esto produjo resultados que fueron satisfactorios, pero desde el punto de vista de instalación de la galga, ésto requería de mucho tiempo por parte del personal para la instalación de la misma.

Resultó muy importante la introducción de base de papel, plástico, metal ó algún otro tipo de soporte sobre el cual previamente se coloca el alambre sensible de la deformación unitaria, todo ésto con el control adecuado por parte de la empresa. Con esta forma previa de montaje de la galga extensométrica se ahorra mucho tiempo y esfuerzo obteniéndose además resultados muy buenos y muy consistentes.

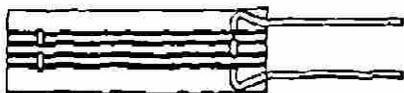
#### **II.4.2. CONSTRUCCION DE LA GALGA.**

La mayoría de las galgas extensométricas se hacen con alambre de aproximadamente .001" de diámetro (o menos) y con resistencia de valor igual a 50 ohms hasta de varios miles de ohms. Los filamentos se colocan sobre base previamente seleccionada de acuerdo a la aplicación particular para la cual la galga será utilizada.

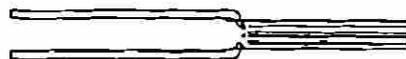
Debido a que la longitud de la galga extensométrica siempre es menor que la longitud del alambre, ya que se requieren varias pulgadas de longitud de alambre para producir la resistencia total necesaria, el alambre se dispone en forma de rejilla para ahorrar espacio y permitir una reducción en la longitud de la galga hasta un tamaño que resulte adecuado.

En la Figura II.9., se muestran varios diagramas esquemáticos de configuraciones típicas de galgas extensométricas fabricadas en los Estados Unidos, Japón y otros países europeos. Desde luego, que se fabrican una gran variedad de los diseños mostrados en esta figura tal como los especifican los diversos fabricantes.

GALGA TEPIC G-H

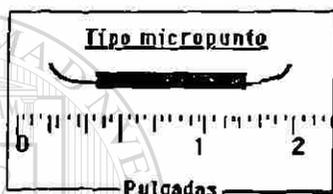


GALGAS TÍPICAS SR-4



(a) Rejilla plana

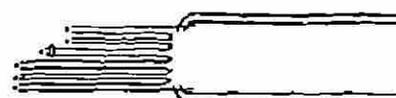
GALGA EXTENSOMETRICA SOLDABLE



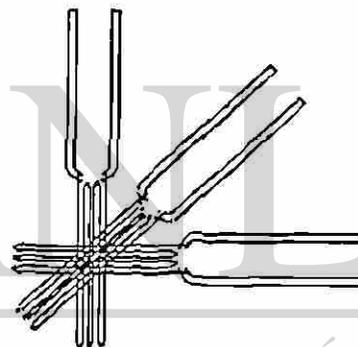
GALGA EXTENSOMETRICA  
con termopar interior



Instrumento para alta temperatura  
Engineering Corporation

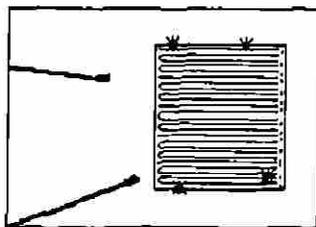


(b) Compensador de temperatura  
(Elemento doble)

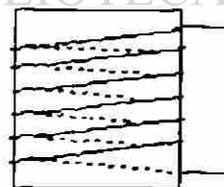


(c) Roseta:

GALGA EN TEJIDO DE VIDRIO



Cortesía de D.A. Drew  
Holla-Rouce, Limited



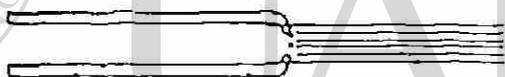
(d) Tipo de bobina

Tipos de Galgas Extensométricas de Alambre de Resistencia

Figura II.9.

Algunos comentarios respecto a los diversos tipos de galgas extensométricas:

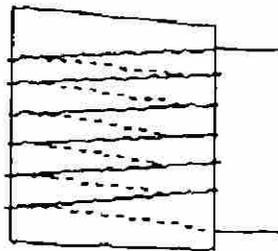
**1) Rejilla plana.-** Probablemente esta sea la forma más utilizada. Cuando la galga se cementa en una superficie plana, la línea de centros del elemento sensible, está en un plano que es paralelo a la superficie esforzada. Debido a las vueltas en los extremos, se tienen algunas determinaciones de deformaciones unitarias a ángulo recto respecto a la dirección del eje de la galga. Generalmente, el filamento consiste de alambre de longitud continua; sin embargo, en algunas galgas compensadoras de temperatura, éstas se construyen con dos elementos los cuales al estar unidos, tienen características opuestas de temperatura.



Rejilla plana

**2) Construcción de galgas en forma de bobina.-** Este diseño de galga, se originó para galgas de pequeña longitud (1/4" ó menos) antes de desarrollarse las técnicas que actualmente se utilizan referente a la fabricación de galgas de rejilla plana.

En este tipo de galga, el alambre se enrolla firmemente a una base plana la cual después es encerrada entre cubiertas que le proporcionan aislamiento y protección. Una alternativa es enrollar el alambre en un pequeño mandril tubular el cual después deberá de ser protegido entre cubiertas laterales.



Tipo de bobina

3) **Tepic G-H.**- La galga Tepic G-H, fué desarrollada originalmente por el Dr. Gustafson de la Royal Establishment de Suecia, actualmente es fabricada por Huggenberg de Zurich, Suiza. En este tipo de galga, se tienen innovaciones muy interesantes con respecto a las galgas de rejilla colocadas en base plana transparente plana. Debido a que la galga consiste de una serie de alambres rectos paralelos conectados entre si por miembros de sección transversal relativamente grande, éstas resultan ser insensibles a la influencia de la deformación unitaria lateral.

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN

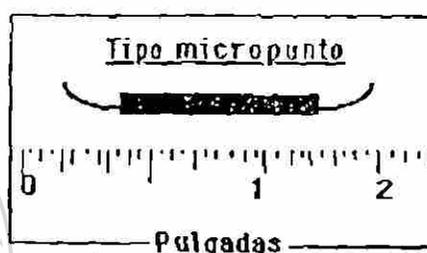
GALGA TEPIC G-H

DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS



Este tipo de construcción, resulta ser adecuado para producir galgas de autocompensación de temperatura mediante la selección adecuada de los elementos sensibles, unos con características positivas en cuanto a la temperatura, equilibrándose con otros de características negativas.

**4) Galgas extensométricas soldables\*.-** La galga extensométrica soldable (fabricada por Microdot, Inc.) consiste de un alambre muy fino de cierta longitud, el cual está embebido en un aislamiento muy fuerte, que a su vez se encuentra protegido dentro de un pequeño tubo de acero inoxidable, que tiene una especie de pestaña hacia ambos lados a lo largo de toda la longitud.



La construcción de este tipo de galga es tal, que tanto los alambres como el elemento sensible son de aleación de Níquel-Cromo (75% Ni., 20% Cr., 25% Al., 2.5% Cu) y la parte correspondiente a la sección central, es de aproximadamente .001" de diámetro a fin de construir el elemento sensible.

Las galgas extensométricas soldables se sujetan mediante soldadura de puntos y la superficie no requiere de ninguna preparación especial. Pueden montarse en superficies planas ó curvas y pueden instalarse y usarse en unos cuantos minutos. Además, pueden emplearse en aplicaciones donde se tengan líquidos corrosivos ó vapor ya que es posible que el tubo de acero inoxidable en el que está la galga se prolongue 10 metros ó más, de tal manera que las conexiones finales pueden efectuarse en el exterior sin ningún problema.

En la actualidad estas galgas , si se les utiliza en mediciones estáticas, se fabrican con valores de resistencia de 60, 120, y 240

ohms para usarse en temperaturas cuyo rango sea de 160°C (320°F) hasta 343°C (650°F). Para mediciones dinámicas, pueden usarse a temperaturas mayores pero arriba de +343°C (+650°F), fácilmente se produce un efecto irreversible en la compensación de la temperatura, por lo que éstas se agrupan en cuatro clasificaciones diferentes.

A las galgas de éste tipo la deformación unitaria no les afecta y los fabricantes indican que pueden aplicarse corrientes eléctricas mayores que a las otras galgas fabricadas con alambre convencional. Pueden utilizarse en presencia de radiación nuclear ya que no contienen materiales orgánicos. El nivel de deformación unitaria es de  $\pm 6000$  micropulgadas por pulgada y en cuanto a fatiga, pueden tener una vida mayor de un millón de ciclos a  $\pm 1000$  micropulgadas por pulgada.

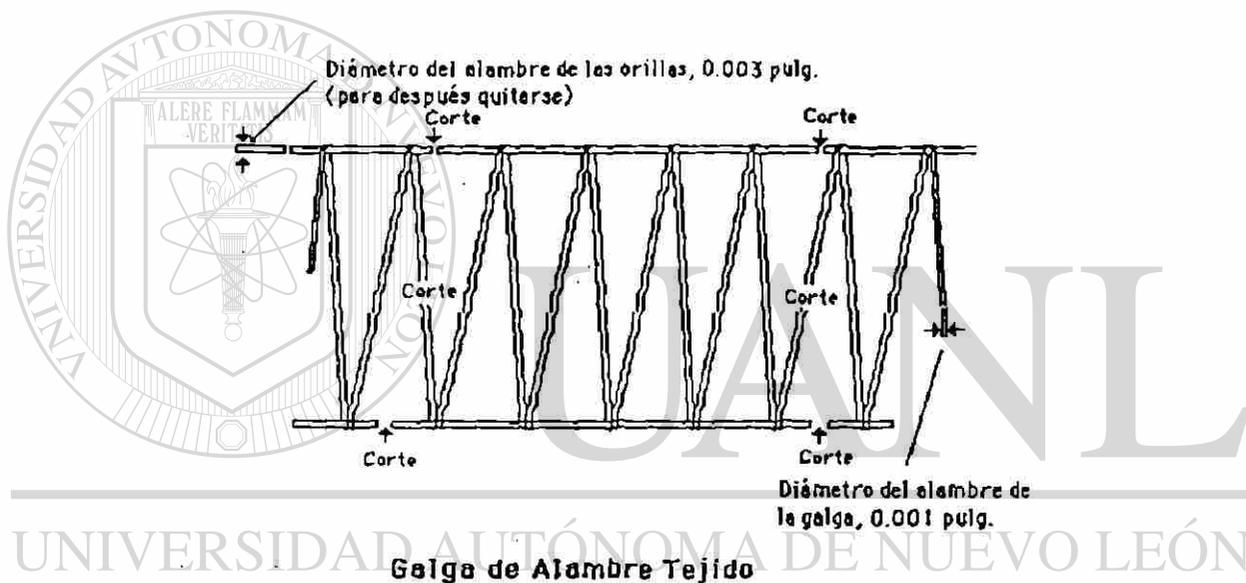
**5) Galgas extensométricas tejidas.-** La galga tejida se le utilizó con éxito en aplicaciones especiales (referencia 18), se proporciona al consumidor en forma semi-acabada para después darle el acabado final, de acuerdo a requerimientos particulares.

El material de la galga extensométrica consiste de una cinta tejida con fibras de vidrio ó acetato en la dirección longitudinal y en la sección transversal tiene colocado el alambre sensible a la deformación unitaria. Para fines de rigidez de la galga, se coloca alambre relativamente fuerte a lo largo de las orillas.

La Figura II.10., muestra esquemáticamente parte del tejido y en la sección inferior de la Figura II.9., se muestra una galga completa.

El ancho de la cinta representa la longitud de la galga, el usuario corta la cinta a la medida correspondiente de acuerdo al valor deseado de la resistencia, después sujeta los alambres, sacando ó retirando el alambre de mayor tamaño (.003" de diámetro)

que está en los extremos de la galga, procediendo después a su instalación.



DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

Esquema de una galga extensométrica tejida  
(Las fibras longitudinales no mostradas, son de acetato o de vidrio)

Figura II.10.

El ancho de la cinta generalmente es de 1/16", 1/18", 1/2", y 1". Teniendo a la mano unas cuantas canillas de anchos apropiados, se podrá disponer de un gran número de galgas extensométricas de diferentes tamaños.

**6) Galgas de Filamento libre.-** De acuerdo a las aplicaciones especiales, la base de la galga se utiliza sólo para simplificar su manejo antes de la instalación. En estos casos, durante el proceso de instalación de la galga, se saca la base en que está montada el filamento, quedando éste en contacto con el cemento, el cual se endurece juntamente con el alambre sensible a la deformación unitaria.

**7) Galgas de Fricción.-** Se desarrolló un tipo muy útil de galgas extensométricas en Japón (referencia 19) para la determinación de esfuerzos, especialmente si éstos son originados por vibraciones, resultando muy útiles para cuando se desea obtener un gran número de observaciones sin necesidad de cementar las galgas.

La galga de este tipo consiste de una rejilla de alambre colocado en una base de poliéster. La superficie de la base que comúnmente se cementa a la superficie cuya deformación unitaria se desea determinar, tiene adherida una capa de esmeril muy pequeño el cual está colocado en una base metálica. Cuando la unidad se presiona contra la superficie, por el lado que contiene la capa de esmeril, la fricción es lo suficiente fuerte como para que se pueda transmitir la deformación unitaria que se tiene en la superficie esforzada al elemento sensible a la deformación unitaria.

Esta unidad se puede mover fácilmente de un sitio a otro, lográndose de manera rápida, con un mínimo de equipo necesario.

### **II.4.3 DETERMINACION DE LA DEFORMACION UNITARIA.**

La deformación unitaria, para todos los diversos tipos de galgas extensométricas, se determina a partir de la relación:

$$\varepsilon = (\Delta R/R)/S_m \quad (30)$$

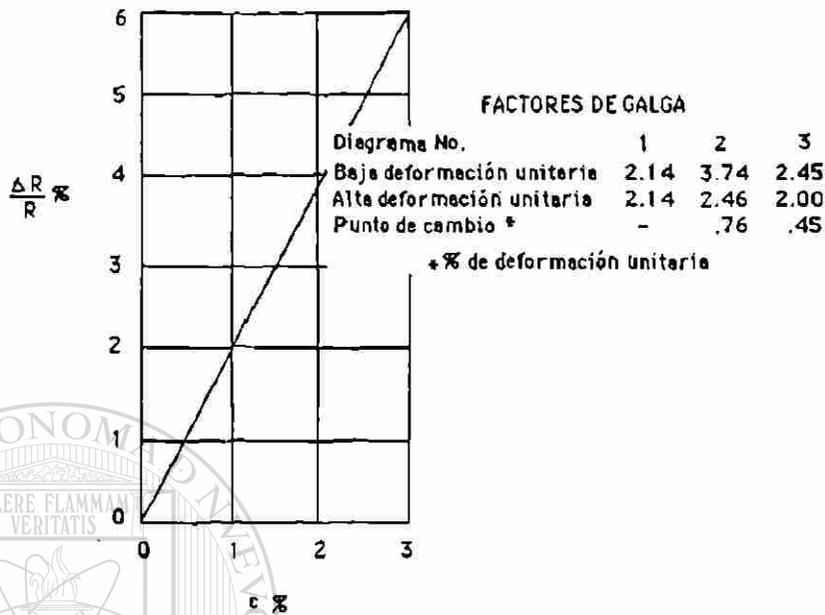
donde

$\varepsilon$  = Alargamiento unitario en la dirección del eje de la galga.

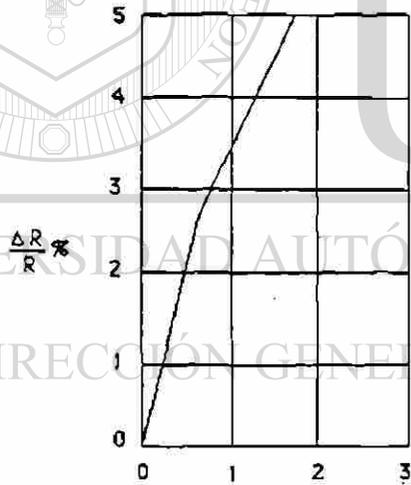
Debido a las deformaciones geométricas que existen entre el alambre, estando en forma recta y en forma de rejilla en la galga extensométrica, el valor numérico del factor de la galga,  $S_m$ , proporcionado por el fabricante de galgas, tiene un valor ligeramente menor que el factor de sensibilidad  $S_t$ , del alambre con el cual se construyó la rejilla. Además, la magnitud de  $S_m$  varía ligeramente con las variaciones del diseño de la rejilla.

Las galgas se construyen con filamento continuo, el cual se dobla en los extremos los cuales originan que se tenga una ligera respuesta de la deformación unitaria lateral por el efecto de las vueltas. Esto quiere decir que aunque en general puede aplicarse la ecuación (30) se tendrá algún error cuando el campo de la deformación unitaria en el cual la galga actúa, sea diferente al campo en que se hizo la calibración. Generalmente puede despreciarse el error debido a la deformación unitaria lateral, pero hay algunas situaciones en las cuales el error puede ser apreciable.

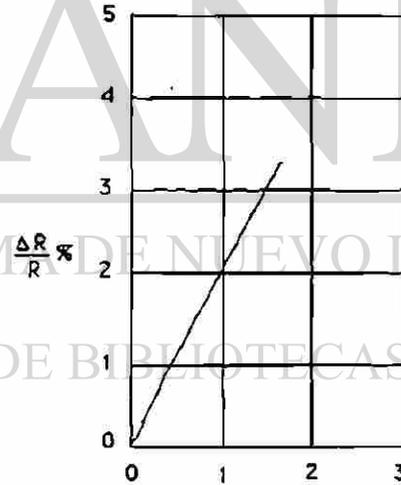
La Figura II.11., muestra algunos ejemplos específicos de la relación que se tiene entre la deformación unitaria y el cambio unitario de la resistencia para varios alambres de galgas.



1. Alambre de la galga, Advance



2. Alambre de la galga, Iso-Elastic

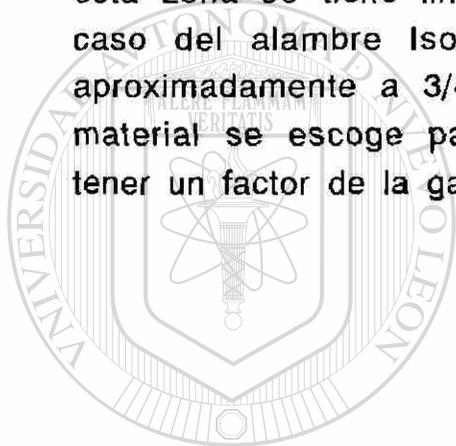


3. Alambre de la galga, Nicromio

Características de galgas en tensión  
(de Jones y Maslen)

Figura II.11.

En cada uno de estos casos, la pendiente de la curva representa al Factor de la galga ó sea el % del cambio, la resistencia al % del cambio de la deformación unitaria. Es de notarse que para la galga de alambre Advance tipo Constantan el factor de la galga es igual para deformaciones unitarias tanto en el rango elástico como en el plástico, mientras que para las galgas con alambre de metrial Iso-Elastic y Nicromio, el factor de la galga es diferente para las condiciones elásticas y plásticas. El cambio del valor en el factor de la galga no es motivo de preocupación ya que para los metales, generalmente se tiene interés por las deformaciones elásticas y en esta zona se tiene linealidad. Esto interesa especialmente para el caso del alambre Iso-Elastic (cuyo cambio de pendiente ocurre aproximadamente a 3/4% de la deformación unitaria) ya que este material se escoge para medir deformaciones muy pequeñas por tener un factor de la galga de valor alto.



