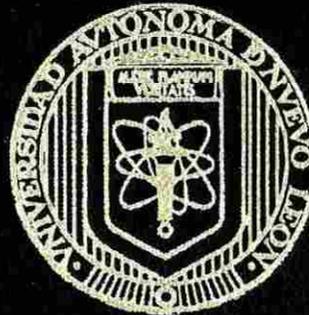


**UNIVERSIDAD AUTONOMA DE NUEVO LEON**  
**FACULTAD DE INGENIERIA MECANICA Y ELECTRICA**  
**DIVISION DE ESTUDIOS DE POSTGRADO**



**METODOLOGIAS PARA LA SUPERVISION DE SISTEMAS  
DE POTENCIA MEDIANTE UN ESTIMADOR DE ESTADO**

**POR**

**ABEL MONTEMAYOR ALANIS**

**TESIS**

**EN OPCION AL GRADO DE MAESTRO EN CIENCIAS DE  
LA INGENIERIA ELECTRICA CON ESPECIALIDAD  
EN POTENCIA**

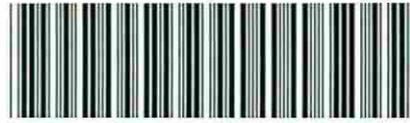
**CD. UNIVERSITARIA**

**SEPTIEMBRE DE 1996**

TM  
Z5853  
.M2  
FIME  
1996  
M6

METODOLOGIAS PARA LA SUPERVISION DE SISTEMAS  
DE POTENCIA MEDIANTE UN ESTIMADOR DE ESTADO

1995



1020116667



# UANL

---

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN



DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

**UNIVERSIDAD AUTONOMA DE NUEVO LEON**  
**FACULTAD DE INGENIERIA MECANICA Y ELECTRICA**  
**DIVISION DE ESTUDIOS DE POSTGRADO**



**METODOLOGIAS PARA LA SUPERVISION DE SISTEMAS  
DE POTENCIA MEDIANTE UN ESTIMADOR DE ESTADO**

**POR**

**ABEL MONTEMAYOR ALANIS**

**DIRECCIÓN GENERAL DE TESIS Y BIBLIOTECAS**

**EN OPCION AL GRADO DE MAESTRO EN CIENCIAS DE  
LA INGENIERIA ELECTRICA CON ESPECIALIDAD  
EN POTENCIA**

**CD. UNIVERSITARIA**

**SEPTIEMBRE DE 1996**

TM  
ZC  
.Mα  
F E  
96  
M6

17 06060

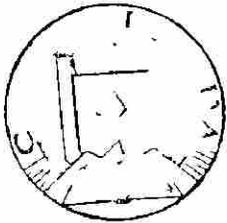


# UANL

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN

®

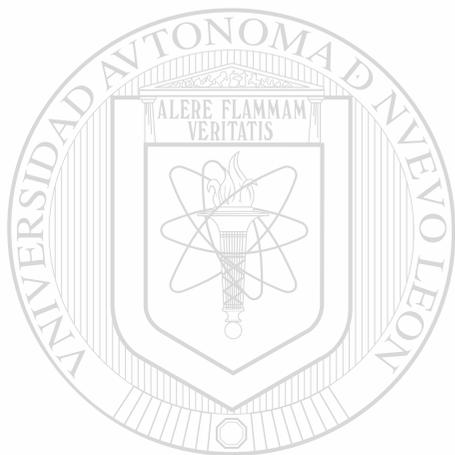
DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS



FONDO ESS

UNIVERSIDAD AUTONOMA DE NUEVO LEON  
FACULTAD DE INGENIERIA MECANICA Y ELECTRICA  
DIVISION DE ESTUDIOS DE POSTGRADO

Los miembros del comité de tesis recomendamos que la tesis "METODOLOGIA PARA LA SUPERVISION DE SISTEMAS DE POTENCIA MEDIANTE UN ESTIMADOR DE ESTADO" realizada por el Ing. Abel Montemayor Alanís sea aceptada para su defensa como opción al grado de Maestro en Ciencias de la Ingeniería Eléctrica con especialidad en Potencia.



El Comité de Tesis



Asesor

Dr. Fernando M. Betancourt Ramírez

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN

DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS



Coasesor

M.C. Evelio González Flores



Coasesor

M.C. Enrique Betancourt Ramírez



Vo.Bo.

M.C. Roberto Villarreal Garza  
Subdirector Postgrado

San Nicolás de los Garza, N.L. a 30 de Agosto de 1996

Dedicado a Laura

Con amor

Cuyo apoyo y sacrificio mostrado en los  
momentos difíciles me han dado el estímulo  
necesario para seguir adelante.

Mi compañera

A mis hijas:

Laura Alicia  
Karina  
y Anabel

Un Tesoro invaluable

Mi fortuna

A Mi Madre Melita

y a mis Hermanos:

Juan José  
Gloria Andrea  
y Gerardo

A quienes admiro, quiero mucho y les deseo  
siempre lo mejor. Se que este sentimiento es  
reciproco

A mi Padre †

## Agradecimientos

Al Dr. Fernando Manuel Betancourt Ramírez, mi asesor,  
con un reconocimiento muy especial;

