UNIVERSIDAD AUTONOMA DE NUEVO LEON
FACULTAD DE PSICOLOGIA
SUBDIRECCION DE ESTUDIOS DE POSGRADO

METAFORAS Y ABSTRACCION DEL CONOCIMIENTO EN EL APRENDIZAJE DEL CÁLCULO

PRESENTA:
GLORIA JOSEFINA SANTOS ACEVEDO

TESIS COMO REQUISITO PARCIAL PARA OBTENER EL GRADO DE DOCTORADO EN FILOSOFIA CON ESPECIALIDAD EN PSICOLOGIA

MONTERREY, N. L., MEXICO,   MARZO DE 2014

UNIVERSIDAD AUTONOMA DE NUEVO LEON

FACULTAD DE PSICOLOGIA

SUBDIRECCION DE ESTUDIOS DE POSGRADO

DOCTORADO EN FILOSOFIA CON ESPECIALIDAD EN PSICOLOGIA

METAFORAS Y ABSTRACCION DEL CONOCIMIENTO EN EL APRENDIZAJE DEL CALCULO

TESIS COMO REQUISITO PARCIAL PARA OBTENER EL GRADO DE DOCTOR EN FILOSOFIA CON ESPECIALIDAD EN PSICOLOGIA

PRESENTA:

GLORIA JOSEFINA SANTOS ACEVEDO

DIRECTOR DE TESIS:

DR. VICTOR MANUEL PADILLA MONTEMAYOR

MONTERREY, N. L., MEXICO, MARZO DE 2014

UNIVERSIDAD AUTONOMA DE NUEVO LEON
FACULTAD DE PSICOLOGIA

SUBDIRECCION DE ESTUDIOS DE POSGRADO

DOCTORADO EN FILOSOFIA CON ESPECIALIDAD EN PSICOLOGIA

La presente tesis titulada "Metáforas y abstracción del conocimiento en el aprendizaje del cálculo" presentada por Gloria J. Santos Acevedo ha sido aprobada por el comité de tesis.

____

Dr. Víctor Manuel Padilla Montemayor

Director de tesis

____

Dr. Jorge Ricardo Vivas Radakoff

Co Director

____

Dra. Ma. Concepción Rodríguez Nieto

Revisor de tesis

____

Dra. Mónica Teresa González

Revisor de tesis

____

Dr. Manuel Muñiz García

Revisor de tesis

Monterrey, N. L., México, Marzo de 2014

DEDICATORIA

A mi familia biológica, a mi familia académica, y a mi familia espiritual.

A Mamá, Papá, Paco, Docmamá, Docpapá, Brenda, July, Ángel y Fabi.

AGRADECIMIENTOS

Doy gracias al Dr. Víctor Manuel Padilla Montemayor y a la Dra. Ma Concepción Rodríguez Nieto por haberme dado la bienvenida a una comunidad y una familia a la que siempre me dará orgullo pertenecer.

Me nace agradecer también al Dr. Manuel Muñiz por convertirme al lado cualitativo. Sin su guía, sus porras, y su apoyo al discutir con los otros miembros de nuestro comité, esta tesis no hubiera alcanzado su conclusión.

A la Dra. Mónica González le agradezco el haberme hecho las preguntas precisas. Gracias por hacerme notar, con honestidad y humildad, cuando algo no era entendido.

De los cuatro me llevo el ejemplo de lo que es trabajar en equipo, retarse intelectualmente, y preocuparse por crecer juntos.

Al Dr. Jorge Vivas le agradezco ese acompañamiento desde la distancia. Enfrentarme a lo desconocido y probar nuevos métodos ha sido más fácil sabiendo que hay otro equipo haciendo lo mismo.

Agradezco el apoyo de Oscar Villarreal, de Tomás Sánchez y especialmente de mi padre, Francisco Santos, por permitirme el acceso a los participantes de esta investigación. Agradezco también a los profesores del Departamento de Matemáticas del Tec de Monterrey por no sólo aceptar participar en mi investigación sino por acompañarme en mis descubrimientos.

Debo a la Dra. Paty Salinas y al Dr. Juan Antonio Alanís mi temerosa incursión al campo de la matemática educativa.

Agradezco al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología el apoyo económico que me brindó al otórgame la beca para la realización de mis estudios.

A Julymar Alegre agradezco un compañerismo que convertimos en amistad para sellarlo en comadrazgo. Agradezco a mis demás compañeros de laboratorio: Mony, Nely, Brenda, So, Edgar, Sebas, Luis, Migdalia. Les pido una disculpa por hacerlos padecer mis horas psicóticas.

Agradezco la compañía y apoyo de Bolis, Iso, Clau, y Leo en el proceso de formarnos como “científicas y tecnólogas”.

A Jorge Cham, Jennifer Wright, Mixtli Campos y demás miembros del foro de PhDcomics, no sólo por conseguirme artículos escondidos en rincones oscuros de sus bibliotecas, sino también por mantenerme mentalmente sana y alentarme cuando quería rendirme.

Agradezco por último al que me dijo “Eh, morra, salte de tu casa; caéle a la FaPsi a ver si ya se armó lo de las cartas. Ya son las 5 pasaditas.”

RESUMEN

La evaluación del conocimiento requiere la observación de cómo se integran los conceptos cuando ocurre el aprendizaje. En el aprendizaje del cálculo, el contenido conceptual es usualmente dejado de lado para enfocarse en el aspecto procedural. Para este trabajo, tomamos en cuenta a la metáfora como un asunto de pensamiento y no solo de lenguaje; partimos de la idea de la metáfora como herramienta que permite anclar lo abstracto a lo concreto. La pregunta surge de la preocupación de que los alumnos de matemáticas para ingeniería logren un aprendizaje conceptual completo y no meramente procedural o intuitivo. Participaron 56 alumnos de primer semestre de licenciatura inscritos en un curso de matemáticas para ingeniería. El proyecto combina un estudio cuantitativo de la estructura del conocimiento mediante la técnica de redes semánticas y una parte cualitativa para identificar metáforas y otros lazos conceptuales. A través de la técnica de redes semánticas naturales, se adquirieron los conceptos que los profesores del primer curso de matemáticas consideran definidores del curso. Este conjunto de conceptos fue utilizado para representar gráficamente la estructura de conocimiento del profesor del curso y posteriormente ser comparada con la de los alumnos. Demostramos que en la mayoría de los alumnos, la red conceptual se volvió más similar a la del maestro al final del curso. A pesar de que se encontró poco uso de metáforas en el corpus analizado, se identificaron enlaces de los conceptos abstractos propios del curso a vivencias corporales concretas.

Palabras clave: Red semántica, aprendizaje del cálculo, matemática corporeizada, metáforas

ABSTRACT

The evaluation of knowledge requires an assessment of how concepts are linked when learning happens. In the learning of Calculus, conceptual knowledge is usually not as important as procedural knowledge. In this project, we consider metaphor as a thinking phenomenon and not only a linguistic one. Our research problem has its root in the concern about making Calculus learners reach a conceptual knowledge and not only a procedural or intuitive one. Participants were 56 first semester students enrolled in a course on Mathematics for Engineering. This project combines a quantitative study about knowledge structure using semantic network analysis and a qualitative study with discursive analysis seeking metaphors and conceptual links in students' answers to questionnaires and worksheets. Through a natural semantic network procedure, we found the concepts that defined the Mathematics course according to professors. This set of concepts was used to obtain a representation of the knowledge structure of the professor of the course. The professor's network was then compared to those of his students. We found out that in most students, their conceptual network at the end of the course was more similar to the professors than it was before the course. Our qualitative analysis allowed us to identify links between abstract calculus concepts to concrete corporal experiences, providing evidence of an embodied cognition.

Key words: Semantic network, Learning of Calculus, Embodied mathematics

ÍNDICE

Índice de Tablas y Figuras

CAPITULO I

INTRODUCCIÓN

A pesar de la idea platónica de que las matemáticas proveen de certeza, realidad, y verdad, el trabajar con matemáticas es un ejercicio de la imaginación y de la abstracción. Sin embargo, los educadores en matemáticas se enfrentan al reto de desarrollar en sus estudiantes un entendimiento conceptual. Diversos investigadores (Tall, 1993; Hitt, 2003; Likwambe & Christiansen, 2008) han reportado una preferencia por lo procedural. Las investigaciones más recientes en el área de matemática educativa ha planteado nuevas preguntas sobre su aprendizaje; tal y como las enlistan Saiber y Turner (2009, 18): ¿Cómo afectan los avances en matemáticas la manera en que experimentamos y describimos el mundo? ¿es diferente la imaginación de los matemáticos a la de los poetas, pintores, filósofos o novelistas? ¿Son diferentes las operaciones cognitivas necesarias para resolver problemas, escribir ecuaciones, y pensar de manera abstracta a otros en actividades creativas? ¿Existen diferencias entre palabras, números y diagramas que representan al mismo concepto?

En el aprendizaje de las matemáticas, la cuestión de cómo se abstrae el conocimiento nuevo se vuelve más relevante, pues se trata de manejar conceptos que no son directamente perceptibles (Lakoff & Nuñez, 1998; Nuñez 2007, 2008) sino construidos por su relación con otros conceptos. La metáfora puede considerarse como un mecanismo para relacionar lo abstracto con lo concreto, y así conectar el razonamiento con el movimiento y las sensaciones del cuerpo (Font Voll y Acevedo Nanclares, 2003). En este proyecto buscamos explorar los mecanismos a través de los cuales los estudiantes de Cálculo integran conceptos, y si dentro de estos mecanismos aparece la utilización de metáforas.

Lakoff y Johnson (1980) afirman que todo el conocimiento humano es de naturaleza fundamentalmente metafórico: todos los conceptos están definidos en términos de otros conceptos. Existen algunos cuantos conceptos autodefinidos, que surgen de la experiencia directa, como lo son arriba, abajo, adentro, caliente, frio, etc. Todos los demás conceptos están definidos en el sistema conceptual en términos de otros conceptos, por lo tanto son metafóricos. Christoff y Keramatian (2006) consideran a la teoría conceptual de Lakoff y Johnson (1980) una teoría de la abstracción de varios niveles: los conceptos abstractos se entienden por su relación metafórica con conceptos menos abstractos, que a su vez son aprendidos al abstraer instancias concretas que se adquirieron por la sensación y la experiencia corporal.

La generación y comprensión de metáforas es un mecanismo para el cambio en el conocimiento. Gentner y Wolff (2000) establecen los siguientes cambios en conocimiento que se deben a la metáfora: proyección de inferencias, re-representación, y abstracción del esquema. Se han asumido los supuestos de Gentner (2000) de que la metáfora lleva a la creación de nuevas categorizaciones para los conceptos, conceptos nuevos, conexiones nuevas, o perspectivas y representaciones nuevas. Los viejos conceptos pueden re-representarse y puede reestructurarse el sistema conceptual.

La lingüística cognitiva estudia las maneras en que rasgos del lenguaje reflejan otros aspectos de la cognición humana. Evans (2009) define la lingüística cognitiva como una escuela de pensamiento lingüístico que investiga las relaciones entre el lenguaje humano, la mente, y la experiencia sociofísica. La lingüística cognitiva es, entonces, una rama tanto de las ciencias cognitivas y de las ciencias del lenguaje. El parteaguas para el desarrollo de esta disciplina fue la publicación de *Metaphors We Live By* por Lakoff y Johnson en 1980.

Para los linguistas cognitivos (Black, 1979; Lakoff & Johnson, 1980; Lakoff, 1993; Allbritton, 1995; Allbritton, McKoon & Gerrig, 1995; Alvarez Perozo, 1996; Aherns, 2002; Ortony, 1993; Grady, 2007), el término metáfora se refiere a un patrón de asociación conceptual. La metáfora es tanto un asunto de pensamiento tanto como del lenguaje: se trata de entender una cosa en términos de otra. Lakoff y Johnson (1980) distinguieron entre metáforas lingüísticas y metáforas conceptuales.

Al referirse a un fenómeno meramente lingüístico, el término metáfora se refiere al enunciado metafórico, por ejemplo "Julieta es el sol". Una metáfora es la declaración de una semejanza entre elementos de dos dominios separados o áreas de experiencia y enlazarlas de manera lingüística. (Gentner, 1983; Taylor, 2002) Una metáfora caracteriza una cosa en términos de otra.

Dentro de la lingüistica cognitiva, en cambio, el objeto de estudio no es el enunciado, sino el patrón de pensamiento que permite que dicho enunciado tenga el significado que tiene. Una metáfora conceptual es un mapeo del conocimiento de un área conceptual a otra diferente. Las metáforas conceptuales estructuran la manera en que varios dominios son entendidos (Allbritton, 1995). Uno de los supuestos en el estudio de metáforas conceptuales desde la lingüística cognitiva es que, al estudiar patrones de lenguaje, se pueden identificar patrones en la organización y naturaleza de la estructura conceptual (Evans, 2009). Se asume que la capacidad para formular, entender e interpretar metáforas está relacionada con la capacidad para estructurar el conocimiento. De ahí que esta investigación haya tenido como objetivo el identificar patrones metafóricos en las respuestas de los aprendices de cálculo diferencial e integral en su primer curso de matemáticas a nivel universitario.

Definición del Problema

La evaluación cognitiva del conocimiento requiere que se observe cómo se integran los conceptos cuando ocurre el aprendizaje. Se asume que, de alguna manera, la información nueva es integrada a esquemas de conocimiento previo. Una de las maneras de evaluar la estructura de conocimiento adquirido es a través de redes semánticas. Ya antes se ha utilizado la similitud entre las redes de un maestro y sus estudiantes como predictor del desempeño en el salón de clases (Goldsmith, Jonson & Acton, 1991).

Una de las dificultades en el aprendizaje de las matemáticas y de la ciencia es el de transformar la experiencia y conocimiento intuitivo en conocimiento científico. Existen varias posturas sobre cómo se logra. Por ejemplo, para Núñez (2007, 2008) es importante rescatar la intuición y la relación de los conceptos a aprender con lo que puede percibirse directamente, pero para Nersessian (2008), éste entendimiento intuitivo debe abandonarse a favor de construcciones científicas. Ambos coinciden, sin embargo, en que el proceso de aprendizaje debe parecerse más al proceso que siguieron los descubridores.

Las matemáticas difieren de otras áreas de estudio en que su contenido no puede ser percibido directamente a través de los sentidos, sino que tiene que ser imaginado, idealizado o abstraído (Núñez, 2007). Saiber y Turner (2008) insisten en la importancia de la imaginación para el aprendizaje de las matemáticas; toda actividad matemática pura requiere de imaginación y abstracción. Es por eso que la ciencia cognitiva debe preguntarse qué mecanismos cognitivos son utilizados para estructurar ideas matemáticas. Varios investigadores (Álvarez Perozo, 1996; Gentner & Wolff, 1997, 2000; Gentner & Bowdle, 2001; Genter, Bowdle, Wolff, & Boronat, 2001; Bowdle & Gentner, 2005; Gentner, 2005) ya han hipotetizado que las metáforas conceptuales son los mecanismos que anclan los conocimientos a la experiencia corporal humana.

Lakoff y Núñez (1997, 1998, 2000) han trabajado con metáforas conceptuales específicamente en el campo de las matemáticas. La postura de Núñez (2007) es que el sistema conceptual al que llamamos matemáticas emerge del uso de la metáfora conceptual como mecanismo para la imaginación. También, las ideas de verdad y objetividad son resultado del uso de estos mecanismos. A pesar de la concepción romántica de las matemáticas como algo abstracto, universalmente válido, y ajeno a interpretaciones humanas, las matemáticas son producto de la experiencia humana y por ello es posible para los seres humanos pensarlas. Lakoff y Núñez (2000) le llaman matemáticas corporeizadas (embodied mathematics) a la idea de las matemáticas como producto de la experiencia del cuerpo, dependientes del humano, y no independientes de él.

En el planteamiento de la problemática de la enseñanza del cálculo, Alanis (1996) menciona que con una práctica algorítmica y algebraica del cálculo, los alumnos no logran asimilar y comprender los conceptos y métodos de pensamiento propios del cálculo, a pesar de aprobar la materia. En su propuesta de cómo simplificar el cálculo, Livshits (2009) define a la derivada como una metáfora matemática para la velocidad instantánea, o la razón de cambio instantánea de una función en relación a su argumento. Si uno de los conceptos más básicos en el cálculo es definido como una metáfora, parecería evidente que una habilidad para interpretar metáforas es necesaria para adquirir conceptos básicos de cálculo. Cabe preguntarse entonces si una mejor habilidad de interpretación de metáforas está relacionada con una mejor abstracción de conocimiento en matemáticas. De esta inquietud nacen preguntas a responder con esta investigación. ¿Cómo se ancla el conocimiento abstracto requerido en el Cálculo a la experiencia concreta del aprendiz?

¿Existe una relación entre la semejanza de la estructura del maestro a la del alumno y el tipo de expresiones que utiliza para explicarse el conocimiento adquirido?

¿Qué peculiaridades lingüísticas muestran los alumnos en sus explicaciones del conocimiento que han adquirido? ¿Cómo es la utilización de metáforas en estos alumnos al formar o enlazar campos conceptuales?

Justificación de la Investigación

En el planteamiento de la problemática de la enseñanza del cálculo, Alanis (1996) menciona que con una práctica algorítmica y algebraica del cálculo, los alumnos no logran asimilar y comprender los conceptos y métodos de pensamiento propios del cálculo, a pesar de aprobar la materia. (Salinas & Alanís, 2009)

Estudiar la abstracción de conocimientos en el área de matemáticas es relevante debido a las características únicas del conocimiento en matemáticas. Las matemáticas son constituidas por conceptos abstractos que no pueden ser percibidos directamente a través de los sentidos (Núñez, 2007). Existen incluso conceptos cuya definición los hace imperceptibles; Núñez (2007) provee como ejemplos: el conjunto vacío y el punto.

El cálculo infinitesimal, que es lo que se enseña en los primeros cursos de Matemáticas a nivel licenciatura, es imposible sin el concepto de infinito; sin embargo, podemos imaginarlo aun cuando nuestra naturaleza finita haga imposible percibirlo.

Una de las dificultades en la enseñanza de las matemáticas es que los profesores dejan de lado el papel del ser humano en la construcción y abstracción de conceptos matemáticos. Núñez (2007) hace la observación de que las matemáticas son consideradas ajenas a la experiencia humana y es por eso que se enseña su lógica, axiomas, algoritmos, etc., de manera dogmática, con demostraciones de que son ciertas y certeras. Se queja de que los educadores en matemáticas han deformado las matemáticas en un sistema de postulados y axiomas que sean independientes a la mente humana. Estos axiomas no logran explicar cómo es que el aprendiz debe conceptualizar lo que estos postulados significan.

A los investigadores en matemática educativa les interesa el lenguaje como medio para establecer significados compartidos, y por lo tanto el Comité Latinoamericano de Matemática Educativa menciona al análisis del discurso matemático educativo como un objeto de investigación prioritario (Cantoral, Farfán, Martínez & Sierra, 2006) "La matemática debe ser enseñada, comunicada: por tanto es necesario formar un lenguaje matemático que permita tal actividad." (Garbin, 2005). El lenguaje matemático es diferente al cotidiano, pero a veces los estudiantes no saben distinguir el uso cotidiano del lenguaje del uso matemático.

El lenguaje de las matemáticas no puede considerarse literal porque nada de aquello a lo que se refiere es perceptible en el mundo real. Núñez (2007) señala que las expresiones metafóricas no son un extra añadido a las definiciones formales, sino que son la base que hace posible estas ideas. Además, estás requieren de un conocimiento relacional y no sólo conceptual. Esto dificulta su aprendizaje, ya que los conceptos de relación se aprenden sólo luego de que se aprenden los conceptos de objeto (Gentner, 2006).

La generación y comprensión de metáforas es un mecanismo para el cambio en el conocimiento. El proyecto pretende seguir la idea de Gentner (2000) de que la metáfora lleva a la creación de nuevas categorizaciones para los conceptos, conceptos nuevos, conexiones nuevas, o perspectivas y representaciones nuevas. Los viejos conceptos pueden re-representarse y puede reestructurarse el sistema conceptual.

Se ha invitado a los profesores responsables del Proyecto de Innovación Educativa en el Currículum de Matemáticas para Ingeniería del ITESM a participar en la primera fase del proyecto. El proyecto es, además, un ejercicio de multidisciplinariedad, pues integra puntos de vista de lingüistas, psicólogos cognitivos, y matemáticos

Objetivo General

Conocer la relación entre la estructura que los alumnos dan a su aprendizaje del curso y el uso de metáforas conceptuales en sus respuestas y explicaciones.

Objetivos específicos:

1. Identificar la similitud de la red semántica de los alumnos con la red semántica del maestro antes (ρ_1) y después (ρ_2) de tomar el curso. Evaluar la diferencia ($\rho_2 - \rho_1$) entre estas relaciones.
2. Identificar peculiaridades lingüísticas (metáforas conceptuales, patrones, conceptos frecuentes) en la explicación de los alumnos a las soluciones de los problemas vistos en clase.
3. Conocer la relación entre el cambio en la estructura de conocimiento ($\rho_2 - \rho_1$) y el tipo de metáforas utilizados.

Hipótesis de investigación

Después de tomar el curso, las redes semánticas de los alumnos se asemejarán más a la del maestro que antes de tomar el curso.
($\rho_2 - \rho_1 > 0$)

CAPITULO II

MARCO TEÓRICO

Memoria, aprendizaje y estructuras de conocimiento

El aprendizaje es el proceso mediante el cual la experiencia humana es organizada en la memoria. Los seres humanos entienden su mundo a través de la conceptualización, y el aprendizaje es el proceso mediante el cual se adquieren y se almacenan conceptos. El aprendizaje, entonces, es un cambio conceptual.

Un concepto es un medio a través del cual los humanos entienden su mundo y le dan sentido (Nersessian, 2008). Los conceptos aislados, sin embargo, tienen poco significado; la memoria semántica contiene información de la relación entre éstos, de manera que forman redes conceptuales de elementos conectados unos con otros (Szymanski y Duch, 2012). Los conceptos contienen una gran cantidad de información. Los seres humanos pueden mencionar propiedades obvias de un concepto y también recordar hechos menos relevantes sobre éste.

Adquirir conocimiento sobre algo es entender las relaciones entre los conceptos importantes dentro de ese dominio (Goldsmith, Johnson, y Acton, 1991). Este conocimiento puede ser representado mediante estructuras que permitan visualizar las relaciones entre estos conceptos. Una estructura conceptual, según la define Nersessian (2008) es un manera de ordenar de manera sistemática los conceptos de manera que estén relacionados unos con otros. Entonces, adquirir conocimiento es entender las relaciones entre los conceptos importantes de un dominio.

Afirmar que alguien tiene conocimiento en un dominio, es asumir que éste posee en su memoria los conceptos relevantes a ese dominio ordenados de una manera coherente. Goldsmith et al. (1991) mencionan que una de las propiedades del conocimiento es su configuración, es decir, el cómo están ordenados y relacionados los conceptos, por lo que una evaluación del conocimiento debe ser sensible a esta configuración. Nersessian (2008) comenta que el proceso de aprendizaje es complicado porque esta estructura no es fácil de comprender en su totalidad en un sólo momento.

El enfoque estructural para la representación del conocimiento implica tres pasos: elicitar el conocimiento, representar el conocimiento, y evaluar el conocimiento de un individuo con respecto a un estándar (Goldsmith et al. 1991). Una de las maneras de representar las estructuras del conocimiento es a través de redes semánticas. En esta sección se explican los antecedentes de los estudios sobre representación de conocimiento basados en el modelo redes semánticas.

Organización de la memoria

Las primeras nociones de organización de las ideas en la memoria surge de la postura Gestáltica de Mandler (1967), quien aseguraba que la organización era una condición necesaria para la memoria y que el contenido verbal era jerárquico. Su modelo de memoria entonces, era de una serie de objetos o eventos organizados en la memoria de manera que su membresía a una categoría o grupo pudiera identificarse.

Después de él, Tulving, Bower y Donaldson (1972) hicieron una distinción entre la memoria episódica, para referirse a las experiencias personales, y la memoria semántica, para referirse el sistema de lenguaje. A pesar de esta distinción, ambas están activas simultáneamente. La memoria semántica funciona como un diccionario mental, organizado en conceptos o unidades de conocimiento. Para explicar cómo se almacenan y procesan estos elementos léxicos en la memoria, se desarrollaron modelos psicolingüísticos de memoria semántica, los cuales se describen a continuación.

Las redes semánticas como estructura del conocimiento

Uno de los modelos de representación del conocimiento es por medio de redes semánticas. Éste tipo de modelos surgió cuando Quillian (1962) propuso una teoría de procesamiento semántico humano para implementar en una simulación computacional de la búsqueda en la memoria. Su teoría buscaba mostrar la manera de construir una estructura semántica humana en una computadora.

Originalmente, Collins y Quillian (1969) concibieron una red semántica como un conjunto de relaciones jerárquicas. La estructura asemejaría entonces un árbol taxonómico, donde cada nivel jerárquico equivale a un nivel de categorización, como se muestra en la Figura 1. Bajo este modelo, los tipos de relaciones no jerárquicas, como *es* o *tiene*, se consideran como descriptores informativos de un concepto.