# UANL

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN



DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

## **II.5. GALGAS DE LAMINILLA METALICA (FOIL GAGES).**

### **II.5.1. CARACTERISTICAS GENERALES.**

La galga en hoja ó laminilla metálica opera en la misma forma que una galga de alambre. Sin embargo, el elemento sensible consiste esencialmente de una laminilla metálica muy delgada (aproximadamente .0002" de espesor) en lugar de alambre. En contraste con las galgas de alambre en las que el elemento sensible tiene sección transversal constante en toda su longitud, la sección transversal de la galga de laminilla metálica puede en algunos casos tener diferente sección transversal en sus extremos.

Una de las ventajas importantes de estas galgas es que la relación entre la superficie de contacto resulta de valor alto respecto del volumen del elemento sensible; mientras que en el caso de la galga de alambre, esta relación es mínima debido a que la sección transversal es circular.

En Inglaterra, en 1952 por la Saundera-Roe Ltd. y la Technograph Printed Circuits, Ltd., fueron hechas las primeras galgas de laminilla metálica, construídas con láminas metálicas cementadas en hojas de laca. Se dibujó el diseño de la rejilla deseada sobre la laminilla metálica utilizando una tinta resistente a un ácido, luego se aplicó un baño del ácido a la laminilla, el cual separó la parte metálica excepto la parte dibujada en la laminilla.

Durante los últimos años se ha hecho investigación respecto a galgas de laminilla metálica. Se han mejorado aleaciones y se han desarrollado nuevas aleaciones. Además, se han mejorado las técnicas fotográficas empleadas en el proceso de fotograbado usado en la fabricación de galgas de laminilla metálica.

El grado de precisión con que actualmente se fabrican las galgas y la calidad en el corte de las mismas, permiten en la actualidad, el producir galgas de Factor de Galga uniforme para un gran rango de longitudes de galgas (Anteriormente el Factor de la Galga variaba ligeramente con la longitud de la galga). Como resultado de estas mejoras, la galga de laminilla metálica ha aumentado su rango de aplicaciones, incluyendo a aquellas en que se tengan temperaturas muy bajas ó muy altas y, especialmente para transductores de gran precisión.

Las galgas de laminilla, en la actualidad se fabrican en longitudes desde 6" hasta 1/64" y con una gran variedad de configuraciones de rejillas, incluyendo galgas simples, rosetas de dos, tres, y cuatro elementos, medios puentes y puentes completos. Para la fabricación del elemento sensible, se usan aleaciones estandar tales como: Advance (Constantan), Iso-Elastic, Nicromio, Karma, Platino-Tungsteno (8% W), etc., y un gran número de aleaciones especiales patentadas.

Estas galgas extensométricas tienen un Factor de Galga ligeramente mayor y una menor respuesta a la deformación unitaria transversal, con respecto a galgas equivalentes de alambre. Debido a que son muy delgadas, se conforman más fácilmente a superficies de pequeño radio de curvatura, por lo que se pueden instalar más cómodamente en lugares muy agudos. Estas también, por su gran superficie de contacto, pueden disipar rápidamente el calor y en consecuencia se pueden utilizar corrientes altas (aplicando voltaje).

Además, las galgas de laminilla, debido a su área de contacto relativamente grande, sobre todo en los extremos de la rejilla, reduce el esfuerzo de corte en el agente de ligas, por lo que comparativamente tienen menor histéresis y deslizamiento (creep).

Dependiendo de la base ó soporte usado de la aleación (generalmente las de mayor longitud), pueden medir deformaciones

unitarias de manera muy precisa en el rango de 10% hasta 15%. Con respecto a la fatiga, tienen vida que excede a los 10 millones de ciclos a  $\pm 1500$  micropulgadas por pulgada.

Estas galgas se obtienen con bases ó soportes de papel, epoxy y resinas de bakelita, metal y algunos plásticos. Algunos de estos soportes ó bases (apoyo removible) pueden quitarse durante el proceso de la instalación.

Mediante una cuidadosa selección de las aleaciones y un control adecuado de las condiciones metalúrgicas (trabajo en frío y tratamiento térmico) es posible producir laminillas metálicas con coeficiente de expansión lineal y características de resistencia-temperatura, muy similares a los de otro material seleccionado arbitrariamente, con ésto se requiere indicar que es posible producir galgas de laminilla metálica con "Temperatura compensada" cuya respuesta (dentro de ciertos límites) sea, para fines prácticos, independiente de la temperatura, dentro de un rango dado de temperaturas.

---

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN

DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

### **II.5.2. GALGAS SOLDABLES DE LAMINILLA METALICA.**

Para situaciones en las cuales las técnicas convencionales de instalación no resultan ser adecuadas, pueden obtenerse galgas soldables de laminilla metálica, cuya unión con los demás alambres sea comparable a la unión soldada.

Las galgas de elemento simple de esta naturaleza (referencia 20 y 21) se construyen montando galgas metálicas individuales en una base portadora de laminillas, de acero inoxidable, de aproximadamente .005" de espesor. Es de esperarse una muy buena estabilidad en este tipo de construcción por las condiciones de control que en su fabricación se tienen.

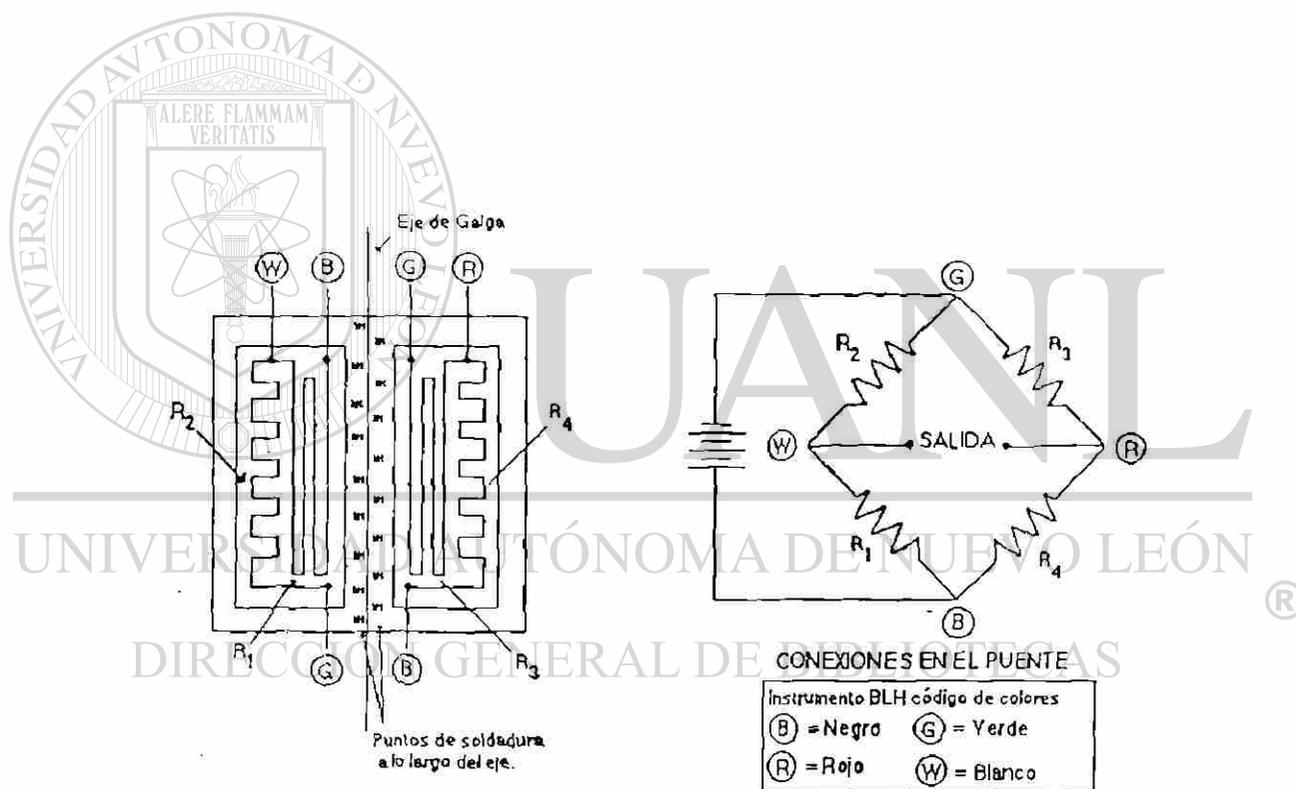
Se utilizan para los elementos sensibles aleaciones de Constantan y Nicromio para altas temperaturas. Los rangos de temperatura para condiciones estáticas, varían desde  $-204^{\circ}\text{C}$  ( $-400^{\circ}\text{F}$ ) hasta  $+260^{\circ}\text{C}$  ( $+500^{\circ}\text{F}$ ), aunque con cerámica y Nicromio llegan hasta  $+399^{\circ}\text{C}$  ( $+750^{\circ}\text{F}$ ) para condiciones estáticas y hasta  $538^{\circ}\text{C}$  ( $1000^{\circ}\text{F}$ ) ó más para mediciones dinámicas.

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN

DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

### II.5.3. GALGAS DE PUENTE COMPLETO.

Algunas galgas soldables (referencia 21 y 22), más elaboradas, pueden usarse como puente completo, tal como se muestra esquemáticamente en la Figura II.12. En este caso, la base de acero es un poco mayor y está soldada a lo largo de su línea de centro en lugar de hacerlo en las orillas.



**Galga soldada con puente completo  
(Diagrama esquemático)**

Figura II.12.

A cada lado de la línea central, se tiene un medio puente que consiste de un par de galgas de laminilla metálica de Nicromio. A ambos lados de la línea de centro, se tiene un brazo del medio puente que es paralelo a la soldadura y que está muy próxima a ella. El otro brazo está orientado a un ángulo de  $90^\circ$  y ligeramente más retirado de la línea del centro.

Los dos medios puentes están conectados eléctricamente para formar un puente completo cuya señal de salida es directamente proporcional a la deformación unitaria en la dirección del eje de la galga.

Al usar puente completo, el Factor efectivo de la galga resulta mayor que cuando se tiene un elemento sensible simple.

En este caso, para el Nicromio, el puente completo tiene un factor de valor 3.5 aproximadamente en contraste con el valor de 2.1 para una galga simple. Se tienen también algunas otras ventajas.

Debido a la simetría, no habrá problemas si la soldadura no está exactamente en la línea del centro, ya que el error que se tenga en una mitad del puente, se compensa con el correspondiente error que se tenga en la otra mitad del puente. No se tendrá respuesta al efecto de la deformación unitaria transversal en el material en el cual la base de acero ha sido soldada. Además se tendrá respuesta mínima a los cambios de temperatura. Todo esto se obtiene con el empleo del puente completo y seleccionando la base ó soporte, de acero que tenga el mismo coeficiente de expansión del material al cual va a ser soldado. El rango de temperaturas a la cual puede operar la galga con sensor de Nicromio es desde  $-204^\circ\text{C}$  ( $-400^\circ\text{F}$ ) hasta  $538^\circ\text{C}$  ( $1000^\circ\text{F}$ ).

# CAPITULO III. CIRCUITOS ELEMENTALES

## III.1. INTRODUCCION.

La galga extensométrica debe de formar parte del circuito eléctrico ya que el cambio de la resistencia de la galga se mide por el efecto del paso de la corriente a través de ella ó por la caída de voltaje que en la galga se tiene.

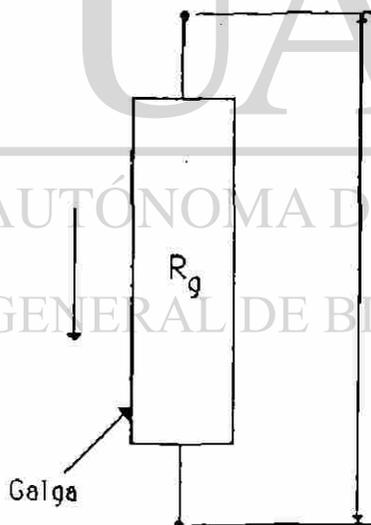


Figura III.1.

Para las condiciones iniciales, de la Figura III.1., se puede escribir la expresión:

$$E = I R_g$$

donde

$E$  = Caída de voltaje a través de la galga.

$I$  = Corriente que está pasando a través de la galga.

$R_g$  = Resistencia de la galga.

— Cuando la resistencia de la galga cambia de  $R_g$  hasta  $(R_g + \Delta R_g)$ , la corriente,  $I$ , ó el voltaje,  $V$ , ó ambos deberán también de cambiar.

El objeto de este capítulo es analizar dos circuitos simples e investigar los correspondientes efectos del cambio unitario ( $\Delta R_g/R_g$ ) respecto del voltaje y la corriente.

---

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN

DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS



### III.2. LISTA DE SIMBOLOS.

- $E$  = Caída de potencial a través de la galga, en volts.  
 $\Delta E$  = Cambio de la caída de potencial a través de la galga, en volts.  
 $I$  = Corriente que pasa a través de la galga, en ampers.  
 $I_n$  = Corriente máxima que pueda pasar por la galga, en ampers.  
 $\Delta I$  = Cambio en la corriente a través de la galga, en ampers.  
 $R_g$  = Resistencia inicial de la galga, en ohms.  
 $\Delta R_g$  = Cambio en la resistencia de la galga, en ohms.  
 $V$  = Potencial aplicado al circuito, en volts.  
 $(GF)$  = Factor de galga extensométrica =  $(\Delta R_g/R_g)/\epsilon$ .  
           ohms/ohm entre pulgada/pulgada, (adimensional).  
 $\epsilon$  = Deformación unitaria, pulgada/pulgada (adimensional).  
 $n$  = Factor de no-linealidad (adimensional para un circuito dado.

La relación que representa a éste factor, será determinada para el circuito particular correspondiente.

---

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN

DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

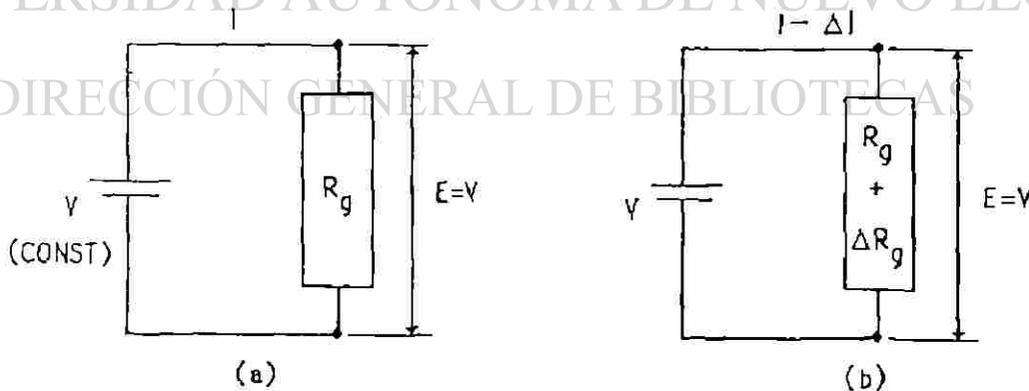


### III.3. CIRCUITO DEL VOLTAJE CONSTANTE.

#### III.3.1. DESCRIPCION.

Como se muestra en la Figura III.2., en este caso el voltaje aplicado,  $V$ , es igual a la caída de potencial,  $E$ , que se tiene a través de la galga. Debido a que el circuito tiene fuente de voltaje constante, (por ejemplo, una batería de tamaño adecuado), no habrá variación de la caída de potencial a través de la galga, pudiendo en cambio haber variaciones en la resistencia de la misma.

Para tener cambios en la resistencia de la galga y, dado que el potencial,  $V$ , es constante, la corriente que circula por la galga cambiará de valor. Esto quiere decir que cuando la resistencia cambia de  $R_g$  hasta  $(R_g + \Delta R_g)$ , habrá un cambio correspondiente de la corriente de  $I$  hasta  $(I - \Delta I)$ .



Voltaje constante aplicado a la galga.

Figura III.2.

### III.3.2. ANÁLISIS.

Ahora se estudiará el cambio de la corriente,  $\Delta I$ , en relación con la deformación unitaria, ó con el cambio unitario de la resistencia de la galga.

$$\text{Inicialmente, } E = I R_g \quad (1)$$

Después de un cambio de la resistencia de la galga,

$$E = (I - \Delta I)(R_g + \Delta R_g) \quad (2)$$

$$E = I R_g - \Delta I R_g - \Delta I \Delta R_g + I \Delta R_g$$

Pero, ya que  $E = I R_g$

Entonces,

$$0 = - \Delta I R_g - \Delta I \Delta R_g + I \Delta R_g$$

ó

$$0 = -\Delta I (R_g + \Delta R_g) + I \Delta R_g \quad (3)$$

Al dividir la ecuación (3), por  $R_g$ , ésta puede expresarse en términos del cambio unitario de la resistencia de tal manera que:

$$0 = -\Delta I (1 + (\Delta R_g/R_g)) + I (\Delta R_g/R_g)$$

Despejando  $\Delta I$ , se obtiene:

$$\Delta I = \{1/(1 + (\Delta R_g/R_g))\} [I (\Delta R_g/R_g)] \quad (4)$$

ó, ya que  $\Delta R_g/R_g = \text{Deformación unitaria} \times \text{Factor de galga} = \epsilon(GF)$

$$\Delta I = \{1/(1 + (\Delta R_g/R_g))\} [I \epsilon (GF)] \quad (4a)$$

Se puede escribir la expresión del cambio de la corriente por unidad de deformación unitaria, de la forma siguiente:

$$\Delta I/\epsilon = \{1/(1 + (\Delta R_g/R_g))\} [I (GF)] \quad (5)$$

ó en términos del voltaje aplicado, ya que,  $I = E/R_g = V/R_g$

$$\Delta I/\epsilon = \{1/(1 + (\Delta R_g/R_g))\} [(V/R_g) (GF)] \quad (5a)$$

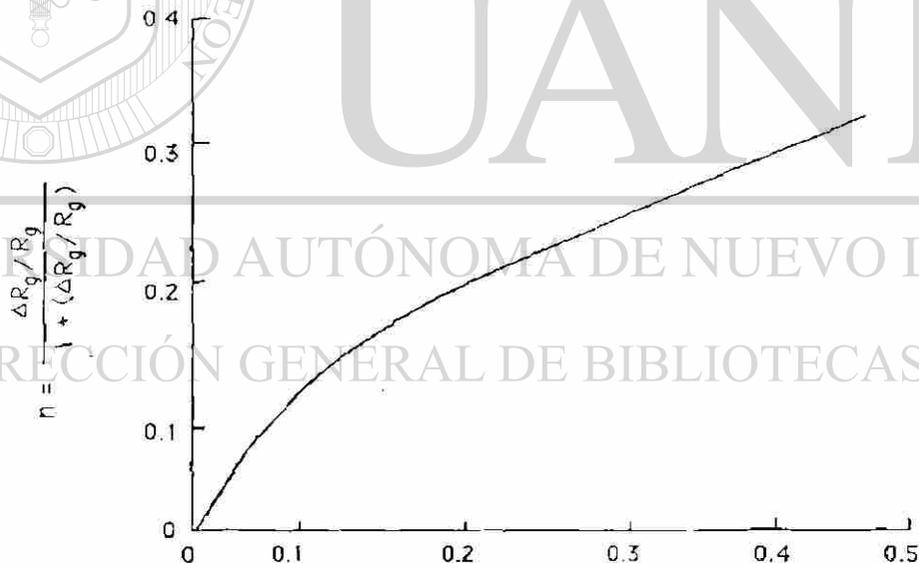
### III.3.3. CONCLUSIONES.

Las ecuaciones (4) y (4a) indican que no resulta ser lineal al cambio de la corriente,  $I$ , con respecto al cambio de la resistencia de la galga, o de la deformación unitaria. Tomando en cuenta lo anterior, algunas veces resulta más conveniente expresar la ecuación (5) de la siguiente forma modificada.

$$\Delta I/\varepsilon = I (GF)(1-n) \quad (5b)$$

donde,

$n$  = factor de no-linealidad =  $(\Delta R_g/R_g)/(1+(\Delta R_g/R_g))$   
 para este caso del cambio unitario de la resistencia de la galga,  
 $\Delta R_g/R_g$ .