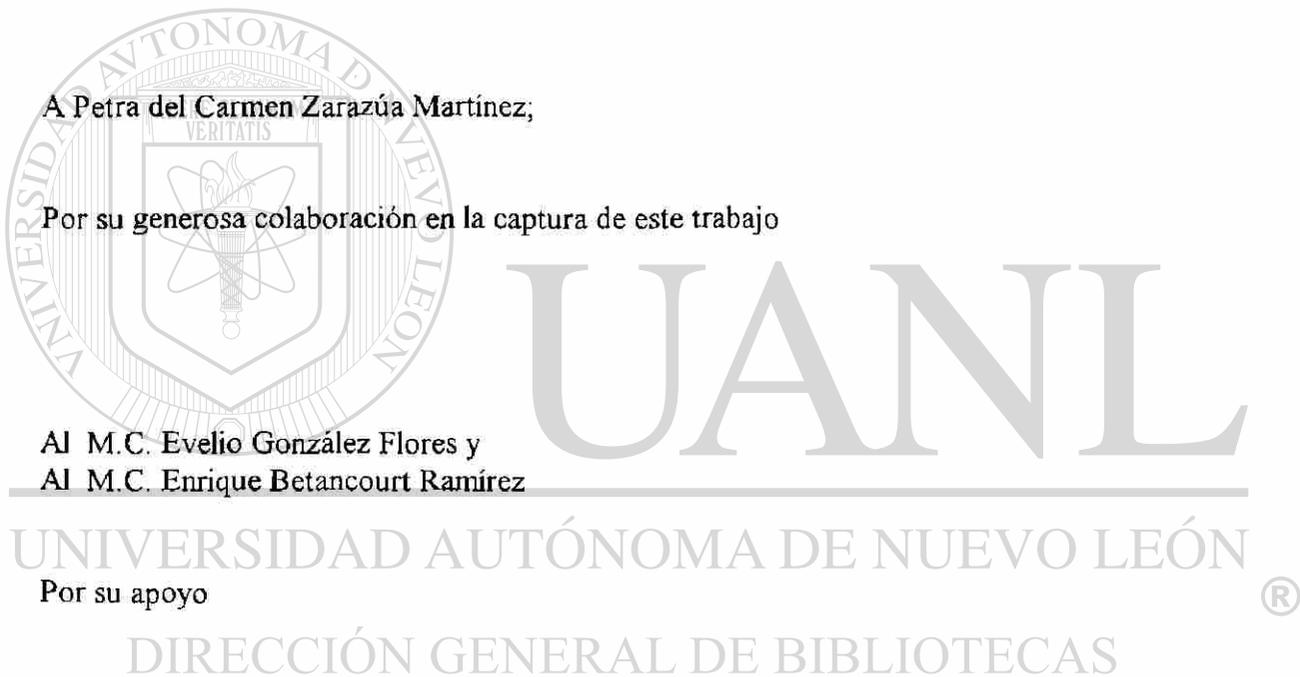
Por su auténtica preocupación, paciencia y apoyo decidido para que este trabajo se realizara, aportando desinteresadamente su tiempo y su amplio conocimiento del tema y por haberme brindado su valiosa amistad

A Petra del Carmen Zarazúa Martínez;

Por su generosa colaboración en la captura de este trabajo

Al M.C. Evelio González Flores y  
Al M.C. Enrique Betancourt Ramírez

Por su apoyo



# RESUMEN

El objetivo de la tesis es la evaluación y análisis de un procesador de información en tiempo real; el cual utiliza algoritmos eficientes para el empleo de la menor cantidad de memoria posible con el fin de que puedan ser aplicados a grandes sistemas de Potencia Eléctrica.

Para la operación segura de los sistemas eléctricos de potencia se necesita supervisar una serie de parámetros tales como voltajes y frecuencias. Todos estos parámetros son función de lo que se denomina el estado eléctrico del sistema, o sea, el módulo y ángulo del voltaje en cada nodo. El Estimador de Estado es un procesador de información, formado por las etapas de configuración de la red, cálculo de variables de estado y la detección e identificación de errores anormales. El resultado de la interacción de estas etapas da por resultado una base de datos válida que refleja un estado más apegado a la realidad del sistema a partir de un conjunto de mediciones redundantes. A partir de esta base de datos depurada se pueden llevar a cabo acciones de control en la red de transmisión.

---

La metodología para alcanzar el objetivo de esta tesis es el de obtener conclusiones a través de los resultados que se obtuvieron por medio del uso de modelos digitales. Se utilizó como herramienta computadoras digitales con datos de casos prácticos seleccionados de la red de potencia correspondiente al Sistema Eléctrico del Área de Control Noreste de la Comisión Federal de Electricidad (CFE).

# INDICE

Agradecimientos.....	Pág. iv
Resumen.....	v

## CAPITULOS

Introducción.....	1
-------------------	---

### CAPITULO I ESTIMACIÓN DE REDES DE POTENCIA ELÉCTRICA

Introducción.....	3
-------------------	---

1.1. ESTIMACIÓN EN SISTEMAS ELÉCTRICOS DE POTENCIA.....	4
---	---

1.1.1. Formulación del Problema.....	5
--------------------------------------	---

1.1.2. Modelo.....	8
--------------------	---

1.1.3. Detección.....	8
-----------------------	---

1.1.4. Identificación.....	9
----------------------------	---

1.1.5. Resumen de Etapas del Estimador.....	9
---	---

### CAPITULO II TÉCNICAS DE ANÁLISIS PARA LA ESTIMACIÓN DE ESTADO

2.1. FORMULACIÓN DE JACOBIANO COMPLETO.....	11
---	----

2.1.1. Estructura de la Matriz Jacobiana.....	11
---	----

2.1.2. Derivadas Parciales de la Matriz Jacobiana.....	16
--	----

2.2. FORMULACIÓN DE JACOBIANO DESACOPLADO.....	23
--	----

2.2.1. Modelo.....	23
--------------------	----

## CAPITULO III ESTIMACIÓN EN LA OPERACIÓN DE LÍNEAS DE TRANSMISIÓN

3.1. ESTIMACIÓN DE PARÁMETROS DE LÍNEAS DE TRANSMISIÓN.....	33
3.2. ESTIMACIÓN DE TAPS EN TRANSFORMADORES.....	39
3.2.1. Comparación de técnicas.....	39

## CAPITULO IV FORMULACIONES PARA IDENTIFICACIÓN DE DATOS ANORMALES EN SEP's

Introducción.....	56
4.1. IDENTIFICACIÓN DE DATOS ANORMALES POR PRUEBAS DE HIPÓTESIS (HIT).....	58
4.1.1. Estimador de estado estático.....	58
4.1.2. Estimador de errores de medición.....	60
4.1.3. Estimador de mediciones verdaderas.....	62
4.1.4. Pruebas de hipótesis de errores estimados.....	63
4.1.5. Identificación por prueba de hipótesis (HIT) a partir de una probabilidad $\beta$ .....	64
4.1.6. Casos de estudio.....	66
4.2. FORMULACIÓN DE ESTIMACIÓN - IDENTIFICACIÓN SIMULTÁNEA DE DATOS ANORMALES.....	70
4.2.1. Identificación de errores anormales múltiples para la formulación estimación - identificación.....	70
4.2.2. Descripción matemática de esta formulación.....	72
4.2.3. Simplificación de la formulación.....	76
4.2.4. Corrección de la estimación de estado.....	77
4.2.5. Algunos problemas en la aplicación del método.....	79
4.2.6. Identificación de datos anormales.....	80
4.3. IDENTIFICACIÓN DE DATOS ANORMALES A TRAVÉS DE LA COMPENSACIÓN Y CÁLCULOS DE RESIDUALES EN MEDICIONES CORRESPONDIENTES.....	90
4.3.1. Perfil del método.....	91
4.3.2. Compensación de mediciones.....	93