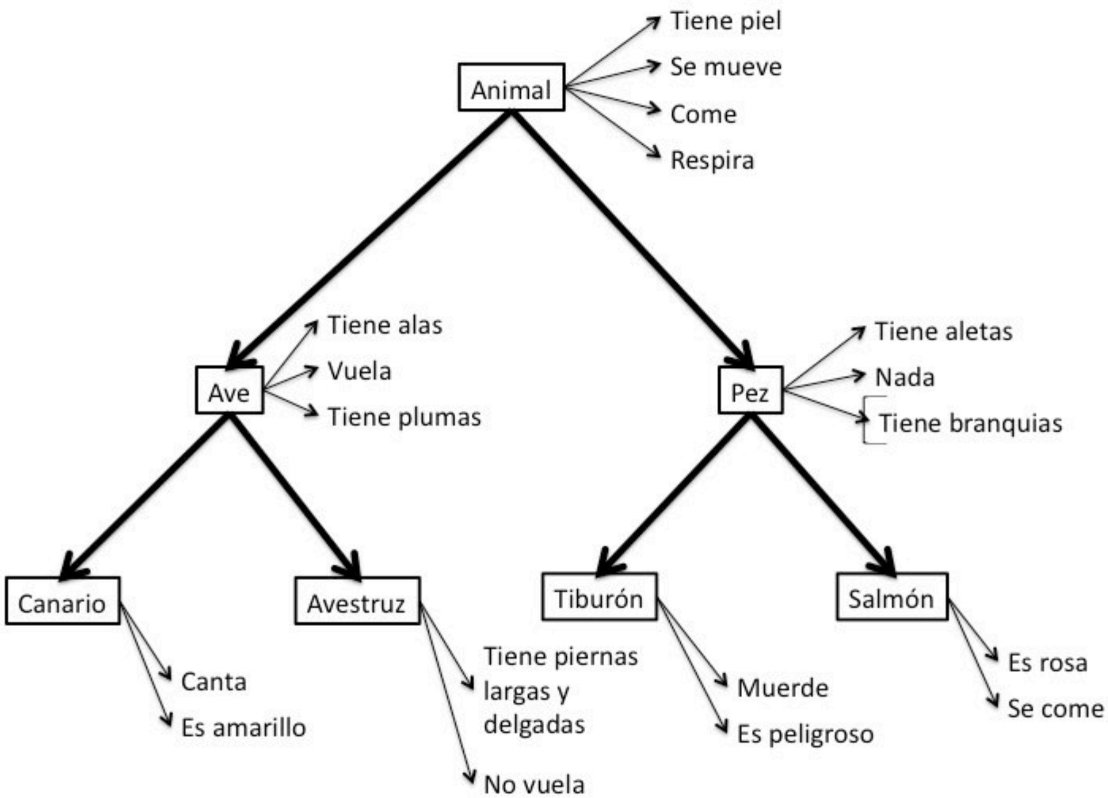


Figura 1. Estructura de árbol según Collins y Quillian (1969); basado en la ilustración de Szymanski y Duch (2012)

El modelo jerárquico establece relaciones entre nodos de manera que una subclase hereda las propiedades de la clase a la que se pertenecía. Aunque es útil en aplicaciones donde una taxonomía bastaba, no es un descriptor de la estructura de la memoria humana. Szymanski y Duch (2012) juzgan este modelo como útil, pero poco realista cuando se toman en cuenta procesos cerebrales: No lograba explicar fenómenos como los miembros no prototípicos de una clase, o las asociaciones que se daban entre conceptos más familiares o que aparecían juntos con más frecuencia.

Más adelante, Collins y Loftus (1975) favorecieron más una red no jerárquica, donde un nodo o concepto puede enlazarse a cualquier otro nodo (ver figura 2). Los lazos pueden tener diferentes criterios, que son los valores que indican qué tan esencial es un lazo para la definición del concepto. El significado completo de un concepto es la red alrededor de un nodo. Buscar un concepto en la memoria sería trazar un camino entre los lazos de los nodos de cada concepto especificado en las palabras leídas o escuchadas como estímulo. Al proceso de trazar un camino entre nodos en la búsqueda en la memoria se le llama facilitación.

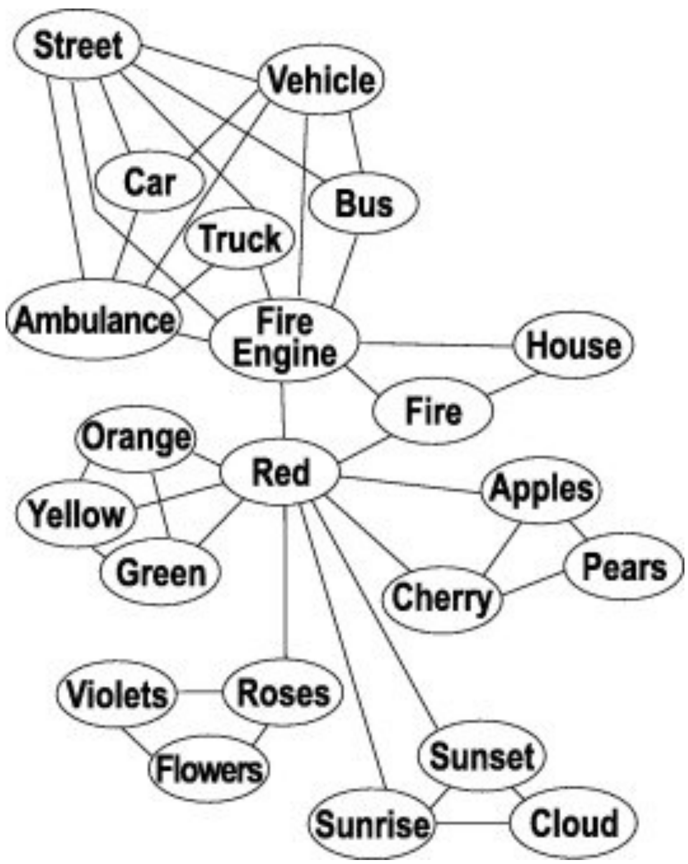


Figura 2. Estructura de una red semántica según el modelo de propagación de la activación de Collins y Loftus (1975); ilustración de Szymanski y Duch (2012)

Cuando un concepto es facilitado, la activación se propaga hasta que un concepto subsecuente hace contacto con los nodos alrededor del concepto anterior. La activación se expande desde el primer nodo a los nodos alrededor de este, y de los nodos alrededor a los nodos que los rodean, y así sucesivamente. El camino a seguir por la activación es delimitado por la sintaxis y el contexto.

Los lazos entre conceptos, según la teoría original de Quillian (1969, citado en Collins & Loftus, 1975) tienen diferente accesibilidad. Esto es, ni el tiempo para llegar de un concepto a otro ni la intensidad de la activación ha de considerarse constante. La accesibilidad de un camino entre conceptos dependerá de qué tanto una persona piensa o usa una propiedad de un concepto. Vivas, Comesana y Vivas describen la organización de Quillian como una “jerarquía o taxonomía semántica” (2007, 111) más que una red semántica.

Propagación de la activación

La teoría de propagación de la activación establece que una vez que un concepto es activado, esta activación se propaga automáticamente a través de lazos en al red semántica hacia conceptos relacionados (Collins & Loftus, 1975, citado en Taylor, 2002). La información en la red puede ser procesada cuando está activada. La propagación de la activación es el proceso por el cual la activación se propaga de un nodo a otro a través de enlaces en la red, haciendo que el conocimiento relacionado esté disponible (Anderson & Pirolli, 1984)

La activación que surge al presentar una primera palabra se propaga a través de enlaces en la red semántica hacia conceptos relacionados en el tiempo entre la presentación del estímulo facilitador al objetivo (Stimulus Onset

Asynchrony). Si una palabra objetivo se alcanza al propagar la activación cuando se presenta la palabra facilitadora, se reduce el tiempo de reacción. (Taylor, 2002) La activación es binaria: la información estaba activada o no. El factor de tiempo de reacción es el tiempo en que la activación se propagaba a las estructuras de conocimiento relevantes para hacer posible encontrar un patrón correspondiente. La idea de la propagación de la activación asume dos ideas: primero, que la cantidad de activación que llega a cada nodo disminuye en función a la cantidad de lazos que debe atravesar; segundo, que la activación toma una cantidad de tiempo para propagarse de un nodo a otro.

Las investigaciones de Ratcliff y McKoon (1981) pusieron en duda esta segunda aseveración. Encontraron que el efecto facilitador incrementaba al reducirse la distancia entre el estímulo facilitador y el objetivo. Sin embargo, cuando el tiempo de presentación del facilitador al objetivo (SOA) era de 50 ms a 350 ms, el efecto facilitador no incrementaba. Sus resultados contradicen la idea de que la activación toma tiempo para expanderse de nodo a nodo. La activación se transmite muy rápido a través de la red, pero, una vez que se activa un nodo, la respuesta no es instantánea. Señalaron, por lo tanto, la necesidad de entender la distancia semántica de otra manera.

Anderson y Pirolli (1984) mencionan tres propiedades del proceso de activación. Primero, el total de la activación emitida por un nodo es menor a su propia activación. La segunda propiedad es que la activación que se emite del nodo *i* se divide entre los nodos que se conectan al mismo. Por último, las activaciones que convergen en un mismo nodo se suman, por lo que el conocimiento puede procesarse más rápidamente si fuentes adicionales pueden propagar su activación hacia él. La activación puede correr en dos sentidos: puede propagarse del nodo *i* al nodo *j* y de regreso al nodo *i*.

McKoon y Ratcliff (1992) refutaron la idea de que la activación que se propaga desde el facilitador al objetivo depende del número de enlaces intermedios entre ellos en la red y la fuerza de esos enlaces. Argumentaron que la cantidad de facilitación depende de la familiaridad del facilitador y el objetivo como un compuesto. Este compuesto es formado por la presencia simultánea del facilitador y el objetivo en la memoria a corto plazo.

Distancia semántica

El efecto de distancia semántica (Rips et al., 1973) indica que el tiempo para confirmar una relación semántica entre conceptos aumenta cuando es mayor la distancia semántica entre ellos. Al principio se creía que esta distancia correspondería a la distancia entre categorías lógicas. Por ejemplo, la oración *Un petirrojo es un ave* es verificada más rápidamente que la oración *Un petirrojo es un animal*. El enlace de petirrojo a animal es indirecta: *petirrojo* se conecta *ave*, y *ave* se conecta a *animal*. La verificación de la oración *Un petirrojo es un animal*, por lo tanto, requeriría verificar las dos relaciones, mientras que *Un petirrojo es un ave* sólo requiere verificar una.

Rips et al. (1973) señalaron, sin embargo, que este efecto no se mantiene en oraciones como *Un oso es un mamífero* vs. *Un oso es un animal*, siendo la última más rápidamente verificada que la primera. Esto se debe a que la palabra *animal* es más accesible en la memoria que la palabra *mamífero*.

Rips et al. (1973) pidieron a sus sujetos evaluar el grado de asociación entre una palabra y otras palabras a comparar. La diferencia en la distancia evaluada por los sujetos coincidió con la diferencia en la cantidad de tiempo de verificación. El efecto del subconjunto ocurrió solamente cuando la distancia semántica evaluada entre una palabra y su subordinado era menor a la de esa palabra y un superordinado de más alto nivel. Es decir, en el caso de *Un* *petirrojo es un ave* vs. *Un petirrojo es un anima*l, la distancia entre *petirrojo* y *ave* es menor a la distancia entre *petirrojo* y *animal*. Pero en el caso de *Un oso es un mamífero* vs. *Un oso es un animal*, la distancia entre *oso* y *mamífero* es mayor a la distancia entre *oso* y *animal*.

El análisis de co-presencia de palabras (Lancia, 2008) busca similitudes entre pares de palabras o similitudes en significados entre patrones de palabras para descubrir estructuras de representaciones mentales y sociales. El análisis se basa en la premisa de que dos o más palabras que tienden a aparecer en contextos lingüísticos semejantes tienden a parecerse en su significado (Harris, 1951, citado en Lancia, 2008). Lancia (2008) advierte que este análisis depende sólo de la presencia de símbolos, y no de la manera en que están enlazados. El análisis de co-presencia no especifíca el tipo de relación de significados, pues ha sucedido que los antónimos aparecen más cercanos entre sí que los sinónimos.

Los experimentos de facilitación semántica asumen que se puede medir qué tan relacionados están dos conceptos puede según el tiempo que tarda un concepto en activar el segundo (Taylor & Regard, 2003). La estructura de una red semántica está organizada según la similitud semántica: mientras más propiedades compartan los conceptos, más fuertemente están relacionados. Una tarea de facilitación semántica presenta un facilitador que activa el concepto correspondiente en una red semántica. Esta activación se propaga a través de enlaces a diferentes conceptos. Se le llama facilitador al primer concepto porque su presentación reduce el tiempo para activar un relacionado a este.

Redes semánticas no jerárquicas

Una limitante de los modelos jerárquicos es que asumía que la estructura de la memoria coincide con la estructura lógica, y que las relaciones lógicamente válidas pueden leerse directamente de la información almacenada en la memoria. Por ejemplo, la oración *Un petirrojo es un ave* es verificada más rápidamente que la oración *Un petirrojo es un animal*. El enlace de *petirrojo* a *animal* es indirecta: *petirrojo* se conecta *ave*, y *ave* se conecta a *animal*. La verificación de la oración *Un petirrojo es un animal*, por lo tanto, requeriría verificar las dos relaciones, mientras que *Un petirrojo es un ave* sólo requiere verificar una. Investigaciones como la de Wilkins (1971) y la de Rips, Shoben y Smith (1973) descartan esta asunción.

Rips et al (1973) y Collins y Loftus (1975) concluyeron que las representaciones de las palabras en la memoria semántica no concordaban necesariamente con la lógica jerárquica. Hampton (1982, citado en Murphy, 2002) cuestionó también el modelo jerárquico clásico al observar sujetos que decidían que un ítem pertenecía a una subcategoría, pero no a la categoría superior. Por ejemplo, juzgaban que un asiento de auto era una silla, y que una silla era un mueble, pero un asiento de auto no era un mueble. Por lo tanto recomendaron abandonar el modelo jerárquico a favor de uno que considerara distancias semánticas.

Se han desarrollado otras maneras de representar el conocimiento declarativo de manera no jerárquica. Los métodos aquí discutidos representan el conocimiento como un entendimiento de los conceptos centrales en un área y sus relaciones.

Redes Semánticas Naturales (Figueroa, 1981; Reyes-Lagunes, 1993)

Figueroa, Solis y Gonzalez (1974) retoman la idea de Collins y Quillian (1969) de que el conocimiento está organizado en la memoria en redes. Estas redes enlazan palabras, eventos, valores, actitudes, etc., en un conjunto que representa un significado. Sin embargo, a diferencia de Collins y Quillian (1969) o Collins y Loftus (1975), el propósito del equipo de Figueroa no fue representar el conocimiento para inteligencia artificial, sino representar un conocimiento humano y social.

El grupo de Figueroa no concibe el conocimiento como uno solo, posible o correcto, como lo hacía el grupo de Collins trabajando en la inteligencia artificial. Figueroa, González y Solís (1976) plantean que los individuos difieren en su manera de almacenar, organizar, utilizar y recuperar la misma información. Figueroa, Carrasco y Sarmiento (1982) toman en cuenta la experiencia asociativa de la persona que formula, o es dueña de, la red semántica.

La técnica de redes semánticas naturales fue propuesta por Figueroa (1981) para representar los significados atribuidos socialmente a un concepto. El procedimiento para evaluar los significados consiste en, primero, pedir una lista de conceptos asociados a un concepto estímulo. Luego, esta lista de conceptos se jerarquizan según la proximidad al concepto estímulo. De esta lista, se obtiene un conjunto SAM, que es una lista de palabras definidoras de un concepto.

La técnica permite la obtención de los siguientes valores:

- El Valor J es la cantidad de palabras diferentes reportadas, y representa la riqueza de la red.

- El Valor M representa el peso semántico de cada concepto para el estímulo, se calcula multiplicando la frecuencia con la que aparece un concepto por su lugar en la jerarquía.
- El grupo SAM es el grupo de conceptos (generalmente 10) con mayor peso semántico (M)
- El Valor DSC es la diferencia semántica cuantitativa, que es una comparación entre los significados dado por un sujeto con el del significado dado por el experto.

La principal aportación de esta técnica es que permite explorar significados de un concepto y es utilizada para comparar significados atribuidos por expertos de los que utilizan los no-expertos.

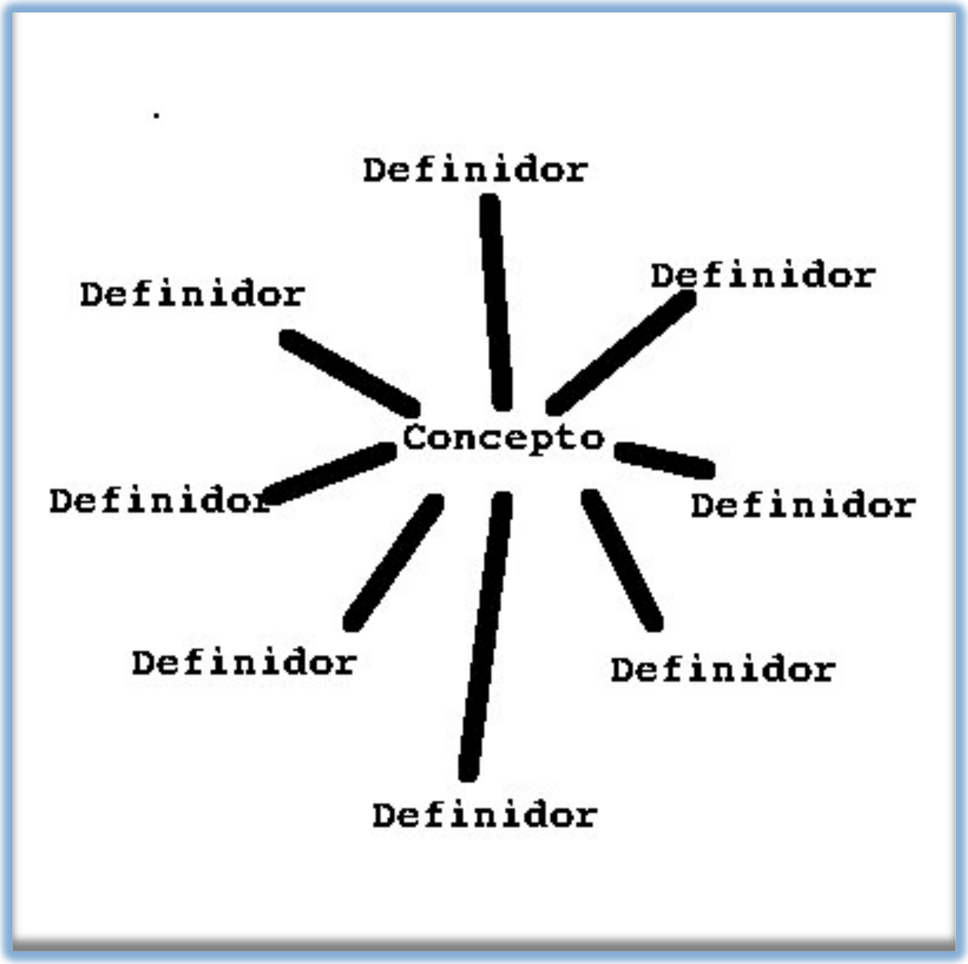


Figura 3. Estructura de una Red Semántica Natural

La limitación principal de esta técnica es que, a pesar de su nombre, la representación que genera no es una red, sino una estrella, como se muestra en la Figura 4. Sólo puede obtenerse un conjunto SAM por concepto, y esto quiere decir que se obtienen los conceptos que rodean a un solo concepto. No es posible, mediante esta técnica, visualizar relaciones entre dos conceptos distintos. Además, la técnica fue concebida para medir significados sociales, y no los que asigna una sola persona.

Método Pathfinder

El método Pathfinder (Schaveneveldt, Durso, & Dearholt, 1989) toma una matriz de juicios de cercanía entre pares de conceptos. Esta matriz es transformada en una estructura de red: cada objeto es representado por un nodo en la red y el qué tan relacionados están los conceptos se representa con la distancia del lazo entre ellos. El método Pathfinder busca luego los caminos entre conceptos. El método Pathfinder no presupone organizaciones jerárquicas, sin embargo, si existe una organización jerárquica del conocimiento, el método lo puede reproducir (Goldsmith, Jonson & Acton, 1991)

Goldsmith, Johnson y Acton (1991) utilizaron las evaluaciones Pathfinder y Closeness para medir representaciones de conocimiento y medir la similitud de las redes conceptuales de los alumnos y del experto. Esta similitud sirvió para predecir el desempeño de los alumnos en el salón de clase. Goldsmith et al. (1991) utilizan dos medidas para la similitud entre dos redes conceptuales: una de cercanía (C) y una correlacional (r). La medida de Cercanía (C) es el grado en que el mismo nodo está rodeado de nodos vecinos similares en las dos redes. La medida correlacional toma en cuenta los valores asignados a cada conección entre dos nodos en una red y otra red.

Método DistSem

Vivas (2004) presentó el Método de Evaluación de Distancias Semánticas DistSem para evaluar distancias semánticas entre grupos de conceptos. El método es una adaptación del método de redes sociales. Así como un análisis de red social estudia las relaciones entre individuos (Reffay & Chanier, 2002), una red semántica, estudiada bajo el método DistSem, permite visualizar relaciones entre conceptos.

El procedimiento para generar una red semántica consiste en las siguientes etapas:

1. Confección de matrices y planillas. Se considera una matriz cuadrada y simétrica de n x n conceptos. En una planilla, se vuelcan los pares de conceptos, reordenados al azar.
2. Administración. Se administra la planilla a los sujetos cuyas redes semánticas se quiere conocer.
3. Procesamiento. Se llena la matriz con la distancia de cada par, y las distancias se convierten a distancias geodésicas. Se pueden extraen agrupamientos y visualizar la configuración de la matriz de distancias.

Una de las ventajas de este método es que permite una visualización cualitativa de la organización de conceptos de tanto aprendices como expertos (Vivas, Comesana & Vivas 2007). Además, permite usar los mismos análisis que se utilizan con las redes sociales, como el análisis de clusters jerárquicos.

Metáfora y conocimiento

Una de las asunciones en los estudios sobre metáforas es que éstas establecen correspondencias entre conceptos de distintas áreas del conocimiento. Según Aristóteles, el individuo que pudiera hacer conexiones inusuales era una persona con dotes especiales. De ahí surge la definición de metáfora como la semejanza entre elementos de dos dominios separados o áreas de experiencia y enlazarlas de manera lingüística. (Gentner, 1984; Taylor, 2002)

Una metáfora es una declaración que caracteriza una cosa en términos de otro. Es una figura retórica comúnmente encontrada en contextos literarios y poéticos, pero también en el habla cotidiana pueden utilizarse para expresar ideas difíciles de transmitir en lenguaje literal. Las metáforas aportan información común entre dos términos así como información nueva. Por un lado, son una declaración de propiedades compartidas. Es decir, las metáforas de entienden encontrando propiedades en común entre los dos términos. Sin embargo, al traer características de un término a otro, las metáforas generan nuevas maneras de pensar sobre un tema.

Los primeros modelos de comprensión de metáforas trataron al a metáfora como una desviación del lenguaje literal, como expresiones falsas que violaban las normas usuales de comunicación. Los modelos actuales la estudian como una parte normal del lenguaje.

Primeras nociones sobre metáforas

Las primeras nociones sobre compresión de metáforas consideraban a las metáforas como expresiones anómalas que violan las reglas semánticas o sintácticas (Chomsky, 1961, citado en Gentner et al, 2001). Las metáforas se veían como expresiones literalmente falsas que violan las máximas de comunicación (cfr. Grice, 1975; Searle, 1979, citado en Gerntner et al, 2001) Los experimentos de metáforas en ese entonces buscaban probar si acaso lae metáforas eran formas distintas al lenguaje normal que requerirían procesamiento extra para entenderse.

Los primeros experimentos sobre compresión de metáforas probaban si las metáforas eran formas distintas al lenguaje normal que requerirían procesamiento extra para entenderse. Según este punto de vista, los hablantes primero buscan una interpretación literal de la expresión. Cuando esta se verifica como falsa, entonces se busca una interpretación metafórica.

Winner y Gardner (1977) mencionan que el hemisferio derecho está involucrado en la apreciación de metáforas. Un estudio de Bottini et al. (1994)

encontró activación en las áreas prefrontal, temporal, precúnea, anterior, y posterior al presentarse enunciados metafóricos, comparada con enunciados literales. Las metáforas novedosas son procesadas con patrones cualitativamente diferentes a la información metafórica más familiar (e.g. clichés, dichos, refranes) La producción de asociaciones novedosas entre conceptos previamente no relacionados parece ser una característica de los procesos de activación semántica difusa en el hemisferio derecho. (Leonhard & Brugger, 1998, citado en Taylor, 2002)

Modelo pragmático de la comprensión de metáforas (Searle, 1979)

Según la visión de la pragmática (Searle, 1979), una metáfora es un enunciado que es defectuoso cuando se interpreta literalmente, por ser literalmente falsos. Por lo tanto, la interpretación de la metáfora requeriría tres pasos: Los comunicantes primero buscan una interpretación literal de la expresión. Luego, deben juzgar si esa expresión tenía sentido. Cuando esta interpretación se verifica como falsa, entonces se busca una interpretación metafórica. Cuando se convierte una metáfora a un símil, entonces es literalmente cierta. La metáfora "mi abogado es un tiburón" es defectuosa por ser literalmente falsa, pero el símil "mi abogado es como un tiburón" es literalmente cierta.

El modelo pragmático de comprensión de metáforas tiene tres implicaciones: Primero, que los significados literales tienen prioridad en su procesamiento, siempre se entienden primero en cualquier condición. Los significados no literales no se procesan hasta que se encuentre que los significados literales son defectuosos. Por lo tanto, el lenguaje literal debe ser más fácil de entender que el no literal. Segundo, el procesamiento no literal es opcional, y sólo se da luego de que se procese que el literal es defectuoso y no interpretable. La tercera implicación es que las metáforas son intercambiables con símiles: decir que X es Y o que X es como Y significa lo mismo.

Bajo el modelo pragmático, las metáforas son consideradas como aseveraciones categóricas falsas que debían reinterpretarse como símiles. Por ejemplo "Juan es un cerdo" debe reinterpretarse como "Juan es como un cerdo" para ser entendida.