Factor de la no-linealidad vs cambio unitario de la resistencia de la galga.

Figura III.3

La Figura III.3., muestra la curva que representa los valores del factor de no-linealidad con respecto del cambio unitario de la resistencia de la galga.

Se tienen dos conclusiones muy interesantes que se obtienen a partir de la relación expresada en la ecuación (5b):

1) La señal de salida del circuito por unidad de deformación unitaria,  $\Delta I/\epsilon$ , resulta ser una función que no es lineal con la corriente inicial,  $I$ , y con el factor de la galga.

2) La señal de salida máxima en términos del cambio de la corriente por unidad de deformación unitaria, ocurrirá para deformaciones unitarias muy pequeñas (teóricamente de valor cero). Cuantitativamente estará representada por el producto de la corriente inicial,  $I$ , y el Factor de la Galga, (GF).

Ya que la corriente máxima (aproximadamente 30 mil ampers) que pueda aplicarse a una galga, depende de su capacidad para disipar calor, ésto marcará definitivamente el límite superior de la señal de salida por unidad de deformación unitaria,  $\Delta I/\epsilon$ , que se podrá permitir para cualquier instalación particular. Por ejemplo, si:

Corriente máxima,  $I_m = 30$  mil ampers, y

Factor de la Galga, (GF) = 3.5, entonces,

el valor máximo de  $\Delta I/\epsilon$ , cambio de corriente por unidad de deformación unitaria, será de:

$$\begin{aligned} (\Delta I/\epsilon)_{\text{máx.}} &= \{30/1000\} \times 3.5 = 0.105 \text{ amp/unidad de deformación.} \\ &= 0.105 \text{ microampers/micropulgadas por pulgada.} \end{aligned}$$

- 3) Es de notarse que se trata de un circuito sensible a la corriente, para obtención de deformaciones unitarias, y que como tal, posee ciertas características que son comunes a otros tipos de circuitos sensibles a la corriente utilizada con galgas extensométricas.

Como la señal de salida por unidad de deformación unitaria,  $\Delta I/\varepsilon$ , varía directamente con la corriente que pasa por la galga, deberá de emplearse el valor máximo de la misma, de acuerdo a las limitaciones que se tengan por efectos de calentamiento. En la ecuación (5a) se indica que ésto puede lograrse utilizando galgas de baja resistencia ó aplicando voltaje de alto valor. Sin embargo, por consideraciones de seguridad y conveniencia, debe tenerse un límite en el valor del voltaje aplicando,  $V$ , para este tipo de circuito es deseable seleccionar galgas extensométricas de baja resistencia, pero de Factor de Galga alto, a fin de obtener la señal máxima para una deformación unitaria dada.

---

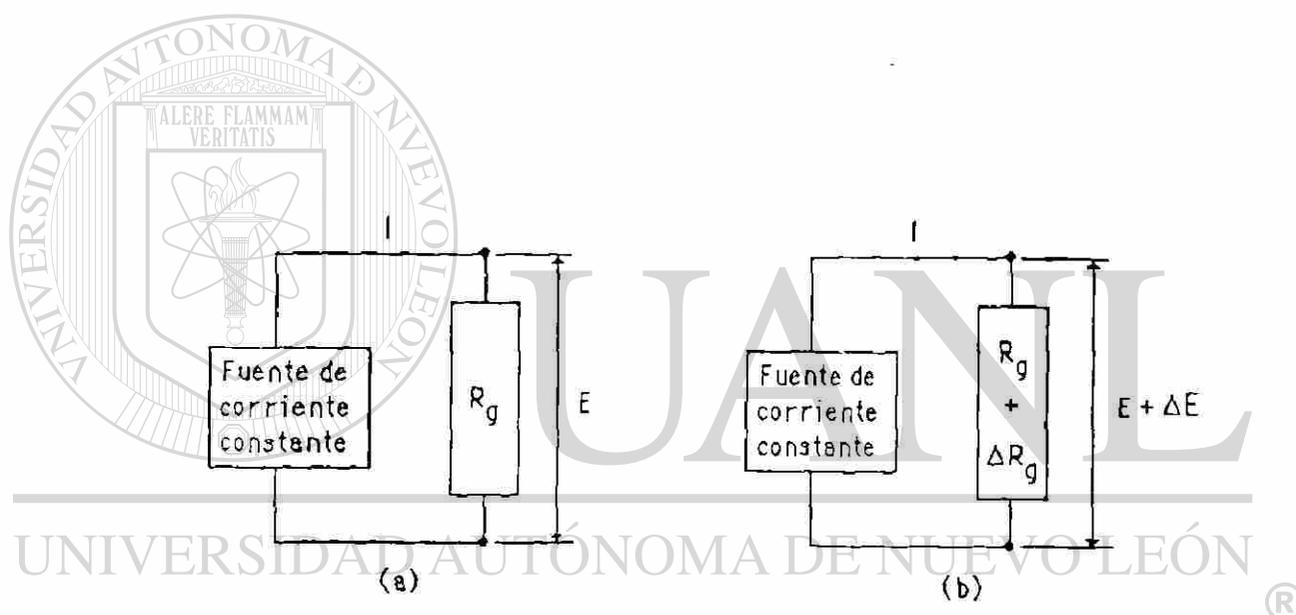
UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN

DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

### III.4. CIRCUITO DE CORRIENTE CONSTANTE.

#### III.4.1. DESCRIPCION.

El circuito de corriente constante aplicado a la galga, constituye otra solución además de la del circuito con voltaje constante a través de la galga. La Figura III.4., muestra esquemáticamente un circuito con fuente de corriente constante.



Circuito de corriente constante.

Figura III.4.

En este caso,  $I = 0$ , porque la corriente es constante y no se tendrá ninguna relación que implique cambios en la corriente. Sin embargo, se tendrán cambios en la caída del voltaje que se tiene a través de la galga al haber cambio de su resistencia. Por lo tanto, se podrá determinar el cambio de la resistencia, midiendo el cambio de la caída de voltaje a través de la galga.

### III.4.2. ANALISIS.

En seguida se analizará, para el circuito de corriente constante, la relación que hay entre el cambio unitario de la resistencia de la galga, y el cambio correspondiente en la caída de voltaje a través de la galga. El análisis se referirá a la Figura III.4 (a) y (b), igual que para el circuito anterior.

$$\text{Inicialmente} \quad E = I R_g$$

Al cambiar la resistencia de la galga, de  $R_g$  hasta  $(R_g + \Delta R_g)$ , se tendrá la siguiente ecuación de la caída de voltaje a través de la galga,

$$E + \Delta E = I(R_g + \Delta R_g) = I R_g + I \Delta R_g \quad (7)$$

Pero, ya que  $E = I R_g$ , por lo tanto:

$$\Delta E = I \Delta R_g = I R_g (\Delta R_g / R_g) \quad (8)$$

$$\text{ó} \\ E = I R_g \varepsilon(GF) \quad (8a)$$

Por lo tanto, la expresión del cambio de la caída de potencial a través de la galga, por unidad de deformación unitaria será:

$$\Delta E / \varepsilon = I R_g (GF) \quad (9)$$

### III.4.3 CONCLUSIONES.

De acuerdo a las ecuaciones anteriores, se tienen las siguientes conclusiones para el circuito de corriente constante:

- 1) El cambio de potencial a través de la galga,  $\Delta E$ , es una función lineal de la deformación unitaria (ó del cambio unitario de la resistencia de la galga,  $\Delta R_g/R_g$ ).
- 2) La señal de salida por unidad de deformación unitaria es función lineal de cada una de las cantidades: corrientes de la galga,  $I$ , resistencia de la galga,  $R_g$ , y Factor de la galga, (GF); así como también del producto de estas mismas cantidades.
- 3)  $(\Delta E/\varepsilon)_{\text{máx.}}$  ocurrirá cuando el producto  $I R_g (GF)$ , tenga su valor máximo.
- 4) Los resultados anteriores indican que para este tipo de ~~circuito sensible al voltaje, se tendrá señal de salida máxima utilizando galgas de resistencia alta con Factores de Galga también de valor alto.~~  
(Esto en contraste con el círculo sensible a la corriente en el cual la señal de salida máxima se logrará con galgas de resistencia baja y de Factores de Galga de valor alto).
- 5) La señal máxima de salida que pueda obtenerse depende completamente de las características de la galga, ya que la resistencia de la galga,  $R_g$ , y el Factor de la galga, (GF), ambas son propiedades de la galga; y la corriente máxima,  $I_m$ , se determina por la capacidad de la galga para disipar calor.

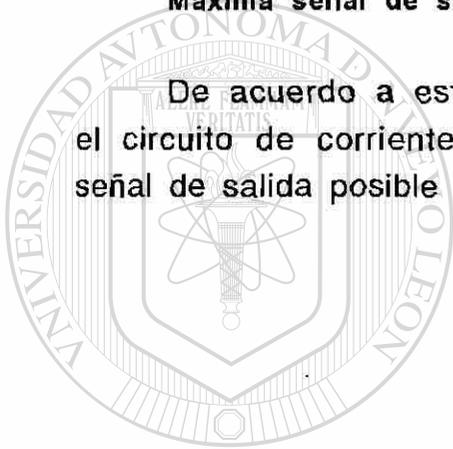
El último punto, es muy importante, porque especifica que la señal máxima posible, en la salida, por unidad de deformación unitaria, depende únicamente de las propiedades de la galga y no de las características del circuito del cual forma parte la galga. Se logrará el valor máximo posible cuando la eficiencia del circuito sea de 100%.

La eficiencia del circuito eléctrico se expresa por la relación:

**Máxima señal de salida del circuito/unidad de def. unitaria**

**Máxima señal de salida posible de la galga/unidad de def. unitaria.**

De acuerdo a esta definición, se tendrá 100% de eficiencia en el circuito de corriente constante, cuando éste entregue la máxima señal de salida posible de la galga.



# UANL

---

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN



DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

### III.5. VENTAJAS DEL CIRCUITO DE CORRIENTE CONSTANTE.

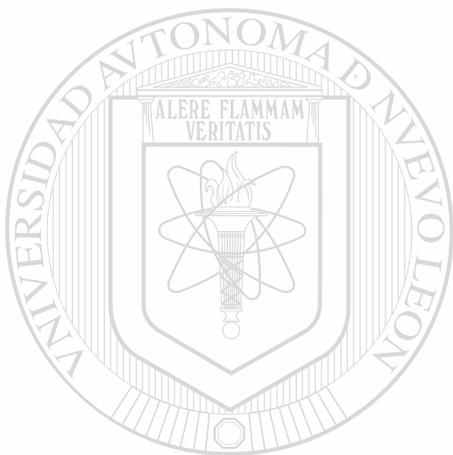
Los dos circuitos tratados anteriormente, representan diferentes modos de obtener lo mismo, deformación unitaria. Ambos son casos especiales del Circuito Potenciométrico, el cual es de naturaleza más general e incluye ciertas de las ventajas de cada una de estas dos formas elementales.

#### III.5.1. LINEALIDAD.

Resulta ser una gran ventaja si no una necesidad, la relación líneal que se tiene en el circuito de corriente constante entre la deformación unitaria y la señal de salida,  $\Delta E$ . Para los sensores metálicos, esta característica es deseable, pero no tan importante ya que los cambios de resistencia son pequeños. Sin embargo, esto es prácticamente una necesidad para galgas semiconductoras que están sujetas a una cantidad apreciable de deformación unitaria, dado que los grados de no-linealidad varían con los cambios de referencia ó con la lectura inicial.

### **III.5.2. INSTRUMENTOS PARA LA LECTURA DE LA SEÑAL DE SALIDA.**

Como en los circuitos de corriente constante la señal de la deformación unitaria se obtiene en términos de cambio de voltaje, es muy conveniente hacer uso de los instrumentos estandar que se han elaborado (para otros fines) y de sus numerosas técnicas bien conocidas, para medir con precisión los cambios pequeños del voltaje. Esto representará tanto conveniencia como economía.



# UANL

---

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN

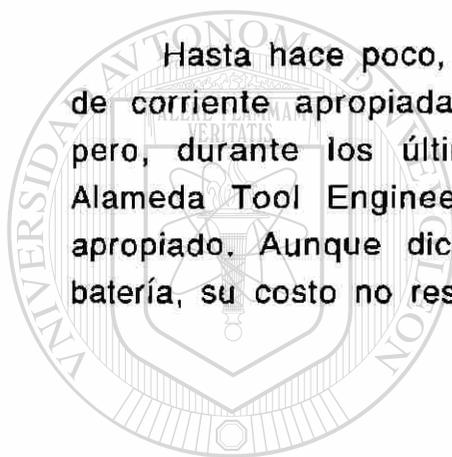


DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

### **III.5.3. FUENTES DE POTENCIA.**

En relación a la única ventaja del circuito de voltaje constante a través de la galga que consiste de poder usar como fuente de energía una simple batería, la cual es muy barata, esta ventaja la tiene también el Circuito Potenciométrico, en el cual siempre se puede aproximar y conseguir condiciones de corriente constante, lográndose con ello las correspondientes ventajas del circuito de corriente constante.

Hasta hace poco, comercialmente no se contaba con una fuente de corriente apropiada para utilizarse con galgas extensométricas pero, durante los últimos años, la Altec Electronics Division of Alameda Tool Engineering Corporation ha desarrollado un equipo apropiado. Aunque dicho instrumento cuesta mucho más que una batería, su costo no resulta ser muy elevado.



UANL

---

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN



DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

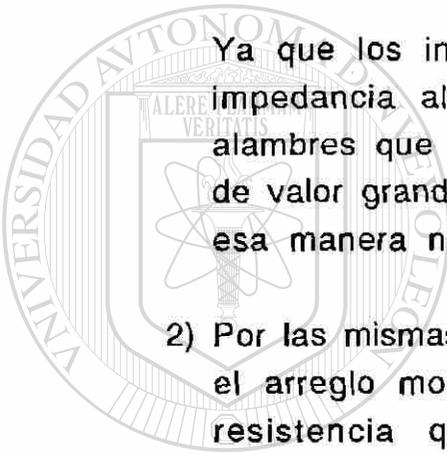
### **III.5.4. EFECTOS DE LA LONGITUD DEL ALAMBRE. INTERRUPTORES Y ANILLOS DESLIZANTES.**

Otras ventajas del circuito de corriente son las siguientes:

- 1) Los alambres de longitud y resistencia apreciable, no tendrán ningún efecto en la capacidad de la fuente de corriente constante ya que dicha resistencia no altera el flujo de corriente, solamente incrementa la diferencia de potencial entre las terminales de la fuente.

Ya que los instrumentos para la lectura de señales tienen impedancia alta, para evitar el paso de la corriente, los alambres que se empleen, deberán de tener una resistencia de valor grande para que no fluya la corriente por ellos y de esa manera no tener dificultades posteriores.

- 2) Por las mismas razones dadas en el punto anterior, si se usa el arreglo mostrado en la Figura III.5., las variaciones de resistencia que se tengan en interruptores ó anillos deslizantes, no tendrán ningún efecto en la señal de salida de la galga, si la fuente de corriente puede responder rápidamente a los cambios de resistencia, a fin de mantener constante la corriente.



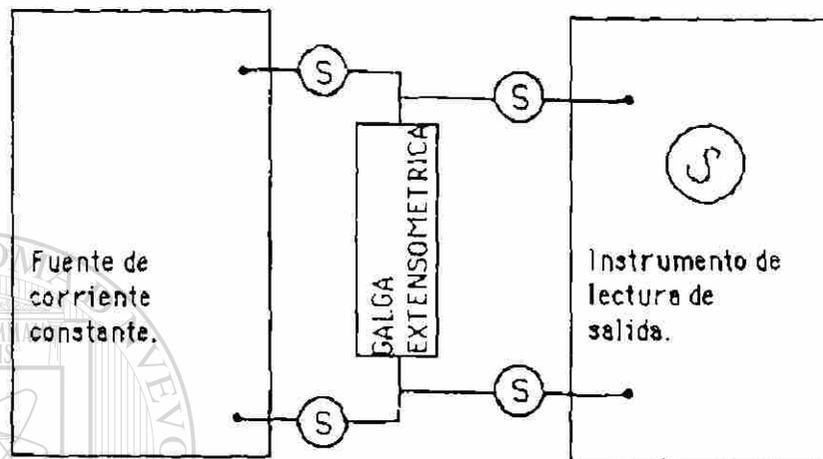


Diagrama esquemático de un circuito de corriente constante  
(El símbolo S representa un interruptor ó anillo deslizante)

Figura III.5.

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN

DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

### III.6. LEYES FUNDAMENTALES DE MEDICION.

En el análisis del circuito anterior, se ha supuesto que no pasa corriente el instrumento de lectura de la señal de salida. Esto trae a consideración los dos conceptos fundamentales que se aplican, no únicamente a galgas extensométricas y a sus instrumentos eléctricos asociados, sino en general, a mediciones de cualquier índole.

Estos conceptos, generalmente se conocen como las leyes fundamentales de la medición, las cuales brevemente pueden establecerse de la forma siguiente:

- 1) El instrumento ó aparato empleado para hacer una medición, no deberá tener efecto sobre la cantidad que se está midiendo.
- 2) La cantidad que se está midiendo no debe tener efecto sobre el instrumento ó aparato utilizado para hacer la medición.

Se pueden citar numerosos ejemplos de violaciones de estas leyes. Sin embargo, servirán como ilustración los ejemplos siguientes tomados de estudios con galgas extensométricas:

- 1) Galga extensométrica de gran tamaño, colocada en una base pesada y rígida, utilizada para medir la deformación unitaria de un espécimen cuyo módulo de elasticidad es bajo.

Esto viola la primera ley, por el efecto de rigidez de la galga , falsea los valores verdaderos de la deformación unitaria que se desea medir.

- 2) Una galga extensométrica cuyo valor de su Factor de Galga es alto, se le diseño para medir deformaciones unitarias muy pequeñas, al sobre-esforzarse, su Factor de Galga disminuye de valor e inadvertidamente se le utiliza para medir deformaciones unitarias a condiciones de cedencia.

Esto viola la segunda ley, por el cambio de una de las características de la galga, el Factor de Galga que se utiliza con el instrumento para obtener la deformación unitaria.

A fin de estar conformes con las leyes de medición, y, debido a la influencia que algunos equipos tienen respecto a la cantidad que vaya a medirse, aunque a veces ésta sea muy pequeña, será necesario determinar hasta que grado de influencia podrá considerarse despreciable para las condiciones manejadas en particular.

Bajo ciertas condiciones podrá ser muy importante. Por ejemplo, para análisis de esfuerzos, se podrá considerar aceptable el despreciar ciertos errores que podrán ser excesivamente importantes cuando se trata de celdas de carga ó de otros equipos importantes.

---

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN

DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS



# CAPITULO IV.

## ANALISIS DE ROSETAS

### IV.1. RAZON DEL ANALISIS DE ROSETAS.

Para especificar completamente el estado de esfuerzos sobre cualquier punto en la superficie libre de un sólido (no cargado), es necesario conocer tres cantidades independientes. Dichas cantidades son las magnitudes de dos esfuerzos principales,  $\sigma_1$ ,  $\sigma_2$  y sus direcciones,  $\phi$  ó  $(\phi + 90^\circ)$  con respecto a alguna referencia.

Para materiales isotrópicos elásticos, estos valores pueden calcularse a partir de las deformaciones unitarias medidas sobre la superficie en el punto en cuestión\*, en general, es necesario efectuar tres mediciones independientes de la deformación unitaria, a fin de determinar las tres cantidades independientes. Sin embargo, existen algunas situaciones especiales en las cuales con una ó dos mediciones de la deformación unitaria, será suficiente para especificar completamente el estado de esfuerzos.