4.3.3. Formulación de Jacobiano expandido para el cálculo de términos de la matriz de sensibilidad de residuales.....	97
4.3.4. Cálculo lineal de residuales en mediciones.....	99
4.3.5. Análisis estadístico de los errores estimados.....	101
4.3.6. Algoritmo formal.....	103
4.3.7. Casos de estudio.....	104

## **CAPITULO V OBSERVABILIDAD DE REDES DE TRANSMISIÓN PARA LA ESTIMACIÓN DE ESTADO**

<b>Introducción.....</b>	<b>107</b>
<b>5.1. OBSERVABILIDAD TOPOLOGÍA.....</b>	<b>110</b>
5.1.1. Método de observabilidad de Monticelli-Wu.....	112
5.1.2. El estimador de estado linealizado (DC).....	112
5.1.3. Determinación de estados no-observables.....	121
5.1.4. Algoritmos de colocación de mediciones.....	125

## **CAPÍTULO VI CASOS PRÁCTICOS DE ESTUDIO**

<b>Introducción.....</b>	<b>131</b>
<b>6.1. DETECCIÓN E IDENTIFICACIÓN DE DATOS ANORMALES.....</b>	<b>132</b>
6.1.1. Algoritmo generalizado de identificación de datos anormales.....	134
<b>6.2. CASOS DE ESTUDIO.....</b>	<b>135</b>
6.2.1. Caso base.....	138
6.2.2. Caso 1. Medición anormal en el flujo REC-NAV-230.....	140
6.2.3. Caso 2. Medición anormal en el flujo MON-FRO-230.....	141
6.2.4. Caso 3. Medición anormal en el flujo REC-FRO-400.....	144
6.2.5. Caso 4. Medición anormal en el flujo REC-FRO-400 con inyección cero.....	147

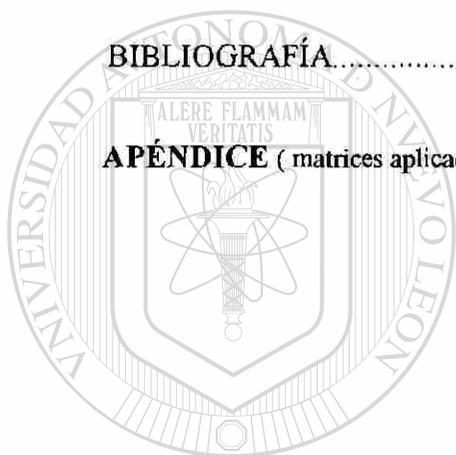
6.3. CARACTERÍSTICAS RELEVANTES EN EL ESTIMADOR DE ESTADO.....	147
6.3.1. Índice estadístico J.....	148
6.3.2. Sintonización del estimador.....	150
6.3.3. Estimación de voltajes.....	150
6.3.4. Observabilidad.....	151

## CAPITULO VII CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES.....	152
-------------------------------------	-----

BIBLIOGRAFÍA.....	155
-------------------	-----

APÉNDICE ( matrices aplicadas al análisis de líneas de transmisión ).....	158
---	-----



# UANL

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN



DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

## INTRODUCCION

El advenimiento de la computadora digital, con su rapidez y capacidad para el manejo masivo de información, ha hecho posible la operación de una red eléctrica desde una oficina de control central. En el Centro de Control se vigila periódicamente el estado eléctrico de la red y se realiza la simulación de fallas antes de efectuar cambios en la topología de la misma. Esto, con la intención de mantener un nivel apropiado de seguridad y confiabilidad en el sistema. Dada la rapidez con que se propaga el efecto de una falla sobre la red, las acciones correctivas desde el Centro de Control serían demasiado lentas, aún realizadas por una computadora, con los medios actuales. En ese caso, sólo actúan las protecciones locales, las cuales no consideran el efecto de su operación sobre otros componentes de la red. De ahí que la simulación (Análisis de Seguridad) sea la base para lograr una protección preventiva del sistema.

Para realizar el análisis de una falla o cambio en la topología de la red, debe conocerse el estado eléctrico actual del sistema, lo cual no es una tarea simple, dada la naturaleza aleatoria de las mediciones y de los diversos factores que afectan la transmisión de datos; el conjunto de mediciones es perturbado continuamente por errores.

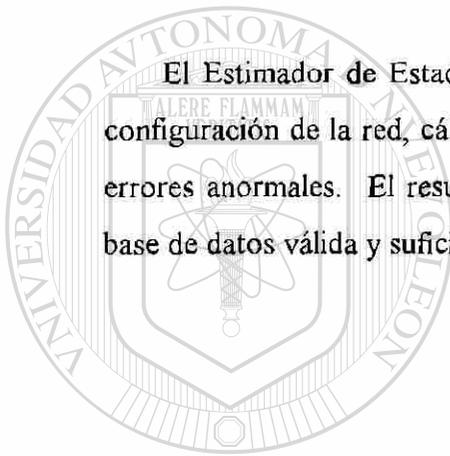
A fin de “filtrar”, en lo mayor posible, los errores aleatorios, eliminar las mediciones dudosas y determinar el conjunto coherente “más probable” para las variables eléctricas se hace uso de un Estimador de Estado, que es un algoritmo basado en el análisis estadístico de las mediciones redundantes, relacionadas entre sí por las ecuaciones eléctricas de la red.

En la actualidad son muchos los métodos que se utilizan para resolver este problema, cada uno de los cuales tiene sus ventajas y desventajas para su utilización en un caso concreto.

Para la solución del problema de estimación de estado, el método que más amplia difusión ha alcanzado es el de los mínimos cuadrados ponderados. En este método al igual que en el problema de flujo de carga se aplica el principio del desacoplamiento que existe entre la potencia activa y el módulo del voltaje, y la potencia reactiva y ángulo de este.

Dado el objetivo de uso en tiempo real, estos algoritmos deben ser suficientemente rápidos y ocupar la menor cantidad de memoria posible con el fin de que puedan ser aplicados a grandes sistemas.

El Estimador de Estado es un procesador de información, formado por etapas de configuración de la red, cálculo de variables de estado y la detección e identificación de errores anormales. El resultado de la interacción de estas etapas da por resultado una base de datos válida y suficientemente confiable para llevar a cabo acciones de control.