Evidencia contra el modelo pragmático (Glucksberg)

El enfoque pragmático de Searle (1979) menciona que la interpretación de la información no literal requeriría de dos pasos: primero, una derivación del significado literal; luego, si la aseveración no es interpretable de manera literal y bajo ese contexto, buscar un significado no literal. Glucksberg y Keysar (1982, citado en Gentner & Bowdle 2001) descartaron la idea de los pragmáticos (Grice, 1975, Searle, 1979) sobre las dos etapas de interpretación. Sus estudios cuestionaron el supuesto de que la interpretación del lenguaje figurativo requiere doble interpretación.

Glucksberg y Keysar (1982, citado en Gentner & Bowdle, 2004) pidieron a los participantes hacer juicios verdaderos o falsos sobre enunciados de categorías; algunos ciertos (como "algunas aves son petirrojos"), algunas falsas (como "algunas aves son manzanas") y otras metafóricas (como "algunos trabajos son prisiones"). La pregunta clave fue cómo se procesarían las metáforas. Los resultados demostraron que los participantes tardaron más en descartar los enunciados metafóricos como falsos. Glucksberg y Keysar concluyeron que las participantes notaron el significado metafórico antes que el literal, e interfirió con su habilidad para clasificarlo como falso.

En un estudio posterior, Gildea, Glucksberg y Keysar (1982) demostraron que la información metafórica era imposible de ignorar. Sus colaboradores (Gildea & Glucksberg, 1983; Glucksberg, Gildea & Bookin, 1982; Keysar, 1989) han seguido esta misma línea y confirmado que las expresiones metafóricas se generan e interpretan directamente con procesos que no difieren de las expresiones literales.

Glucksberg (2008) resume las pruebas empíricas de su equipo en tres generalizaciones que descartan al enfoque pragmático. Primero, es que los significados literales no tienen prioridad incondicional. Los significados literales no son más fáciles de procesar que los no literales. Además, la comprensión de metáforas no es opcional sino que ocurre de manera automática. Segundo, las metáforas no son entendidas por medio de la comparación, sino que son procesadas tal y como aparecen. Es decir, que la aseveración “el cirujano es un carnicero” significa, precisamente, que el cirujano pertenece a una categoría de personas que, de alguna manera, son carniceros. Tercero, esta metáfora tiene un significado diferente a si se presentara en forma de símil: “el cirujano es un carnicero” se interpreta de manera diferente a “el cirujano es como un carnicero”. Las metáforas y las símiles no son intercambiables y tienen diferentes significados.

Teoría de la relevancia (Sperber y Wilson, 1995)

Como respuesta a los avances en ciencia cognitiva, los linguistas pragmáticos replantearon el modelo pragmático de comprensión de metáforas. La teoría de la relevancia de Sperber y Wilson (1986) establece que, en el transcurso de una conversación, el que escucha recupera o construye supuestos sobre lo que se enuncia. Estos supuestos conforman una base sobre la cual se procesa la información nueva. Esta base cambia gradualmente cada vez que recibe nueva información. Interpretar un enunciado no es solamente identificar lo que se ha expresado, sino que consiste también en pensar en las consecuencias de añadir lo recién dicho a un montón de supuestos previos que han sido ya procesados.

Por relevancia, se refieren a una propiedad del discurso tal que un enunciado es relevante en un contexto sólo si tiene un efecto dentro de ese contexto. El grado en que algo es relevante depende de dos factores: el efecto y el esfuerzo. Las condiciones de relevancia son definidas de la siguiente manera:

1. Un supuesto es relevante en un contexto mientras más grandes sean sus efectos en este contexto.
2. Un supuesto es relevante en un contexto mientras menor sea el esfuerzo requerido para ser procesado.

Estas dos condiciones implican que las personas buscan generar la mayor cantidad de efectos cognitivos con el menor esfuerzo posible.

La implicación que la teoría de la relevancia tiene en el procesamiento de metáforas es explicada por Noveck, Bianco y Castry (2001). Mencionan dos rasgos de la teoría que son esenciales para el entendimiento de la metáfora. Primero, que un enunciado no tiene que ser literalmente cierto para que sus implicaciones sean procesadas efectivamente. Segundo, que un enunciado metafórico lleva consigo más información que un equivalente literal y directo. Una tercera implicación es que, para entender la metáfora, es necesario tomar en cuenta la intención del usuario que la produce.

Noveck, Bianco y Castry (2001) formularon dos hipótesis con relación a la interpretación de metáforas desde la teoría de la relevancia. La primera fue que las formulaciones metafóricas requerirían mayor esfuerzo para interpretarse que las formulaciones sinónimas. Este esfuerzo fue medido en tiempos de lectura.

La segunda fue que la metáfora añade un beneficio extra que compensa el costo cognitivo.

En un estudio con 230 niños franceses de edades entre 8 y 12 años, encontraron que existe un efecto en la edad en el tiempo de lectura de la metáfora. ($F(4,75) = 2.771$, $p < .05$). Esto implica que la habilidad para identificar referentes de una metáfora mejora con la edad. Los enunciados con referencias de sinónimos arrojaron mayores respuestas correctas que los enunciados con referencias metafóricas ($F(1,75) = 22.852$, $p < .0005$). Existe, además una interacción entre las respuestas correctas y la edad. En niños de 12 años, la diferencia en la comprensión de enunciados sinónimos y metafóricos es menor que en niños menores de 12 años. La principal aportación del estudio de Noveck fue cuestionar la afirmación de Gibbs (1994) de que la comprensión de metáforas es automática y no requiere de un esfuerzo extra.

Metáfora como fenómeno de pensamiento

Black (1979) fue de los primeros en pensar en la metáfora no sólo como una ocurrencia del lenguaje, sino como una manera de pensar. La metáfora es un asunto de pensamiento tanto como de lenguaje. Black (1954, 1981) acepta que la metáfora es un instrumento para inferir, basándose en una analogía percibida entre dos temas de diferentes dominios. Sin embargo, añade que se debe poner atención a lo que piensa la persona que afirma una oración metafórica. No se trata de comparar A con B, o que se piense en A como si fuera B, sino que el productor de la metáfora está pensando que A es B.

A la pregunta de por qué se piensa en A como metafóricamente B, cuando literalmente no es B, Black (1979) responde: porque podemos y porque frecuentemente necesitamos hacerlo, "because we can do so [...] and because we often need to do so" (33). Habla entonces de conceptos cuyas fronteras no son rígidas, sino elásticas y permeables. Cuando los recursos literales no son suficientes para expresar las correspondencias, interrelaciones, y las analogías. El pensamiento y la declaración metafórica se utilizan para aquello que es imposible expresar de otra manera.

Metáfora conceptual (Lakoff y Johnson, 1980)

Lakoff y Johnson (1980) afirmaron que la naturaleza del sistema conceptual humano es de naturaleza fundamentalmente metafórica. Para explicarlo, definen que los conceptos no metafóricos son los que emergen directamente de la experiencia y por lo tanto son autodefinidos. Los conceptos metafóricos, en cambio, son los que no pueden entenderse en términos propios, sino en términos de otros conceptos. Es decir, un tipo de objeto o experiencia se conceptualiza en términos de un objeto o experiencia diferente.

Los conceptos no-metafóricos incluyen orientaciones espaciales, conceptos ontológicos, y actividades o experiencias estructuradas. Los conceptos metafóricos, entonces, están definidos en términos de los no-metafóricos, por lo que heredan su clasificación. Lakoff y Jonson (1980) clasifican las metáforas en:

- Metáforas de orientación, que estructuran los conceptos linealmente, con base en las orientaciones lineales no metafóricas, e.g. “más es arriba”, “subir es mejorar”, “bueno es arriba”.
- Metáforas ontológicas, en que se proyecta la entidad o substancia de un concepto en otro que no lo tiene, e.g., “las palabras son recipientes”, “la mente es un recipiente”

- Metáforas estructurales, e que un tipo de experiencia o actividad se estructura en términos de otra experiencia o actividad, e.g. “entender es ver”, “vivir es apostar”

Las metáforas pueden encadenarse en una serie de implicaciones. Los conceptos abstractos se definen metafóricamente en términos que son más concretos y más claramente estructurados. Como no existe una correspondencia exacta entre un concepto abstracto y uno concreto, los conceptos abstractos se definen con varios conceptos concretos, y una metáfora sólo captura uno de estos conceptos.

Lakoff y Jonson (1980) utilizan el término metáfora conceptual para distinguir de metáfora como una ocurrencia de lenguaje y la metáfora como un asunto de pensamiento. Es decir, su objeto de estudio no es el que alguien diga “el tiempo es dinero”, sino que, en el plano conceptual, las personas piensen en el tiempo como un tipo de dinero. Así, varias expresiones figuradas, tales como “su conversación fue muy cortante” o “lo bombardeó con insultos” pertenecerían a una metáfora conceptual de palabras-como-armas.

Keysar et al. (2000) dividen la postura de Lakoff y Jonson en dos supuestos básicos: el conceptual y el lingüístico. El primero sume que todos los conceptos, excepto aquellos que son autodefinidos y basados en experiencia, son de naturaleza metafórica. Es decir, no tienen una estructura o significado por su cuenta sino que están conceptualizados a través de conceptos basados en la experiencia. Por ejemplo, los conceptos de feliz y triste estarían conceptualizado a través de la experiencia de arriba y abajo: feliz es arriba, y triste es abajo.

El segundo supuesto asume que el mapeo metafórico se refleja en las expresiones cotidianas utilizadas por las personas. Así, las expresiones como “me levanta el ánimo” tienen su base en la metáfora conceptual “feliz es arriba”.

La más severa crítica a la teoría conceptual de Lakoff es la falta de evidencia y al uso de una lógica circular. McGlone (2001) critica ésta circularidad al refrasear el pensamiento de Lakoff de la siguiente manera: se cree que las expresiones metafóricas son evidencia de un sistema conceptual en el pensamiento, y que este sistema conceptual existe porque existen las expresiones metafóricas Haser (2005) critica además el que las conclusiones a las que llegan Lakoff y Johnson (1980) son iguales a sus presuposiciones. Kertész y Rákosi (2009) señalan además que Lakoff y sus seguidores no han publicado ninguna respuesta a las críticas de circularidad; admiten que es posible entender su argumentación de manera cíclica en vez de circular, pero que la manera en que manejan los datos y la evidencia tiene aspectos circulares también.

Como respuesta a la crítica de que la Teoría Contemporánea de la Metáfora utiliza una lógica circular, Grady (2007) enlista evidencias de que el fenómeno de metáfora conceptual es real.

1. Sistematicidad. Si los términos e ideas de un dominio conceptual en particular son asociados a conjuntos de otros dominios, y esta asociación es predecible, entonces puede concluirse que los dominios están conectados en un nivel de entendimiento analógico. El poder entender un uso metafórico novedoso sugiere que existen patrones conceptuales que la sostienen.
2. Gestos. Los gestos se utilizan para referirse a un significante. Este gesto es entendido aun cuando no se acompañe del enunciado correspondiente.

3. Psicología experimental. Grady (2007) considera que los resultados de los experimentos sobre metáforas del tiempo de Gentner (2001) y los de imágenes mentales de Gibbs (1994) como evidencia experimental de que los humanos organizan su conocimiento sobre conceptos abstractos en un sistema de metáforas conceptuales.

Lakoff (2008) menciona que, cuando escribió su teoría de metáfora conceptual en 1979, no se desarrollaban aún las ciencias neuronales ni computacionales. Cree necesario entonces rebautizar su teoría de metáfora conceptual llamándola Teoría Neural de la Metáfora. Bajo esta teoría el fenómeno conceptual de la metáfora es resultado de un fenómeno físico de activación neuronal. La diferencia entre la teoría neural (2008) y la teoría de metáfora conceptual (1979) es que hace equivalente la activación conceptual con la activación cerebral.

Lakoff pretende que su teoría explique -aunque en sus trabajos no logra dicha explicación- lo que las metáforas conceptuales son físicamente. Dice, pero no demuestra, que la teoría conceptual de la metáfora ha sido confirmada por los avances en computación y neurociencias. Sin embargo, no especifica cuál es su evidencia ni cómo es que ésta apoya su teoría. Se justifica diciendo que su proyecto permite a los lingüistas ser lingüistas y no científicos computacionales o neuronales. McGlone (2009, comunicación personal) comentó que su grupo decidió dejar de trabajar con metáforas pues se hartaron de discutir con el grupo de Lakoff y seguidores.

Evidencia contra el supuesto lingüístico de Lakoff y Johnson

Keysar et al. (2000) critican que la única evidencia para el supuesto lingüístico de la teoría de la metáfora conceptual es el que existan sistemas de expresiones convencionales que coincidan con un mapeo metafórico. Para

Lakoff y Johnson (1980), que las personas digan que se puede ganar o perder un argumento es prueba de que en ellos existe un mapeo metafórico de que "los argumentos son guerras". Keysar et al. (2000), sin embargo, señalaron la posibilidad de que las palabras que se usan para hablar tanto sobre argumentos como sobre guerras sean polisémicas. Por lo tanto, las expresiones "ganar un argumento" o "perder un argumento" pueden ser entendidas directamente sin que se requiera la metáfora conceptual "un argumento es una guerra".

Otra limitante de la teoría de metáfora conceptual es la señalada por Aherns (2002) sobre la confusión entre correspondencias e inferencias. La teoría de metáfora conceptual permite una cantidad infinita de mapeos entre un dominio fuente y un objetivo. Además no distingue entre las correspondencias en el mapeo y las inferencias que surgen de transladar un dominio al otro. Esto ocasiona una dificultad para probar la teoría. La información inferida desde una estructura conceptual es un proceso que sólo puede ocurrir luego de haber recuperado dicha estructura. Luego, no es posible que dicha inferencia se utilice como evidencia de que la correspondencia existe.

Metáfora y aprendizaje (Gentner y Gentner, 1983)

La comprensión de metáforas involucra un proceso de comparación. El proceso de comparación es sensible a la estructura. Gentner (1983) entendió a la metáfora como un tipo de comparación diferente a otras comparaciones. En un lado del especto está la similitud literal, y al final, la metáfora. Las clasificaciones que hace son las siguientes:

- Similitud literal: Comparación en que un gran número de predicados se mapean de la base al objetivo, según el número de predicados no mapeados. Ejemplo: El sistema solar X12 en la galaxia de Andrómeda es como nuestro sistema solar. Interpeteación: "La estrelala X12 es amarilla, mediana, como el sol; los planetas giran alrededor de X12, como los planetas de nuestro sistema solar"

- Analogía: Comparación en que los predicados relacionales, pero pocos o no de atributos, se mapean de la base al objetivo. Ejemplo: El átomo de hidrógeno es como nuestro sistema solar. Interpretación: "El electrón gira alrededor del núcleo, así como los planetas giran alrededor del sol"
- Abstracción: Una comparación en que la base es una estructura relacional abstracta. Ejemplo: Un átomo de hidrógeno es un sistema de fuerza central. Interpretación: "El núcleo atrae el electrón. El electrón gira alrededor del núcleo" –> El objeto central atrae al objeto periférico. El objeto de menor masa gira alrededor del objeto con más masa.
- La metáfora es una comparación no-literal que puede usarse, al igual que la analogía para explicar o predecir, pero también en contextos expresivos y aafectivos (Gentner y Wolf, 2000)

Gentner y Wolf (2000) enlistaron cuatro mecanismos para el cambio en el conocimiento: selección de conocimiento, proyección, re-representación o reestructuración. Los resultados de representación son categorías almacenadas y mapeos almacenados. La selección de conocimiento tiene que ver con que, al presentarse una metáfora, se consideren atributos de un objeto que no son los típicamente pensados. La proyección se refiere a la transferencia de significado de una fuente a un objetivo. La metáfora permite llevar información de un concepto hacia otro. Hay direccionalidad en esta transferencia. La re-representación ocurre cuando los elementos de una comparación no presentan una correspondencia idéntica, entonces es necesario descomponer o volver a construir esta relación para hacerla concordante. Por último, la reestructuración es un cambio que se da no a nivel de un concepto individual, sino a nivel de sistema.

La reestructuración a nivel de sistema tiene que ver con que la gente prefiere combinar predicados que pertenecen a un sistema de conocimiento en vez de componentes aislados. No todos los atributos de un objeto entran a la interpretación de una metáfora, sino sólo la información que es relevante a la relación. Las relaciones sirven más para hace que el conocimiento sea más conectado o sistemático.

La reestructuración a nivel de sistema tiene que ver con que la gente prefiere combinar predicados que pertenecen a un sistema de conocimiento en vez de componentes aislados. No todos los atributos de un objeto entran a la interpretación de una metáfora, sino sólo la información que es relevante a la relación. Las relaciones sirven más para hace que el conocimiento sea más conectado o sistemático.

La principal aportación del equipo de Gentner et al. (2001) es que, al entender a la metáfora como un tipo de analogía, impulsaron a otros investigadores a estudiar cómo ésta influye en la adquisición de conocimiento nuevo.

Esquemas basados en metáfora (Allbritton, 1995)

Allbritton (1995) argumenta que las metáforas conceptuales generan estructuras de conocimiento esquemático que pueden influir en la manera en que la información sobre un dominio conceptual se procesa y se representa en la memoria. Le llama esquemas basados en metáforas a las estructuras de conocimiento que influyen la manera en que el concepto tópico es procesado y representado en la memoria. Esta estructura no es meramente un resumen de lo que se conoce sobre el concepto tópico, sino que es un marco de referencia sistemático que surge de su comparación con el concepto vehículo.

Una de las funciones de las metáforas conceptuales es que proveen una marco de referencia para entender un dominio nuevo o para reestructurar la manera en que se entiende un dominio ya conocido (Albritton, 1995).

El esquema afecta el procesamiento de información de varias maneras. Primero, actúa como un filtro; resalta la información que coincide con el esquema mientras que esconde la información que no encaja en él. También, ordena la información de un modo sistemático basándose en la estructura interna del esquema. Según lo encontrado por McKoon, Ratcliff, y Sifert (1989, citado en Allbritton, 1995), algunos tipos de esquemas crean conexiones entre ítems que comparten una relación con un esquema dentro de representaciones de la memoria. El esquema permite conectar información en la memoria.

El esquema basado en metáfora enlaza elementos en la memoria para la representación de un texto. Albritton (1995) afirma que el esquema basado en metáfora es una posible fuente de coherencia en el texto, pues provee una manera de ligar ideas en un texto. Es por ello que es relevante no sólo en la comprensión de lenguaje figurado, sino en la comprensión de cualquier discurso.

Esquema basado en metáfora y representación de texto

Allbritton, McKoon y Gerrig (1995) se enfocaron ya no en el proceso de interpretación de la metáfora, sino en cuál pudiese ser el producto de su comprensión. Encontraron un reconocimiento más rápido de palabras y oraciones relacionadas cuando éstas se relacionaban al mismo esquema que la palabra objetivo que cuando no. Es decir, los participantes reconocían más rápido al oración cuando habían leído el texto en que ambas oraciones, el disparador y el objetivo, encajaban en el mismo esquema.

Para confirmarlo, examinaron también las conexiones entre conceptos del tópico y vehículo de una metáfora y las compararon con las conexiones entre conceptos dentro de un mismo dominio. Los tiempos de reconocimiento eran más rápidos en la condición donde el prime y el objetivo pertenecían al mismo esquema basado en metáfora, que en la condición en la que no encajaban en el mismo esquema.

Además, encontraron que los participantes reconocían una palabra más rápidamente cuando era facilitada por una palabra de la oración que salía del esquema basado en metáfora que cuando era facilitada por una palabra que solamente se refería al mismo tema. Este resultado confirmó que las conecciones entre el facilitador y el objetivo podían atribuirse a una relación metafórica, y no meramente a las referencias a un tema común.

Descartaron además la posibilidad de que fuera la relación semántica, y no la pertenencia a un esquema basado en metáfora, lo que ocasionara el efecto facilitador. Esto es porque controlaron además la relación entre palabras con juicios semánticos mediante una escala del 1 (no relacionado) al 7 (altamente relacionado).

Allbritton et al. advirtieron, sin embargo, que sus resultados sólo demuestran que los elementos de un texto que provenían de una misma metáfora se relacionaban en la memoria. Sin embargo, no demostraban que estos encajaban en una estructura de un esquema basado en metáfora. Es decir, el concepto de esquema no era realmente necesario para explicar sus resultados. Tampoco pudieron concluir si los esquemas basados en metáforas eran parte del conocimiento del mundo que era recuperado en el proceso de la comprensión de un texto, o si eran creados en el momento de la lectura, durante el proceso de comprensión.

Keysar et al (2000) cuestionan más allá los hallazgos de Allbritton et al. señalando que no son evidencia suficiente para sostener los supuestos de la teoría de metáfora conceptual de Lakoff y Jonson (1980). Sostienen que los resultados de Allbritton et al. demuestran que el efecto de facilitación sólo sugiere que en la memoria se han ligado las dos oraciones. Sin embargo, ya que existe la posibilidad de que la comprensión de una oración no haya requerido de un mapeo conceptual, no consiste una evidencia a favor de la metáfora conceptual.

Esquema recordado o esquema creado

Existen dos maneras de entender el proceso de comprensión de una metáfora. La postura de Lakoff y Jonson (1980) es que la metáfora conceptual es parte del conocimiento del mundo que ya existe en las personas, y que ésta es recordada por los lectores o hablantes en el proceso de comprensión. Esta postura es apoyada por Gibbs (1994) y Albritton et al (1995). Argumentan que la metáfora no es transitoria y creada en el momento, sino que está precedida por mapeos conceptuales.

Una postura alterna es la de Glucksberg y Keysar (1993), quienes argumentan que la metáfora conceptual no refleja un conocimiento preexistente sino que se crea durante el proceso de comprensión de la metáfora. Estos esquemas son parte del conocimiento que un lector utiliza para la comprensión de un texto.

Glucksberg y Haught (2006) añaden que la forma metafórica crea una categorización. Argumentan que Searle (1979) estaba equivocado al decir que una metáfora era reemplazable con un símil. Una metáfora no es una comparación, sino una categorización. Por ejemplo en el símil “Mi abogado es como un tiburón”, la palabra “tiburón” se refiere literalmente a un pez. En cambio, en la metáfora “Mi abogado es un tiburón”, “tiburón” se refiere a una categoría abstracta y metafórica de “depredadores”.

Teorías sobre metáforas: comparación o categorización

Gentner, Bowdle, Wollff y Boronat (2001) hacen una reclasificación de teorías de metáfora según si están basadas en la comparación, en la inclusión de una clase, o en la estructura.

Dentro de las teorías de comparación ubican a la de Black (1962), quien dice que encontrar el significado de la metáfora implica encontrar la serie de la serie de rasgos del concepto tópico que se encuentran también en el concepto vehículo. Junto con esta teoría está la de Ortony (1979), quien añade la metaforicidad surge cuando rasgos muy marcados y notables de un vehículo son proyectados en el tópico, resaltando los rasgos, general menos notorios, que éste comparte con el vehículo.

Bowdle y Gentner (2005) añaden que los modelos de comparación no toma en cuenta la selección de propiedades. Es decir, no todas las propiedades compartidas entre la fuente y el objetivo de la metáfora son relevantes para su interpretación. Otra característica que no logran explicar es la asimetría de la metáfora. Las características relevantes para una metáfora como "el cirujano es un carnicero" son opuestas a las relevantes para "el carnicero es un cirujano".

Las teorías de categorización, en cambio, hablan de que la metáfora genera la inclusión de un concepto en una nueva categoría. Dentro de estas está la de Glucksberg y Keysar (1990), quienes argumentaban que la diferencia entre un símil y una metáfora es que el símil es una comparación mientras que la metáfora es una categorización. Una metáfora es una inclusión del tópico en la categoría metafórica creada por el vehículo. Es decir, "mi trabajo es una cárcel" no significa lo mismo que "mi trabajo es como una cárcel", sino que es interpretada como "mi trabajo es un tipo de cárcel".

La visión categórica (Glucksberg, 2008) propone que las metáforas son aseveraciones categóricas de inclusión en una clase. Para las metáforas convencionales, la categoría ya existe previamente. Para las metáforas novedosas, la categoría es creada y el vehículo de la metáfora sirve como el nombre de la categoría.

Glucksberg, McGlone y Manfredi (1997) proponen, dentro de la teoría de categorización, un modelo de categorización atributiva. Las categorías potenciales son generadas y proyectadas desde el concepto base mientras que las dimensiones modificables son identificadas en el objetivo. Por ejemplo, en "mi trabajo en una cárcel", la base "cárcel" conlleva a la categoría de "instituciones que encierran", mientras que en "trabajo" se modifican las dimensiones como condiciones de trabajo, flexibilidad, etc. para ajustarse a la categoría "instituciones que encierran". Este modelo explica las metáforas asimétricas y la diferencia en significados en, por ejemplo, "algunos cirujanos son carniceros" y "algunos carniceros son cirujanos".

Glucksberg et al (2001) le llaman teorías localistas a tanto las teorías de comparación como las de categorización. Estas se categorizan por centrarse en una sola relación entre dos conceptos. Existen, además teorías de mapeo estructural (Gentner & Markman, 1997) que consideran a la metáfora como un mapeo que enlaza a más de dos conceptos, sino a dos dominios de conocimiento. La explicación de la metáfora como mapeo estructural se toma de los trabajos en procesamiento de la similitud de Markman y Gentner (1993).

Teoría del mapeo estructural (Gentner y Markman, 1997)

El modelo de contraste de Tversky (1977) establece que la similitud entre A y B es mayor mientras más grande sea el grado de intersección de (A∩B) de sus características y menor sea el tamaño de sus complementos (A – B) y (B – A). El modelo de Tversky de grado de sobreposición (overlap) funciona bien para comparaciones literales, pero no funciona para la analogía (cfr. Gentner, 1983). Este modelo se considera insuficiente para la explicación de la analogía, dados los resultados de las investigaciones de Gerntner (1977, 1980).