\* Es muy conveniente especificar que, aunque se haga referencia a la condición de esfuerzos en un punto, la medición de la deformación principal será el valor promedio que se obtenga en una distancia pequeña. Por lo tanto, desde un punto de vista práctico, los resultados que se obtengan al emplear una roseta, corresponderán a la condición promedio sobre un área pequeña. Esto no será muy objeccionable si la longitud sobre la cual se mide la deformación unitaria es lo suficientemente pequeña como para que no se tengan cambios de un extremo a otro. Por lo tanto, la longitud de la galga dependerá del gradiente de la deformación unitaria, pudiendo tener desde valores muy pequeños (1/32" ó 1/16") hasta 6" u 8" ó aún más.

## IV.2. CAMPO DE ESFUERZOS.

### IV.2.1. CASO ESPECIAL DE ESFUERZOS UNIAXIALES.

En el caso de tensión ó compresión simple, se conoce que la dirección de los ejes de los esfuerzos principales son paralelo y perpendicular a la dirección de la fuerza ó carga aplicada y que la magnitud del esfuerzo principal cuya dirección es a ángulo recto respecto de la carga, tiene por valor cero.

Esto indica que de las condiciones físicas prevaecientes, se conocen dos de las tres cantidades. Tomando ésto en cosideración, solamente será necesario hacer una simple observación de la deformación unitaria a lo largo de la dirección de la carga, para determinar la única cantidad restante desconocida. Para un cuerpo elástico, los esfuerzos pueden calcularse de la forma siguiente:

$$\sigma = E \times \epsilon \quad (1)$$

$\sigma$  = intensidad del esfuerzo\*\*

donde,

$E$  = módulo de elasticidad del material

$\epsilon$  = deformación unitaria medida (tensión +, y compresión -).

\*\* Si el esfuerzo es de tensión,  $\sigma$  representa a  $\sigma_1$ , que es el esfuerzo principal algebraicamente mayor, y  $\sigma_2 = 0$  mientras que si el esfuerzo es de compresión,  $\sigma_1 = 0$  y corresponde a  $\sigma_2$ , que es el esfuerzo principal algebraicamente menor.

**IV.2.2. CASO ESPECIAL DE ESFUERZOS BIAXIALES**  
**(SE CONOCEN LAS DIRECCIONES DE LOS**  
**ESFUERZOS PRINCIPALES)-**

En algunos casos especiales, para los cuales se puede determinar la dirección de los ejes principales (ángulo  $\phi$ ), de acuerdo a las condiciones de simetría, ó a través de aplicaciones previas de recubrimientos frágiles, se tienen que determinar solamente dos incógnitas,  $\sigma_1$ ,  $\sigma_2$ , que son las magnitudes de los esfuerzos principales. Esto se obtiene calculando los valores correspondientes de las deformaciones unitarias principales,  $\epsilon_1$ ,  $\epsilon_2$  en las direcciones de los ejes de los esfuerzos principales y después de obtener los esfuerzos con las ecuaciones (2) y (3), las que fueron deducidas considerando que el material es elástico e isotrópico.

$$\sigma_1 = [E/(1-\mu^2)] \times (\epsilon_1 + \mu\epsilon_2) \quad (2)$$

$$\sigma_2 = [E/(1-\mu^2)] \times (\mu\epsilon_1 + \epsilon_2) \quad (3)$$

donde

$\sigma_1$  = esfuerzo principal de valor algebraico mayor.

$\sigma_2$  = esfuerzo principal de valor algebraico menor.

$\epsilon_1$  = deformación unitaria de valor algebraico mayor.

$\epsilon_2$  = deformación unitaria de valor algebraico menor.

E = módulo de elasticidad del material.

$\mu$  = Relación de Poisson.

Para utilizarlas posteriormente, resulta más conveniente expresar los valores de los esfuerzos principales en la forma:

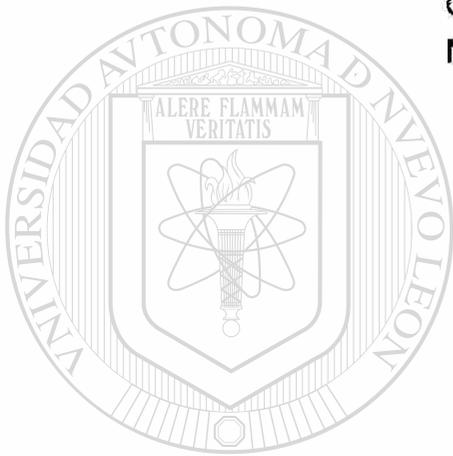
$$\sigma_1 = E \{ [A/(1-\mu)] + [B/(1+\mu)] \} \quad (2a)$$

$$\sigma_2 = E \{ [A/(1-\mu)] - [B/(1+\mu)] \} \quad (3a)$$

donde

$A = (\varepsilon_1 + \varepsilon_2)/2$  = componente hidrostática de la deformación unitaria, que corresponde al centro del círculo de Mohr.

$B = (\varepsilon_1 - \varepsilon_2)/2$  = componente de la deformación unitaria de corte, que corresponde al radio del círculo de Mohr.



# UANL

---

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN

DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS



### IV.2.3. CASO GENERAL.

En muchos casos, no se conoce ni las magnitudes de los esfuerzos principales ni las direcciones de sus ejes. Esto indica que para un punto dado será necesario determinar tres cantidades independientes para la descripción completa del estado de esfuerzos. En consecuencia, será necesario hacer tres mediciones de deformaciones lineales unitarias en direcciones diferentes y, de estas tres observaciones, calcular las magnitudes de los esfuerzos principales y las direcciones de sus ejes.

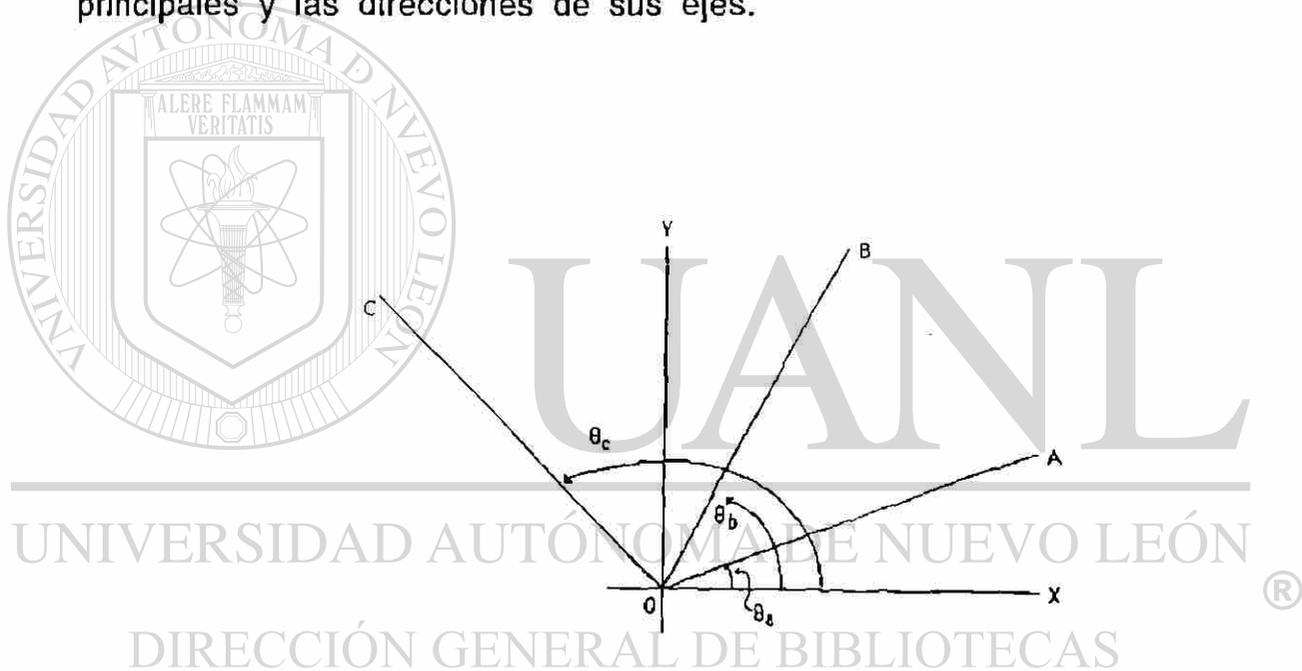


Figura IV.1.

Por ejemplo, en la Figura IV.1., se ilustra un par de ejes de referencia, OX y OY (perpendiculares entre sí) y tres ejes más, OA, OB, y OC que forman los ángulos  $\theta_a$ ,  $\theta_b$ , y  $\theta_c$  respectivamente con los ejes de referencia OX. Los ejes OA, OB, y OC forman lo que se describe como una roseta y se obtienen las deformaciones lineales unitarias correspondientes  $\epsilon_a$ ,  $\epsilon_b$ , y  $\epsilon_c$ , en sus respectivas direcciones, se podrá entonces calcular las deformaciones unitarias

lineales y de corte,  $\epsilon_x$ ,  $\epsilon_y$ , y  $\tau_{xy}$ , correspondientes a los ejes de referencia OX y OY.

Los valores de  $\epsilon_x$ ,  $\epsilon_y$ , y  $\tau_{xy}$ , se calculan en función de las deformaciones unitarias  $\epsilon_a$ ,  $\epsilon_b$ , y  $\epsilon_c$ , obtenidas experimentalmente, y a partir de la solución simultánea de las ecuaciones (4), (5), y (6)

$$\epsilon_a = \epsilon_x \cos^2 \theta_a + \epsilon_y \sin^2 \theta_a + \tau_{xy} \sin \theta_a \cos \theta_a \quad (4)$$

$$\epsilon_b = \epsilon_x \cos^2 \theta_b + \epsilon_y \sin^2 \theta_b + \tau_{xy} \sin \theta_b \cos \theta_b \quad (5)$$

$$\epsilon_c = \epsilon_x \cos^2 \theta_c + \epsilon_y \sin^2 \theta_c + \tau_{xy} \sin \theta_c \cos \theta_c \quad (6)$$

donde

$\epsilon_x$  = deformación lineal unitaria en la dirección del eje OX.

$\epsilon_y$  = deformación lineal unitaria en la dirección del eje OY.

$\tau_{xy}$  = deformación unitaria del corte, referida a los ejes OX y OY.

Después de haber determinado los valores  $\epsilon_x$ ,  $\epsilon_y$ , y  $\tau_{xy}$  haciendo simultáneas las ecuaciones (4), (5), y (6), se podrá determinar las deformaciones unitarias principales a partir de las expresiones:

$$\epsilon_1 = (\epsilon_x + \epsilon_y)/2 + 1/2 [(\epsilon_x - \epsilon_y)^2 + (\tau_{xy})^2]^{1/2} \quad (7)$$

$$\epsilon_1 = A + B \quad (7a)$$

y

$$\epsilon_2 = (\epsilon_x + \epsilon_y)/2 - 1/2 [(\epsilon_x - \epsilon_y)^2 + (\tau_{xy})^2]^{1/2} \quad (8)$$

$$\epsilon_2 = A - B \quad (8a)$$

Se determinan entonces las magnitudes de los esfuerzos principales a partir de las ecuaciones (2) y (3) ó (2a) y (3a) y sus direcciones, de la relación de las cantidades bajo el radical de las ecuaciones anteriores (7) u (8).

$$\tan 2\phi = [\tau_{xy}/(\epsilon_x - \epsilon_y)] \quad (9)$$

donde  $\phi$  = ángulo que hace uno de los ejes principales con respecto al eje de referencia (La diferencia entre los dos ejes principales, será considerada más adelante).



# UANL

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN

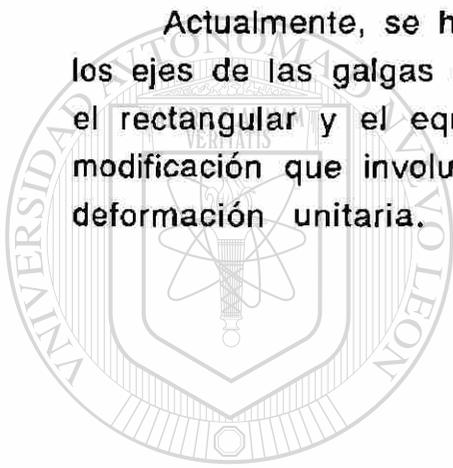


DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

### IV.3. GEOMETRIA DE LA ROSETA.

Teóricamente, no tiene importancia las direcciones de las mediciones de la deformación unitaria, pero debido a consideraciones prácticas, se prefieren ciertas orientaciones para resolver más fácilmente las ecuaciones, lo cual permite más simplicidad en los cálculos para la obtención de los esfuerzos en términos de las deformaciones unitarias.

Actualmente, se han aceptado cuatro arreglos de la posición de los ejes de las galgas de las rosetas. Básicamente son dos arreglos, el rectangular y el equiangular, pero cada uno de ellos tiene una modificación que involucra una cuarta observación redundante de la deformación unitaria.



# UANL

---

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN



DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

### IV.3.1. ARREGLOS BASICOS QUE IMPLICAN TRES OBSERVACIONES DE LA DEFORMACION UNITARIA.-

- 1) **LA ROSETA RECTANGULAR**, en la cual los tres ejes de las galgas están a  $45^\circ$  y a  $90^\circ$  tal como se muestra en la Figura IV.2.

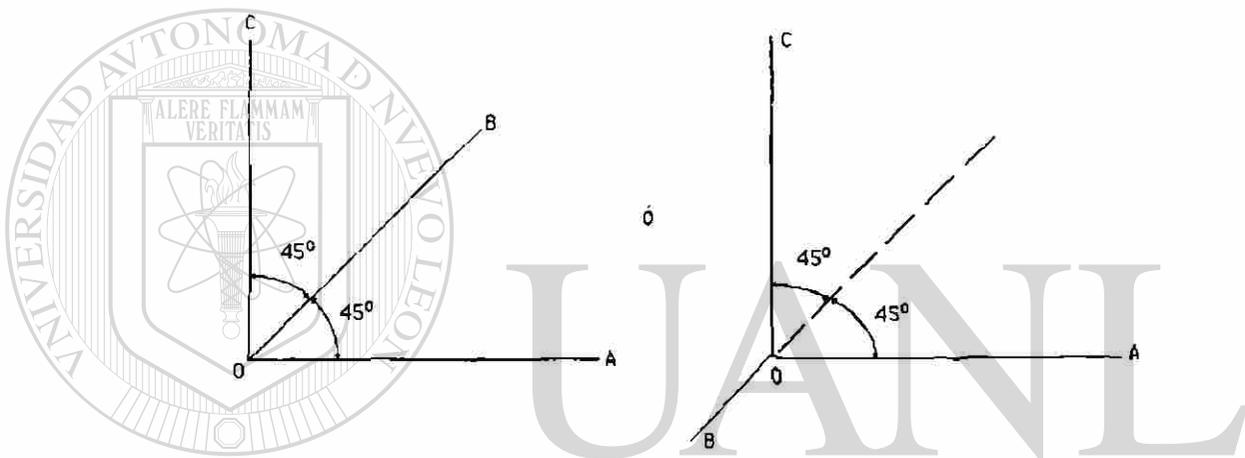


Figura IV.2.

- 2) **LA ROSETA EQUIANGULAR ó DELTA**, en la cual los tres ejes de las galgas son paralelos a los lados de un triángulo equilátero. Este tipo de roseta, Figura IV.3., tiene las orientaciones más adecuadas para hacer mediciones de las deformaciones unitarias, pero las ecuaciones para calcular los esfuerzos, no resultan ser tan simples como las que se tienen con la roseta rectangular, la cual por ésta razón es preferida por muchos investigadores.

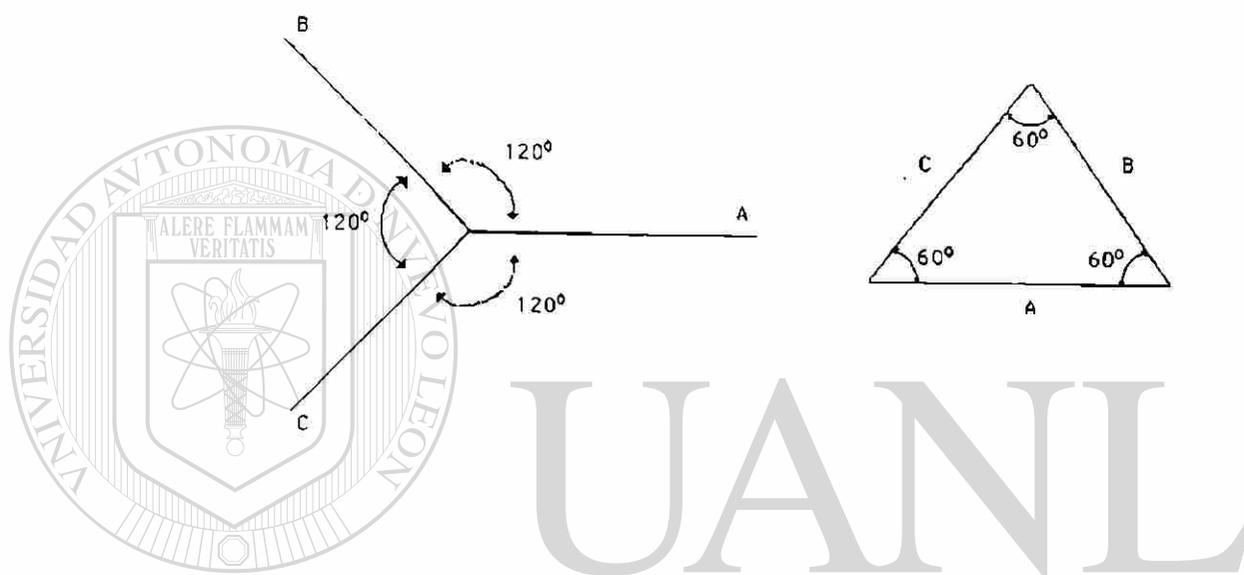


Figura IV.3.

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN

DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

®

#### IV.3.2. ARREGLOS MODIFICADOS PARA CUATRO OBSERVACIONES DE LAS DEFORMACIONES UNITARIAS.

- 1) **LA ROSETA RECTANGULAR Ó TIPO ABANICO**, en la cual los cuatro ejes de las galgas están a  $45^\circ$ , tal como se indica en la Figura IV.4. Aún cuando la cuarta observación no es necesaria. Sin embargo, con ella se pueden verificar las demás observaciones ya que la suma de las deformaciones unitarias para un punto especificado en dos direcciones cualquiera, pero perpendiculares entre sí, deberá de ser constante, es decir:  $(\epsilon_a + \epsilon_c) = (\epsilon_b + \epsilon_d)$

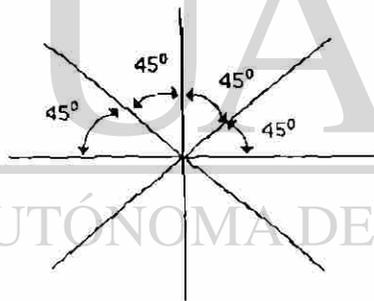


Figura IV.4.

- 2) **LA ROSETA TE- DELTA (T -  $\Delta$ )**, esencialmente es la misma que la del arreglo equiangular, con el agregado de una cuarta observación, la cual se hace a ángulo recto con respecto a cualquiera de las otras tres direcciones. Esta forma de roseta, Figura IV.5., tiene todas las características deseables de la del tipo equiangular más la ventaja de una orientación un poco más precisa de la

componente hidrostática de la deformación unitaria en el punto de referencia, si ésta coincide con la intersección de los dos ejes perpendiculares de las dos galgas.