# UANL

---

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN



DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

# CAPITULO I



## Introducción

### ESTIMACION DE REDES DE POTENCIA ELECTRICA

Un Sistema Eléctrico de Potencia debe operar con supervisión continua para hacer posible una eficiente explotación de sus características y una óptima aplicación de medidas correctivas en caso de presentarse algún problema.

Actualmente se hace uso de equipo avanzado de cómputo para asegurar la correcta operación del sistema el cual tiende a ser cada vez más complejo. La instalación de grandes computadoras permiten el uso de algoritmos avanzados de control en tiempo real.

El contar con un esquema de mediciones confiables es requisito fundamental para lograr una operación segura del Sistema Eléctrico de Potencia. Normalmente, la incertidumbre y los errores en las mediciones impiden utilizar directamente la información de un sistema de adquisición de datos, de ahí que se requiera un proceso de validación de información.

El estimador de estado es fundamentalmente un procesador en línea de las mediciones de campo que se reciben en la computadora del Centro de Control. A través del estimador, es posible detectar e identificar datos anormales, presentando finalmente al operador un panorama confiable del estado del Sistema Eléctrico de Potencia. Para lograr lo anterior, el estimador utiliza la redundancia en la información para su evaluación estadística. Se parte del principio de que no toda la información es errónea, aunque ahí puede haber algunos datos anormales. De esta manera, se logra obtener una nueva base de datos suficientemente confiable para implantar acciones de control.

### 1.1 ESTIMACION EN SISTEMAS ELECTRICOS DE POTENCIA

La mayoría de los Sistemas de Potencia son supervisados ya sea, en forma manual o automática. En el primer caso un operador es encargado de verificar, bajo un patrón de conducta establecido, el estado del sistema; mientras que en el segundo es un esquema de cómputo el que realiza la tarea de supervisar el sistema. En la operación de estos sistemas, continuamente se miden una serie de variables (flujos en líneas, magnitudes de voltaje, inyecciones de potencia activa y/o reactiva en los nodos), las cuales permiten establecer el estado eléctrico del sistema en operación. El esquema de supervisión deberá estar preparado para determinar el estado del sistema ante cambios del mismo, calculando posteriormente medidas correctivas convenientes.

Para desarrollar una supervisión adecuada del sistema se requiere contar con un gran número de mediciones en el Centro de Control. La medición lleva implícito un costo, no siendo práctico la medición de todas las variables, siendo más conveniente evaluar unas variables con base en la medición de otras.

El proceso de supervisión deberá estar preparado para determinar cuando una medición es anormal. El requisito básico de identificar la validez de las mediciones transmitidas al Centro de Control, viene a ser una tarea central del estimador de estado. Igualmente importante resulta el poder presentar al operador las condiciones del sistema sin la influencia de las mediciones anormales. El estimador de estado no sólo debe

detectar e identificar la medición anormal, sino que también debe proporcionar un estimado de estas mediciones. De esta manera en la mayoría de los casos la presencia de información con errores anormales será transparente al operador.

Se debe concluir que para una supervisión adecuada del Sistema de Potencia, se requiere:

- Un sistema de medición de alta calidad.
- Una computadora operando en tiempo real.
- Una comunicación confiable entre la computadora del centro de control y las mediciones de campo.
- Un Estimador de Estado eficiente.
- Medios adecuados para el despliegue de resultados.

### 1.1.1 Formulación del Problema (enfoque general)

El estimador de estado que se presenta es del tipo estático. Es decir, se limitará a estimar el estado del Sistema Eléctrico de Potencia (SEP) bajo condiciones en estado estable o variaciones lentas. El estimador de estado estático se puede definir como un algoritmo de procesamiento de datos que transforma las mediciones, en un punto en el tiempo, en un estimado del estado del sistema.

Las variables de estado para este problema son la magnitud del voltaje nodal ( $V$ ) y su correspondiente ángulo de fase ( $\theta$ ). A partir del conocimiento de estas variables es posible evaluar cualquier variable del sistema.

Las variables de interés en este problema son:

- Inyecciones nodales de potencia real y reactiva ( $P, Q$ ).
- Magnitudes de voltaje nodales.
- Flujos de potencia real y reactiva en las líneas y ramas del SEP. ( $P_{ij}, Q_{ij}$ ).

La figura 1.1 esquematiza la operación de un estimador en el SEP. Se presenta como un sistema que recibe información, la procesa y genera resultados que validan la información empleada para el establecimiento del estado del SEP. Estas entradas y salidas se pueden enlistar como:

$\tilde{Z}$  Mediciones con "ruido". El ruido se genera en el proceso de toma y transmisión de lecturas de campo hacia el Centro de Control.

$\tilde{Z}^*$  Mediciones sin ruido. Sería el resultado de un esquema de medición y transmisión perfectos.

$\hat{R}$  Ruido de la medición.

$\tilde{X}$  Vector de estado estimado. Incluye la magnitud, voltaje y ángulos en cada nodo.

$\hat{Z}$  Medición procesada. Si la redundancia proporcionada es suficiente se presenta un efecto de filtrado; siendo el error del estimado  $\hat{Z}$  menor que el del medido  $\tilde{Z}$ .

$\tilde{Z} - \hat{Z}$  Residual o diferencia entre la medición de campo y su valor estimado. Se utiliza el residual y su varianza como elementos de identificación de errores.

$\hat{J}(\tilde{X})$  Índice de funcionamiento, se forma con la sumatoria de residuales ponderados.

$C$  Matriz de covarianzas de las cantidades estimadas.

$S$  Matriz de covarianzas de residuales. El elemento diagonal  $S_{ij}$  es una medida de las varianzas del residual (cantidades medidas menos estimadas).