Al no ser suficiente el modelo de Tversky (1977), Gerntner (1983) refina el modelo para incluir la analogía. La teoría del mapeo estructural de la analogía parte de las siguientes asunciones, algunas coincidentes con los modelos de redes semánticas:

- Las situaciones se ven psicológicamente como sistemas de objetos, objetos y atributos, y relaciones entre objetos.
- El conocimiento se representa como redes proposicionales de nodos y predicados.
- Dos distinciones sintácticas entre predicados son importantes: existen atributos que son predicados de un argumento, y relaciones, que son predicados de dos o más argumentos.
- Las representaciones reflejan la manera en las que las personas construyen una situación, y no lo que es lógicamente posible.

La idea central de la teoría del mapeo estructural de la analogía establece que la analogía se caracteriza por el mapeo de relaciones entre objetos, no de los atributos de los objetos, de la base al fenómeno. El soporte empírico para esta teoría, que refina la de Tversky, está documentado en los reportes de Gentner (1977, 1980). Gentner pidió a sus sujetos que escribieran interpretaciones de comparaciones analógicas. Las interpretaciones fueron leídas a jueces, que calificaron cada aseveración como atributo o como relación. Los resultados indicaron que al interpretar analogías, hay un enfoque a la información relacional por encima de la información atribucional.

Gentner y Markman (1997) llaman mapeo estructural al proceso de establecer una alineación estructural entre dos situaciones y proyectar inferencias. Asume que existen representaciones de:

- Objetos y sus propiedades.
- Relaciones entre objetos.
- Relaciones de orden superior entre relaciones.

Una alineación estructural es un conjunto de correspondencias entre los elementos representativos de dos situaciones. Gentner (2005) explica que el conocimiento abstracto es adquirido a través de procesos de mapeos estructurales; en el mapeo estructural se resaltan las relaciones comunes. El proceso de mapeo es determinado según dos limitaciones según la estructura:

- Primero, debe existir una correspondencia entre los elementos mapeados de la base al objetivo.
- Segundo, debe haber conectividad paralela, en que los argumentos de predicados correspondientes encajen también. La alineación es guiada además por un principio de sistematicidad: las relaciones de orden superior se prefieren sobre las relaciones independientes.

Asmuth y Gentner (en prensa, citado en Gentner, 2005) calcularon que de los 100 sustantivos más frecuentes y los 100 menos frecuentes en el Corpus Nacional Británico, más de un tercio era definido por su estructura relacional y no por atributos del objeto. Algunos ejemplos de conceptos que representan categorías relacionales son: esposo, contradicción, desviación, simetría.

Gentner (2005) resume en cinco puntos las implicaciones del mapeo estructural:

1. Los niños aprenden a reconocer similitudes totales y gradualmente adquieren la habilidad de apreciar similitudes parciales.
2. Las similitudes involucran categorías de objeto como categorías relacionales.
3. Los niños comienzan agrupando objetos similares por sus propiedades pero luego adquieren la habilidad para percibir similitud en relaciones.
4. Esta habilidad es desarrollada como consecuencia de cambios en el conocimiento de un dominio.
5. Un niño de dos años de edad es capaz de percibir similitud no sólo de objetos que parecen iguales, sino también de objetos que son nombrados bajo una misma categoría.

Funciones de la metáfora

Albritton (1995) enlista una serie de funciones cognitivas de la metáfora:

1. Desarrollar intimidad entre hablantes y oyentes (Cohen, 1979; Gibas & Gerrig, 1989). Las metáforas dependen de que exista conocimiento mutuo entre hablantes y oyentes, por lo que su uso pone énasis en este conocimiento común.
2. Crear similitudes entre el tópico y el vehículo (Camac & Glucksberg, 1984, citado en Allbritton, 1995) Camac y Glucksberg propusieron que la metáfora no ocasiona la recuperación de similitudes previamente almacenadas en la memoria, sino que dichas similitudes se crean al momento de su uso. Kelly y Keil (1987, citado en Allbritton, 1995)

probaron esta hipótesis comparando la similitud de pares de ítems antes y después de ser presentados como tópico y vehículo de una metáfora. Concluyeron que la metáfora ocasiona un aumento en la similitud percibida de miembros de categorías distintas.

3. Proveer un marco de referencia para entender un dominio conceptual nuevo o reestructurar uno ya conocido. Esta es la función que se utiliza en la generación de la ciencia. Un ejemplo de esta función está documentado en el análisis de Roediger (1980, citado en Allbritton, 1995) de las teorías de la memoria humana en donde se compara con archivos, con fonógrafos, con tableros, y finalmente, con computadoras. También Gentner y Gentner (1983) ejemplifican cómo el uso de diferentes metáforas, electricidad-como-agua y electricidad-como-multitud, afectaba la capacidad para resolver problemas.

Concluye que estas funciones son razón suficiente para concluir que la metáfora no es solamente una figura retórica, sino que tiene que ver con el pensamiento además de con el lenguaje. Albritton et al. (1995) enfocan su investigación no tanto en el proceso de comprensión de metáforas, sino en los productos de ésta comprensión. Es decir, cómo una metáfora da lugar a la organización de la información en un texto. "Las cosas más interesantes que aprendemos sobre las metáforas puede que sean no los mecanismos mediante los cuales son entendidas sino las cosas que las metáforas nos permiten hacer" (Albritton, 1995). ´

Metáfora como un tipo de analogía

Las metáforas establecen correspondencias entre conceptos de diferentes dominios de conocimiento. Bowdle y Gentner, (2005) son los primeros en describir los mecanismos del procesamiento metafórico. Su hipótesis de la carrera de la metáfora establece que pueden crearse categorías metafóricas durante la comprensión de metáforas mediante esquemas relacionales abstractos.

Existen dos diferencias entre la hipótesis de la carrera de la metáfora y los modelos de categorización anteriores. Primero, las categorías metafóricas son derivadas de la estructura relacional de los conceptos objetivo y fuente, no sólo del concepto fuente. Segundo, las categorías son creadas como consecuencia de una comparación, por lo que no afecta la interpretación de esta comparación.

La hipótesis de la carrera de la metáfora distingue entre metáforas novedosas y metáforas convencionales. Las metáforas novedosas incluyen conceptos fuente que se refieren a un dominio específico pero no está asociado aún a una categoría. Las metáforas novedosas serían interpretadas como comparaciones. Por otro lado, las metáforas convencionales incluyen conceptos fuente que se refieren tanto a un concepto literal como a una categoría metafórica. Las metáforas convencionales pueden interpretarse como comparaciones o como categorizaciones.

Retomando los modelos de mapeo estructural (Gentner, 1983; 2005), estos dos tipos de procesos pueden entenderse como alineamientos horizontales o alineamientos verticales. Los alineamientos horizontales son mapeos entre representaciones del mismo nivel de abstracción. Los alineamientos verticales son mapeos entre representaciones de diferente nivel de abstracción.

Metáfora, analogía, y aprendizaje

Al proponer la hipótesis de la carrera de la metáfora, Bowdle y Gentner (2005) ubicaron a la metáfora como un tipo de analogía. Una analogía es un mapeo entre dos situaciones representadas en que se alínea una estructura relacional (Markman & Gentner, 1997; Gentner & Kurtz, 2006). Bowdle y Gentner (2005) mencionan que, al solucionar analógicamente un problema, el alineamiento entre dos situaciones similares no sólo da una solución al problema objetivo, sino que además crea un esquema de abstracción del problema que puede utilizarse en situaciones futuras. Un procesamiento analógico consiste en encontrar una correspondencia entre las estructuras conceptuales de dos dominios diferentes (Gentner & Markman, 2005)

Gentner (2005) señala la importancia de la sistematicidad. Lo que sobresale en un alineamiento analógico es exista un sistema conectado de relaciones y no solamente un conjunto de concordancias. Cuando en la analogía una serie de objetos está conectado sistemáticamente, ésta conexión facilita la activación más que lo que haría un serie de concordancias aisladas. La sistematicidad de las relaciones entre conceptos determina si ocurre un proceso de rerepresentación, que podrá utilizarse para generar una nueva inferencia.

Al investigar la naturaleza de la similitud estructural, Markman y Gentner (2005) concluyeron que para que dos proposiciones fueran analógicas no bastaba sólo con una similitud en la estructura gramatical, sino que también era necesaria una similitud conceptual. Gentner y Kurtz (2006) luego investigaron el tipo de alineamiento y concordancia necesarios para crear una relación analógica y qué tan flexible era a la concordancia de los elementos en la representación. Experimentaron sobre la percepción de la analogía variando los grados de concordancia de los objetos y de la relación. La analogía donde las relaciones concordaban más era juzgada como más aceptable, aun cuando se variaba el grado de similitud entre los objetos. El grado de similitud sólo tuvo una influencia mínima en qué tan aceptable era la analogía. Esto quiere decir que las personas consideran una relación como analógica sólo si hay suficientes concordancias relacionales.

Estudios sobre los efectos de la metáfora en el aprendizaje

Gentner y Gentner (1983, citado en Gentner, 2000) realizaron un estudio acerca de cómo el entendimiento metafórico influyó en el aprendizaje sobre electricidad. Preguntaron a los sujetos qué métáfora utilizaban para entender la electricidad: si pensaban en la electricidad como agua o como una multitud de personas. Quienes entendían a la electricidad como agua, pudieron resolver mejor los problemas sobre baterías que los problemas de resistencia. Los sujetos que utilizaron la metáfora de multitud de personas resolvieron mejor los problemas de resistencia que los de baterías.

Después, se les enseñó la metáfora diferente a los sujetos: es decir, los sujetos que utilizaban la metáfora de la electricidad como agua aprendieron la metáfora de la electricidad como multitud de personas, y viceversa. Predijeron que esta nueva metáfora les ayudaría a resolver problemas que eran difíciles con el modelo existente, pero los resultados mostraron lo contrario. Al aprenderlo de manera distinta, fallaban más.

El pensamiento matemático y el pensamiento metafórico

Si uno de los objetivos de los profesores de matemáticas es que los alumnos desarrollen un pensamiento matemático, lo ideal es que supiéramos a qué nos referirmos por ello. Sin embargo, según argumenta Argyle (2012), las investigaciones al respecto utilizan definiciones distintas. Es por ello que ha realizado un metánalisis del uso del término “pensamiento matemático” en la revista *Mathematical Thinking and Learning* y ha clasificado las definiciones en cuatro tipos de constructos:

1. Pensar sobre matemáticas
2. Pensar mientras se hace matemáticas
3. Hábito de la mente
4. Pensar matemáticamente

Cada una de estas clasificaciones representa una visión en particular y es una elaboración sobre la anterior. Son complementarias y ninguna contradice totalmente a las anteriores. La tabla 1 resume el contenido de cada uno de ellos.

Tabla 1. Clasificación de constructos de pensamiento matemático según Argyle (2012)

Clasificación del constructo	Principales exponentes	Postura	Ventajas sobre constructo anterior
1. Pensar sobre matemáticas	Ginsburg y Seo (1999)	• Todo pensamiento tiene algo de matemático	
2. Pensar mientras se hacen matemáticas	Doerr y Tripp (1999)	• El Pensamiento Matemático es parte del pensamiento general. • El Pensamiento Matemático consiste en construir modelos de explicación o solución de problemas.	Este constructo permite distinguir lo específicamente matemático del Pensamiento Matemático, en vez de asumir que todo pensamiento lo es.
3. Matemáticas como hábito de la mente	Carlson (1999) Liu y Mess (2006)	• El Pensamiento Matemático es una manera de percibir y procesar datos, puede pensarser como un órgano para percibir realidad matemática. • Las matemáticas han de aprenderse del mismo modo en que se desarrollaron históricamente.	Que el Pensamiento Matemático sea un hábito permite pensar en el proceso de habituación.
4. Pensar matemáticamente	Carreira (2001)	• Todo pensamiento humano es metafórico. • El Pensamiento Matemático es un subconjunto formalizado y abstracto de pensamientos metafóricos.	Este constructo es el que se utiliza actualmente en la comunidad de práctica de Matemática Educativa

El constructo "pensar mientras se hacen matemáticas" se refiere a la construcción de modelos matemáticos para la resolución de problemas. Según Argyle, esto ancla la idea del pensamiento matemático al proceso de hacer matemáticas, lo cual difiere de la propuesta de Ginsburg y Seo. Este constructo permite responder qué es lo que hace especial en la matemática y qué cuenta como pensamiento matemático. Argyle cita a Doerr y Tripp (1999) quienes estudiaban cómo los estudiantes razonaban sobre situaciones problemas. El pensamiento matemático, bajo esta definición, consiste en la construcción de modelos para resolver problemas o explicar situaciones.

Las matemáticas como un "hábito de la mente" es un punto de vista bajo el cual el pensamiento matemático es una manera particular de percibir o procesar datos. Argyle (2012) cita a Liu y Niess (2006) quienes argumentan que la manera en que los estudiantes aprender matemáticas de la misma manera en que la especie humana las ha desarrollado. El pensamiento matemático es definido entonces como un órgano para percibir la realidad matemática que ha evolucionado con el tiempo. La ventaja de esta definición es que, al ver las matemáticas como un hábito, permite pensar en el proceso de aprender matemáticas como una habituación.

Por último, Argyle (2012) menciona el constructo de "pensar matemáticamente", la cual deriva de la postura Lakoffiana de una estructura de pensamiento basado en metáforas. Para ello menciona a Carreira (2001) quien retoma varios trabajos de Lakoff para afirmar que el pensamiento matemático es un tipo de pensamiento metafórico. Para Carreira (2001), el pensamiento matemático es un proceso de coordinación y reconocimiento de patrones entre y a través de metáforas. Eso implica que el pensamiento matemático está ligado a las ideas y percepciones que tienen las personas sobre el mundo en general.

Según Argyle (2012), el constructo de pensar matemáticamente, que es un derivado del trabajo de Lakoff, es el que actualmente está vigente en la comunidad de matemática educativa. Aunque Argyle sólo ubica a Carreira (2001) bajo este constructo, otras investigaciones en matemáticas que retoman la teoría de la metáfora conceptual de Lakoff también pueden ubicarse bajo esta categoría. Caben aquí, entonces, las ideas sobre matemáticas corporeizadas de Lakoff y Nuñez (2000) y Nuñez (2008), así como los trabajos sobre metonimia en los conceptos de límite (Oehrtmann, 2003) y derivada (Zandieh & Knapp, 2006; Hähkioniemi, 2006), así como la postura de red conceptual en matemáticas de Mowat y Davis (2010).

El principal argumento de Carreira (2001) es que los modelos matemáticos son un tipo de metáfora conceptual. Para ello, define la metáfora conceptual de la misma manera que Lakoff (1993): es una correspondencia entre dos dominios conceptuales, de manera que un dominio puede entenderse en términos de otrom ás familiar o cercano a experiencias cotidianas. Por otro lado, define un modelo matemático como el proceso en que una situación real es concebida en términos de matemáticas. Un modelo matemático es una representación del mundo real a través de estructuras y conceptos matemáticos. Dadas estas dos nociones, concluye que para que exista un modelo matemático, debe existir una metáfora.

Matemáticas corporeizadas

En su propuesta de matemáticas cognitivas, Lakoff y Núñez, (2000) conciben a las matemáticas como el resultado de experiencias corporales o corporeizadas. El entendimiento de las matemáticas, según la teoría de matemáticas corporeizadas, inicia con una serie de experiencias del cuerpo que luego se conectan a una red de dominios conceptuales en continuo crecimiento. Núñez (2007) añade que aunque las matemáticas solo pueden ser resultado de la experiencia humana. Las matemáticas difieren de otras áreas de estudio en que su contenido no puede ser percibido directamente a través de los sentidos, sino que tiene que ser imaginado, idealizado o abstraído (Núñez, 2007).

Núñez (2008) ve a las matemáticas como resultado del cerebro y la mente humana, con una estructura específica y limitada. Las únicas matemáticas que se pueden aprender, entonces, son aquellas basadas en la mente humana. Para justificarlo, utiliza los siguientes argumentos:

1. Todos los teoremas que los seres humanos pueden probar están dentro de un sistema conceptual matemático humano.
2. Todos los conocimientos matemáticos que se pueden tener son conocimientos que pueden ser adquiridos por seres humanos.
3. No hay manera de saber si los teoremas que se prueban por seres humanos tengan alguna verdad objetiva externa a los seres humanos o de otro tipo.

La idea de la corporeización de las matemáticas, aunque radical en el pensamiento de Núñez, ya había sido considerada por Tall (2004). Para Tall, parte de las matemáticas tenían que ver con la experiencia del cuerpo, pero no asume que todas las matemáticas surjan así. Habla en cambio de tres mundos de las matemáticas: el mundo corpóreo-conceptual, el procedural-simbólico, y el formal-axiomático. El corpóreo conceptual consiste en la percepción y sensación del mundo físico y mental. Las concepciones mentales que tienen que ver con lo visual y espacial pertenecen a este mundo. El mundo procedural-simbólico tiene que ver con los símbolos para calcular y pensar sobre conceptos. Estos símbolos actúan como procesos y como conceptos: por ejemplo la expresión "2 + 3" puede verse como una suma o como un proceso de sumar. El tercero, el mundo formal axiomático, está basado en los axiomas, definiciones, teoremas, y razonamiento inductivo.

Garbin (2005) coincide con Tall (2004) en que las representaciones en matemáticas se dan en distintos registros semióticos. Habla de diferentes lenguajes matemáticos y registros semióticos para representar conceptos matemáticos. En su investigación sobre concepciones del infinito, realizó entrevistas semiestructuradas con el fin de que los estudiantes establecieran cierto tipo de conexiones entre preguntas sobre el infinito. Cada uno de estos registros alude, incide, fomenta, convence, permita que surjan en la mente del estudiante, concepciones, elementos y experiencias matemáticas específicas, fruto de sus limitaciones o de sus oportunidades, en el sentido de su característica de producción. Habla de una conexión entre conceptos en donde el aprendiz puede "identificar y establecer relaciones entre los problemas, en cuanto a lenguaje matemático y registro de representación semiótica se refiere" (Garbin, 2005)

Modelación en matemáticas como un tipo de metáfora

Carreira (2001) analizó el proceso en que los alumnos construyeron significado. A los alumnos se les dio información sobre un modelo describiendo la utilidad de vino y cerveza. En el proceso observado identificó lo siguiente:

- Las primeras conceptualizaciones son referencias a fenómenos comunes en la vida cotidiana de los alumnos. Los alumnos construyeron relaciones del tipo "mientras más... menos", "aumenta... disminuye", "si tienen más cerveza, tendrán menos vino". (Carreira, 2001, p. 272)
- Los alumnos utilizan una metáfora de balanza o compensación: De la idea "si aumentamos la cantidad de cerveza, disminuirá la cantidad de vino", pasan a la idea de una función de utilidad, "si incrementa una variable, la otra decrece".
- Los alumnos verificaron que su modelación tuviera sentido comparándola con su experiencia cotidiana. El modelo se perfeccionó para tomar en cuenta otras relaciones entre las variables. Los alumnos hicieron distinciones y descubren detalles. Las nociones de "incrementa" o "más satisfacción" y "más consumo" aumentaron en detalle: "pero en incrementos mayores" o "incrementa pero más rápido".

Metáforas en el aprendizaje del cálculo

Los estudios sobre el uso de metáforas en aprendices de cálculo han llegado a conclusiones diversas. Por un lado, el estudio de Font Moll y Acevedo Nanclares (2003) juzgan como inconveniente el uso de metáforas dinámicas para componentes estáticos. Sin embargo, las investigaciones que se centran en conceptos específicos dentro del cálculo, como el límite en el caso de Oehrtman (2003) y la derivada en el caso de Zandieh y Knapp (2006), mencionan que es posible distinguir entre un uso benéfico de las metáforas y un uso erróneo. Ambos coinciden, sin embargo, en que una metáfora débil es necesaria antes de que el aprendiz genere una representación más completa de un concepto.

Font Moll y Acevedo Nanclares (2003) quienes estudiaron los efectos del discurso metafórico de un profesor en las respuestas producidas por sus alumnos. Encontraron que el profesor, al describir gráficas de funciones, utilizaba metáforas de movimiento para explicar los componentes estáticos. Es decir, utilizaba gestos de movimiento y expresiones como “viene por aquí”, “pasa por este punto”. También hablaba de números que pueden crecer y decrecer. Se dieron cuenta también de que el profesor no era consciente de que estaba utilizando un lenguaje metafórico hasta ver el video de su propia clase.

El efecto del uso de estas metáforas, en dicho estudio, fue que los alumnos entendieron a la gráfica como “la traza que deja un punto que se mueve sobre la gráfica”. Este mismo lenguaje dinámico fue utilizado por los alumnos en las respuestas a los cuestionarios, en vez de utilizar respuestas más precisas. Cabe aclarar que Font Moll y Acevedo Nanclares (2003) consideran impreciso el uso de términos dinámicos para describir objetos estáticos, por lo que concluyen que, aunque las metáforas del profesor facilitan una comprensión inicial y una recuperación más pronta, podrían generar dificultades para conceptualizar con precisión.

Oehrtmann (2003) estudio las ideas espontáneas sobre el concepto de límite en alumnos de primer año en la universidad y clasificó las caracterizaciones del concepto de límite de los estudiantes en cinco grupos principales: como caída de dimensión, como aproximación, como cercanía en un espacio, como un límite físico para lo cual no puede existir algo más pequeño, y como la manera de entender el infinito como un número. Sus alumnos, a diferencia de los de Font Moll y Acevedo Nanclares (2003), no utilizaron imágenes de movimiento para razonar sobre los límites.

Oehrtmann (2003) concluyó que, aunque el entendimiento inicial del concepto de límite y las metáforas generadas llevaban a conclusiones matemáticamente incorrectas, la mayoría de los estudiantes podían utilizarlas como una ventaja conceptual. Para ello, era necesaria la re flexión crítica de su propio razonamiento para ajustar sus ideas iniciales a los conceptos matemáticos relevantes.

Zandieh y Knapp (2006) retoman el concepto de metonimia de Lakoff y Johnson (1980) como el uso de una entidad para referirse a otra relacionada. Citan a Lakoff (1987) en su explicación del modelo metonímico: dos entidades A y B miembros de la misma estructura conceptual, en la que B es parte de A o está relacionada cercanamente a A. La ventaja es que a B es más fácil de entender, recordar y reconocer, y es por lo tanto más útil para cierto propósito bajo cierto contexto.

Hähkioniemi (2006) describe al proceso de aprendizaje de la derivada como secuencial. Establece que el punto inicial para el aprendizaje deben ser las funciones. De las funciones se llega al concepto de derivada a través de la percepción o la acción. De las gráficas de funciones los estudiantes pueden percibir la razón de cambio antes de llegar al a definición de derivada. que se perciba la razón de cambio con representaciones perceptuales. La razón de cambio puede percibirse trazando una curva de la gráfica, posicionando un lápiz como la tangente, observando qué tan inclinada está la gráfica en cierto punto. También pueden realizar la acción de sacar la razón de cambio promedio, a través de representaciones simbólicas.

Los estudiantes inician siendo capaces de examinar el movimiento: pueden notar cuando la velocidad de un objeto en movimiento aumenta y cuando disminuye. En este plano, los estudiantes están funcionando en el mundo corpóreo. Las funciones de distancia y tiempo activan sus experiencias previas en cuestiones de movimiento. El uso de la velocidad como derivada prototipo le permite a los alumnos familiarizarse con el mundo simbólico y enlazarlo a lo corpóreo. Entonces pueden combinar estos dos mundos. La conclusión de Hähkioniemi (2006) es que el mundo corpóreo ofrece una herramienta poderosa para los estudiantes.

También presenta conclusiones acerca de la relación entre el aprendizaje de la derivada y el proceso de obtener límites. Se puede decir que los estudiantes han entendido el concepto de la derivada y de límite cuando son capaces de utilizar el concepto de límite para definir la derivada como el límite de una razón de de diferencias. Hahkioniemi (2006) menciona que para esto se requiere que los estudiantes hagan la conexión entre representaciones para un mismo concepto, pero observó que muchas veces la conexión se hacía sin que los estudiantes entendieran el por qué. Concluyó que parte del problema tenía que ver con la representación del proceso de límites y en su conexión con las matemáticas formales.

Acevedo Nanclares (2007) añade que puede surgir también una problemática con las metáforas que para el profesor son “metáforas fosilizadas” pero que el alumno enfrenta por primera vez. El profesor utiliza expresiones que considera literales, pero que tienen un origen metafórico, como "límite de f(x) cuando x tiende a infinito". El alumno interpretará los conceptos de "límite" y "tender a" por su contexto más inmediato, recuperando su origen metafórico. En este sentido, Acevedo Nanclares (2007) coincide un poco con lo encontrado por Oehrtmann (2003), pero quizá señale una diferencia lingüística entre alumnos hispano y angloparlantes en el uso de metáforas de movimiento.

Dogan-Dunlap (2007) también estudio las metáforas en el aprendizaje del concepto de la función. Dogan-Dunlap (2007) reportó que las metáforas pueden provocar errores en la concepción de función. Entre las concepciones erróneas sobre las funciones están: que son una fórmula o ecuación, que están dadas por una regla, que las gráficas deben ser regulares y sistémicas, y que una ecuación de una variable y una constante no son funciones.

Dogan-Dunlap (2007) entrevistó a dos estudiantes de álgebra de preparatoria. Uno de ellos entendió las funciones metafóricamente como una máquina que funciona como debe ser. Esta metáfora la llevó a las concepciones de que una función sólo puede ser lineal, o que son ecuaciones o tablas cuyas gráficas son lineales, esa gráfica debe ser regular o sistémica, para que fluya de manera correcta, pues si se sale "no funciona" y por lo tanto no es función. El otro de los estudiantes utilizó una metáfora de la función como llave y puerta. Esto le llevó a pensar en la variable independiente como entrada y una dependiente como salida. Sin embargo, también lo llevó a la concepción errónea de pensar que una forma algebraica constante f(x)=c no representa una función.