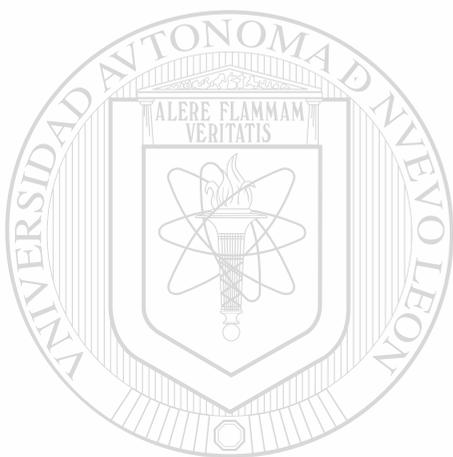
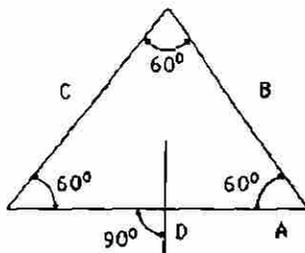


Figura IV.5

UANL

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN

®

DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

## IV.4. SOLUCIONES ANALITICAS.

### IV.4.1.ROSETA RECTANGULAR CON TRES OBSERVACIONES DE DEFORMACION UNITARIA.

Si se observa como referencia el eje OA de la roseta, Figura IV.1., y además coincidente con el eje OX, entonces se tendrá para la roseta rectangular, Figura IV.2.:

$\theta_a = 0^\circ$	$\theta_b = 45^\circ$	$\theta_c = 90^\circ$
$\text{Cos } \theta_a = 1$	$\text{Cos } \theta_b = 1/\sqrt{2}$	$\text{Cos } \theta_c = 0$
$\text{Sen } \theta_a = 0$	$\text{Sen } \theta_b = 1/\sqrt{2}$	$\text{Sen } \theta_c = 1$

Al sustituir estos valores particulares de funciones trigonométricas en las ecuaciones (4), (5), y (6), se obtienen las relaciones siguientes:

$$\epsilon_a = \epsilon_x (1)^2 + \epsilon_y (0)^2 + \tau_{xy} (0)(1) \quad (10)$$

$$\epsilon_b = \epsilon_x (1/\sqrt{2})^2 + \epsilon_y (1/\sqrt{2})^2 + \tau_{xy} (1/\sqrt{2})(1/\sqrt{2}) \quad (11) \text{®}$$

$$\epsilon_c = \epsilon_x (0)^2 + \epsilon_y (1)^2 + \tau_{xy} (1)(0) \quad (12)$$

se puede ver que

$$\epsilon_x = \epsilon_a \quad (13)$$

$$\epsilon_y = \epsilon_c \quad (14)$$

y

$$\varepsilon_b = \varepsilon_x/2 + \varepsilon_y/2 + \tau_{xy}/2$$

$$\varepsilon_b = \varepsilon_a/2 + \varepsilon_c/2 + \tau_{xy}/2$$

ó

$$\tau_{xy} = 2\varepsilon_b - (\varepsilon_a + \varepsilon_c) \quad (15)$$

Al sustituir (13), (14), y (15) en las ecuaciones (7) y (8), se obtienen directamente los valores de las deformaciones unitarias principales en términos de los valores obtenidos con las rosetas, resultando las expresiones:

$$\varepsilon_1 = (\varepsilon_a + \varepsilon_c)/2 + 1/2 [(\varepsilon_a - \varepsilon_c)^2 + (2\varepsilon_b - (\varepsilon_a + \varepsilon_c))^2]^{1/2} \quad (16)$$

$$\varepsilon_1 = A + B \quad (16a)$$

y

$$\varepsilon_2 = (\varepsilon_a + \varepsilon_c)/2 - 1/2 [(\varepsilon_a - \varepsilon_c)^2 + (2\varepsilon_b - (\varepsilon_a + \varepsilon_c))^2]^{1/2} \quad (17)$$

$$\varepsilon_2 = A - B \quad (17a)$$

Se pueden sustituir los valores de  $\varepsilon_1$  y  $\varepsilon_2$  en las ecuaciones (2) y (3) para determinar los esfuerzos principales  $\sigma_1$  y  $\sigma_2$ . Sin embargo, en muchos casos, no es necesario conocer los valores numéricos de las deformaciones unitarias principales; por lo que se puede ahorrar un poco de esfuerzo y de tiempo utilizando las ecuaciones (2a), (3a), (16a), y (17a) ya que para éste tipo de roseta

$$A = (\varepsilon_a + \varepsilon_c)/2 \quad (18)$$

y

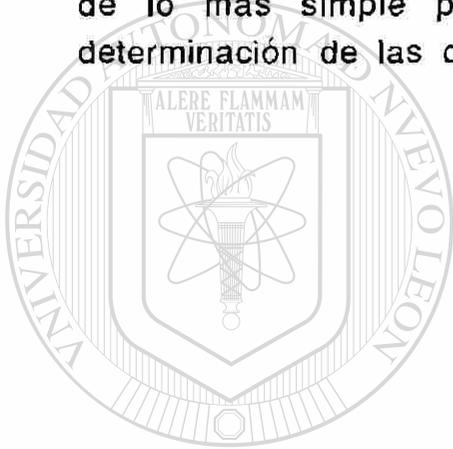
$$B = 1/2 [(\varepsilon_a - \varepsilon_c)^2 + (2\varepsilon_b - (\varepsilon_a + \varepsilon_c))^2]^{1/2} \quad (19)$$

Obteniéndose directamente los valores de los esfuerzos principales en función de los resultados obtenidos con la roseta, resultan las siguientes expresiones:

$$\varepsilon_1 = E \left\{ \left[ \frac{(\varepsilon_a + \varepsilon_c)}{2(1-\mu)} \right] + \left[ \frac{1}{2(1-\mu)} \right] \left[ (\varepsilon_a - \varepsilon_c)^2 + (2\varepsilon_b - (\varepsilon_a + \varepsilon_c))^2 \right]^{1/2} \right\} \quad (20)$$

$$\varepsilon_2 = E \left\{ \left[ \frac{(\varepsilon_a + \varepsilon_c)}{2(1-\mu)} \right] - \left[ \frac{1}{2(1-\mu)} \right] \left[ (\varepsilon_a - \varepsilon_c)^2 + (2\varepsilon_b - (\varepsilon_a + \varepsilon_c))^2 \right]^{1/2} \right\} \quad (21)$$

Matemáticamente, la forma de las ecuaciones (20) y (21) no es de lo más simple pero esta forma en sí mismo, ayuda a la determinación de las direcciones de los ejes principales.



# UANL

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN

DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS



**DETERMINACION DE LAS DIRECCIONES DE LOS EJES DE  
LOS  
ESFUERZOS PRINCIPALES:**

Sustituyendo las ecuaciones (13), (14), y (15) en la ecuación (9), se obtiene la expresión:

$$\tan 2\phi = [(2\varepsilon_b - (\varepsilon_a + \varepsilon_c)) / (\varepsilon_a - \varepsilon_c)] \quad (22)$$

con la cual se obtienen dos valores de  $\phi$ , correspondiendo un valor a cada uno de los ejes de los dos esfuerzos principales, pero, ¿cuál de los dos ejes corresponderá a  $\sigma_1$ ?, que es el esfuerzo principal algebráicamente mayor.

Los diferentes autores de la literatura técnica que se tiene a este respecto, no han adoptado una convención uniforme y en consecuencia se tiene una aparente confusión, por lo cual se requiere tener mucho cuidado en la interpretación física del significado de los valores calculados de  $\phi$ .

Actualmente, se pueden hacer verificaciones a partir de un esquema del diagrama de Mohr, pudiendo establecerse las siguientes reglas:

**Definición:**

Sea  $\phi_1 =$  al ángulo medido, como positivo en sentido contrario al movimiento de las manecillas del reloj, desde el eje positivo OA de la roseta hasta el eje O1, el cual corresponde a la dirección de  $\sigma_1$ .

**Reglas:**

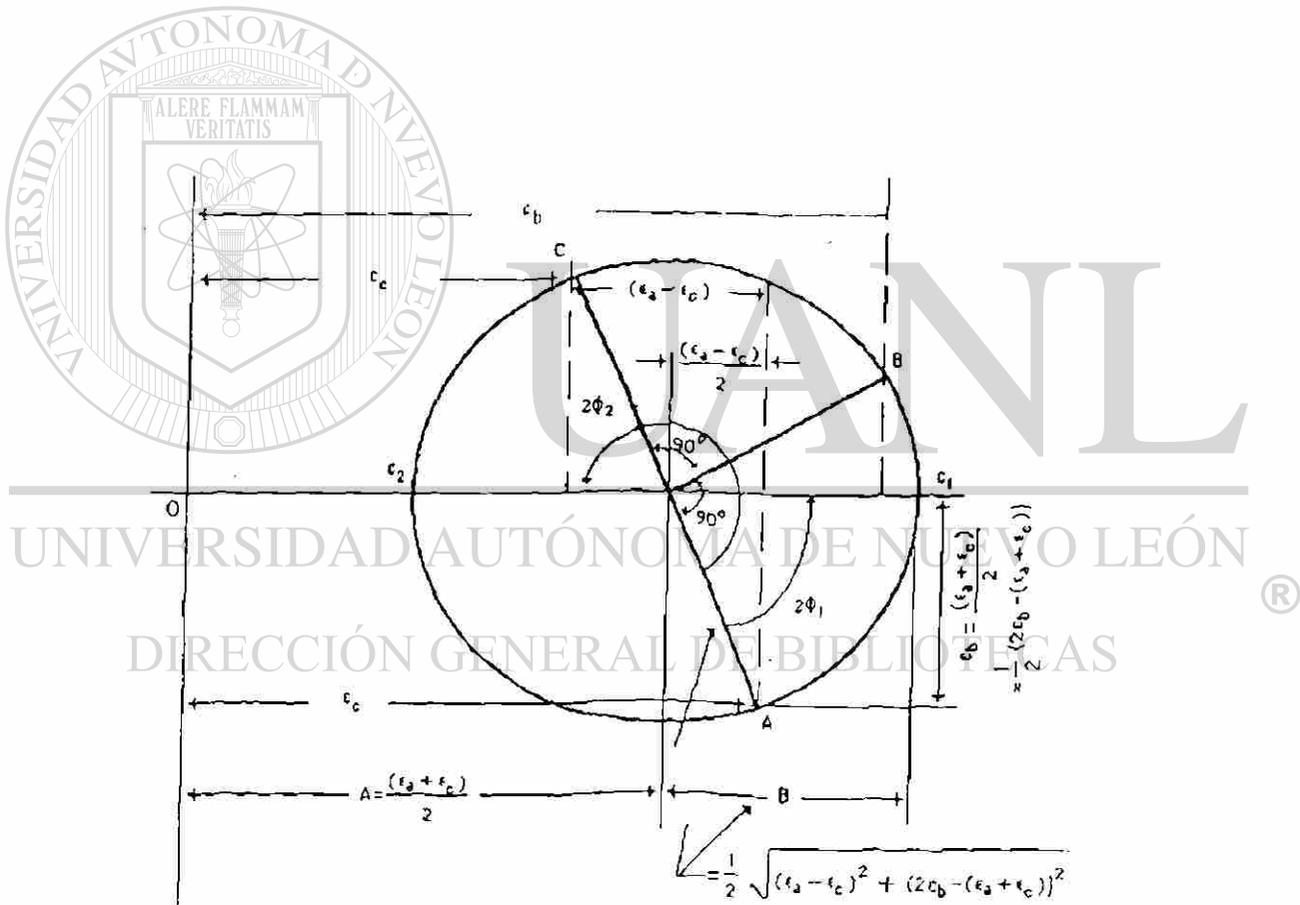
- 1.- Cuando  $\varepsilon_b > (\varepsilon_a + \varepsilon_c)/2$ ,  $\phi_1$  está comprendido entre  $0^\circ$  y  $90^\circ$ .
- 2.- Cuando  $\varepsilon_b < (\varepsilon_a + \varepsilon_c)/2$ ,  $\phi_1$  está comprendido entre  $0^\circ$  y  $-90^\circ$ .
- 3.- Cuando  $\varepsilon_b = (\varepsilon_a + \varepsilon_c)/2$ , y

(a)  $\varepsilon_a > \varepsilon_c$ ;

$\varepsilon_a = \varepsilon_1$  ; y  $\phi_1 = 0^\circ$

(b)  $\varepsilon_a < \varepsilon_c$ ;

$\varepsilon_a = \varepsilon_2$  ; y  $\phi_1 = \pm 90^\circ$ .



Círculo de Mohr para la roseta rectangular  
con tres determinaciones de deformaciones unitarias)

Figura IV.6.

Una inspección del diagrama de la Figura IV.6., muestra que las deformaciones unitarias  $\epsilon_a$ ,  $\epsilon_b$ , y  $\epsilon_c$ , están representadas por los puntos A, B, y C sobre la circunferencia del círculo de Mohr y que los extremos de las líneas radiales que están separadas en  $90^\circ = (2 \times 45^\circ)$ , toman la misma secuencia que los ejes de la roseta que están separados a  $45^\circ$ .

→ Si A está situado en un punto sobre la semicircunferencia inferior abajo del eje de las abscisas, entonces el ángulo  $2\phi_1$  resulta positivo y tiene valores entre  $0^\circ$  y  $180^\circ$ , de tal manera que el valor de  $\phi_1$ , estará entre  $0^\circ$  y  $90^\circ$ .

→ Si el punto A quedara sobre la semicircunferencia arriba del eje de las abscisas el ángulo  $2\phi_1$ , tendría entre  $0^\circ$  y  $180^\circ$  y  $\phi_1$  entre  $0^\circ$  y  $-90^\circ$ .

¿Cómo se puede saber si el punto A queda situado por arriba ó por abajo del eje de las abscisas en el diagrama de Mohr?

Analizando la Figura IV.6., se muestra que el punto A quedará abajo del eje de las abscisas cuando el punto B esté a la derecha del centro del círculo ésto es, cuando:  $\epsilon_b > (\epsilon_a + \epsilon_c)/2$ . El punto A estará por encima del eje de las abscisas cuando  $\epsilon_b < (\epsilon_a + \epsilon_c)/2$ , y quedará sobre el eje de las abscisas cuando  $\epsilon_b = (\epsilon_a + \epsilon_c)/2$ .

Por lo tanto, se pueden establecer las siguientes reglas:

- $\phi_1$ , quedará entre  $0^\circ$  y  $+90^\circ$  cuando  $\epsilon_b > (\epsilon_a + \epsilon_c)/2$
- $\phi_1$ , quedará entre  $0^\circ$  y  $-90^\circ$  cuando  $\epsilon_b < (\epsilon_a + \epsilon_c)/2$
- cuando  $\epsilon_b = (\epsilon_a + \epsilon_c)/2$  ;  $\phi_1 = 0^\circ$  si  $\epsilon_a > \epsilon_c$  ;  $\phi_1 = 90^\circ$  si  $\epsilon_a < \epsilon_c$ .

a)  $\phi_1$ , quedará entre  $0^\circ$  y  $+90^\circ$  cuando  $\epsilon_b > (\epsilon_a + \epsilon_c)/2$

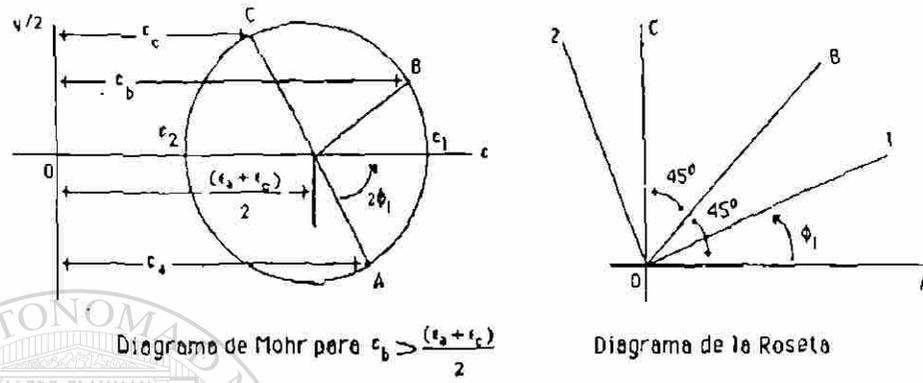


Figura IV.7.

b)  $\phi_1$ , quedará entre  $0^\circ$  y  $-90^\circ$  cuando  $\epsilon_b < (\epsilon_a + \epsilon_c)/2$

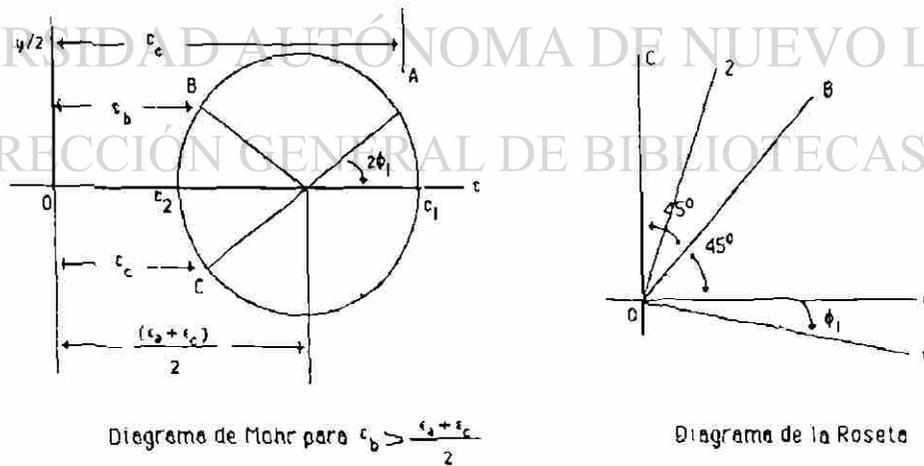


Figura IV.8.

c) cuando  $\epsilon_b = (\epsilon_a + \epsilon_c)/2$  ;  $\phi_1 = 0^\circ$  si  $\epsilon_a > \epsilon_c$  ;  $\phi_1 = 90^\circ$  si  $\epsilon_a < \epsilon_c$ .

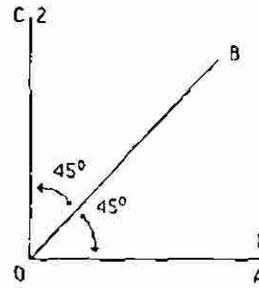
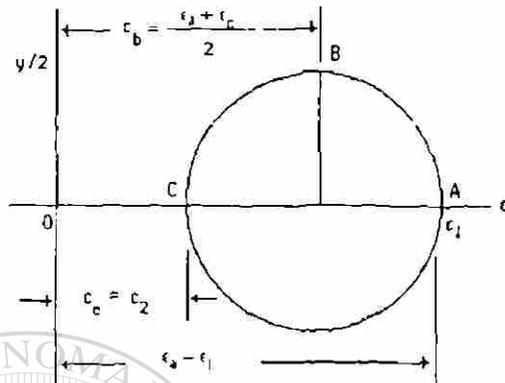


Diagrama de Mohr

Diagrama de la Roseta

para el caso de  $c_b = \frac{\epsilon_a + \epsilon_c}{2}$  y  $\epsilon_a > \epsilon_c$

Figura IV.9(a).