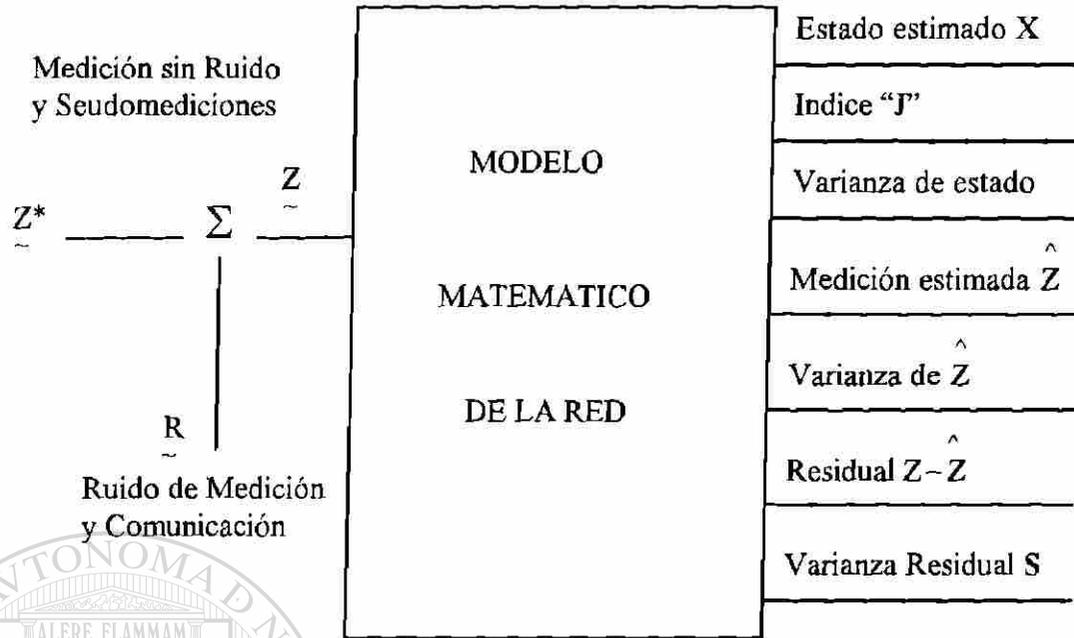


Fig. 1.1 Estimador de Estado como un procesador de información de campo.

El estimador de estado proporciona una base de datos confiable para la operación del SEP. Esta base de datos es óptima en el sentido de que toda la información disponible ya fue procesada, para obtener una mejor estimación del estado real del sistema.

En un sistema de  $N$  nodos se tiene  $2N-1$  variables de estado. Cuando son medidas solamente  $2N-1$  variables, el estimador de estado se reduce a un estudio de flujo estocástico. La idea de medir más de  $2N-1$  variables es la de aprovechar el efecto de filtrado de los errores de medición.

Los grados de libertad de esquema de mediciones y variables de estado, se encuentra definido en la siguiente forma:

$$\text{Grados de Libertad} = (\text{Numero de Mediciones}) - (\text{Numero de Variables de Estado})$$

### 1.1.2 Modelo

El modelo estructural estático queda formado por una matriz de admitancia  $Y$ , la cual incluirá sólo los elementos en los que se tienen mediciones. Las mediciones son modeladas como:

$$Z = f(X^v) + \varepsilon$$

siendo  $X^v$  el vector de variables de estado del modelo; quedando determinado  $f(X^v)$  por las leyes de Kirchhoff y la matriz de admitancia  $Y$ . El término  $\varepsilon$  es el error de medición, se modela como un vector de variables aleatorias con una distribución con media cero y varianza  $\sigma^2$ , agrupándose estas en un arreglo  $w$ .

Para el proceso de estimación se asume que el modelo  $(Y, f(X), w)$  es perfecto, contando el estimador con una sección en la que se tiene un algoritmo estructurador de la topología del SEP, en base al estado de los interruptores (configurador de la red).

### 1.1.3 Detección

Este problema considera que los parámetros de la red son correctos. Es decir, que la topología y parámetros de la red corresponden a los del sistema a modelar. Así pues, la detección de errores será resultado de una inconsistencia entre los datos y las varianzas asumidas para ellos. De ahí que los datos con errores anormales, se reflejen como un error en el modelado de  $\sigma$ . La forma de evaluar la detección de errores anormales es a través de una prueba de hipótesis sobre el índice  $J$ , en un intervalo de confianza del 99%. La prueba estadística se realiza al considerar que el índice  $J$  posee una distribución  $\chi^2$  (ji-cuadrada), ya que los errores de medición presentan una distribución normal. Así, valores de  $J$  fuera del intervalo de confianza manifiestan la presencia de datos anormales, motivando el rechazo de la información capturada.

### 1.1.4 Identificación

Esta etapa tiene por objeto identificar la medición con error anormal, recurriendo para ello al análisis del valor absoluto de los residuos de cantidades medidas menos cantidades estimadas normalizadas por su desviación estándar. Estos tienen una distribución “T”, permitiendo efectuar sobre ellos una prueba de hipótesis. Sin embargo, se tiene como alternativa de identificación la localización del residual normalizado de mayor valor, el cual corresponde a la medición con mayor probabilidad de error.

Lo anterior permite el empleo del siguiente algoritmo para la identificación de datos anormales:

- Seleccionar la medición con el residual de mayor valor.
- Remover la medición.
- Llevar a cabo el proceso de estimación.
- Realizar la prueba de detección de errores. Si los hubiera, reiniciar el ciclo.

La identificación de errores lleva implícita una reducción en la redundancia del esquema de medición, implicando ésto, el riesgo de que el sistema sea inobservable con el esquema de medición resultante.

### 1.1.5 Resumen de Etapas del Estimador

Las etapas sustanciales de un estimador de estado se pueden resumir como:

- Reconocimiento de la topología de la red por medio de un configurador.
- Determinación de las variables de estado.
- Detección de solución no aceptable (datos anormales).
- Identificación de datos anormales.

La figura 1.2 esquematiza la integración de las etapas fundamentales de un estimador de estado.