Álvarez (2007) investigó la metáfora como medio para conceptualizar el concepto de calor desde la perspectiva de la física. Para ello, identificó un conjunto de oraciones con las que formó una matriz metafórica. Logró definir el concepto de Calor relacionándola a otros conceptos cotidianos como temperatura, cuerpos distintos, estados distintos de la materia. Señala que la base de Fluido/Envase funciona para describir metafóricamente el Calor. Es decir, la definición metafórica se ajustó lo suficiente a la realidad como para funcionar como base para entender y explicar un fenómeno científico. Su "matriz metafórica" parte de cinco oraciones sobre el comportamiento de sustancias y envases:

1. El fluido (sustancia) entra (adentro) en los envases (objetos) (129)
2. Los envases (objetos) elevan (arriba) el nivel del fluido al suministrarles fluido (sustancia), almacenando (adentro) fluido. (129)
3. El fluido (sustancia) suministrado a los envases (objetos) eleva (arriba) su nivel, almacenando (adentro) los envases fluido (sustancia). (129)
4. Los envases (objetos) elevan más (más arriba) el nivel del fluido al suministrarles más fluido (más sustancia), almacenando más cantidad de fluido (más adentro). (130)
5. Una mayor cantidad de fluido (más sustancia) suministrada a los envases (objetos) eleva más (más arriba) el nivel del fluido, almacenando los envases más cantidad de fluido (más adentro). (130)

De estas oraciones, surge un conjunto de ellas, que se configura de esta manera:

La misma cantidad de fluido (igual sustancia) suministrada a dos envases (objetos) distintos vacíos, uno ancho y otro angosto, con la base en el mismo nivel, con los mismos límites o niveles a lo largo de ellos y con el borde superior a la misma altura, eleva más (más arriba) el nivel del fluido en el envase angosto (por almacenar menor cantidad de fluido en cada elevación (variación hacia arriba) de un nivel, requiere que se le suministre menor cantidad de fluido para elevar el nivel del fluido). (132)

Álvarez traslada este conjunto al concepto de calor, de la siguiente manera:

La misma cantidad de calor (igual sustancia adentro) suministrada a dos masas iguales de cuerpos o sustancias distintas (objetos distintos) a la misma temperatura, uno de calor específico mayor (agua) y otro de calor específico menor (mercurio), eleva más la temperatura (niveles más arriba) del cuerpo o sustancia de calor específico menor/angosto (por almacenar menor/poca cantidad de calor en cada elevación de un grado de temperatura –menos sustancia en cada-, requiere que se le suministre menor cantidad de calor para elevar su temperatura un grado) (133)

Hace traslados similares con los conceptos de Fuerza, Impulso, Trabajo, Energía y Energía Térmica, partiendo de la base de Fluido/Envase. Concluye que de esta manera, se puede ayudar a los estudiantes a comprender conceptos o definiciones científicas de cualquier campo, siempre y cuando el docente pueda hacer un análisis metafórico similar.

Uno de los problemas en el aprendizaje de las derivadas es que los alumnos resuelven problemas estándar de manera mecánica. Pueden aprender las reglas de derivación sin manejar el significado del concepto de la derivada. Sánchez-Matamoros, García, y Llinares (2008) mencionan dos representaciones del concepto de la derivada: el gráfico, como pendiente de la tangente a la curva, y el analítico, como límite del cociente incremental.

Estructura de red conceptual del conocimiento en matemáticas

Cuando Lakoff y Johnson (1980) iniciaron el área del estudio cognitivo del lenguaje, la metonimia y la metáfora fueron entendidas no sólo como figuras litararias sino también como mecanismos que estructuran el pensamiento. Lakoff y Núñez (2000) fueron los primeros en aplicar esta visión de la lingüística cognitiva al área de matemáticas: Kovecses (2002) añadió que las relaciones metafóricas o metonímicas representaban un acceso mental o cognitivo a un concepto.

Mowat y Davis (2010) retoman la teoría de la metáfora conceptual de Lakoff y Núñez (2000). Una estructura de red es apropiada y útil para modelar el conocimiento matemático. Esto se puede hacer desde el nivel de un conocimiento individual o al nivel del conocimiento colectivo de las matemáticas. Afirman que las matemáticas son un sistema complejo, entendiendo por complejidad a la manera en que elementos individuales forman un todo coherente y con propósito. Además, las matemáticas cumplen con los requerimientos de un sistema complejo establecidos por Cilliers, (1998). Mowat y Davis (2010) enlistan así dichas características:

1. Las matemáticas consisten de una gran cantidad de elementos.
2. Los elementos en matemáticas interactúan de manera dinámica.
3. El nivel de interacción entre conceptos en las matemáticas es bastante rico.
4. Las interacciones en matemáticas son no-lineares.
5. Las interacciones entre conceptos matemáticos tienen un rango corto. Las ideas interactúan con otros elementos de la misma subárea, y los conceptos comunes en una área pueden ser desconocidos en otra.

6. Existen ciclos en las conecciones entre ideas matemáticas; estos ciclos afectan la permanencia y el significado de esas ideas.
7. Las matemáticas son un sistema abierto; contastemente recibe ideas del ambiente físico, cultural e intelectual.
8. Las matemáticas son un sistema no equilibrado, constantemente en evolución.
9. Las matemáticas tienen una historia, y los conceptos cargan consigo significados de su pasado.
10. Cada elemento por si solo ignora el comportamiento del sistema entero en que se encuentra inscrito.

Debido a que cumplen con estas características, es posible utilizar redes conceptuales para modelar el conocimiento matemático. Una red de metáforas en matemáticas es la red que se forma a través del mecanismo cognitivo de corporeización de las matemáticas. Mowat y Davis (2010) consideran que, en una red, un nodo es un dominio conceptual, y las metáforas conceptuales funcionan como enlaces entre nodos, es decir, entre un dominio conceptual y otro.

Un dominio conceptual, según explican Mowat y Davis (2010) tiene una estructura determinada por y compuesta de experiencias sensoriales complejas, lenguaje, y conceptos relacionados. Así, un dominio conceptual puede representarse como una red pequeña que subyace a una red más grande del sistema cognitivo. Cuando los nodos sensoriales, lexicales o conceptuales de un dominio se activan, operan en conjunto y forman la percepción de un individuo sobre ese dominio.

Diferencias en el acomodo conceptual pueden resultar en diferencias en las habilidades para resolver problemas. Chan Collí y López Acosta (2011) observaron que los estudiantes de bachillerato podían realizar actividades matemáticas específicas de una manera pero no de otra. Aunque en su propuesta no incluyen redes semánticas, hablan de "sistemas conceptuales" (p. 436) y de "tejido de ideas" (p. 436).

CAPITULO III

MÉTODO

La investigación siguió un método mixto que combinó datos cuantitativos, a manera de respuestas al instrumento de redes semánticas por DistSem y datos cualitativos, a manera de respuestas de los alumnos a sus tareas, cuestionarios sobre la resolución de sus tareas, y respuestas de los alumnos a encomiendas. Aunque formalmente no formó parte del diseño de esta ésta fueron consecuencia de un método cuasi-etnográfico inevitable, resultado de compartir un hogar con dos profesores de matemáticas, uno de ellos el participante en cuestión, y de convivir frecuentemente con los profesores del departamento de Matemáticas.

PARTICIPANTES

Para la obtención de los quince conceptos principales del curso, participaron once profesores del Departamento de Matemáticas del Tecnológico de Monterrey que, al momento de la aplicación del cuestionario, impartían el curso de Matemáticas I para Ingeniería. Se siguió la técnica de redes semánticas naturales según la ejemplifica Valdez Medina (1998).

La participación en esta investigación requirió de alumnos de un mismo curso de Matemáticas I impartidas por el mismo maestro. En la universidad donde se realizó el estudio, normalmente se asignan no más de dos grupos de la misma materia a un mismo maestro, y cada grupo tiene hasta 30 alumnos; 56 alumnos accedieron a participar en la investigación, pero solamente 48 respondieron a los dos cuestionarios de redes semánticas.

INSTRUMENTOS

En la primera etapa del proyecto, se utilizó una plantilla de redes semánticas naturales para generar un conjunto SAM de 15 conceptos definidores de Matemáticas en los maestros de Matemáticas I del Instituto.

Los 15 conceptos adquiridos en esta plantilla fueron utilizados para generar una plantilla DistSem para las redes semánticas de los alumnos y del profesor titular del curso.

Para la recolección de datos cualitativos, se utilizaron cuestionarios sobre Situaciones Problema vistas en clase y además encomiendas para responder en casa. Los cuestionarios incluyeron las siguientes preguntas:

Cuestionario después de Situación Problema (en cuatro problemas distintos)

1. Explica con tus propias palabras cómo llegaste a la solución del problema.
2. ¿Qué necesitabas saber anteriormente para poder resolver el problema?
3. ¿Qué idea de otro problema utilizaste para resolver éste?
4. Una metáfora es el entendimiento de un concepto en términos de otro. Por ejemplo, pensar en la metáfora “el calor es un fluido” puede facilitar la solución de problemas de física: el proceso de transferencia de calor puede entenderse como equivalente a verter un fluido en un contenedor. En tu solución a estos problemas, ¿utilizaste alguna metáfora? Si es así, explícala.

Las encomiendas consistieron en una sola pregunta cada una. En la primera, se le pidió que respondieran a la pregunta “¿Cómo le explicarías el concepto de razón de cambio a un niño?”; la segunda encomienda preguntó “¿Cómo le explicarías el concepto de cantidad infinitamente pequeña a un niño?”.

PROCEDIMIENTO

Recolección de Datos

1. Generación de la plantilla de DISTSEM

Se identificaron los conceptos en la red semántica de los profesores de Matemáticas I mediante la técnica de redes semánticas naturales (Figueroa, 1981). Se les pidió a los participantes que pensaran en los conceptos más importantes para el curso de Matemáticas I. Cada participante recibió una plantilla con la palabra "Matemáticas" y diez espacios en blanco. Se les pidió que llenaran la plantilla con diez palabras defnidoras del concepto "Matemáticas". Las palabras podrían ser sustantivos, verbos, adverbios, adjetivos, etc. Se les pidió que procuraran que fuese una sola palabra.

Una vez que obtuvieron la lista, se les pidió que jerarquizaran las palabras dadas según su cercanía a la palabra definidora. Así, asignaron el número 1 a la palabra más cercana, 2 a la que siguiese en importancia, y así hasta cubrir todas las palabras generadas.

Los once profesores generaron una red semántica cuya riqueza (valor J) fue de 89 conceptos. De estos, se han tomado los primeros 15 para el conjunto SAM, La tabla 2 muestra los primeros 18 conceptos generados, con su respectivo valor M y su valor FMG.

Tabla 2. Conjunto SAM generado por los profesores

	Valor M	Valor FMG
1. Derivada / Calcular derivada	95	100
2. Tasa de cambio / Razón de Cambio / Razones de cambio	95	100
3. Magnitud / Magnitudes que están cambiando/ Comportamiento de magnitudes	60	63.15
4. Función / Funciones	55	57.89
5. Cambio acumulado	43	45.26
6. Antiderivada / Antiderivadas	39	41.05
7. Integral	39	41.05
8. Teorema fundamental	22	23.16
9. Dominio / Dominio de Funciones	21	22.11
10. Graficar / Gráfica / Gráficas - Análisis cualitativo/ Gráficas de Funciones	21	22.11
11. Límites	21	22.11
12. Modelación	21	22.11
13. Tipos de función	21	22.11
14. Concavidad	19	20.00
15. Cambio constante	17	17.89
16. Introducción al cálculo	15	15.79
17. Pendiente	15	15.79
18. Predicción	15	15.79

Tomando en cuenta los conceptos del conjunto SAM obtenidos de la red semántica natural, se generó una plantilla para obtener las distancias entre cada par de conceptos, según el método DistSem (Vivas, 2004).

2. Aplicación de los cuestionarios

La plantilla DistSem fue aplicada de manera grupal, durante la clase, en dos momentos: en la primera semana del curso y en la semana posterior al tercer examen parcial, casi al final del curso. Los cuestionarios sobre las actividades en clase fueron contestados durante la clase, después de responder a una hoja de trabajo con la Situación Problema de esa sesión. Las encomiendas fueron asignadas a los estudiantes para ser contestadas en casa y entregarse a la sesión siguiente.

Análisis de Datos

La medida de similitud entre dos matrices del mismo tamaño es una correlación: si queremos saber qué tan similar una matriz es a otra, se toma cada valor de determinada columna y determinada fila de la primera matriz apareado con el elemento de la misma columna y fila de la segunda matriz, y así para todos los elementos correspondientes. Por lo tanto, cada vez que se habla de una similitud entre dos matrices, se está hablando de una correlación.

Ya que los datos provienen de una matriz, no puede utilizarse una correlación lineal para medir su semejanza; se utiliza un procedimiento de asignación cuadrática (QAP). QAP es una prueba para determinar si dos matrices están correlacionadas. Fue propuesta por primera vez por Mantel (1967) y luego difundida por Hubert (1987). Está disponible en UCINET (Borgatti, Everett y Freeman, 1997) como estadística descriptiva de relaciones entre redes. La prueba QAP puede determinar si dos redes están asociadas de alguna manera, siempre que están medidas bajo el mismo juego de nodos (Robins, Lewins, & Wang, 2012).

Se calcula en dos pasos: primero, se calculan las estadísticas a lo largo de las celdas correspondientes en las matrices del análisis. Este valor es una coeficiente de correlación de Pearson. En el segundo paso, las filas y columnas de una matriz se permutan al azar, y el coeficiente se calcula de nuevo. Este segundo paso se repite varias veces para obtener una muestra de distribución apropiada para determinar si el valor observado calculado en el paso uno es significativo. Si el valor observado es mayor al 95% de los valores que en la distribución calculada en el paso 2, se dice que su significancia es de 0.05. (Barnett, 2011)

Según Krackhardt y Porter (1986) las ventajas de usar QAP sobre el modelo lineal es que éste:

- Prueba directamente si dos matrices son similares entre sí.
- Compara cada par de celdas en una matriz con los correspondientes en la otra matriz.
- No requiere supuestos paramétricos sobre los datos; puede utilizar datos ordinales o categóricos sin violar los supuestos de distribución del procedimiento.

Robins, Lewis, y Wang (2012) advierten que cuando los datos están estructurados en redes, habrá efectos de correlación. Las estadísticas lineales asumen que las observaciones son independientes, por lo que no se pueden usar en un modelo de red. El procedimiento de asignación cuadrática (QAP) parte del supuesto de que los datos dependen unos de otros. Kas, Carley y Carley (2012) mencionan que, aunque el método puede usarse para modelar los cambios en todo tipo de datos en red, sólo se usa para redes pequeñas.

Esto es porque el tiempo requerido para la captura y cómputo de datos es aún una limitante.

La correlación con el procedimiento de asignación cuadrática (QAP correlation) se ha utilizado antes para medir semejanza semántica en las investigaciones de Doerfel y Barnett (1999) y más recientemente en la de Danowski (2010).

Para evaluar la similitud entre las redes del alumno antes de tomar el curso con la red del maestro, se calculó la similitud ($\rho 1$) entre la red semántica de los estudiantes antes de tomar el curso con la red semántica del maestro. Luego, para evaluar la similitud entre las redes del alumno después del curso con la red del profesor, se calculó la similitud ($\rho 2$) entre la red semántica de los estudiantes luego de haber tomado el curso con la red semántica del maestro. La diferencia entre estas dos correlaciones ($\rho 2$ - $\rho 1$) representa qué tanto cambió la red semántica del alumno para hacerse más parecida a la del maestro.

En cuanto al análisis cualitativo, la codificación de los datos se dio en varias etapas de codificación abierta y axial. En la primera fase, los códigos fueron tentativos con la intención de renombrarse o reacomodarse en fases siguientes. Se asignaron etiquetas a los datos, siguiendo la recomendación de Charmaz (2006) de utilizar códigos cortos, sencillos, activos y analíticos. Los códigos in vivo son códigos que surgen de los términos que son usados por los participantes, y que mantienen su visión. El objetivo de esta fase inicial fue encapsular los significados o experiencias de los participantes.

Luego de una codificación inicial, pasé a una codificación enfocada en la que decidí qué códigos explicaban mejor los datos. Estas categorías analíticas facilitaron un desarrollo teórico. Cabe advertir aquí que esta fase no fue discreta. Fue necesario recodificar y reconsiderar decisiones antes de llegar a un desarrollo teórico.

La última fase del análisis es una codificación teórica un poco más abstracta y teórica. Aquí me enfoqué en las categorías más centrales. Algunas categorías coincidieron con las redes semánticas de los profesores del curso, pero surgieron categorías propias de las respuestas de los alumnos.

CAPITULO IV

RESULTADOS

En este capítulo reportamos la relación entre la estructura que los alumnos dan a su aprendizaje del curso y el uso de metáforas conceptuales en sus respuestas y explicaciones. En la primera sección, se reporta la diferencia en similitudes de la red semántica de los alumnos antes del curso y su red después de tomar el curso. Se muestran observaciones sobre la medida de QAP, y la diferencia de esta medida antes y después del curso. Se ilustra además algunas de las redes de casos específicos. En la segunda sección, reporto los descubrimientos del análisis cualitativo de las respuestas de los estudiantes a los cuestionarios, hojas de trabajo, y encomiendas.

Descripción de la distribución de los puntajes de QAP

Para describir la distribución de los puntajes de QAP, se comparó su distribución con la curva normal. La figura 4 muestra la distribución de las puntuaciones de QAP antes del curso, y la figura 5 las puntuaciones después del curso. Según la prueba de Kolmogorov-Smirnov (ver tabla 3), no existe una diferencia entre su distribución actual y la distribución normal.

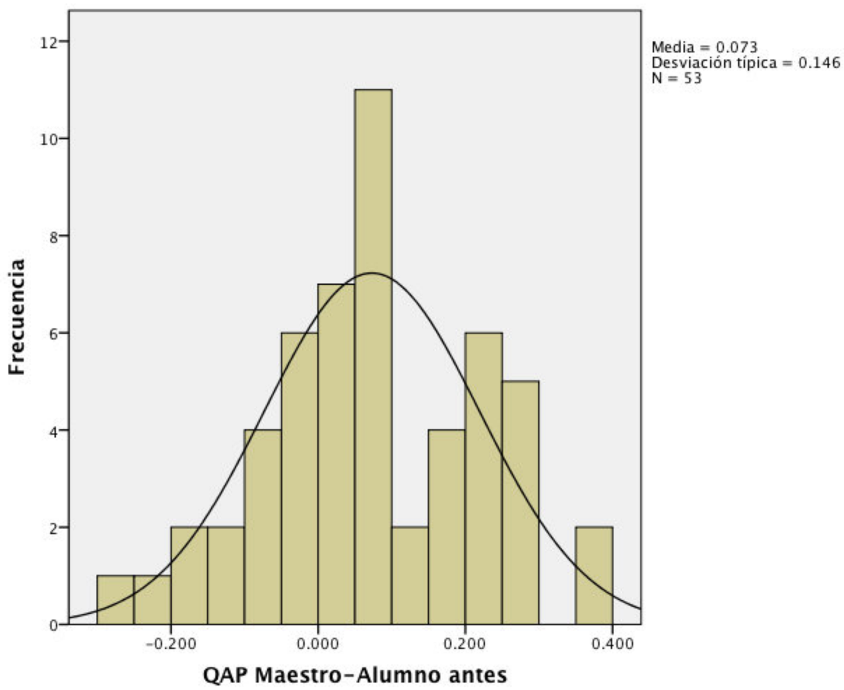


Figura 4. Distribución de puntuaciones de QAP antes del curso vs curva normal

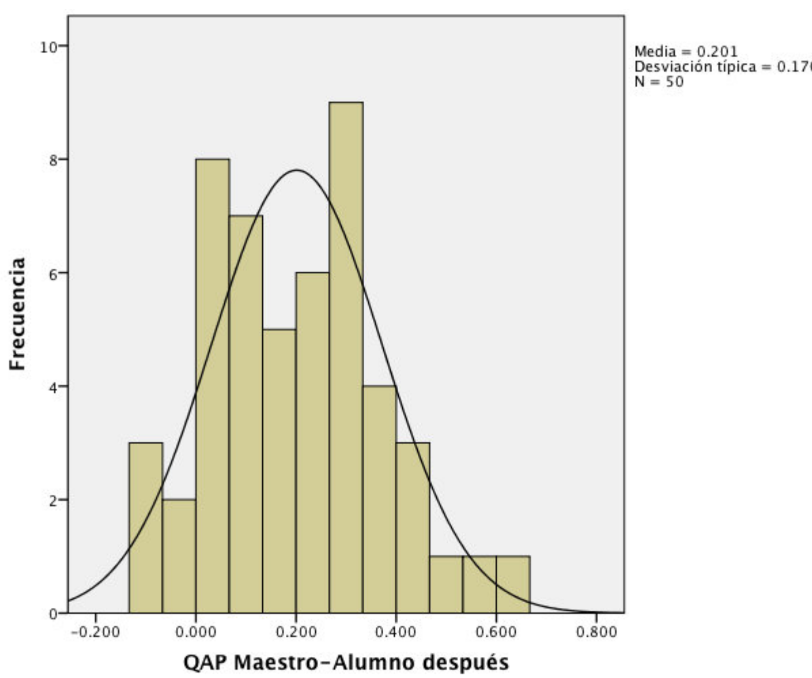


Figura 5. Distribución de medidas de QAP después del curso vs. curva normal

Tabla 3. Prueba de Kolmogorov-Smirnov contrastando la distribución de las variables contra la normal

Prueba de Kolmogorov-Smirnov para una muestra

		QAP Maestro-Alumno antes	QAP Maestro-Alumno después
N		53	50
Parámetros normales[a,b]	Media	.07294	.20128
	Desviación típica	.146233	.170358
Diferencias más extremas	Absoluta	.084	.083
	Positiva	.084	.083
	Negativa	-.062	-.049
Z de Kolmogorov-Smirnov		.613	.589
Sig. asintót. (bilateral)		.846	.878

a. La distribución de contraste es la Normal.

b. Se han calculado a partir de los datos.

No se acepta la hipótesis de que exista diferencia entre la distribución actual y la distribución normal.

SIMILITUD DE LAS REDES DE LOS ALUMNOS CON LA DEL MAESTRO ANTES Y DESPUÉS DEL CURSO

El primer objetivo específico de esta investigación fue identificar si habría diferencia entre los valores de similitudes entre los siguientes pares de redes semánticas:

- Alumno antes de tomar el curso y red del maestro (QAP maestro-alumno antes)
- Alumno después de tomar el curso y red del maestro (QAP maestro-alumno después)

La hipótesis de investigación planteada fue que el segundo valor sería mayor que el primero. Recordemos, sin embargo, que estos valores se refieren a una correlación entre matrices, por lo que a los valores de QAP les corresponde además un valor de significancia.

Tabla 4. Diferencias antes y después del curso

	Antes del curso	Después del curso
Media QAP Maestro-alumno	.07294	.20128
Alumnos cuyo QAP tuvo una significancia menor a .1	12	26
Cantidad de Alumnos cuyo QAP fue mayor a .3	2	12

La *Tabla 4* muestra las primeras observaciones sobre las variables medidas. La significancia de la correlación maestro-alumno antes del curso fue menor a 0.05 sólo en 9 de los 53 alumnos. Al final del curso, 26 alumnos los que mostraron una red cuya correlación tuvo una significancia menor a 0.1. Esta cualidad limita hasta qué punto puede considerarse el QAP como una medición de similitud.

Una prueba de rangos con signo de Wilcoxon demuestra que hubo un aumento en el valor QAP de las redes (Z=-3.995, p<.0001, basado en rangos negativos). Fueron 36 los alumnos que aumentaron su similitud, mientras que 12 la disminuyeron y 2 permanecieron con el mismo valor. Estos datos se muestran en la tabla 5.

Tabla 5. Prueba de los rangos con signo de Wilcoxon

Rangos

		N	Rango promedio	Suma de rangos
QAP Maestro-Alumno después - QAP Maestro-Alumno antes	Rangos negativos	12[a]	16.54	198.50
	Rangos positivos	36[b]	27.15	977.50
	Empates	2[c]		
	Total	50		

a. QAP Maestro-Alumno después < QAP Maestro-Alumno antes

b. QAP Maestro-Alumno después > QAP Maestro-Alumno antes

c. QAP Maestro-Alumno después = QAP Maestro-Alumno antes

Estadísticos de contraste

	QAP Maestro-Alumno después - QAP Maestro-Alumno antes
Z	-3.995[a]
Sig. asintót. (bilateral)	.000

a. Basado en los rangos negativos.

Para ilustrar cómo las redes se volvieron más similares a la del maestro, mostramos en las siguientes figuras ejemplos de los casos siguientes:

a) Alumnos con el mayor aumento en similitud.
b) Alumnos con el mayor parecido en la red al iniciar el curso.
c) Alumnos con la mayor semejanza al terminar el curso.
d) Alumnos cuya red se volvió más distinta.
e) Alumno con la mejor calificación en el curso.

Las imágenes fueron generadas en NetDraw con un algoritmo de escalamiento multidimensional, utilizando como criterio únicamente las distancias. La Figura 6 muestra la red de maestro que se tomó como guía para las comparaciones.