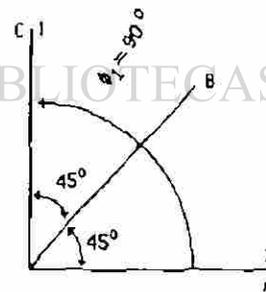
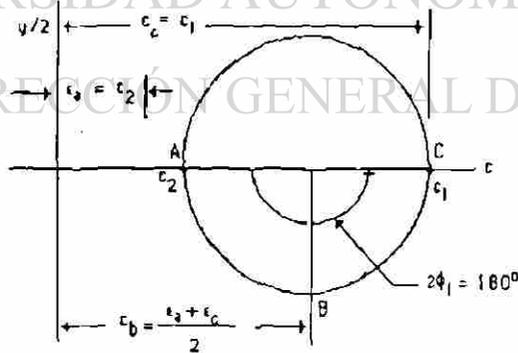


Diagrama de Mohr

Diagrama de la Roseta

Para el caso de  $c_b = \frac{\epsilon_a + \epsilon_c}{2}$  y  $\epsilon_a < \epsilon_c$

Figura IV.9(b).

#### IV.4.2. LA ROSETA EQUIANGULAR Ó DELTA ( $\Delta$ )

Siguiendo el mismo proceso anterior, en el cual el eje OA de la de roseta coincide con el eje OX de referencia, se tendrá para esta disposición:

$$\theta_a = 0^\circ$$

$$\theta_b = 120^\circ$$

$$\theta_c = 240^\circ$$

y

$$\text{Cos } \theta_a = 1$$

$$\text{Cos } \theta_b = -1/2$$

$$\text{Cos } \theta_c = -1/2$$

$$\text{Sen } \theta_a = 1$$

$$\text{Sen } \theta_b = \sqrt{3}/2$$

$$\text{Sen } \theta_c = -\sqrt{3}/2$$

Sustituyendo estos valores en las ecuaciones (4), (5), y (6) resulta

$$\epsilon_a = \epsilon_x (1)^2 + \epsilon_y (0)^2 + \tau_{xy} (0)(1) \quad (23)$$

$$\epsilon_b = \epsilon_x (-1/2)^2 + \epsilon_y (\sqrt{3}/2)^2 + \tau_{xy} (\sqrt{3}/2)(-1/2) \quad (24)$$

$$\epsilon_c = \epsilon_x (-1/2)^2 + \epsilon_y (-\sqrt{3}/2)^2 + \tau_{xy} (-\sqrt{3}/2)(-1/2) \quad (25)$$

las cuales se reducen a

$$\epsilon_x = \epsilon_a \quad (26)$$

$$\epsilon_b = \epsilon_x/4 + (3/4) \epsilon_y - (\sqrt{3}/4)\tau_{xy} \quad (27)$$

$$\epsilon_c = \epsilon_x/4 + (3/4) \epsilon_y + (\sqrt{3}/4)\tau_{xy} \quad (28)$$

Sumando las ecuaciones (27) y (28) resulta

$$\epsilon_b + \epsilon_c = \epsilon_a/2 + (3/2) \epsilon_y \quad (29)$$

Restando la ecuación (27) de la (28)

$$\varepsilon_c - \varepsilon_b = (\sqrt{3}/2)\tau_{xy} \quad (30)$$

ó

$$\tau_{xy} = (2/\sqrt{3}) (\varepsilon_c - \varepsilon_b) \quad (31)$$

Ahora se puede proceder a evaluar las deformaciones unitarias principales en términos de las determinaciones efectuadas con la roseta, obteniendo las expresiones siguientes para A y B:

$$A = (\varepsilon_x + \varepsilon_y)/2 = [\varepsilon_a + 1/3(2\varepsilon_b + 2\varepsilon_c - \varepsilon_a)]/2$$

$$A = (\varepsilon_a + \varepsilon_b + \varepsilon_c)/2 \quad (32)$$

$$B = 1/2 [(\varepsilon_x - \varepsilon_y)^2 + \tau_{xy}^2]^{1/2}$$

$$B = 1/2 \left[ \left\{ \varepsilon_a - 1/3(2\varepsilon_b + 2\varepsilon_c - \varepsilon_a) \right\}^2 + \left\{ (2/\sqrt{3})(\varepsilon_c - \varepsilon_b) \right\}^2 \right]^{1/2}$$

$$B = \left[ \left\{ \varepsilon_a - 1/3(\varepsilon_a + \varepsilon_b + \varepsilon_c) \right\}^2 + \left\{ (1/\sqrt{3})(\varepsilon_c - \varepsilon_b) \right\}^2 \right]^{1/2} \quad (33)$$

$$\varepsilon_1 = A + B \quad (7a)$$

$$\varepsilon_2 = A - B \quad (8a)$$

$$\varepsilon_1 = (\varepsilon_a + \varepsilon_b + \varepsilon_c)/3 + \left[ \left\{ \varepsilon_a - (\varepsilon_a + \varepsilon_b + \varepsilon_c)/3 \right\}^2 + \left\{ (\varepsilon_c - \varepsilon_b)/\sqrt{3} \right\}^2 \right]^{1/2} \quad (34)$$

$$\varepsilon_2 = (\varepsilon_a + \varepsilon_b + \varepsilon_c)/3 - \left[ \left\{ \varepsilon_a - (\varepsilon_a + \varepsilon_b + \varepsilon_c)/3 \right\}^2 + \left\{ (\varepsilon_c - \varepsilon_b)/\sqrt{3} \right\}^2 \right]^{1/2} \quad (35)$$

Al sustituir los valores de A y B de las ecuaciones (32) y (33) en las ecuaciones (2a) y (3a), se obtienen las ecuaciones de los esfuerzos principales en función de los valores obtenidos a partir de la roseta equiangular.

$$\begin{aligned} \sigma_1 = E (\epsilon_a + \epsilon_b + \epsilon_c) / 3(1 - \mu) + \\ + \left[ \left\{ \epsilon_a - (\epsilon_a + \epsilon_b + \epsilon_c) / 3 \right\}^2 + \left\{ (\epsilon_c - \epsilon_b) / \sqrt{3} \right\}^2 \right]^{1/2} \end{aligned} \quad (36)$$

$$\begin{aligned} \sigma_2 = E (\epsilon_a + \epsilon_b + \epsilon_c) / 3(1 - \mu) - \\ - \left[ \left\{ \epsilon_a - (\epsilon_a + \epsilon_b + \epsilon_c) / 3 \right\}^2 + \left\{ (\epsilon_c - \epsilon_b) / \sqrt{3} \right\}^2 \right]^{1/2} \end{aligned} \quad (37)$$

Ahora se podrá determinar la orientación de los ejes de los esfuerzos principales considerando la relación de las cantidades bajo el radical de la ecuación (36) ó (37). Esto es equivalente a sustituir los valores de las ecuaciones (26), (30), y (31) en la ecuación (1), con lo cual resulta:

$$\tan 2\phi = \sqrt{3}(\epsilon_c - \epsilon_b) / (2\epsilon_a - \epsilon_b - \epsilon_c) \quad (38)$$

Ya que la solución de la ecuación (38) produce dos valores del ángulo  $\phi$ , se deben de establecer bases para determinar cual de ellas corresponde al ángulo  $\phi_1$ .

#### DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

Las siguientes reglas dan respuesta a esta pregunta.

#### **Reglas:**

- 1.- Cuando  $\epsilon_c > (\epsilon_b)$ ,  $\phi_1$  está comprendido entre  $0^\circ$  y  $90^\circ$ .
- 2.- Cuando  $\epsilon_b < (\epsilon_c)$ ,  $\phi_1$  está comprendido entre  $0^\circ$  y  $-90^\circ$ .
- 3.- Cuando  $\epsilon_b = \epsilon_c$ , y

(a) Si $\epsilon_a > \epsilon_b = \epsilon_c$ ;	$\epsilon_a = \epsilon_1$ ; y	$\phi_1 = 0^\circ$
(b) Si $\epsilon_a < \epsilon_b = \epsilon_c$ ;	$\epsilon_a = \epsilon_2$ ; y	$\phi_1 = \pm 90^\circ$ .

# **CAPITULO V.**

## **DETERMINACION EXPERIMENTAL DE ESFUERZOS EN ELEMENTOS MECANICOS**

### **V.1. CEMENTACION DE GALGAS EXTENSOMETRICAS.**

Uno de los aspectos más importantes en el Análisis experimental de esfuerzos y por lo tanto, en la determinación de los valores de los esfuerzos principales es el proceso del cementado de galgas extensométricas.

Para realizar ésto, es necesario primero observar y cumplir con las condiciones indicadas a continuación:

---

- Evitar tocar con los dedos de las manos la superficie preparada para el cementado.

- No utilizar más de una vez el material de limpieza en el proceso.

-Asear cuidadosamente de contaminantes el área y los alrededores donde será aplicada la galga extensométrica.

- Utilizar solución limpiadora que fácilmente sea evaporable sobre la superficie de aplicación de la galga.

## V.1.1. PROCEDIMIENTO

### V.1.1.1. PREPARACION DE LA SUPERFICIE DE RECEPCION DE LA GALGA.

1.- Aseo de las manos y de la superficie de trabajo.

2.- Aplicar desengrasador para remover aceites, grasas, contaminantes orgánicos y posibles residuos químicos. Esto deberá ser siempre la primer operación en el cementado de galgas.



Figura V.1.

3.- Lijar la superficie donde se cementará la galga para remover cualquier agente extraño ó residuos adheridos de pintura, óxido, etc., y lograr una superficie tersa ó de textura fina. Si la superficie es muy rugosa, aplicar primero otros métodos (maquinar, esmerilar, pulir, etc.).

El papel lija debe ser de grado fino (papel carbón-silicón No.320 para aluminios y No. 220 para aceros, y luego repetir la operación con papel de carbón-silicón No.400 para aluminios y No.320 para aceros).

El papel lija se humedece en un preparador de metales y se aplica frotando en un solo sentido y luego asear cuidando de no contaminar el área.

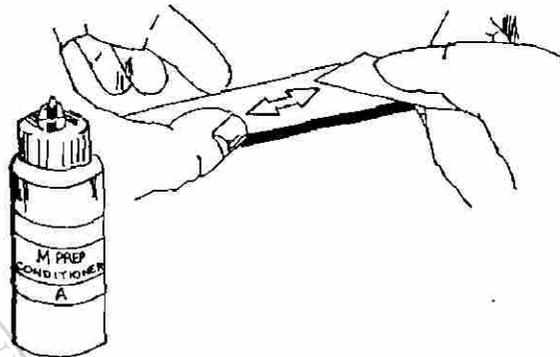


Figura V.2.

4.- La localización y orientación de la galga extensométrica deberá realizarse marcando la superficie con un lápiz.

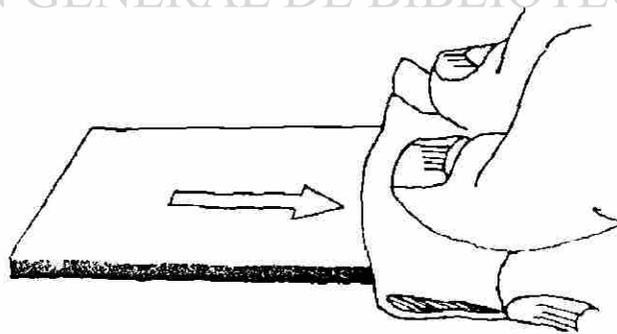


Figura V.3.

5.- Utilizar neutralizador y cotonetes para remover el garfito del lápiz y poder asear la superficie. Desplazar el cotonete en un solo sentido hasta que la fibra del cotonete no muestre residuos de grafito. Limpiar la superficie y aplicar neutralizador.

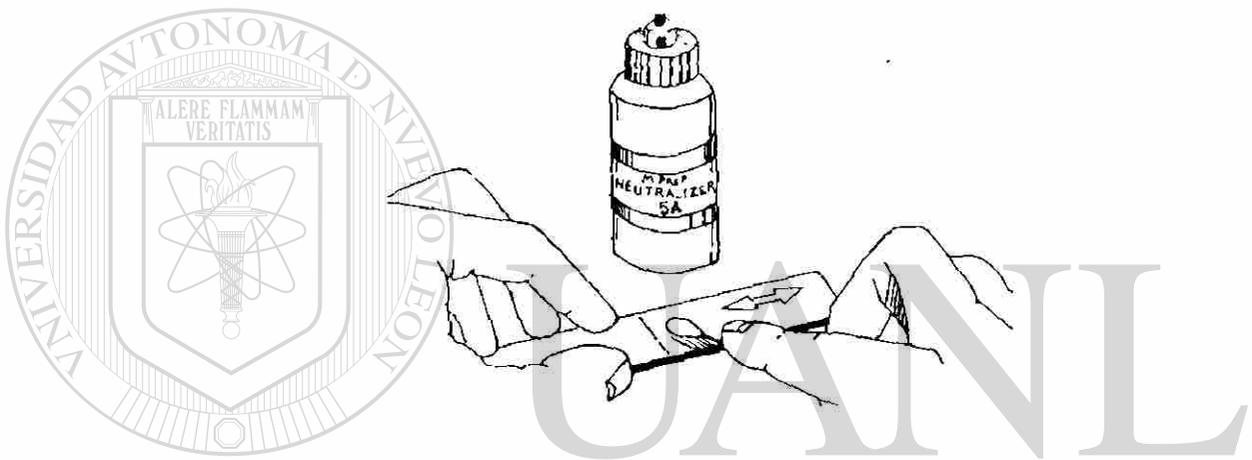


Figura V.4.

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN

DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

### V.1.1.2. PREPARACION, MANEJO Y COLOCACION DE LA GALGA.

1.- Remover la galga de su envoltura de acetato, tomándola por la esquina superior y luego colocarla en un cristal previamente limpio con el, lado opaco (reverso) hacia abajo.

Cortar un pedazo de cinta adhesiva especial para instalación de galgas (cinta adhesiva que no contamine o reaccione con los demás materiales), colocarla sobre la galga para que se adhiera y poder transportarla y ubicarla sobre el cristal de prueba.

Retirar la cinta del cristal a un ángulo máximo de  $35^{\circ}$ - $40^{\circ}$  de inclinación para no dañar la galga.



# UANL

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN

DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

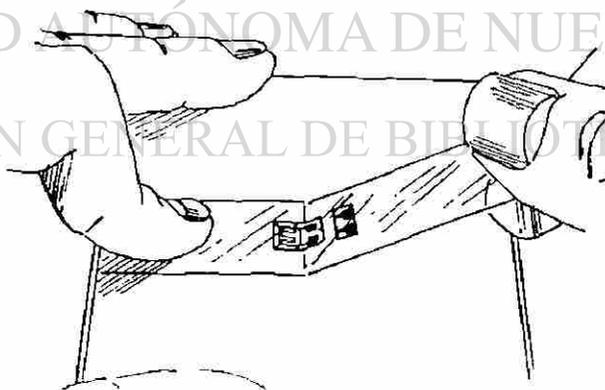


Figura V.5.

2.- Ubicar la galga y colocarla pegando la cinta con la galga adherida a ella, en el espécimen.

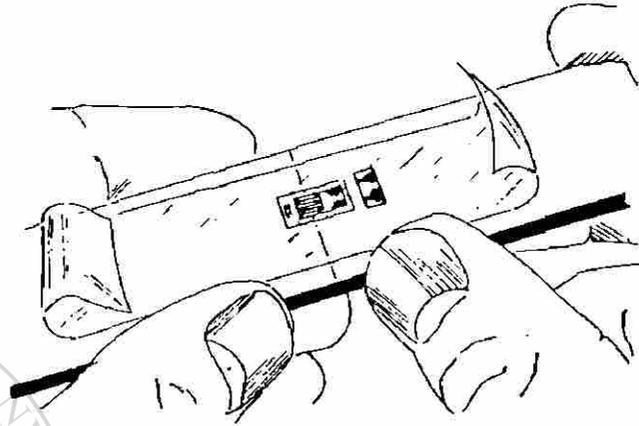


Figura V.6.

3.- Levantar la cinta adhesiva hasta que la parte opaca de la galga extensométrica quede expuesta.

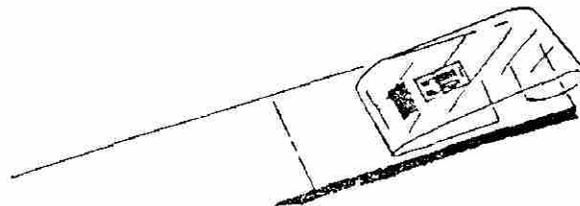
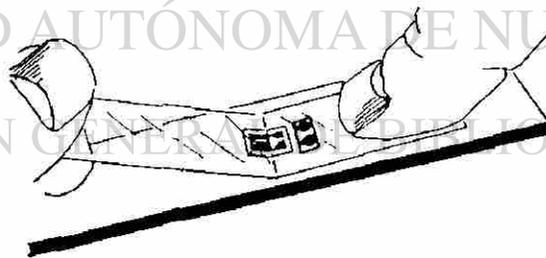


Figura V.7.

4.- Aplicar catalizador en la superficie opaca expuesta de la galga. Al tomar el catalizador de la botella con el aplicador, éste debe frotarse sobre el filo ó labio de la boca de la botella aproximadamente unas 10 veces removiendo así el excedente. Luego esperar 1 minuto aproximadamente a que seque.



Figura V.8.

5.- Aplicar una ó dos gotas de cemento M-Bond 200 en la unión de la cinta adhesiva y el espécimen; ésto se hace aproximadamente a 13 mm alejado del lugar donde será el área de instalación de la galga.

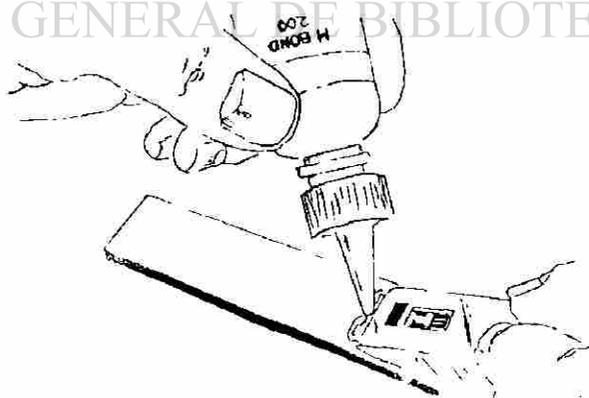


Figura V.9.

6.- Inmediatamente correr la cinta adhesiva con la galga. Hacer ésto a una inclinación aproximada a  $30^\circ$  sobre el cemento, sujetándole firmemente.

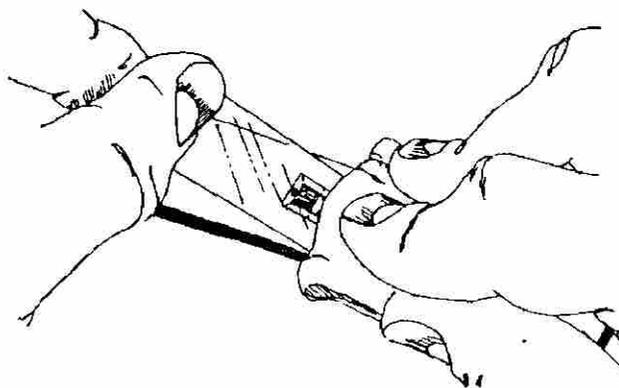


Figura V.10.

7.- Después presionar la cinta adhesiva, principalmente en el área de la galga, por espacio de 2 minutos.

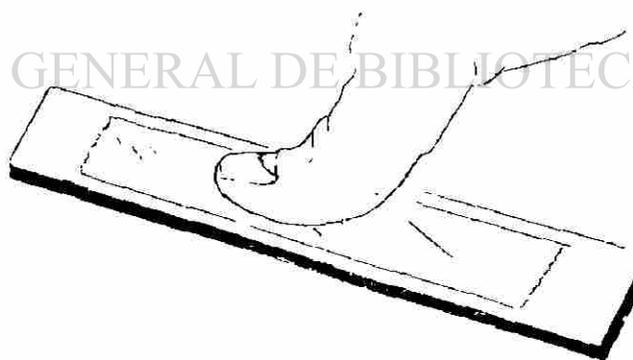


Figura V.11.