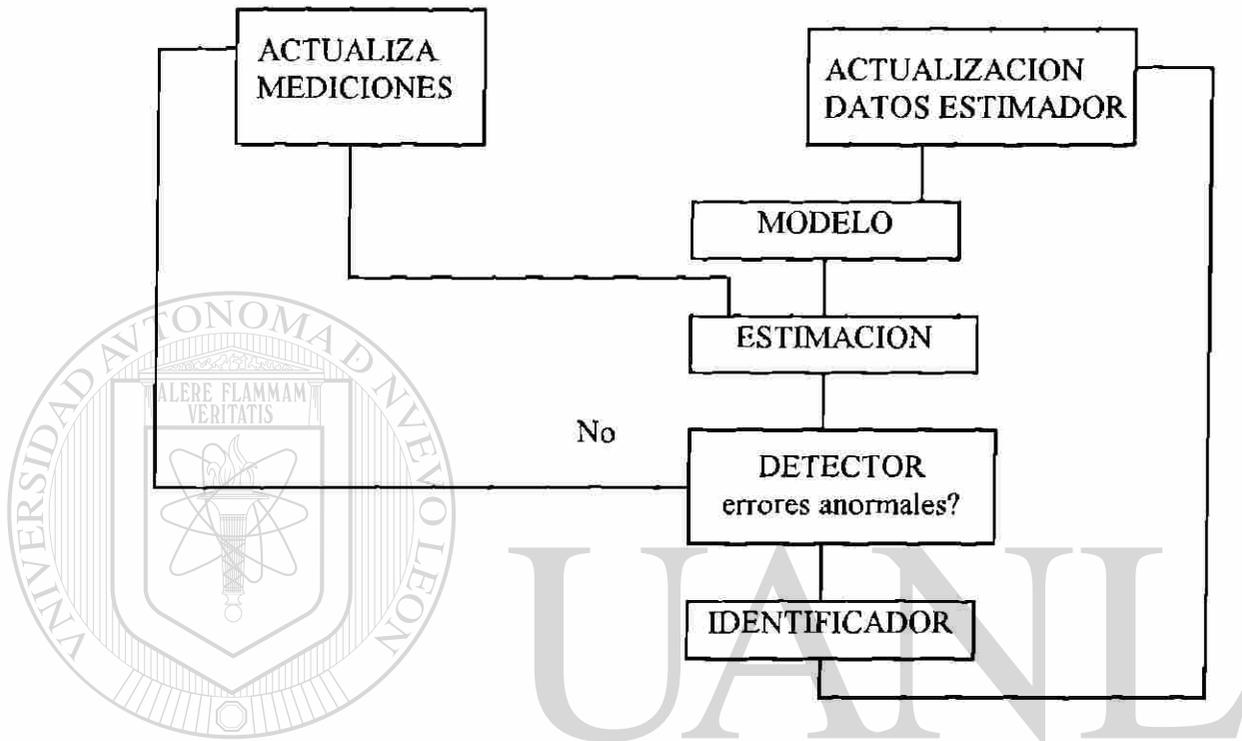


Fig. 1.2 Etapas fundamentales del Estimador de Estado en Sistemas Eléctricos de Potencia

# CAPITULO II

## TECNICAS DE ANALISIS PARA LA ESTIMACION DE ESTADO

### 2.1 FORMULACION DE JACOBINO COMPLETO

#### 2.1.1 Estructura de la Matriz Jacobiana

La matriz  $F$  es en realidad una matriz jacobiana, cuyos elementos son las primeras derivadas de las funciones  $f$  con respecto a las variables de estado. Tienen por lo tanto una estructura bastante similar a la del Jacobiano de un flujo de carga por Newton-Raphson ó de la matriz de admitancia de bus. Existen, sin embargo, algunas diferencias, ya que  $F$  no es cuadrada si existe redundancia en las mediciones (existen más filas que columnas).

Enseguida, se analizan los elementos distintos de cero en  $F$ , producidos por mediciones de línea y bus.

i) Mediciones de flujo de potencia en líneas.

Estas mediciones son las más abundantes y las más útiles en estimación de estado. Considérese la línea de transmisión de la figura 2.1

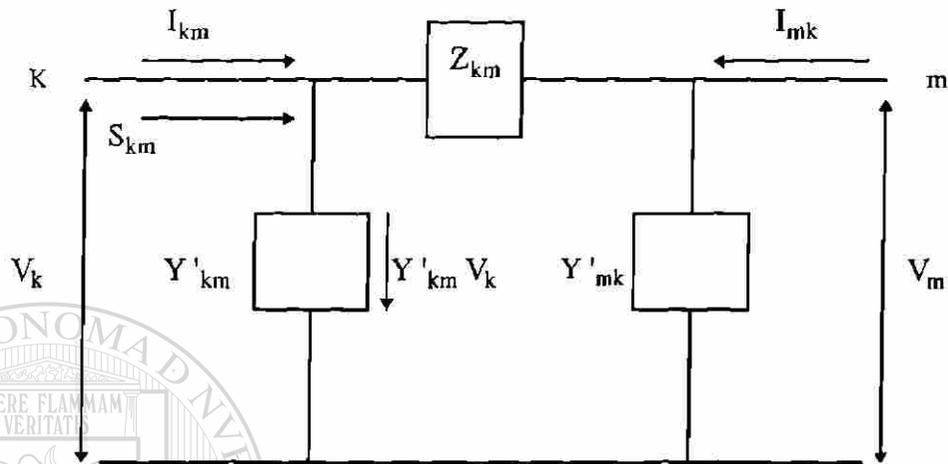


Fig. 2.1 Circuito  $\pi$  equivalente de una línea de transmisión.

La potencia compleja  $\bar{S}_{km}$  es en función de  $\bar{V}_k$  y  $\bar{V}_m$ . Definiendo:

$$\bar{V} = V e^{j\delta}$$

$$\bar{S} = P + jQ$$

se tendrán derivadas parciales distintas de cero para  $P_k$  y  $Q_k$  con respecto a cuatro variables reales  $V_k$ ,  $S_k$ ,  $V_m$  y  $S_m$ . las derivadas con respecto a todos los demás voltajes son iguales a cero.

La figura 2.2 muestra las dos filas de F correspondientes a la medición  $\bar{S}_{km}$ .

ii) Mediciones de voltaje de bus.

Existe una correspondencia uno a uno entre las mediciones de voltaje de bus y la magnitud de voltaje a estimar. La fila de  $F$  para una medición de voltaje tiene uno en la columna correspondiente al bus y ceros en todas las otras opciones.