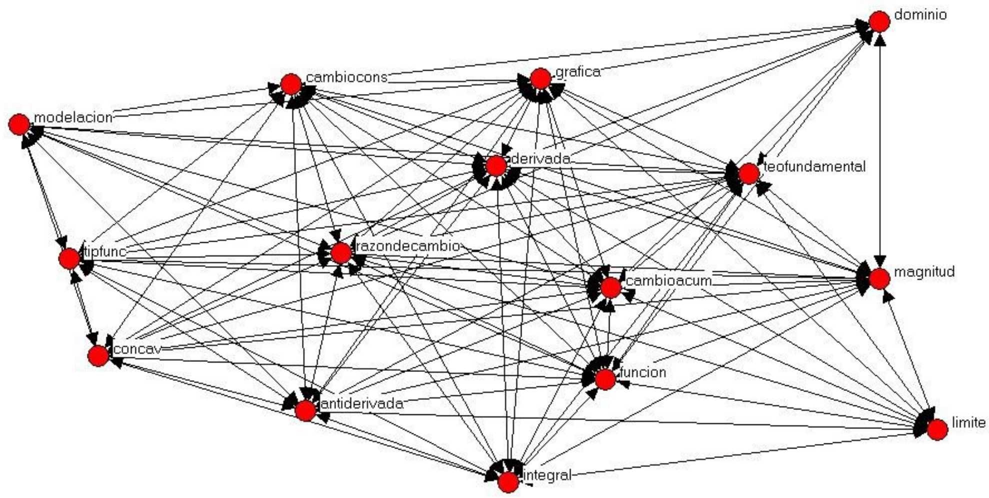


Figura 6. Red del Maestro

Nótese que en la red del maestro todos los conceptos están conectados. Los conceptos más centrales son derivada y razón de cambio, y los que están en la periferia son dominio y límite.

a) Alumnos con el mayor aumento en similitud

Se eligieron los dos alumnos que tuvieron el mayor aumento en el valor de correlación QAP. La primera alumna tuvo un aumento de ρ_{QAP}=-1.55 a uno de ρ_{QAP}=.460. Al iniciar el curso, no hay mucha diferenciación entre los conceptos, pues todos están enlazados entre sí, como se muestra en la figura 7. Sólo los conceptos de magnitud y teorema fundamental se quedan en la periferia.

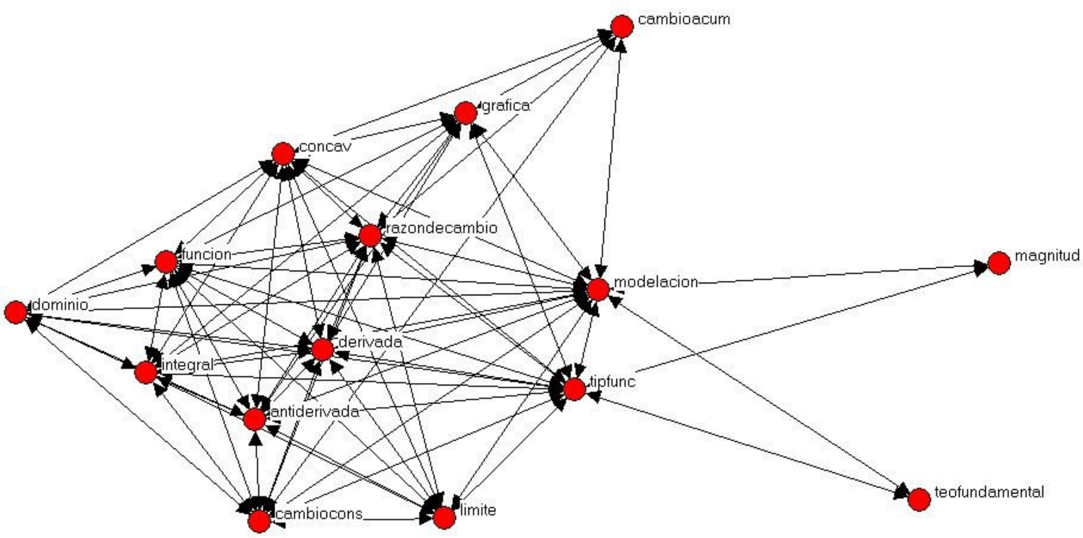


Figura 7. Red de alumno 1 al iniciar el curso, ρ_{QAP} =-.155, p=.810

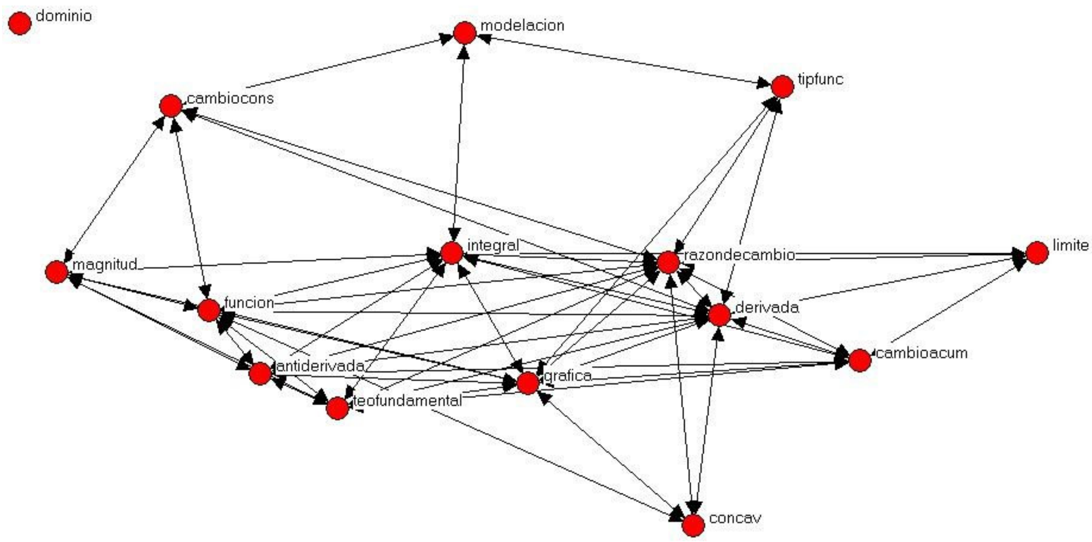


Figura 8. Red de alumno 1 al terminar el curso. ρ_{QAP} *=.460, p=.001*

En la figura 8, se puede apreciar un cambio en la estructura con respecto a la anterior. Quizá lo que hace similar esta red a la del maestro es que los conceptos de razón de cambio y derivada se vuelven los más centrales y más conectados a los demás. También, al igual que en la del maestro, el concepto de dominio se vuelve el menos central.

El segundo alumno tuvo un aumento de ρ_{QAP}=-0.077 a uno de ρ_{QAP}=0.421. El caso es distinto a la de la alumna anterior pues este inicia con los conceptos desconectados entre si, como muestra la figura 9.

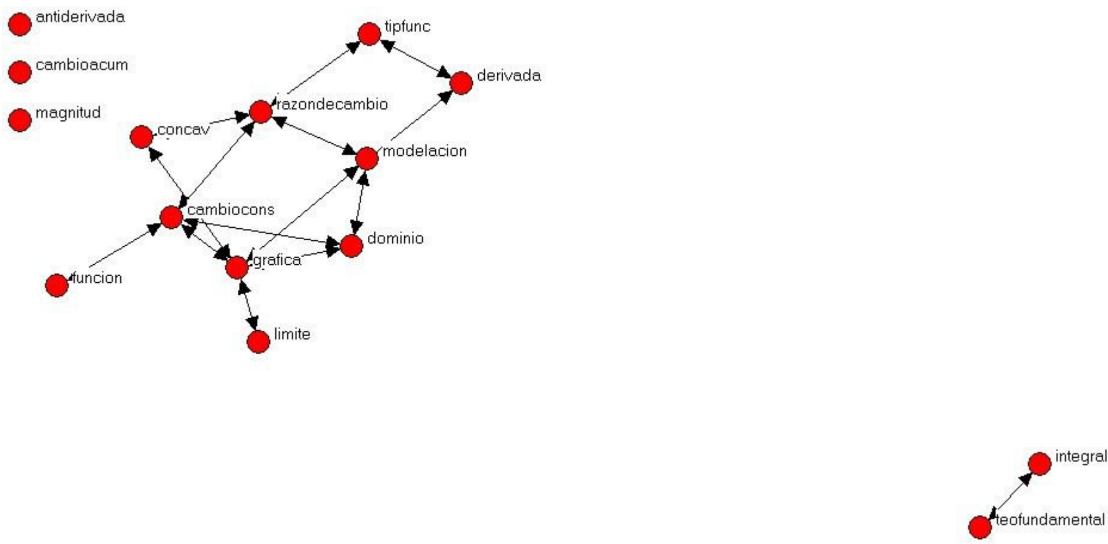


Figura 9. Red de alumno 2 al iniciar el curso. ρ_{QAP} *=-.077, p=.712*

Al iniciar el curso, el concepto de antiderivada es el menos central en su red, seguido de los de integral y teorema fundamental. El concepto más central es el de gráfica. Al terminar el curso, como muestra la figura 10, el concepto de razón de cambio se vuelve el más central, coincidiendo con el del maestro.

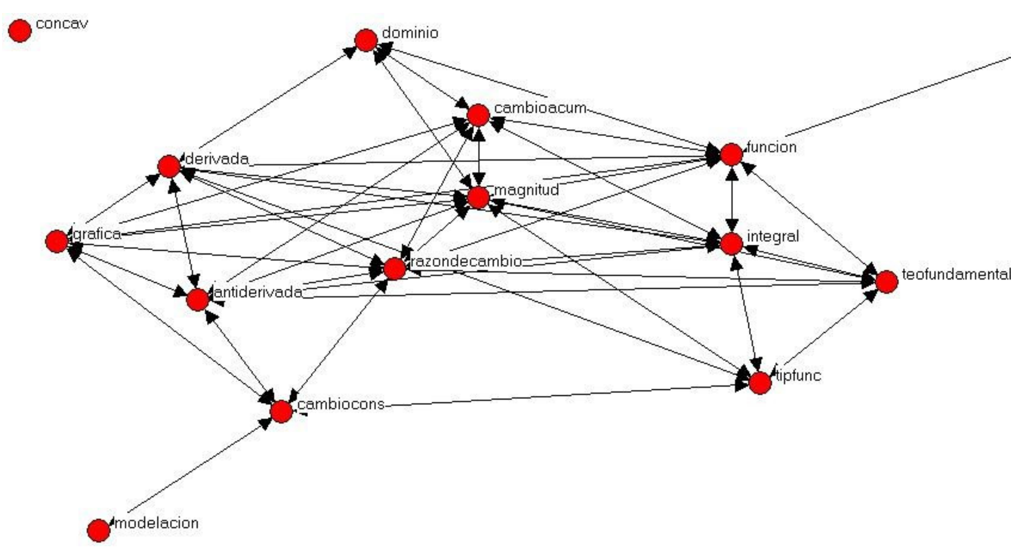


Figura 10. Red de alumno 2 al terminar el curso. ρ_{QAP} *=.421, p=.001*

b) Alumnos con mayor similitud al iniciar el curso

Se tomaron dos alumnos quienes tuvieron la mayor similitud en redes al iniciar el curso. En el alumno 3 (ver figuras 11 y 12) el valor ρ_{QAP} permaneció constante en 0.375. En el alumno 4, hubo un aumento de ρ_{QAP} =.353 a ρ_{QAP} =.640.