8.- Retirar la cinta adhesiva a 180° ( deslizarla paralelamente hacia el otro extremo de la cinta con movimiento suave), y posteriormente aplicar resina solvente.

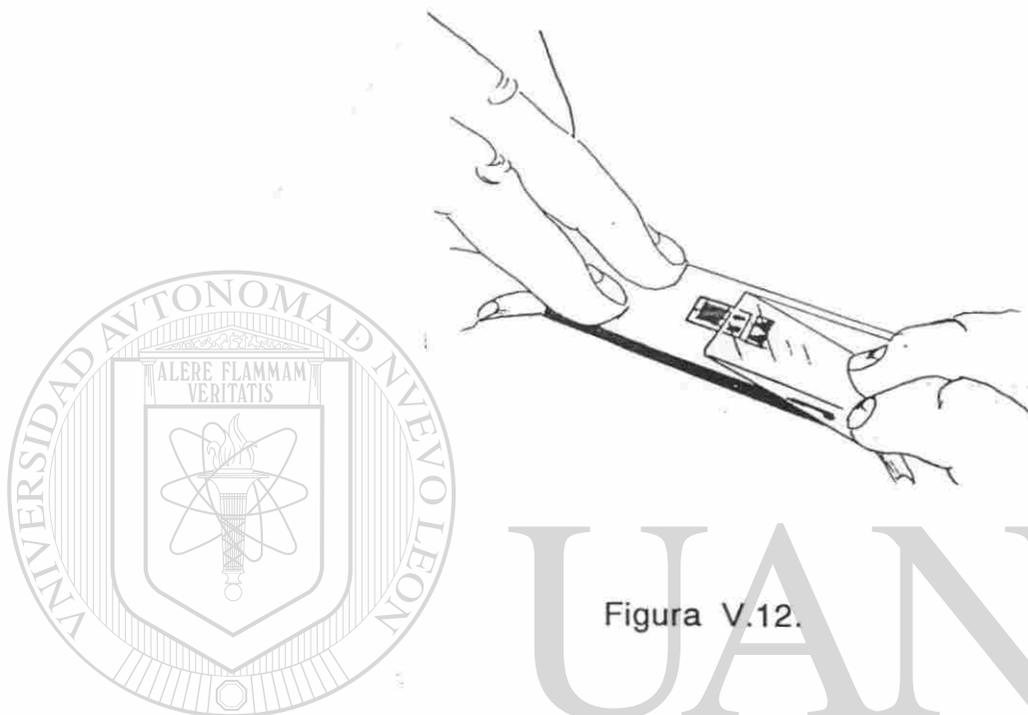


Figura V.12.

---

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN<sup>®</sup>  
DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

### V.1.1.3. SOLDADURA DE TERMINALES A LA GALGA.

1.- Preparar las puntas del cable, y por un extremo pelar 6 mm de cable separando las puntas blanca y negra de la otra punta roja, pero dejando unidas la blanca y la negra. Por el otro extremo del cable, separar las tres puntas, y luego pelarlas utilizando el cautín (no utilizar navaja ó instrumentos con filos.). Aplicar fundente a las puntas y estañarlas.

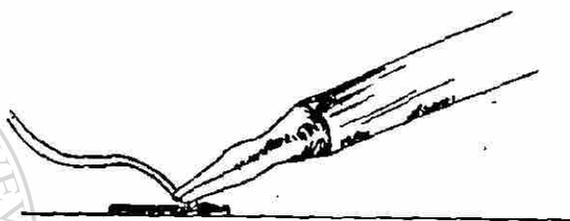


Figura V.13.

2.- Fijar con una cinta adhesiva el extremo en el que no se separó las puntas blanca y negra, sobre el espécimen, con la punta roja al lado izquierdo.

Aplicar soldadura a los dos puntos de conexión de la galga, utilizando solvente previamente.

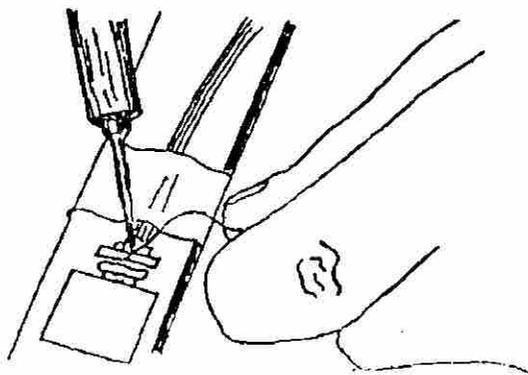


Figura V.14.

3.- Verificar la continuidad en los cables y luego aplicar *recubrimiento protector (coating)* sobre las terminales soldadas y también sobre toda el área de la galga extensométrica.

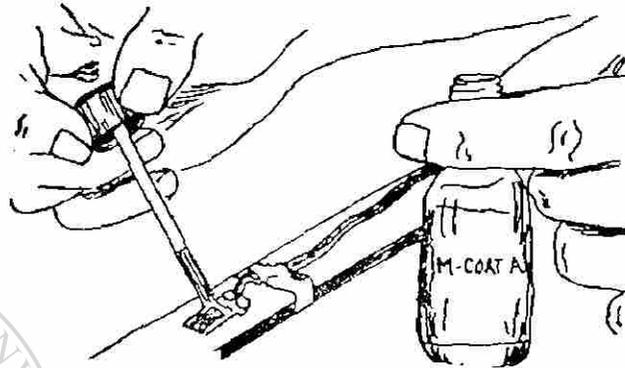


Figura V.15.

La instalación apropiada de la galga hará que ésta tenga una resistencia a tierra de alrededor de 10,000 a 20,000 megohms.



UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN

DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

®

## **V.2. DESARROLLO DE UN SISTEMA PARA REHABILITACION DE EDIFICIOS DAÑADOS POR FENOMENOS NATURALES O POR SOBRE CARGAS.**

### **V.2.1. INTRODUCCION.**

Es común encontrarse edificios con fallas por agrietamiento en su estructura de concreto, algunas veces ésto se debe a deficiencias en el terreno donde se encuentran ubicados, cimentación inadecuada, ó simplemente a construcciones económicas mal planeadas. Sin embargo, existen agrietamientos causados generalmente por problemas de vibración, ó exceso de carga ó de maquinaria colocada en ellos sin el menor cuidado.

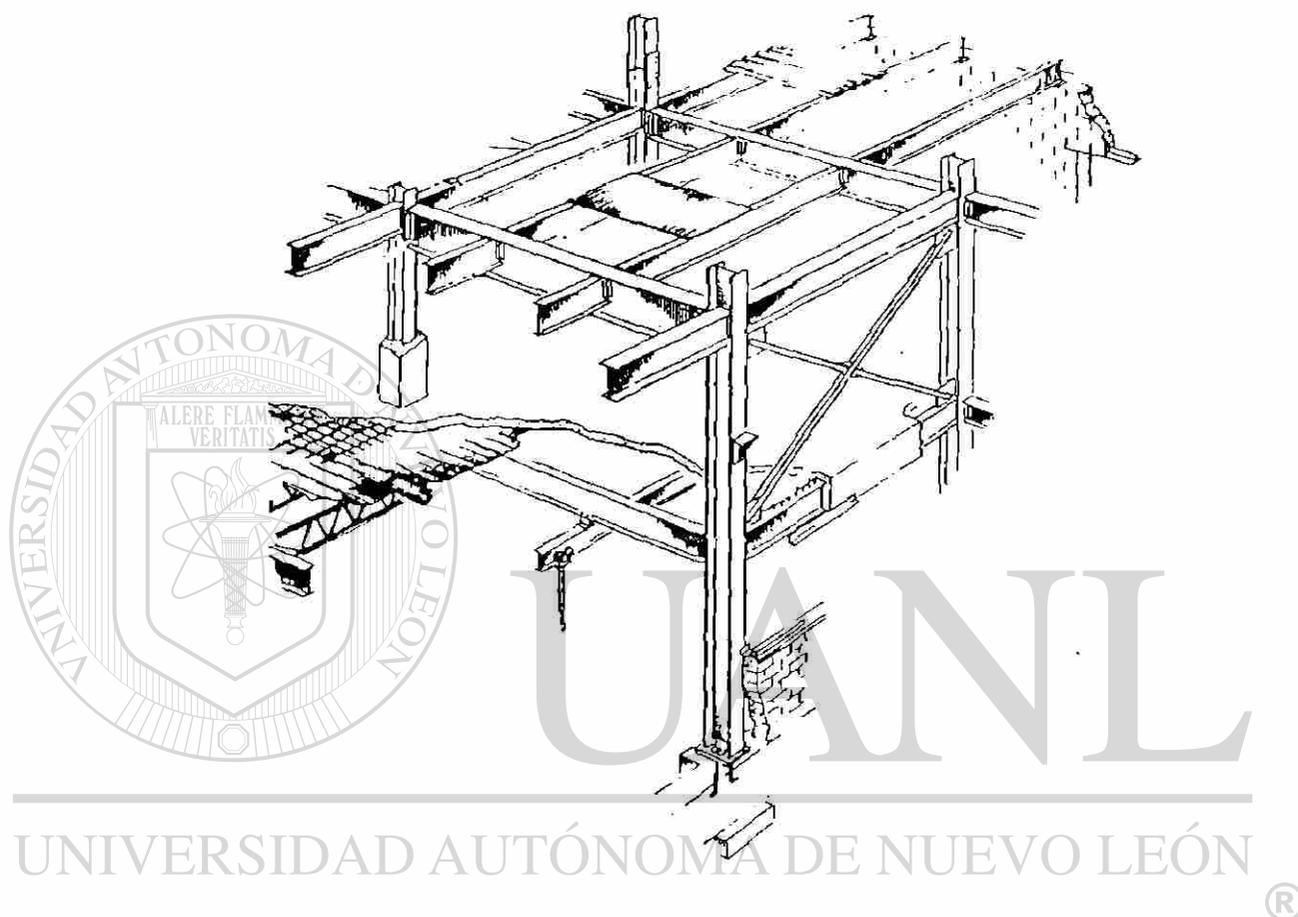
El sistema que se propone sirve para soportar esas cargas en exceso, darle seguridad, ó simplemente evitar el ser derrumbado y seguir operando por tiempo indefinido.

### **V.2.2. OBJETIVO.**

Desarrollar un sistema para la rehabilitación de edificios que fueran dañados por algún fenómeno natural ó por sobre cargas mediante la aplicación de una estructura metálica con la colocación de galgas extensométricas y la ayuda de tensores de esfuerzos.

### **V.2.3. PROCEDIMIENTO.**

Este sistema consiste en colocar estructuras de acero de soporte en el exterior del edificio Figura V.16. Esta estructura va a soportar las vigas, losas y muros ya construídos mediante unas vigas transversales que se colocan por entre los muros hacia los pisos interiores para darles apoyo y así eliminar la carga a las vigas originales.



## DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

Figura V.16.

La idea de éste dispositivo es que todo el edificio esté soportado al 100% por la nueva estructura y de ésta forma no interrumpir las actividades que se desarrollen en el edificio.

La figura V.17., muestra los elementos principales del dispositivo, el cual consta de una viga I de 12"x10 mts de longitud con galgas extensométricas cementadas en puntos donde se apoyará bajo la losa, columna de soporte, tensor con dos galgas

extensométricas para cargas a tensión (se colocan dispuestas radialmente a  $180^\circ$  una de la otra para compensar el efecto posible de flexión-torsión sobre el mismo tensor), y el equipo de medición tanto para la aplicación de carga (ajuste del tensor), como para las lecturas de las galgas extensométricas y lograr balancear las lecturas de éstas.

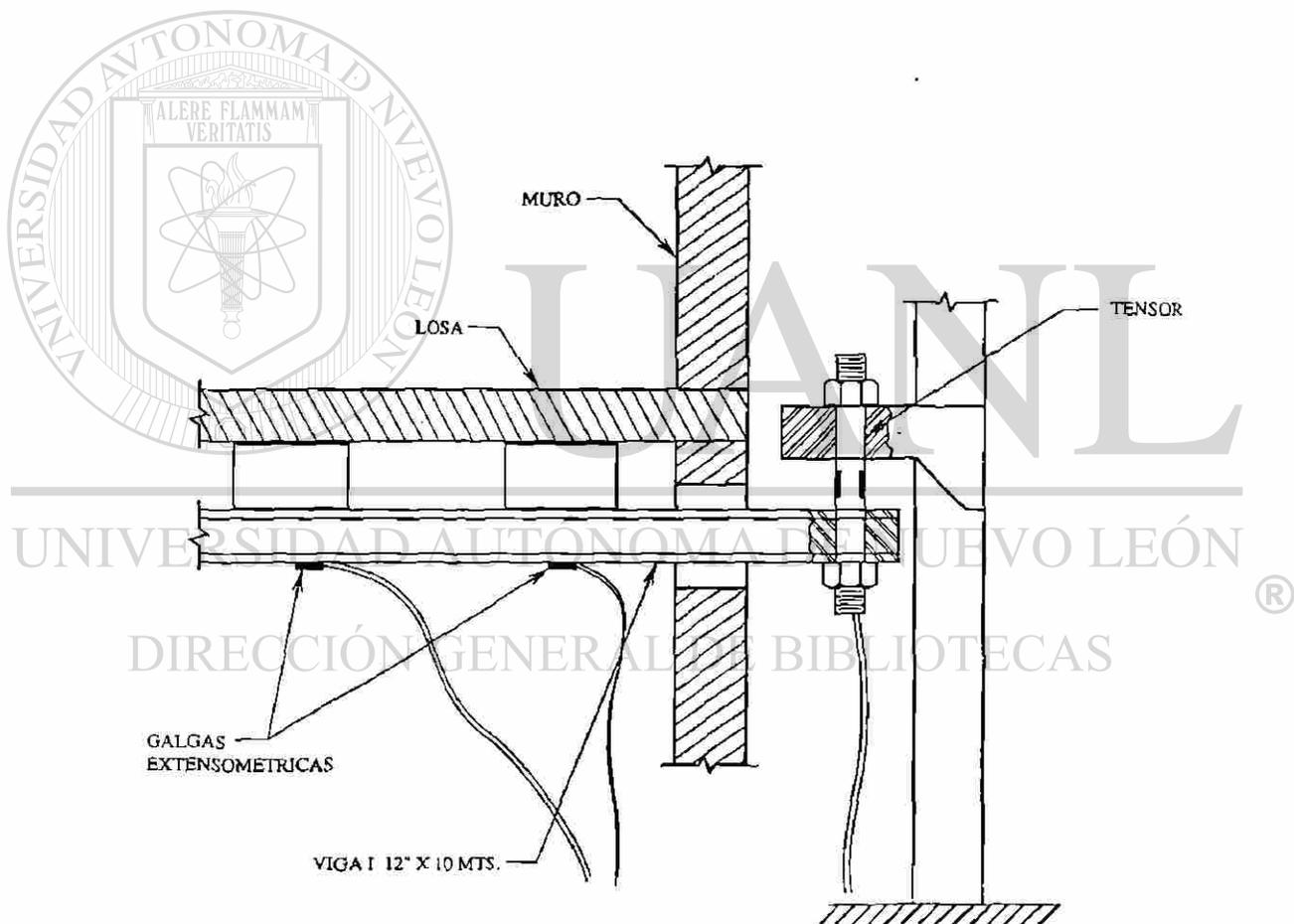


Figura V.17.

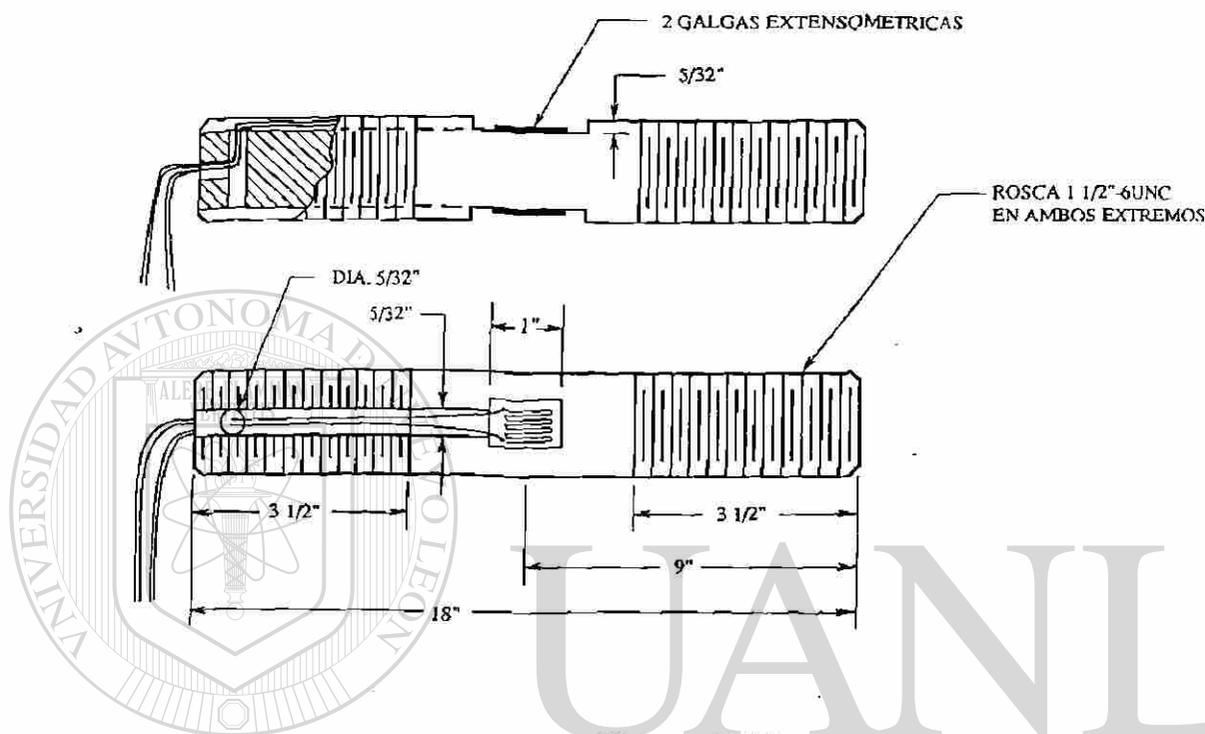


Figura V.18.

Este dispositivo funciona dándole vuelta a las tuercas que tiene en sus extremos el tensor de la Figura V.18., de tal forma que la viga ó vigas transversales sean levantadas hasta que toquen la losa ó piso de concreto. Al momento de roscar las tuercas del tensor y tener lecturas del valor de carga correspondiente a cada sección de la viga, y por otro lado teniendo balanceadas todas las lecturas de las galgas extensométricas, se llega al punto máximo soporte de la losa ó piso.

El cálculo de las cargas en cada sección de las vigas se determina mediante un sencillo análisis mecánico.

### V.3. DISEÑO Y CONSTRUCCION DE UN TRANSDUCTOR DE PRECISION.

#### V.3.1. OBJETIVO.

Construir un transductor de precisión para la verificación de pesos de las básculas comerciales, ó tomar lecturas de peso de pequeños objetos.

#### V.3.2. PROCEDIMIENTO.

El dispositivo consiste de colocar dos pequeñas vigas de aluminio de  $1/16'' \times 3/4'' \times 10''$  y en cada una de ellas cementar 2 galgas extensométricas como se muestra en la Figura V.19.