Estas mediciones no dan información alguna acerca de la estructura del sistema

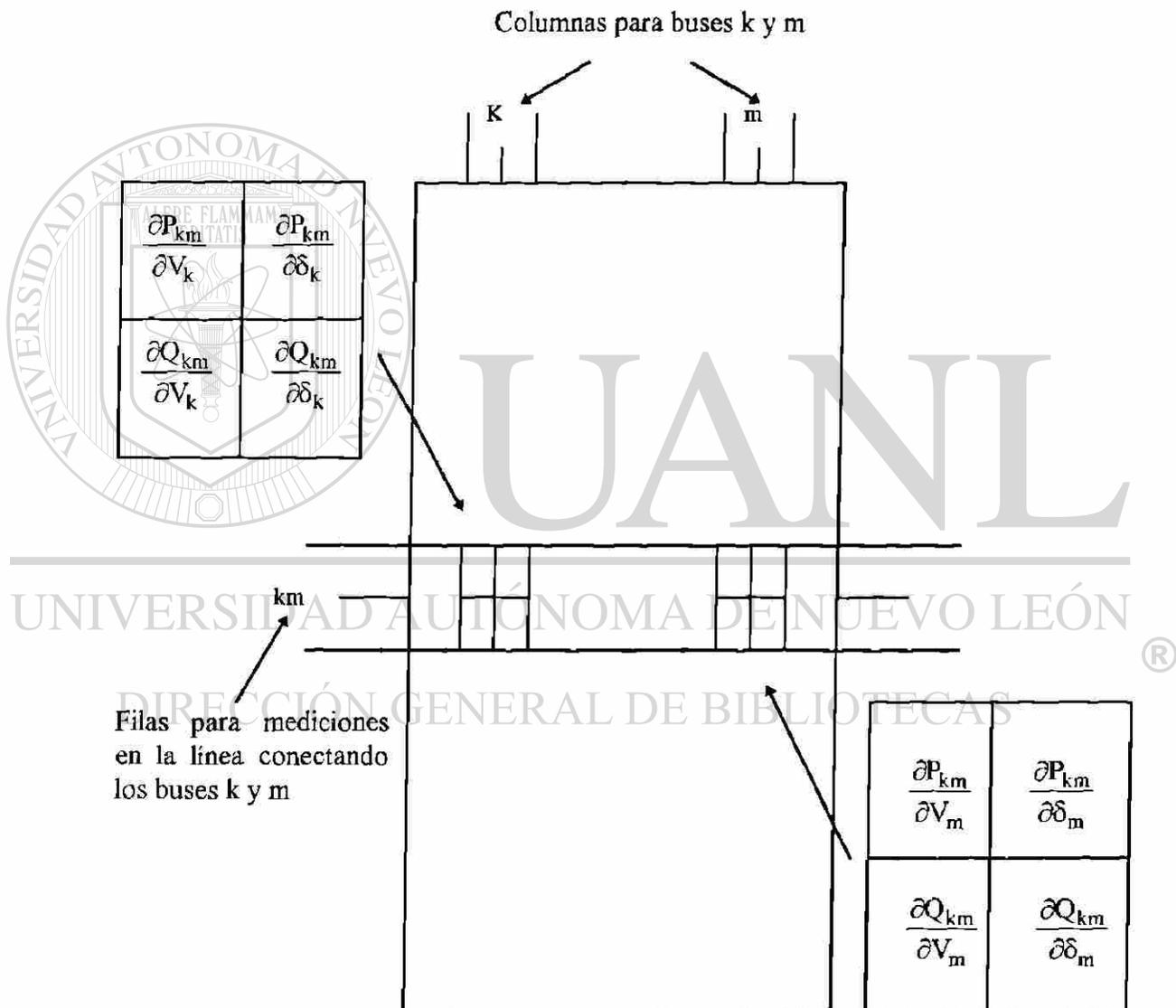


Fig. 2.2 Elementos distintos de cero de una fila doble de  $F_1$  para una medición de potencia compleja en la línea que conecta los buses k y m.

iii) Mediciones de inyecciones de potencia de bus.

En la figura 2.3 se muestra un modelo para un bus  $k$  y la ecuación de inyección de potencia.

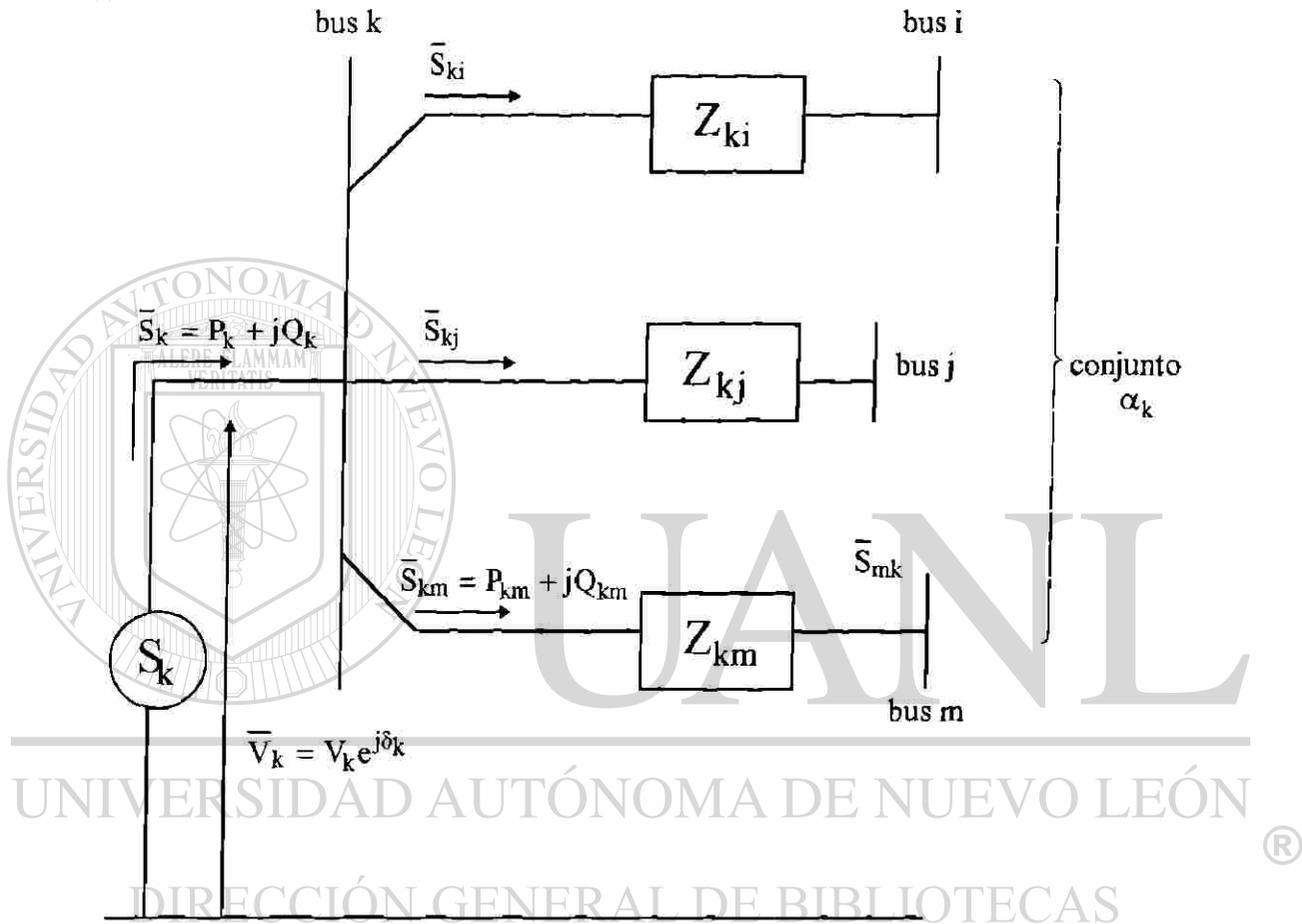


Fig. 2.3 Modelo de inyección de potencia compleja en el bus  $k$

Siendo  $\bar{S}_k$  función de  $\bar{V}_k$  y  $\bar{V}_m$ ,  $m \in \alpha_k$ ,  $F$  tendrá elementos diferentes de cero para cada una de estas variables.