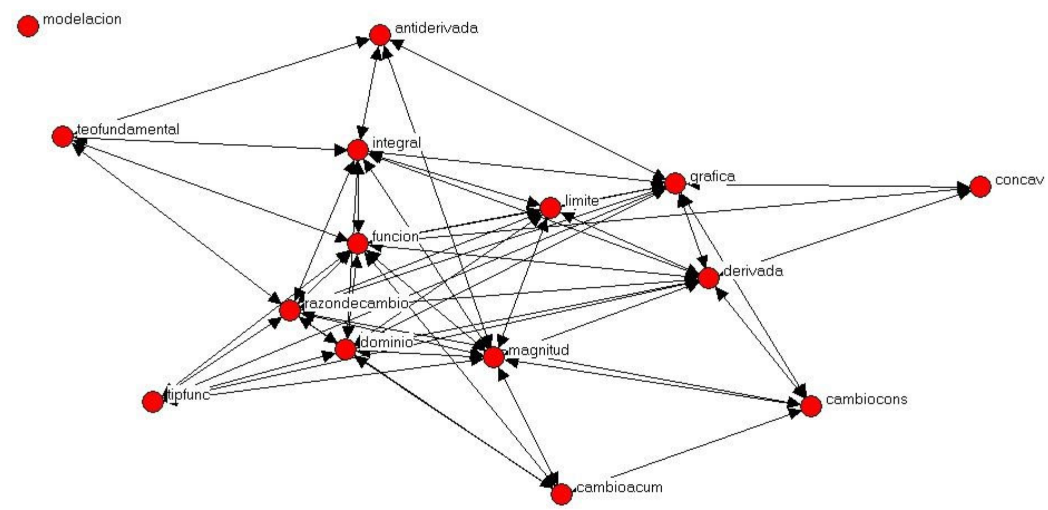


Figura 11. Red de alumno 3 al iniciar el curso. ρ_{QAP} *=.375, p=.006*

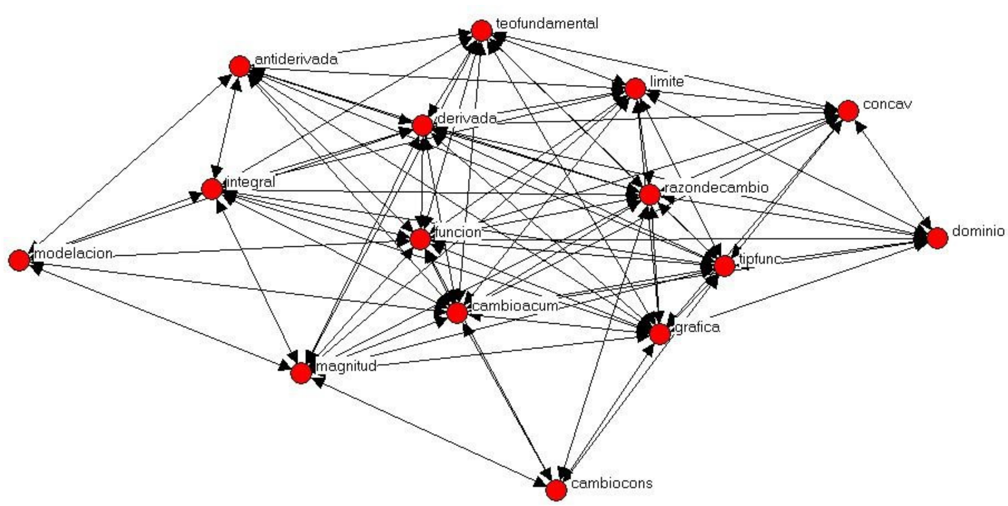


Figura 12. Red de alumno 3 al terminar el curso. . ρ_{QAP} *=.375, p=.005*

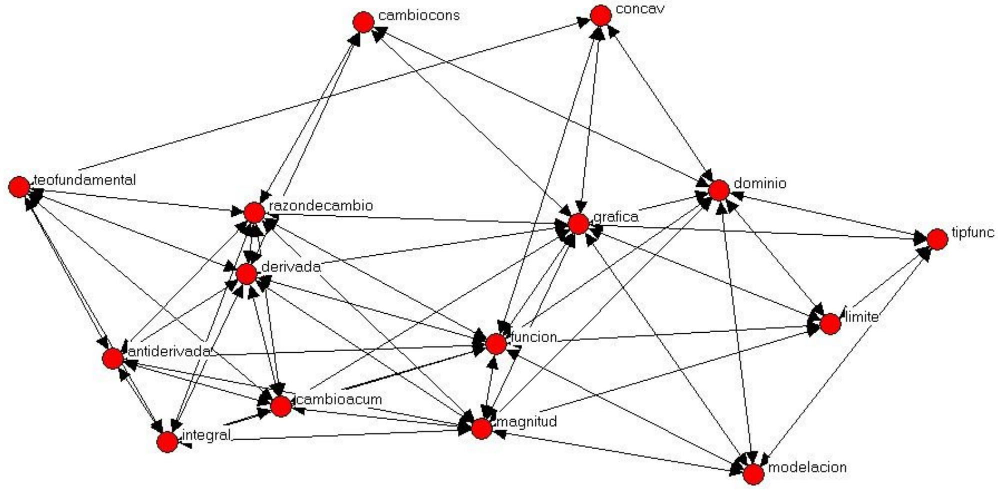


Figura 13. Red de alumno 4 al iniciar el curso . ρ_{QAP} =.353, p=.001

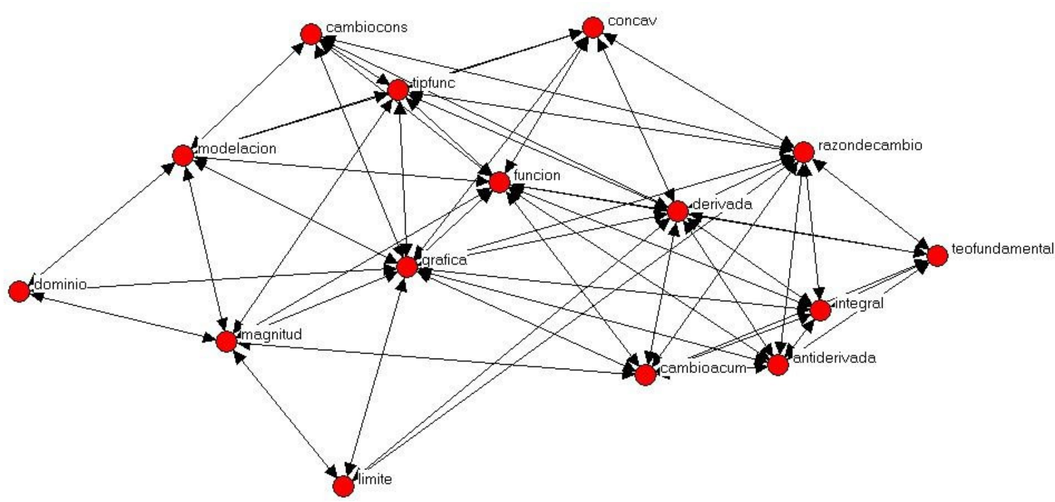


Figura 14. Red de alumno 4 al terminar el curso. . ρ_{QAP} =.640, p=.001

c) Alumnos con mayor similitud al terminar el curso

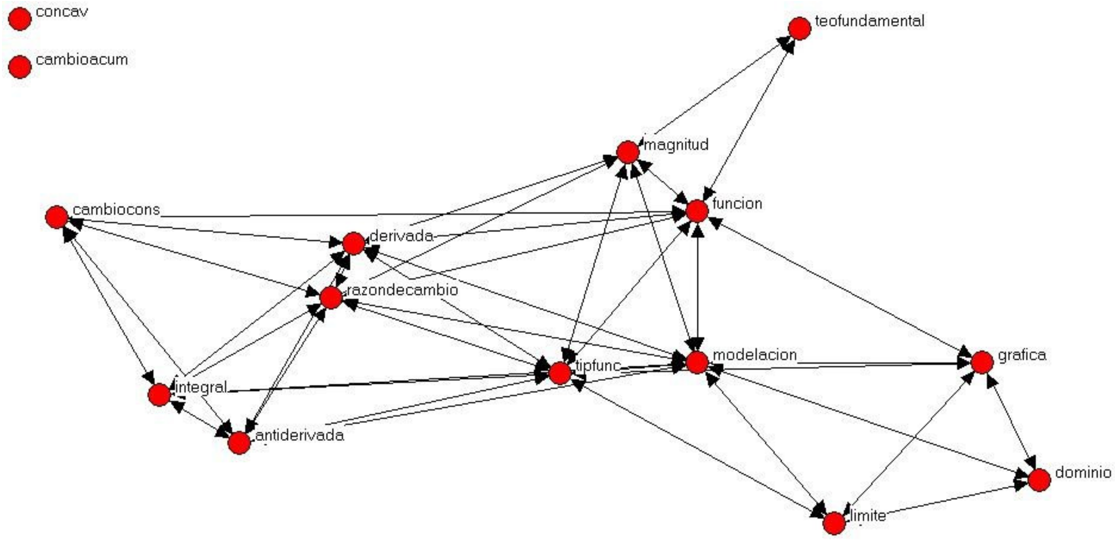


Figura 15. Red de alumno 5 al iniciar el curso. ρ_{QAP} *=.139, p=.144*

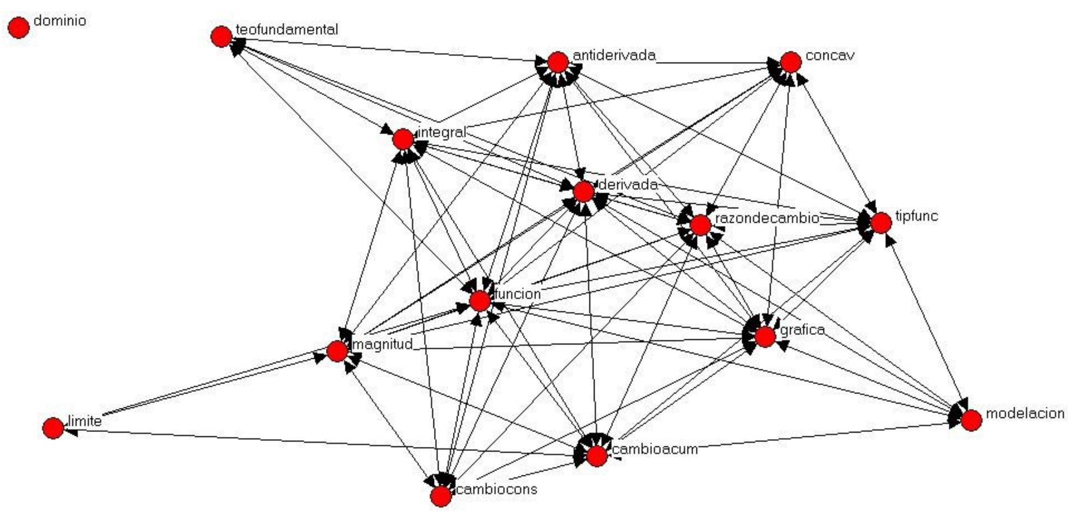


Figura 16. Red de alumno 5 al terminar el curso. ρ_{QAP} *=.589, p=.001*

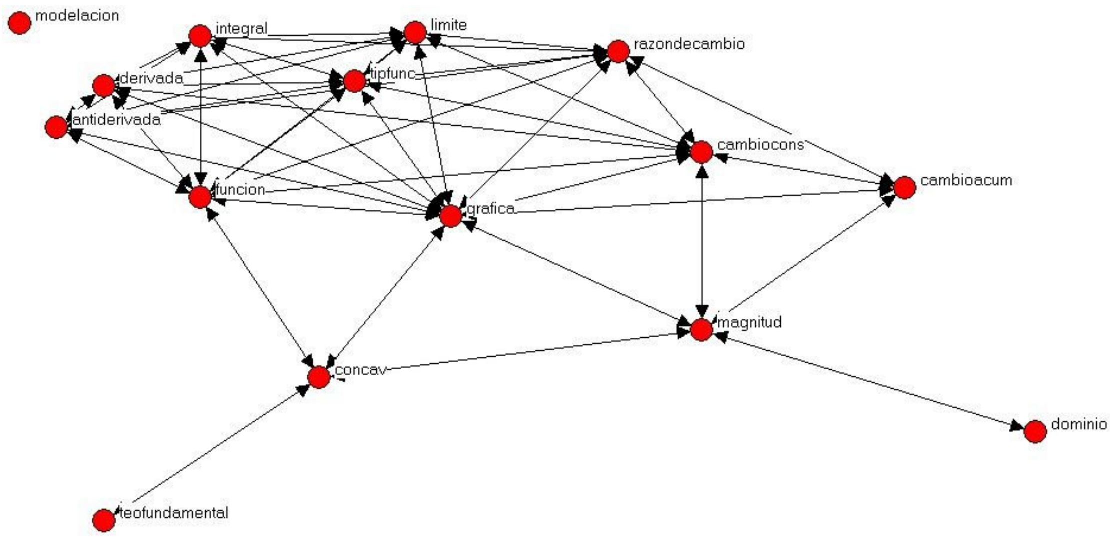


Figura 17. Red de alumno 6 al iniciar el curso. . ρ_{QAP} =.249, p=.065

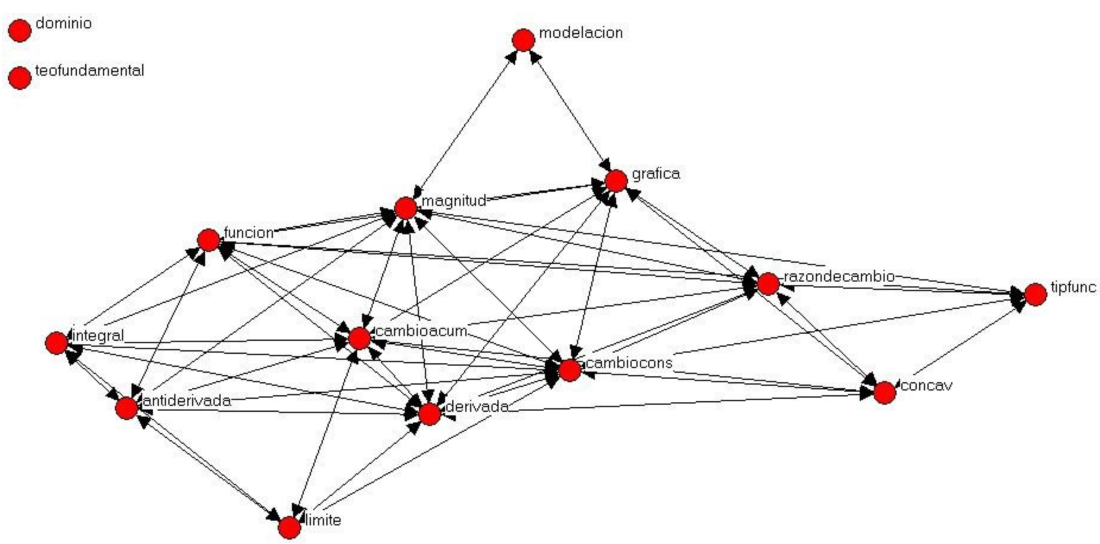


Figura 18. Red de alumno 6 al terminar el curso. ρ_{QAP} =.514, p=.001

d) Alumnos cuya red se volvió más distinta a la del profesor

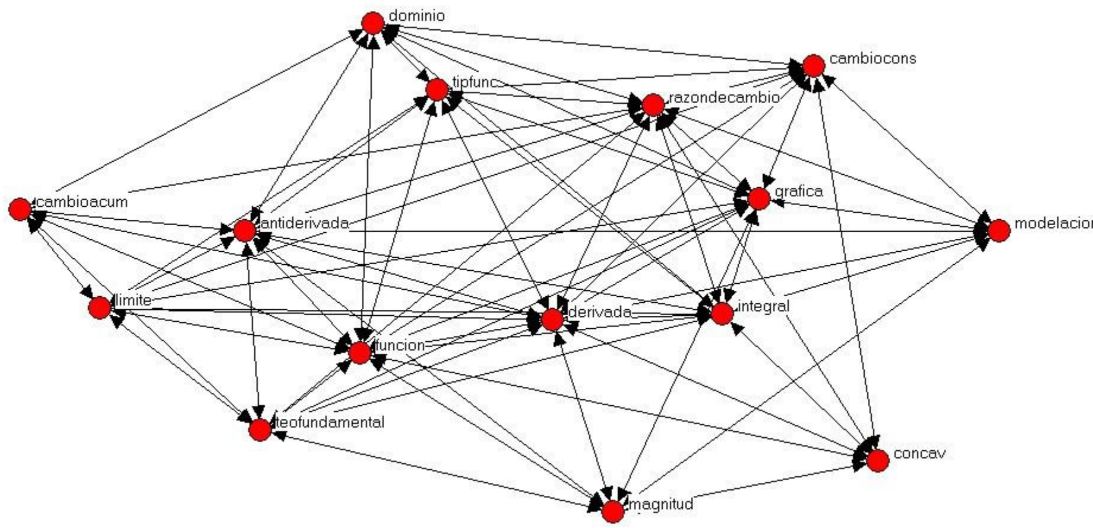


Figura 19. Red de alumno 7 al iniciar el curso. . ρ_{QAP} =.294, p=.034

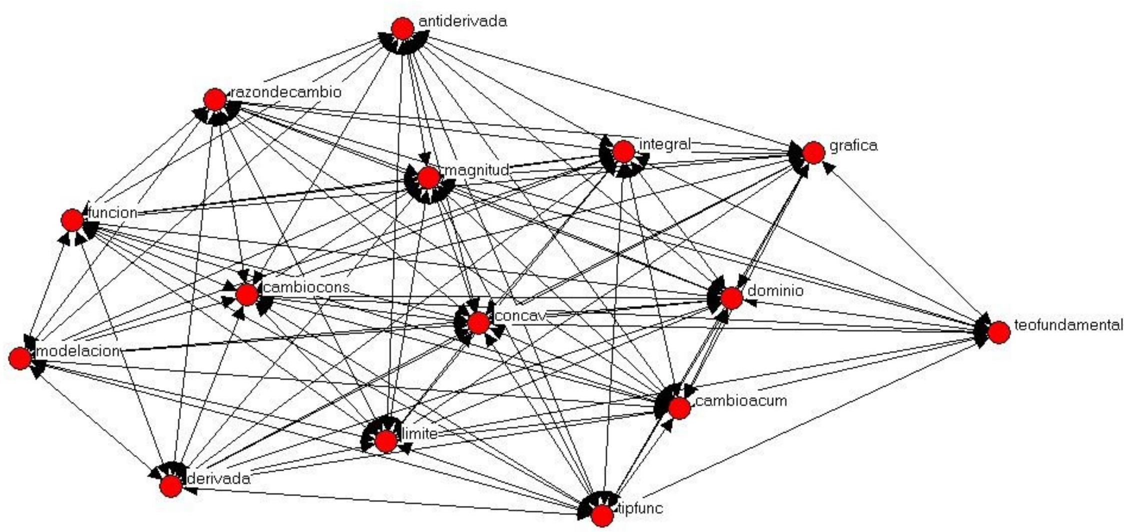


Figura 20. Red de alumno 7 al terminar el curso. ρ_{QAP} =-.082, p=.760

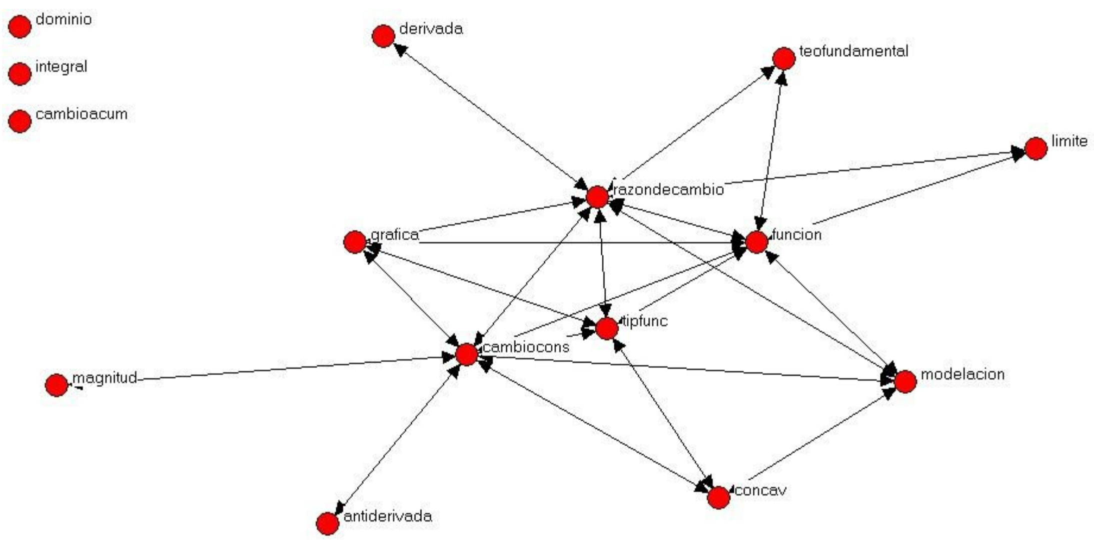


Figura 21. Red de alumno 8 al iniciar el curso. ρ_{QAP} *=-.294 p=.034*

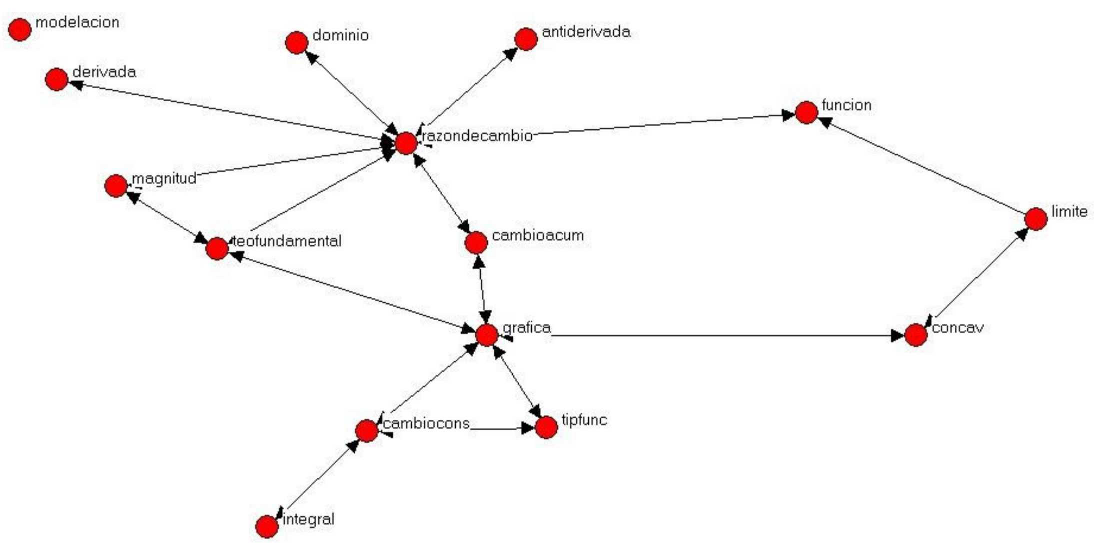


Figura 22. Red de alumno 8 al terminar el curso. ρ_{QAP} *=-.033 p=.405*

e) Alumno con la mejor calificación en el curso.

Los alumnos con la mejor calificación en el curso fueron los mismos que tuvieron el mayor parecido al iniciar el curso. Ver figuras 11, 12, 13, y 14.

OBSERVACIONES SOBRE SOLUCIONES QUE REPORTAN LOS ALUMNOS

SITUACIÓN PROBLEMA 3 (Anexo 1)

La petición de explicar con sus propias palabras cómo llegaron a la solución del problema, los alumnos respondieron que observaron la gráfica. Las respuestas “Observando la gráfica”, “observación de la gráfica”, “vi la gráfica” y construcciones similares aparecen en 33 de los 36 estudiantes que respondieron. Algunos acompañaron la respuesta con conceptos como “razón de cambio”, “intervalos de tiempo”, “concavidad”, “aumentar”, “decrecer”. La siguiente tabla muestra la frecuencia con que aparecen estos conceptos tomando en cuenta las respuestas a todas las preguntas del cuestionario.

Tabla 6. Tabla de frecuencia de conceptos

Hoja de trabajo: Situación Problema 3 (Anexo 1) Total de alumnos que respondieron: 37 **Concepto**	**Frecuencia**
Observando la gráfica Observación de la gráfica Vi la gráfica Observación […] gráfica Ver el dibujo	33
Aumentar y disminuir Crecer y decrecer Sube y baja	18
Intervalos	12
Razón de cambio	7
Forma de sus líneas Curvas Pendiente Inclinación Concavidad	6

No aparecieron metáforas evidentes en esta primera actividad

SITUACIÓN PROBLEMA 6 (Anexo 2)

El cuestionario sobre las respuestas a la situación problema 6 (ver anexo 2), fue contestado por 25 participantes. De estos, 11 mencionaron la palabra “fórmula” y 8 la palabra “ecuación” en su respuesta. Al final, se desglosan los términos empleados por los alumnos en relación al uso de fórmulas, predominando “obtener”.

Hoja de trabajo: Situación Problema 6 (Anexo 2) Total de alumnos que contestaron: 25	
Concepto	**Frecuencia**
Fórmula	11
Ecuación	8
Obtener	10
Sustituir	3
Aplicar	2
Despejar	1
Construir la ecuación	1

Entre las respuestas que no mencionan fórmula o ecuación, existen sin embargo marcadores de que utilizaron o construyeron una, tales como:

> “El volumen se obtiene multiplicando el área por la altura. Esto quiere decir que si tenemos el volumen y la base la podemos dividir y obtener la altura.”
>
> “Sumar el volumen […] dividirlo entre la base”

“Sumé los volúmenes que llenaban las dos llaves y la dividí entre 10 [base] para obtener la razón de cambio.”

Metáforas identificadas

Las siguientes expresiones pueden consideradas como un tipo de metáfora:

“La altura del agua es la posición de un carro en un tiempo dado”

“Del tanque de gasolina, como si estuvieras viendo cómo se llena y sus marcas en la pantalla, al igual ahí puedes sacar el tiempo en el que se llena la del tanque”

“La altura es como la distancia, mientras que las razones de cambio son como velocidad”

“Es como comerte una hamburguesa, si tienes mucha hambre te la comes bien rápido, pero te llenas muy pronto y tienes que comer más lento. En cambio si no tienes mucha hambre la consumes calmada y a razón constante.”

“No usé ninguna metáfora. Nivel de agua = Posición del carro. Razón de cambio = Velocidad.”

En la última expresión, puede observarse que aunque el sujeto menciona que no utilizó ninguna metáfora, acompaña su explicación utilizando una forma de metáfora llamada analogía. Es interesante notar que ante la pregunta de “¿utilizaste alguna metáfora?” responden que no o proveen ejemplos que no son metáforas. Sin embargo, en su respuesta a las preguntas anteriores aparecen algunas analogías. Por ejemplo, en explicaciones de la solución a un niño, un alumno cambió el contexto de hablar de temperatura a hablar de cantidad de agua:

“Se lo explicaría con un ejemplo, le diría que si lo que se quiere saber cuánta agua está arrojando una llave en un minuto él puede obtener una aproximación de ello midiendo cuánta agua fluye en dos instantes, resta esta dos cantidades y las multiplica por las veces que cabe los segundos que midió en 60 segundos.

CAPITULO V

DISCUSIÓN Y CONCLUSIONES

Los resultados de este estudio muestran que, aunque en la mayoría de los alumnos la red semántica se volvió similar a la del maestro. Esto quiere decir que si existe un cambio en la estructura conceptual de los alumnos, y que este cambio es debido a la enseñanza del maestro. Sin embargo, en ninguno de los casos esta similitud alcanzó un valor alto de QAP. Planteamos dos caminos para entender estos resultados: el primero tiene que ver con las limitaciones de nuestro análisis, y el segundo, con un replanteamiento de nuestros supuestos.

Limitaciones del análisis

El análisis QAP nos permite comprobar que sí se presentó un cambio en las redes conceptuales de la mayoría de los alumnos como resultado de haber tomado el curso. En la mayoría de los alumnos, la red semántica se volvió más similar a la de su maestro. Sin embargo, el análisis tiene varias limitaciones:

Primero, es difícil concluir si una correlación QAP que aumenta su valor, pero sigue sin ser significativa, representa realmente un aumento en la similitud entre las matrices.

Segundo, el análisis sólo nos permite medir el aprendizaje según qué tan similar se vuelve el acomodo de ciertos conceptos al del maestro del curso. Los alumnos pudieron haber adquirido otras nociones y conceptos durante el curso que no forman parte de los 15 conceptos seleccionados.

Por último, gran parte del contenido del curso es procedural y no conceptual. Una red conceptual no es el mejor instrumento para medir este aprendizaje. Aunque el que exista un aprendizaje conceptual es uno de los objetivos de los maestros, no es tan importante como el que aprendan a formular y resolver problemas. Este punto tiene que ver con un supuesto sobre el conocimiento deseable.

Sobre los supuestos del conocimiento deseable

Esta investigación partió del supuesto de que la configuración de los conceptos en el esquema del maestro es la correcta o la deseada. Se asume que una propiedad importante del conocimiento es su configurabilidad, es decir, se busca que el alumno conozca las relaciones entre conceptos importantes de un tema. Los resultados pueden invitarnos a cuestionar este supuesto.

En pláticas con los maestros del curso, se aclaró que el objetivo del curso no es que los alumnos aprendan a definir. La competencia que se busca enfatizar no es la conigurabilidad, sino la problematización. No se requiere que el alumno defina conceptos, sino que sepa utilizar estos conceptos para formular y resolver problemas. Un concepto no definido pero medianamente construído es suficiente para este objetivo. Esto no debe interpretarse como una competencia pobre que resulta de una falta de exigencia del maestro. Lo que se busca es que el alumno construya el concepto a partir de su utilización.

Uno de los problemas al plantear la configuración conceptual del maestro como la deseable es que se ignoran que existen muchas maneras correctas de configurar el conocimiento. Puede darse una combinación de las siguientes situaciones:

a) No existe una red semántica ideal. Varios expertos pueden tener una configuración distinta entre sí, y estas a su vez se distinta a los expertos de otras áreas relacionadas.

b) Una red semántica distinta a la del maestro experto no es necesariamente una configuración conceptual errónea.

c) Una red semántica en construcción no implica un desconocimiento del área.

De las ventajas del uso de la evaluación con la técnica distsem

La medida de QAP tuvo una distribución normal para la población de alumnos. a diferencia de las calificación del examen y la calificación final del curso. Esto permite que el profesor diagnostique quién ha logrado una configuración conceptual semejante a la esperada, y en qué grado. No se recomendaría su uso para tomar decisiones sobre la aprobación de los alumnos.

Las redes de los alumnos son más similares a la del maestro al final del curso que al principio. Sin embargo, quizá sea sólo en el 42% de los alumnos que se pueda considerar la semejanza como aceptable. Esta medida, además, no correlaciona con las calificaciones en su curso.

Usar el desempeño en un examen convencional para validar medidas estructurales es problemático si los exámenes no reflejan propiedades estructurales del conocimiento Los juicios sobre cercanía de conceptos no son el método único de elicitar información estructural pero son un medio efectivo

De las limitaciones del método

Una de las razones por la cual la similitud de la red del alumno con la del maestro no correlacionó con sus calificaciones puede ser que nuestro método solo logra representar una fracción del conocimiento requerido o adquirido por los alumnos para la material de Matemáticas I. El objetivo de los profesores es que los alumnos aprendan a matematizar, es decir, que puedan resolver problemas reales, utilizando estrategias matemáticas. Dado este objetivo, el conocimiento que se enfatiza en la clase de matemáticas es el de tipo procedural, más que el declarativo o conceptual. La estructura de este conocimiento sería entonces más sintáctica, basada en reglas (Johnson, Goldsmith & Teague, 1995) que semántica.

El método DIstSem tiene además las mismas limitaciones que los modelos de activación semántica. Juzgar solamente la distancia semántica es igual a juzgar solo tiempos de activación: no se hacen distinciones entre los tipos de relaciones entre conceptos. Segundo, tomar en cuenta los conceptos a priori no da información acerca de la definición de los conceptos. Por último, no toma en cuenta lo que Szymanski y Duch (2011) llaman asociaciones inhibitorias, es decir, no se suprimen las asociaciones de un concepto con otro que no son aplicables al mismo contexto.

Tampoco toma en cuenta las relaciones de antonimia; dos conceptos pueden ser semánticamente cercanas pero de significado opuesto. En este caso, por ejemplo, un estudiante pudo haber considerado “integral” y “derivada” como semánticamente cercanos, pues un proceso es el inverso del otro. Sin embargo, al ser opuestos, otro estudiante pudiese haberlos juzgado como semánticamente distantes. Ambos juicios reflejarían exactamente la misma relación entre los conceptos y el mismo entendimiento sobre el teorema fundamental del cálculo. Sin embargo, las redes semántica resultantes de este tipo de juicios parecerían ser muy diferentes.

Otra limitación es que los 15 conceptos con que se generó la red partieron de la red semántica natural de los maestros. En esta red no aparecen conceptos no-matemáticos a los cuales se pueda anclar el esquema. Conviene, en un estudio posterior, utilizar los conceptos frecuentes que los alumnos escriben en sus respuestas, como sería, por ejemplo, el concepto "carrito"

Sobre el concepto "carrito" y su metáfora conceptual

La frecuencia con que en las respuestas de los alumnos aparece el término "carrito" indica que existe un referente contextual a la vida cotidiana. Al concepto de "carrito" se anclan los demás conceptos. Una de las primeras actividades que se realizan en clase es una en que la posición de un automóvil (el "carrito") es la magnitud y la velocidad es la razón de cambio.

Se da entonces una traducción del contexto real a la abstracción matemática que no es lineal. Aunque los alumnos no hayan reportado el uso de la metáfora como tal, si hay muestras de que traducen otros ejemplos al ejemplo prototípico del movimiento de un automóvil. Hubo quienes, por ejemplo, traducen el "nivel del agua" a "la posición del carrito". Así, la idea de "la razón de cambio del nivel del agua con respecto al tiempo" se traduce a "la rapidez del carrito".

Podría afirmarse que la modelación matemática en este caso no se da directamente del contexto real a uno abstracto. Este proceso no es directo, sino que está mediado por otra situación. Una situación compleja y desconocida es primero traducida, a través de la metáfora, a una situación familiar más concreta, y de ahí, traducida a un lenguaje matemático.

Conceptos no familiares, como el caso de el “nivel del agua” no se abstrae inmediatamente como correspondiente al concepto de “magnitud” sino que se entiende como un tipo de “posición del carrito”, y luego como magnitud. El “cambio en el nivel de agua” es un tipo de “rapidez” antes de ser un tipo de “razón de cambio”.

Las experiencias de viajar en un vehículo y la de manejar uno son bastante comunes para los alumnos de ingeniería de esta universidad en esta ciudad. Queda por confirmar si esta observación puede generalizarse a otras poblaciones donde se usen medios de transporte distintos.

Sobre “Observar la gráfica”

En la situación problema 3, los alumnos respondieron que resolvieron el problema observando la gráfica. Que el alumno logre ver y entender una gráfica es ya una muestra de que se ha adquirido una habilidad matemática. Pareciese que el acto de observar o leer fuera simple y no mereciera mayor elaboración, pero coincidimos con lo que Duval (2003) llama “ver” en matemáticas: se trata de un acto de visualización y no solo de percepción. Es un error creer que el “ver” sea una actividad simple o que no implique razonamiento matemático.

> El uso de figuras, de gráficas y de tablas desempeña un papel importante en la actividad matemática, no solamente para ayudar a resolver problemas sino también para comprender. […] Ahora bien, parece que para muchos alumnos no es evidente el acto de “ver” en matemáticas: no logran mirar las figuras, las gráficas o incluso algunas veces las tablas, como los maestros creen o

> quisieran que las mirasen. La aparente simplicidad del acto de "ver" se basa, en realidad, en un conjunto complejo de funcionamientos cognitivos. (Duval, 2003, p. 41)

Además, los alumnos demostraron que pueden utilizar una representación gráfica e interpretar su significado. Es decir, pudieron transformar una representación semiótica en otra, lo que se considera una actividad matemática (Duval, 2011; Duval & Moretti, 2012).

Del aprendizaje corporeizado

Una de las principales implicaciones de este estudio es que se encontraron marcadores lingüísticos que evidencian una corporeización del conocimiento en cálculo. Lo anterior puede analizarse en la siguiente tabla, donde se acomodan las distintas expresiones de la vida cotidiana que relacionan conceptos de cálculo a vivencias corporales.

Tabla 7. Elementos lingüísticos que describen percepciones corporales de distinto orden.

YO (CUERPO)	Estático	Cambio de primer orden	Cambio de segundo orden
	Estar, Posicionarse, (Distancia)	"Mover" Avanzar Retroceder	Moverse "cada vez más rápido/lento" Avanzar "cada vez más rápido/lento" Acelerar Decelerar "Frenar"
	Tener (Cantidad)	Adquirir Quitar "Te dan" "Te quitan"	"Te dan cada vez más"
	Ser (Tamaño)	Crecer	Crecer cada vez más Crecer cada vez más rápido.

Recomendaciones para futuras investigaciones

Una de las ventajas de nuestro método es que no requirió de tiempo adicional de los estudiantes, sino que se utilizó el tiempo dentro del salón de clases. Esto resultó, sin embargo, en respuestas apresuradas, descuidadas, o incluso falta de respuesta a los cuestionarios. Para los cuestionarios sobre sus respuestas a las situaciones problema, obtuvimos menos participación de los estudiantes que al de su red semántica.

El cuestionario para la red semántica se aplicó de manera grupal y en un tiempo específico de clase. Los cuestionarios sobre las respuestas a situación problema, en cambio, fueron administrados junto con la hoja de trabajo correspondiente, para que se respondieran inmediatamente después. Algunos alumnos no respondieron por no tener suficiente tiempo para responder tanto a la hoja de trabajo como al cuestionario. Otros lo ignoraron al entenderlo como un ejercicio opcional. A pesar de las limitaciones en nuestro método, se logró la recolección de un corpus que permite una visión colectiva de lo ocurrido en el curso.

Otros investigadores (Oehrtmann, 2003; Zandieh & Knapp, 2006) han utilizado estudios de caso en donde se sigue a mayor profundidad, con entrevistas directas, a un grupo menor de estudiantes. En éstas es el mismo profesor del curso de matemáticas quien entrevista a sus alumnos, y lo que se registró fue lo sucedido en sesiones adicionales a la clase.

Para este estudio, no se tomó en cuenta la carrera que estudian los alumnos, pues la materia de Matemáticas I para ingeniería se ofrece como tronco común. Sin embargo, es una variable que deberá ser considerada en futuros estudios. Bingolbali y Monaghan (2008) demostraron un caso en el que dos grupos de estudiantes de primer año de licenciatura, de diferentes carreras, ambos en cursos impartidos por miembros del departamento de Matemáticas, desarrollaron concepciones diferentes sobre la derivada. Los estudiantes no diferían al inicio del curso. Sugirieron que esa diferencia se debía al contacto con la comunidad del departamento al que pertenece su carrera.

Para confirmar la hipótesis de Bingolbali y Monaghan, puede utilizarse el mismo método de distancia semántica utilizado en este estudio, pero tomando como referente no solo las redes semánticas de los profesores de matemáticas, sino también la de los profesores especializados de otros departamentos.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Acevedo Nanclares, J. I. (2007). *Fenómenos relacionados con el uso de metáforas en el discurso del profesor y en el uso de herramientas tecnológicas. El caso de las gráficas de funciones.* Tesis doctoral presentada en la Universidad de Barcelona. Recuperada el 12 de noviembre de 2009 de http://www.tdx.cbuc.es/TDX-0515109-085142

Aherns, K. (2002). When Love is not Digested: Underlying Reasons for Source to Target Domain Pairing in the Contemporary Theory of Metaphor. En YuChau E. Hsiao (ed.) *Proceedings of the First Cognitive Linguistics Conference*, 273-302. Taipei: Cheng-Chi University.

Allbritton, D. (1995). When Metaphors Function as Schemas: Some Cognitive Effects of Conceptual Metaphors. *Metaphor and Symbolic Activity*, 10, 1, 33-46.

Allbritton, D., McKoon, G. & Gerrig, G. (1995). Metaphor-Based Schemas and Text Representations: Making Connections Through Conceptual Metaphors. *Journal of Experimental Psychology: Learning, Memory, and Cognition*. 21, 3, 612-625.

Alvarez, N. (2007). Razonamiento metafórico del conocimiento científico. *Acción Pedagógica*, 1, 16, 126-135. Recuperado el 10 de octubre de 2009 de http://saber.ula.ve/bitstream/123456789/17282/2/articulo11.pdf

Alvarez Perozo, N. (1996). La Metáfora como Estrategia Didáctica. Hacia el Aprendizaje Hiperlineal Metafórico. *Repositorio Institucional de la*

Universidad de Los Andes, Venezuela. Recuperado el 10 de octubre de 2009 de http://biblioteca.universia.net/irARecurso.do?page=&id=37735055

Anderson, J. & Pirolli, P. (1984). Spread of Activation. *Journal of Experimental Psychology: Learning, Memory, and Cognition*, 10, 4, 791-798.