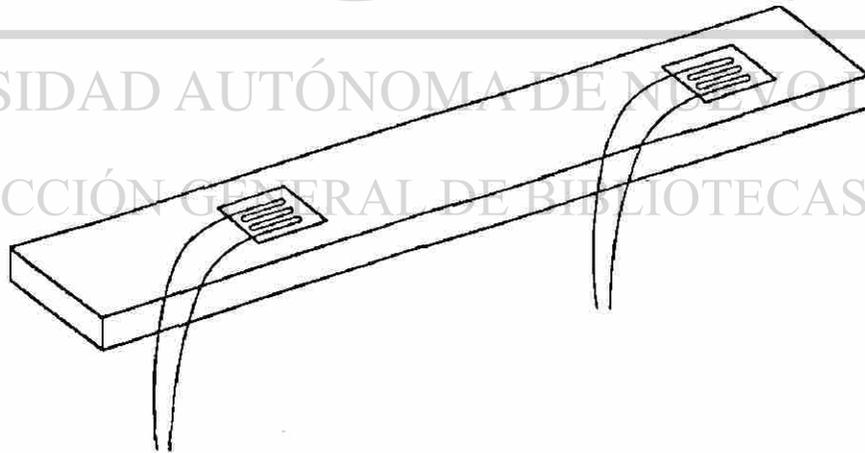


Figura V.19.

Este dispositivo se complementa como se muestra en la Figura V.20., la viga superior tiene dos galgas una que actuará a tensión (T1) y otra a compresión (C2) y de igual forma sucede con la viga inferior.

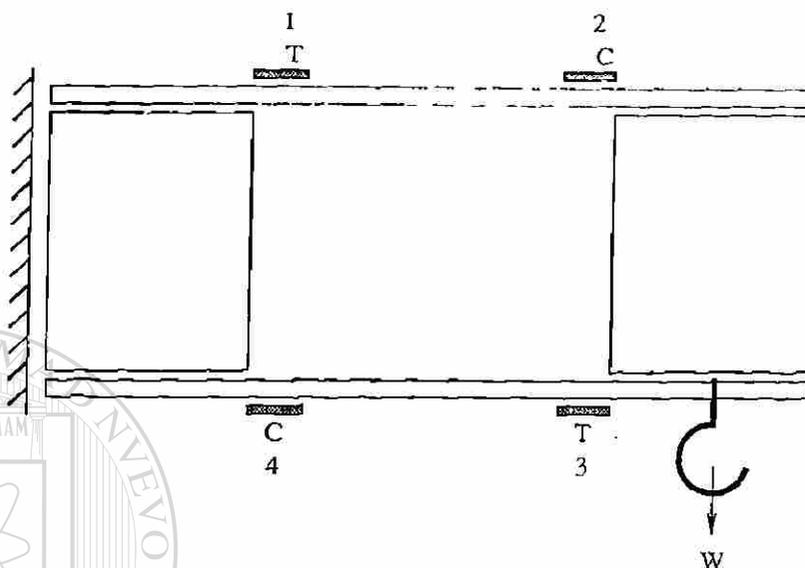


Figura V.20.

La figura V.21., representa de manera exagerada las condiciones de trabajo del par de vigas con sus galgas cementadas al momento de aplicarles la carga.

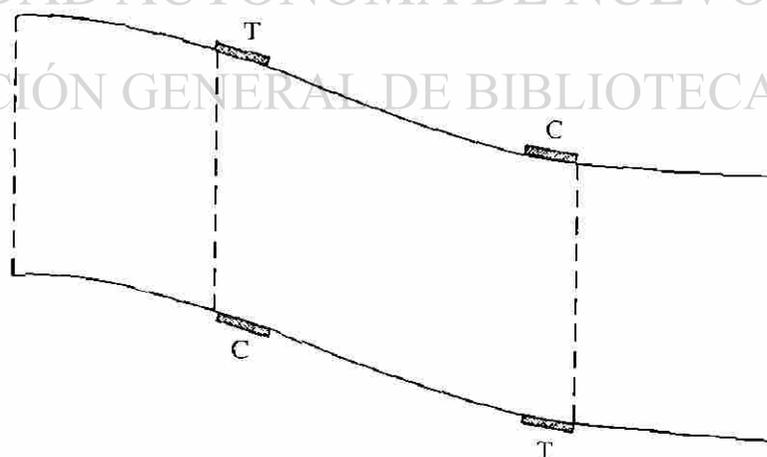
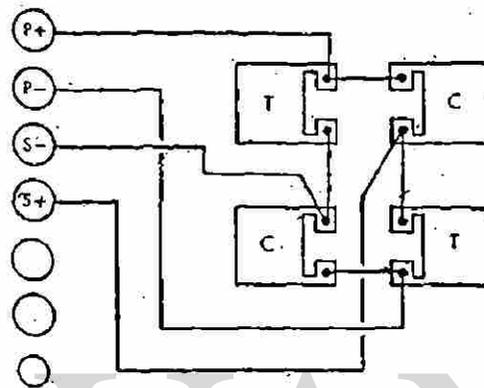
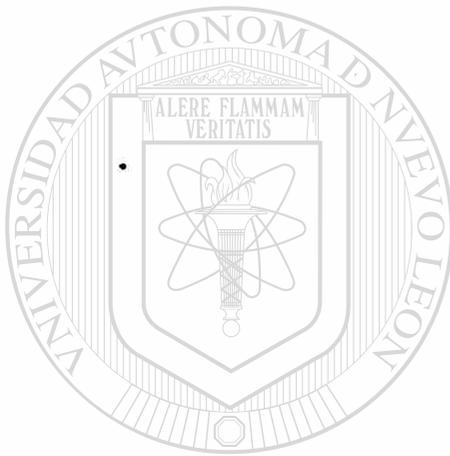
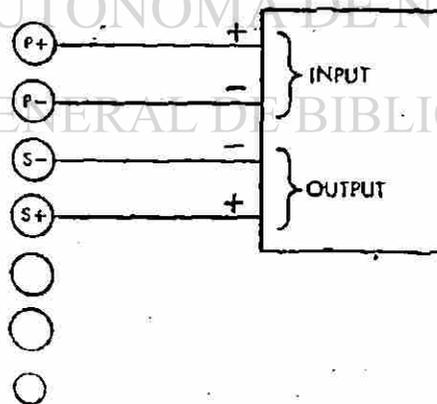


Figura V.21.

El circuito de conexión a puente completo se ilustra en la Figura V.22.



(a) GALGAS



(b) TRANSDUCTOR.

Figura V.22.

Después de efectuar las conexiones como se indica en la Tabla I., se procede a la calibración del transductor.

TABLA I. CONEXIONES DE LOS CABLES

GALGA	CABLE ROJO	CABLE BLANCO
T1	P+	S-
C2	S-	P-
T3	S+	P-
C4	P+	S+

Para la calibración se selecciona un Factor de Galga de 2., se procede a colocar un objeto con peso conocido, en este caso se selecciona un objeto con peso de 960 grs. y se modifica en el Indicador de Deformaciones el Factor de Galga para que la lectura sea de 960  $\mu\text{mm/mm}$ , con el Factor de Galga aplicado inicialmente (valor 2) la lectura que se tenía era de 1804  $\mu\text{mm/mm}$ .

El Factor de Galga corregido para el peso de 960 grs. fué de 3.971

Como se sabe la relación es lineal; es por ello que si la carga es de 1 000 grs. en el transductor, la lectura con el nuevo Factor de Galga dará una deformación unitaria de 1000  $\mu\text{mm/mm}$ . Es decir, equivale a 1000 grs.

Por otro lado, si se desea mayor sensibilidad en el transductor, bastará con dividir dicho Factor de Galga por 10 y la lectura se amplificará en 10. Así de éste modo, se pueden tener lecturas de pesos pequeños.

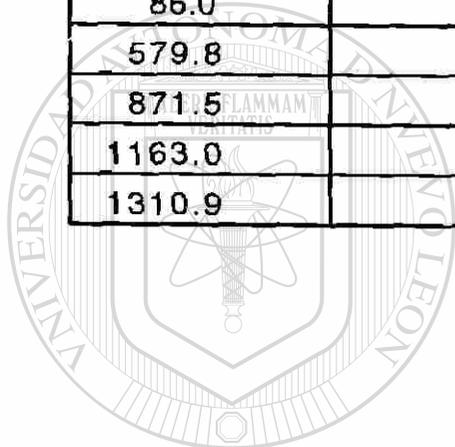
Para verificar la linealidad de esta relación Peso Real vs. Deformación unitaria, se pesan varios objetos que anteriormente ya

se conocía su peso real y se toman las lecturas de la deformación unitaria en el Indicador de Deformaciones.

Los resultados obtenidos experimentalmente se presentan a continuación en la Tabla II.

TABLA II.

PESO REAL	DEFORMACION UNITARIA	% ERROR.
(grs.)	( $\mu\text{mm}/\text{mm}$ )	
86.0	87	1.15
579.8	581	0.21
871.5	873	0.17
1163.0	1165	0.17
1310.9	1313	0.16



UANL

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN

DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS



# COMENTARIOS Y CONCLUSIONES

Cuando el ser humano se propone realizar un objetivo y logra llegar a la meta trazada con la ayuda de amigos, maestros, familiares y la invocación del creador, la satisfacción que se experimenta es inmensa.

La realización de este trabajo, y el hecho de haber logrado integrarlo con una serie de temas propios del análisis experimental de esfuerzos, del estudio de las galgas extensométricas y de aplicaciones en el diseño mecánico es una gran experiencia; pues, dicha vivencia no habría sido posible sin la atinada asesoría de quien amablemente guió esto, el Ing. Rodolfo Ayala Estrada.

El contenido del presente escrito es solo el inicio, hay todavía mucho camino por recorrer; pues, el estudio de las galgas extensométricas sigue evolucionando a la par con otros métodos en el análisis experimental de esfuerzos. Sin embargo, los principios matemáticos que rigen estos estudios siguen vigentes, de allí el porque la validez de todos los conceptos aquí expuestos.

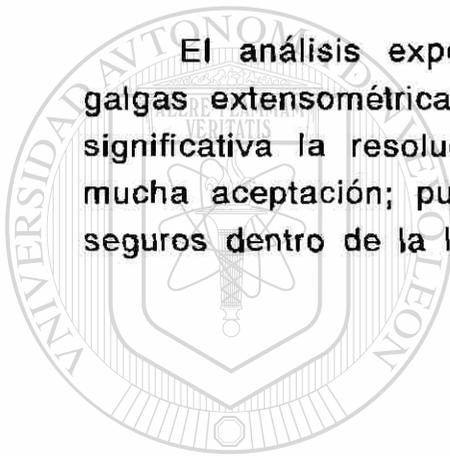
Cabe mencionar que mucho del éxito del manejo de las galgas extensométricas, en el análisis experimental de esfuerzos, lo es el adecuado método de cementado que se realice; pues, dentro de las instrucciones que se exponen para lograrlo, hay que seleccionar, localizar, y orientar la galga de acuerdo a los esfuerzos que pretendemos determinar.

Dentro de las aplicaciones expuestas en el presente escrito, se puede concluir que la utilización de estos elementos ayuda a lograr la sensibilidad de las lecturas y poder de esta forma obtener resultados más exactos.

En la construcción del transductor para la determinación del peso de objetos, se tuvo la experiencia en el cementado de las 4 galgas extensométricas y en el ajuste del factor de galga, el cual proporcionó resultados bastante aceptables con porcentajes de error muy bajos.

Para la otra aplicación con galgas extensométricas, que aquí se expone, se preparó un tensor con las características que antes ya se mencionan y al cual se le cementaron 2 galgas extensométricas sin llegar a colocarle en la estructura propuesta como hubiera sido lo ideal.

El análisis experimental de esfuerzos con la aplicación de galgas extensométricas en problemas ingenieriles facilita de forma significativa la resolución de ellos, ya que en la actualidad tiene mucha aceptación; pues, es uno de los métodos más confiables y seguros dentro de la Ingeniería.



# UANL

---

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN



DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

# BIBLIOGRAFIA

- 1.- BECKWITH, T.G. and LEWIS BUCK,N., "Mechanical Measurements"., Addison-Wesley Publishing Co. Inc., Reading, Mass, 1961.
- 2.- BOSSART, K.J. y BREWER, G.A., "Un método para análisis de rosetas"., Compendio técnico de la S.E.S.A., Vol.IV, No.1, 1961.
- 3.- CRANDALL S.H. y DAHL, N.C., "An introduction to the Mechanics of Solids"., McGraw-Hill Book Co. Inc., Nueva York, N.Y., 1959.
- 4.- DALLY, James W and RILEY, William F., "Experimental Stress Analysis"., 3a. Edición. McGraw-Hill, Inc. N. York, 1991.
- 5.- HETENYI, M., "Handbook of Experimental Stress Analysis"., John Wiley & Sons, Inc., Nueva York, 1950.
- 6.- MURRAY, W.M., "Anexo de rosetas para determinar deformaciones unitarias"., Compendio técnico de la Sociedad de Análisis Experimental de Esfuerzos, Vol. I, No.1, 1961.
- 7.- NADAI,A., "Theory of Low and Fracture of Solids"., McGraw-Hill Book Co. Inc., Vol. I.,Nueva York, 1950.

- 8.- SHANLEY, F.R., "Strength of Materials", McGraw-Hill Book Co. Inc., Nueva York, 1957.
- 9.- SKILLING, H.H., "Electrical Engineering Circuits", John Wiley & Sons Inc., Nueva York, N.Y., 1957.
- 10.- STEIN, Peter K., "Ingeniería de las mediciones", Stein Engineering Services, Inc., Phoenix, Arizona, Vol.II., 1962.
- 11.- STEIN, P.K., "Strain gage circuits for semiconductor gages", editado por Mills Dean III y R.D.Douglas, Academic Press, Inc., Nueva York, 1962.
- 12.- "Strain gage handbook", Boletín No.4311A, Electronics Division, Baldwin Lima Hamilton Co., Waltham, Mass., 1962.
- 13.- "Strain Gage Based Transducers", The Technical Staff of Measurement Group. Inc., Measurement Group, Inc., 1988.
- 14.- TIMOSHENKO, S y COODIER, J.N., "Theory of Elasticity", McGraw-Hill Book Co. Inc., Nueva York, 3a. Edición, 1970.
- 15.- TIMOSHENKO, S y McCULLOUGH, G.H., "Elements of Strenght of Materials., D.Van Nostrand Co. Inc., Nueva York, 3a. Edición, 1949.
- 16.- TUPPENY, W.H. y KOBAYASHI, A.S., "Análisis Experimental de Tensiones", Ediciones Urmo, Bilbao 9, España., 1970.

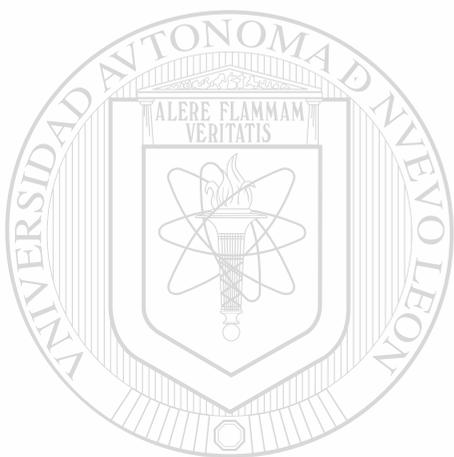
# REFERENCIAS

- 1.- THOMSON,W.(Lord Kelvin)., "Propiedades electrodinámicas de metales"., Compendio filosófico Royal Society (Londres), Vol.146. 1856, pág.649-751.
- 2.- SANCHEZ, J.C. y WRIGHT., "Desarrollos recientes en silicio para galgas extensométricas flexibles"., Instrument Society of América Conference. St. Louis, Mo., Enero 17-18, 1961. Reimpreso No. 37-SL61., Publicado subsecuente en Semiconductor and Conventional Strain Gages., Editado por Mills Dean, III y R.D. Douglas ., Academic Press, Inc. Nueva York, 1962, pág. 307-345.
- 3.- MACK,D.R., "Linearización de la señal de salida de galgas de Resistencia y Temperatura"., Compendio Técnico S.E.S.A. Vol. XVIII, No.1., 1961, pág. 122-127.
- 4.- SETTE, W.J., ANDERSON, L.D., y McGINLEY., "Características de Resistencia-Deformación unitaria en alambres finos estirados"., David Taylor Model Basin, Reporte No. R-212, Septiembre, 1945.
- 5.- DORSEY, J., "Galgas extensométricas semiconductoras"., The Journal of Environmental Sciences. Vol. 7, No.1 Febrero, 1964, pág. 18-19.
- 6.- DORSEY, J., "Manual de galgas extensométricas semiconductoras". Parte I. BLH Electronics, Waltham 54, Mass.

- 7.- JONES, E. y MASLEN, K.R., "Las características físicas de galgas extensométricas de alambre de resistencia"., ARC Technical Report., Her Majesty's Stationery Office, Londres, 1952.
- 8.- MASLEN, K.R., "Sensibilidades a la deformación unitaria de alambres finos"., Royal Aircraft Establishment, Farnborough, Inglaterra, Junio, 1950.
- 9.- KAMMER, E.W. y PARDUE, T.E., "Cambios de la resistencia eléctrica de alambres finos durante las deformaciones elásticas y plásticas"., Compendio técnico de la S.E.S.A., Vol. III, No.1, 1949, pág. 7.
- 10.- De FOREST, A.V., "Características y aplicaciones en aviación de galgas extensométricas de alambre de resistencia"., Instruments. Vol. 15, No.4, Abril, 1942, pág. 112.
- 11.- WEIBULL, W., "Resistencia eléctrica de alambres con deformaciones unitarias grandes"., Nature, Vol. 162, No. 4129 Dic. 18, 1948, pág. 966-967.
- 12.- SHOUB, H., "Galgas de alambre de resistencia para medición de deformaciones unitarias grandes"., David Taylor Model basin., Reporte No. 570, Marzo, 1950.
- 13.- BIERMASZ, A.L., "Galgas extensométricas.-Teoría y aplicación"., Cap.I, pág. 4. Biblioteca técnica de la Philips, Industrias Philips, Eindhoven, Países Bajos, 1952.
- 14.- MEIER, J.H., "Sensibilidad de la deformación unitaria transversal en galgas de laminilla metálica"., Compendio técnico S.E.S.A. Vol. XVIII, No.2, 1961, pág. 39-40.

- 15.- KUCZYNSKI, G.C., "Efecto de la deformación unitaria elástica sobre la resistencia eléctrica de los metales"., Physical Review. Vol. 94, No.1, Abril, 1954, pág. 61-64.
- 16.- "Manual de galgas extensométricas"., Boletín 103 (Revisado en Marzo, 1965), BLH Electronics, Waltham, Mass.
- 17.- "Especificaciones del alambre de las galgas extensométricas"., Boletín 101-1 (Revisado en Enero, 1965) BLH Electronics, Waltham, Mass.
- 18.- DREW, D.A., "Desarrollo de los métodos para medición de esfuerzos en alabes de compresores y turbinas, pruebas en banco y en vuelo"., Compendio técnico de The Institution of Mechanical Engineers., Vol. 172, Londres, 1958, pág. 320-337.
- 19.- OI, Koshiro., "Galgas extensométricas de alambre de resistencia, tipo fricción"., Experimental Mechanics., McMillan Co. Nueva York, 1963, pág. 297-305.
- 
- 20.- "Precisión en galgas extensométricas troqueladas en laminilla metálica y sensores de temperatura"., Boletín No. 650 (1965) Dentronics, Inc., Hackensack, N.Y. ®
- 21.- WU, C.T., "Sensor soldable para mediciones de deformaciones unitarias"., Instrument Society of America., Compendio técnico I.S.A., Vol. 19, 1964, Parte I, Physical and Machanical Measurement Instrumentation.
- 22.- "Galgas extensométricas soldables"., Product Data Sheet. No. 204, Enero 1965. BLH Electronics, Waltham, Mass.

- 23.- SANCHEZ, J.C., "La galga extensométrica semiconductor-Una nueva herramienta para el análisis experimental de esfuerzos"., Experimental Mechanics, McMillan Co., Nueva York, 1963.



# UANL

---

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN



DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