Argyle, S. F. (2012). *Mathematical thinking: From cacophony to consensus* (Tesis doctoral, Kent State University).

Barnett, G. A. (Ed.). (2011). *Encyclopedia of Social Networks* (Vol. 2). Sage Publications, Incorporated.

Bingolbali, E. & Monaghan, J. (2008). Undergraduates' understandings of the derivative. en A. Watson y P. winbourne (Eds.) New Directions for Situated Cognition in Mathematics Education. Nueva York: Springer. 233-258.

Black, M. (1979). More about metaphor. En Ortony, A., ed. (1993) *Metaphor and Thought*. Cambridge: Cambridge University Press

Bowdle, B.F. & Gentner, D. (2005). The Career of Metaphor. *Psychological Review*, 112, 1, 193-216.

Borgatti,S., Everett,M., & Freeman,L. (1992). UCINETX Network analysis software [Software]. Columbia, SC: Analytic Technologies.

Cantoral, R., Farfán, R., Lezama, J., Martínez Sierra, G. (2006). Socioepistemología y representación: algunos ejemplos. *Revista* Latinoamericana de Matemática Educativa 9(4), 83–102.

Carreira, S. (2001). Where there's a model, there's a metaphor: Metaphorical thinking in students' understanding of a mathematical model. *Mathematical Thinking and Learning*, 3(4), 261-287.

Chan Collí, M.A. & López Acosta, M.A. (2011). Reinterpretación del aprendizaje matemático desde una perspectiva múltiple. *Memoria de la XIV Escuela de Invierno en Matemática Educativa. Red Cimates*. Recuperado el 4 de enero de 2012 de http://www.red-cimates.org.mx/Documentos/memorias/MEMORIA_EIME_XIV.pdf

Charmaz, K. (2006). *Constructing Grounded Theory. A Practical Guide Through Qualitative Analysis*. London: Sage.

Christoff, K. & Keramatian, K. (2006). Abstraction of mental representations: Theoretical considerations and neuroscientific evidence. en Bunge, S.A. & Wallis, J. *The Neuroscience of Rule-Guided Behavior*. Oxford University Press.

Collins, A. & Loftus, E. (1975). A Spreading-Activation Theory of Semantic Processing. *Psychological Review*, 82, 6, 407-428.

Collins, A. & Quillian, (1969). Retrieval time from semantic memory. *Journal of Verbal Learning and Verbal Behavior*, 8.

Davis, B. y Simmt, E. (2006). Mathematics-for-teaching: An ongoing investigation of the mathematics the teachers (need to) know. *Educational Studies in Mathematics*. 61 (3): 293-319.

Danowski, J.A. (2010). Identifying Networks of Semantically Individuals from Public Discussion Forums. *International Conference on Advances in Social Networks Analysis and Mining.* Recuperado el 9 de noviembre de 2011 de http://acadmedia.wku.edu/Zhuhadar/nikhile/ASONAM-2010/ASONAM-71.pdf

Dell, G. (1986). Spreading-Activation Theory of Retrieval in Sentence Production. *Psychological Review*, 93, 3, 283-321.

Doerfel, M. & Barnett, G. (1999). A Semantic Network Analysis of the International communication Association. *Human Communication Research*. 25, 4, 589-603.

Dogan-Dunlap, H. (2007). Reasoning with Metaphors and Constructing and Understanding of the Mathematical Function Concept. *Proceedings of the 31st Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, 2, 209-216. Seoul: PME.

Duchene, A., Graves, R. & Brugger, P. (1998). Schizotypical thinking and associative processing: a response commonality analysis of verbal fluency. *Journal of Psychiatry and Neuroscience*, 23, 1, 55-59.

Duval, R. (2003). “Voir” En Matemátiques. En Filloy, E. *Matemática educativa: Aspectos de la investigación actual*. México, D.F.: Fondo de Cultura Económica.

Duval, R. (2011). Idées directrices pour analyser les problèmes de compréhension dans l’apprentissage des mathématiques. En *XIII*

CONFERÊNCIA INTERAMERICANA DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA.

Duval, R. & Moretti, T. M. T. (2012). Gráficos e equações: a articulação de dois registros. *Revemat: revista eletrônica de educação matemática*, 6(2), 96-112.

Evans, V. (2009). Language and Cognition: The View from Cognitive Linguistics. A aparecer en Cook, V. Y Bassetti, B., eds. *Language and Bilingual Cognition*. Recuperado el 4 de noviembre de 2009 de http://www.vyvevans.net/TheViewFromCogLx.pdf

Figueroa, J., Carrasco, M. & Sarmiento, C. (1982). Sobre la teoría de las redes semánticas. Trabajo presentado en el *VI Encuentro Nacional y I Latinoamericano de Psicología.* Guadalajara.

Figueroa, J., Carrasco, M., Sarmiento, C., Bravo, P. & Acosta, M. (1982). La teoría de las redes semánticas y su contribución a la enseñanza. Trabajo presentado en el *III Congreso Mexicano de Psicología*, México, D.F.

Figueroa, J.G.; Solís, V.M. & González, E. (1974). "The possible influence of imaginery upon retrieval and representation in LTM". *Acta Psicológica*, 38, 423-428.

Figueroa, J.G., González, E. & Solís, V.M. (1976). "An approach to the problem of meaning". *Journal of Phycholinguistic Research*, 5 (2), 107-117.

Font Moll, V. & Acevedo Nanclares, J. I. (2003). Enseñanza de las Ciencias. 21, 3, 405-418. Recuperado el 10 de noviembre de 2009 de http://www.webpersonal.net/vfont/201044.pdf

Garbin, S. (2005). ¿Cómo piensan los alumnos entre 16 y 20 años el infinito? Influencia de los modelos, las representaciones y los lenguajes matemáticos. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 8, 2, 169-193.

Gentner, D. (1983). Structure-mapping: A theoretical framework for analogy. *Cognitive Science*, 7, 155-170.

Gentner, D. (2005). The development of relational category knowledge. En Gershkoff-Stowe, L. y Rakison, D., eds. *Building object categories in developmental time*. Mahwah, NJ: Erlbaum.

Gentner, D. (2006). Why verbs are hard to learn. In K. Hirsh-Pasek, & R. Golinkoff, (Eds.) *Action meets word: How children learn verbs* (pp. 544-564). Oxford University Press.

Gentner, D. & Bowdle, B. (2001). Convention, Form, and Figurative Language Processing. *Metaphor and Symbol, 15, 3, 223-247.*

Gentner, D., Bowdle, B., Wolff, P. & Boronat, C. (2001). Metaphor is like analogy. En Gentner, D., Holyoak, K., & Kokinoc, B. (Eds.) *The analogical mind: Perspectives from cognitive science*. Cambridge, MA: MIT Press.

Gentner, D. & Kurtz, K. (2006). Relations, Objects, and the Composition of Analogies. *Cognitive Science*, 30, 609–642.

Gentner, D. & Markman, A.B. (1997). Structure mapping in analogy and similarity. *American Psychologist*, 52, 45-56.

Gentner, D. & Markman, A.B. (2005). Defining Structural Similarity. *Journal of Cognitive Science*, 6, 1-20.

Gentner, D. & Wolff, P. (1997). Alignment in the processing of metaphor. *Journal of Memory and Language*, 37, 331-355.

Gentner, D. & Wolff, P. (2000). Metaphor and knowledge change. En E. Districh &A. Marbnau(Eds.). *Cognitive dynamics: Conceptual change in humans and machines*. Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.

Gibbs, R. (1994). *The Poetics of Mind: Figurative Thought, Language, and Understanding*. New York: Cambridge University Press.

Gildea, P. & Glucksberg, S. (1983). On understanding metaphor: The role of context *Joumal of Verbal Learning and Verbal Behavior*. 22, 577-590.

Glucksberg, S. & Haught, C. (2006). On the relation between metaphor and simile: When comparison fails. *Mind and Language*, 21, 3, 360-378.

Glucksberg, S. & Keysar, B. (1993). How metaphors work. En Ortony, A., ed. *Metaphor and thought*. Cambridge: Cambridge University Press.

Glucksberg, S., McGlone, M. S. & Manfredi, D. (1997). Property Attribution in Metaphor Comprehension. *Journal of Memory and Language*, 36, 50-67.

Glucksberg, S. (2008). How Metaphors Create Categories - Quickly. En Gibbs, R. ed. *The Cambridge Handbook of Metaphor and Thought*. Cambridge: Cambridge University Press.

Goldsmith, T.E., Johnson, P.J. & Acton, W.H. (1991). Assessing Structural Knowledge. *Journal of Educational Psychology*, 83, 1, 88-96.

Grady, J.E. (2007). Metaphor. En Geeraerts, D. y Cuyckens, H, eds. *The Oxford handbook of cognitive linguistics*, 188-213 Nueva York: Oxford University Press.

Hähkiöniemi, M. (2006). *The Role of Representations in Learning the Derivative*. Tesis doctoral. University of Jyväskylä.

Hauser, M. D., Chomsky, N. & Fitch, W. T. (2002). The faculty of language: what is it, who has it, and how did it evolve? *Science*, 298, 1569–1579.

Johnson, P.J., Goldsmith, T.E. & Teague, K.W. (1995). Similarity, Structure, and Knowledge: A Representational Approach to Assessment. En P.D. Nichols, S.F. Chipman, R.L. Brennan (Eds.), *Cognitively Diagnostic Assessment*. 221-249.

Kas, M., Carley, K. M. & Carley, L. R. (2012). Trends in science networks: understanding structures and statistics of scientific networks. *Social network analysis and mining*, 1-19.

Krackhardt, D. &Porter, L. (1986).The snowball effect Turnover embedded in communication networks. *Journal of Applied Psychology*, 71’50-55.

Keil, F. C. (1986). Conceptual Domains and the Acquisition of Metaphor. *Cognitive Development*, 1, 73-96.

Keysar, B., Shen, Y., Glucksberg, S. & Horton, W. (2000). Convencional Language: How Metaphorical Is It? *Journal of Memory and Language*, 43, 576-593.

Kertész, A. & Rákosi, C. (2009). Cyclic vs. Circular argumentation in the Conceptual Metaphor Theory. *Cognitive Linguistics*, 20, 4, 703-732.

Kim, D., Sfard, A. & Ferrini-Mundy, J. (2005). Students’ Colloquial and Mathematical Discourses on Infinity and Limit. En Chick, H.L. & Vincent, J.L. (Eds). *Proceedings of the 29th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, Vol. 3, pp. 201-208. Melbourne: PME.*

Lakoff, G. & Johnson, M. (1980). The Metaphorical Structure of the Human Conceptual System. *Cognitive Science*, 4, 195-208.

Lakoff, G. (2008). The Neural Theory of Metaphor. En Gibbs, R. ed. *The Cambridge Handbook of Metaphor and Thought*. Cambridge: Cambridge University Press.

Lakoff, G. & Núñez, R. (1997). The metaphorical structure of mathematics: Sketching out cognitive foundations for a mind-based mathematics. En English, L. (Ed.) *Mathematical Reasoning: Analogies, Metaphors, and Images*. Manwah, NJ: Erlbaum.

Lakoff, G. & Núñez, R. (1998). Conceptual metaphor in mathematics. En Koenig, J. (Ed.), *Discourse and Cognition: Bridging the Gap*. Stanford, CA: CSLI, Cambridge.

Lancia, F. (2008). Word Co-occurrence and similarity in meaning: some methodological issues. en Salvatore, S. & Valsiner J., eds., *Mind as Infinite Dimensionality*. Roma, Carlo Amore.

Larson, C., Harel, G., Oehrtman, M., Zandieh, M., Rasmussen, C., Speiser, R. & Walter, C. (2010). Modeling Perspectives in Math Education Research. *Modeling Students' Mathematical Modeling Competencies*, 61-71.

Lee, M., Szymanski, J. & Duch, W. (2011). Information retrieval with semántica memory model. *Cognitive Systems Research*, 2, 2. doi:10.1016/i.cogsys.2011.02.002

Liu, P. & Niess, M. L. (2006). An exploratory study of college students' views of mathematical thinking in a historical approach calculus course. *Mathematical Thinking and Learning*, 8(4), 373-406.

Livshits, M. (2009). You Could Simplify Calculus. *arXiv*. Recuperado el 5 de noviembre de 2009 de http://arxiv.org/pdf/0905.3611

Likwambe, B. & Christiansen, I. M. (2008). A Case Study of the Development of In-service Teachers' Concept Images of the Derivative. *Pythagoras*, 68, 22-31.

Markman, A.B., & Gentner, D. (1993). Structural alignment during similarity comparisons. *Cognitive Psychology*, 25, 431-467.

McGlone, M. (2001). Concepts as metaphors. En Glucksberg, S. *Understanding figurative language: From metaphors to idioms*, 90–107. Oxford: Oxford University Press.

McKoon, G. & Ratcliff, R. (1992). Spreading Activation Versus Compound Cue Accounts of Priming: Mediated Priming Revisited. Journal of Experimental Psychology: Learning, Memory, and Cognition, 18, 6, 1155-1172.

Mednick, M., Mednick, S. & Mednick, E. (1964). Incubation of creative performance and specific associative priming. *Journal of Abnormal and Social Psychology*, 69, 1, 84-88.

Mowat, E. & Davis, B. (2010). Interpreting Embodied Mathematics Using Network Theory: Implications for Mathematics Education. *Complicity: An International Journal of Complexity and Education*. 7, 1, 1-31.

Murphy, G. (2002). *The Big Book of Concepts*. The MIT Press. Londres, Inglaterra.

Nersessian, N. (2008). Mental Modeling in Conceptual Change. En Vosniadu, S., (Ed.), *Interntional Handbook of Conceptual Change* (pp.391-416). New York: Routledge. (Recuperado el 10 de noviembre de 2009 de http://www.cc.gatech.edu/aimosaic/faculty/nersessian/papers/Nersessian-ModelingConceptualChange.pdf)

Noveck, I, Bianco, M. & Castry, A. (2001). The Costs and Benefits of Metaphor. *Metaphor and Symbol*, 16, 1, 109-121.

Núñez, R. (2007). The Cognitive Science of Mathematics: Why is it Relevant for Mathematics Education? En Lesh, R., Hamilton, E., & Kaput, J. (Eds.) *Foundations for the Future in Mathematics Education.* (pp. 127-154) Manwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.

Núñez, R. (2008). Mathematics, the ultimate challenge to embodiment: Truth and the grounding of axiomatic systems. En Calvo, P. y Gomila, T. (eds.). *Handbook of Cognitive Science: An Embodied Approach*. (pp. 333-354) San Diego, CA: Elsevier.

Oehrtmann, M.C. (2002). *Collapsing Dimensions, Physical Limitation, and other Student Metaphors for Limit Concepts: An Instrumentalist Investigation into Calculus Students' Spontaneous Reasoning*. Tesis doctoral presentada a la Universidad de Texas en Austin.

Ratcliff, R. & McKoon, G. (1981). Does activation really spread? Psychologial Reiew, 88, 5, 454-46.

Robins, G., Lewis, J. M. & Wang, P. (2012). Statistical Network Analysis for Analyzing Policy Networks. *Policy Studies Journal*, *40*(3), 375-401.

Rips, L., Shoben, E. & Smith, E. (1973). Semantic Distance and the Verification of Semantic Relations. *Journal of verbal learning and verbal behavior*, 12, 1-20.

Salinas, P. & Alanis, J.A. (2009). Hacia un nuevo paradigma en la enseñanza del cálculo en una institución educativa. *Relime*, 12, 3, 355-382.

Saiber, A. & Turner, H. (2009). Mathematics and the Imagination: A Brief Introduction. *Configurations*, 17, 1-2, 1-19 (Recuperado el 30 de marzo de 2011 de http://muse.jhu.edu/journals/con/summary/v017/17.1.saiber.html)

Sánchez-Matamoros, G., García, M. & Llinares, S. (2008). La comprensión de la derivada como objeto de investigación en didáctica de la matemática. *Relime*, 11, 2, (Recuperado el 5 de octubre de 2011 de http://www.scielo.org.mx/scielo.php?pid=S1665-24362008000200005&script=sci_arttext&tlng=es)

Schvaneveldt, R. W., Durso, F. T. & Dearholt, D. W. (1985). Pathfinder: Scaling with network structures. *Memorandum in Computer and Cognitive Science, Computing Research Laboratory*. Las Cruces, NM: New Mexico State University.

Searle, J. (1979). Metaphor. En Ortony, A., ed., *Metaphor and thought*. New York: Cambridge University Press.

Sperber, D. & Wilson, D. (1995). *Relevance: Communication and cognition*. Oxford, Inglaterra: Blackwell.

Steen, G. (2008). The Paradox of Metaphor: Why We Need a Three-Dimensional Model of Metaphor. *Metaphor and Symbol*, 23, 4, 213-241.

Szymański, J. & Duch, W. (2012). Information retrieval with semantic memory model. *Cognitive Systems Research*, *14*(1), 84-100.

Tall, D. (2004). Thinking through three worlds of mathematics. En M. Høines & A. Fuglestad (Eds.) *Proceedings of the 28th conference of the international group for the psyhology of mathematics education (PME),* Bergen, Vol. 4, 281-288.

Taylor, K. & Regard, M. (2003). Language in the Right Cerebral Hemisphere: Contributions from Reading Studies. *Physyology*, 18, 6, 215-261.

Taylor, K.I. (2002). Semantic Language in the Right Hemisphere: Divided Visual Field and Functional Imaging Studies of Reading. Tesis presentada a la Facultad de Artes de la Universidad de Zurich.

Tulving, E., Bower, G. & Donaldson, W. (1972). *Organization of memory*. New York: Academic Press.

Tulving, E. (1995). Organization of memory: Quo vadis. *The cognitive neurosciences*, 839-847.

Tversky, A. (1977). Features of similarity. *Psychological Review*, 84, 327-352.

Vega Moreno, R.E. (2007). *Creativity and convention: the pragmatics of everyday figurative speech.* Philadelphia, PA: John Benjamins Publishing Company.

Vivas, J. (2004). Método Distsem: procedimiento para la evaluación de distancias semánticas. *Revista Perspectivas en Psicología, 1* (1), 56-62.

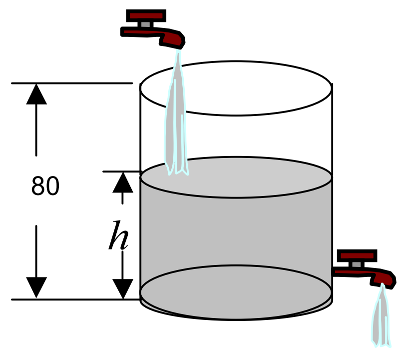
Vivas, J.R. Comesana, A. & Vivas, L.Y. (2007). Evaluación de las redes semánticas de conceptos académicos en estudiantes universitarios. *PsicoUSF, 12, 1, 111-119.*

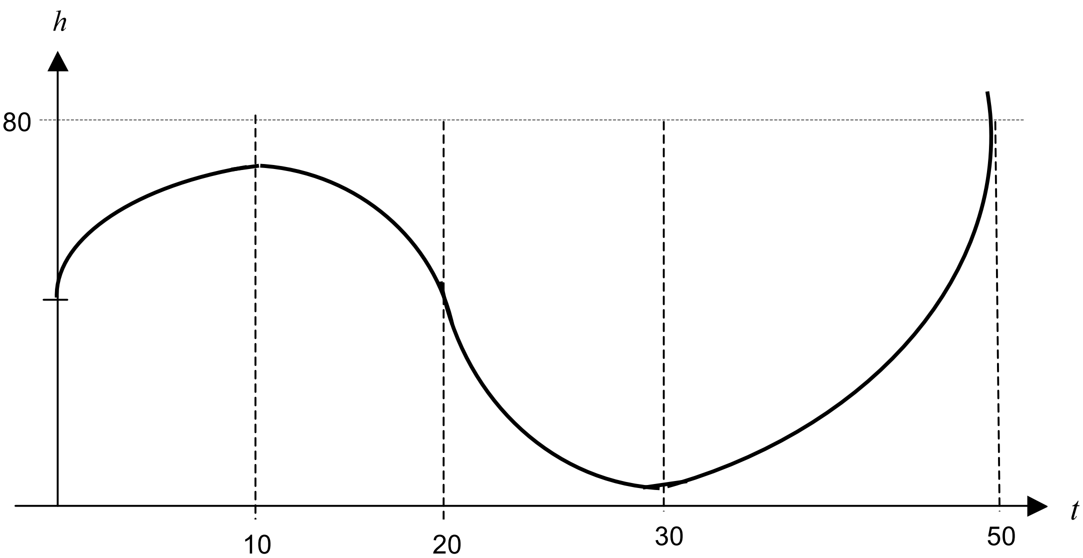
Zandieh, M. J. & Knapp, J. (2006). Exploring the role of metonymy in mathematical understanding and reasoning: The concept of derivative as an example. *The Journal of Mathematical Behavior*, 25(1), 1-17.

ANEXOS

ANEXO 1. Situación Problema 3

La figura inferior muestra cómo cambia el nivel del agua h en un tanque de 80 cm. de altura





a) ¿En cuáles intervalos de tiempo el nivel del agua está creciendo?
¿En cuál de ellos lo hace cada vez más rápido?
¿En cuál de ellos lo hace cada vez más lento?

b) ¿En cuál intervalo el nivel está decreciendo?
¿Lo hace siempre cada vez más rápido?
¿Lo hace siempre cada vez más lento?

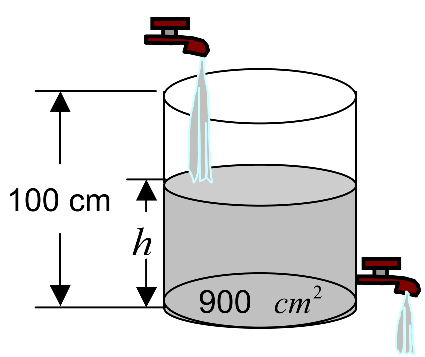
ANEXO 2. Situación Problema 6

Un tanque tiene la forma de cilindro circular recto con base de área 900 cm^2 y 100 cm de altura. Dos llaves actúan en el tanque a partir de cierto instante $(t = 0)$ de tal manera que el nivel del agua h, medido en cm, cambia con respecto al tiempo transcurrido, medido en minutos. La forma en que actúan las llaves es diferente:

- La primera introduce agua a razón constante de 1800 .
- La segunda desaloja agua a razón de $3600t$.

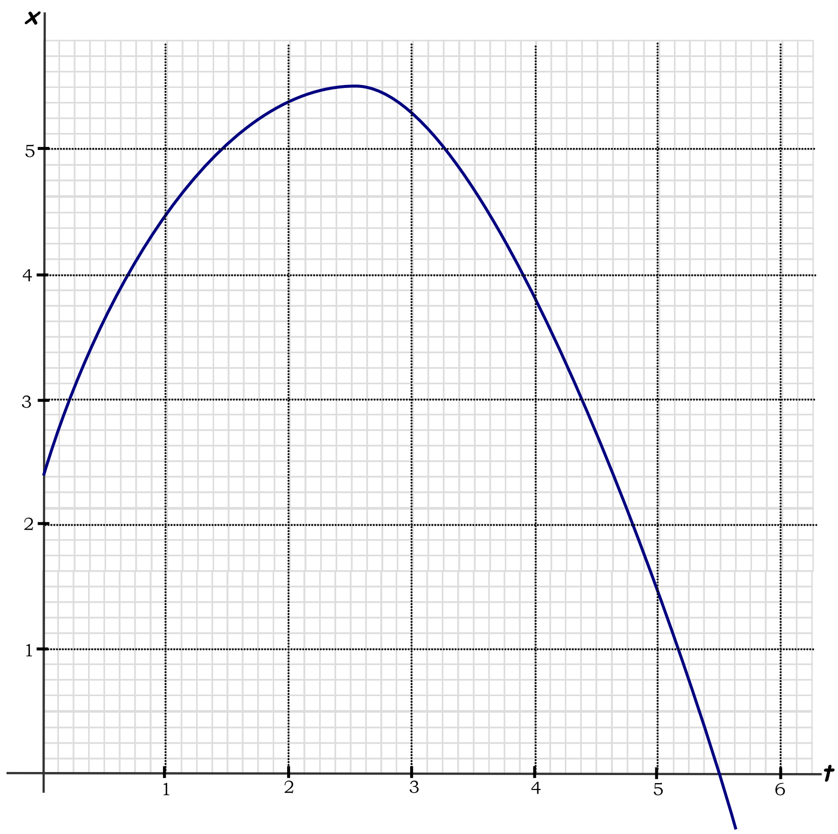
En este instante $(t = 0)$, sabemos que el nivel del agua es $h_0 = 15$ cm.

a) Describe lo que sucede con el nivel del agua en el tanque: ¿Crece? ¿Decrece? ¿Lo hace cada vez más rápido? ¿Cada vez más lento?
b) Obtén la fórmula de la razón a la que cambia el nivel del agua.
c) Determina la ecuación que dé cuenta del nivel del agua cuando haya transcurrido t minutos.
d) En que instante se vacía el tanque.



ANEXO 3. Situación Problema 11

A continuación se muestra la gráfica de la ecuación de posición de una partícula que se mueve a lo largo de una línea recta horizontal en la cual se ha instalado un eje de las x´s



En la gráfica, x es la posición de la partícula en la recta sobre la cual se está moviendo y está dada en metros; mientras que t es el tiempo transcurrido y está dado en segundos.

a) Calcula un valor aproximado de la velocidad inicial de la partícula y de las velocidades que ésta lleva a los dos segundos y a los cinco segundos.

b) ¿Cómo podrías mejorar los cálculos de esas velocidades?

c) ¿En qué instante la velocidad de la partícula es cero?