En la figura 2.4 se muestra la estructura parcial de  $F$  para un bus conectado directamente a otros tres buses.

Esta matriz corresponde a las siguientes mediciones:

- Una medición de potencia compleja para cada línea,
- medición de magnitud de voltaje encada bus,
- medición de todas las inyecciones de potencia en los buses.

Más que la estructura de  $F$ , es importante la de la matriz  $C = F^t R^{-1} F$ , ya que es la que se factoriza.

Dado que  $R$  es diagonal, no afecta la estructura de  $C$ , por lo que la atención se debe concentrar en  $F^t F$ . Se observa que las mediciones de inyección de potencia en los buses producen un incremento de densidad en la matriz, debido a elementos nuevos que conectan "vecinos secundarios" de la red original.

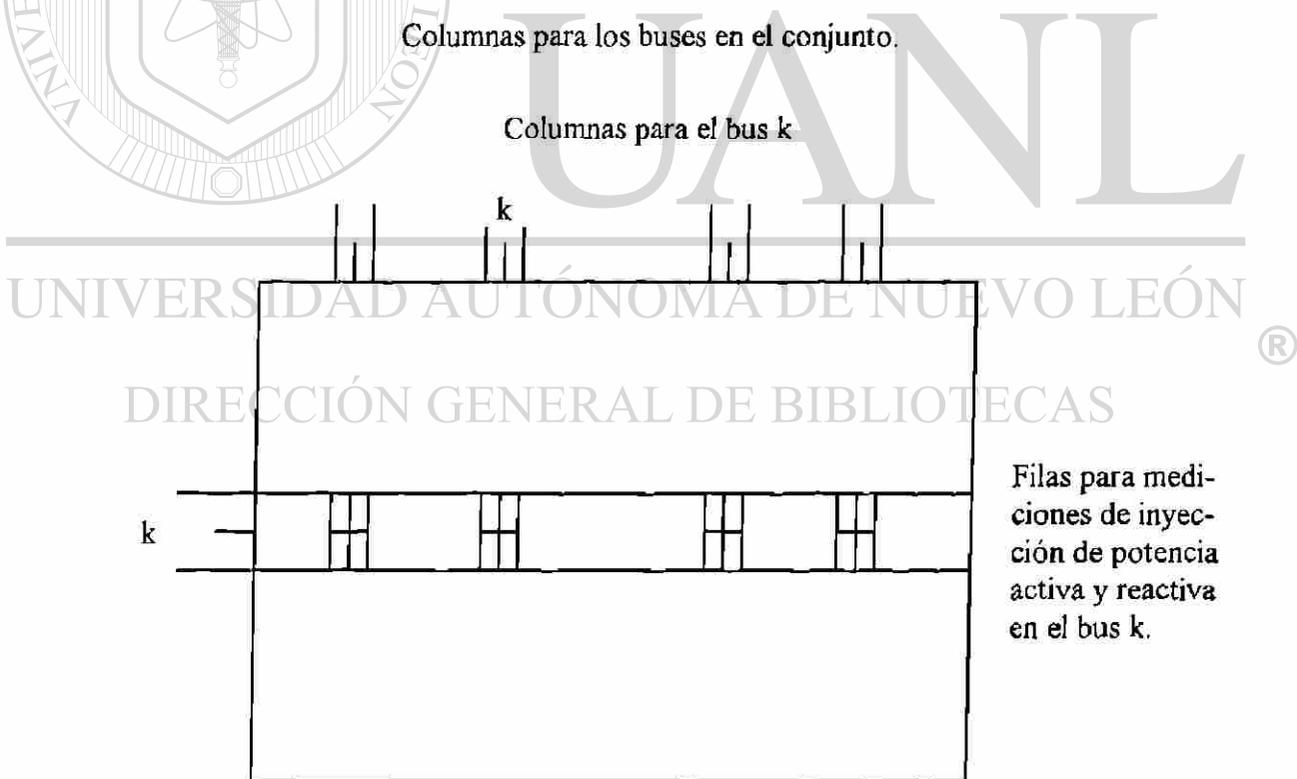


Fig. 2.4 Elementos distintos de cero para una fila doble de  $F$ , para una medición de flujos de potencia compleja de la inyección en bus  $k$ .

Los requerimientos de almacenamiento, y en gran medida de tiempo, para la estimación de estado están determinados no por la matriz  $F^t R^{-1} F$  sino por sus factores.

Definiendo

$$C = F^t R^{-1} F$$

C se puede factorizar como:

$$C = L D U$$

donde L, D y U están dados por:

$$L; l_{ij} = \begin{cases} 0, & i < j \\ 1, & i = j \end{cases}$$

$$U; u_{ij} = \begin{cases} 0, & i > j \\ 1, & i = j \end{cases}$$

$$D; d_{ij} = 0, \quad i \neq j$$

Dado que C es simétrica,  $L = U^t$ , por lo que sólo es necesario calcular y almacenar U o L. La diagonal de U es unitaria y por lo tanto, se conoce implícitamente, esto implica que no hay que almacenar dichos elementos.

### 2.1.2 Derivadas Parciales de la Matriz Jacobiana

Los elementos de la matriz F son las derivadas parciales de tres tipos de mediciones con respecto a las variables de estado. A continuación se muestran las expresiones analíticas de tales elementos.

### Mediciones de flujo de potencia en líneas.

De la figura 2.1 se puede obtener la siguiente expresión, para la corriente que va del nodo k al m:

$$\bar{i}_{km} = \frac{\bar{V}_k - \bar{V}_m}{z_{km}} + y'_{km} \bar{V}_k \quad (2.1)$$

La potencia compleja  $\bar{S}_{km}$  es

$$\bar{S}_{km} = P_{km} + jQ_{km} = \bar{V}_k \left( \frac{\bar{V}_k^* - \bar{V}_m^*}{z_{km}^*} + y'_{km} \bar{V}_k^* \right) \quad (2.2)$$

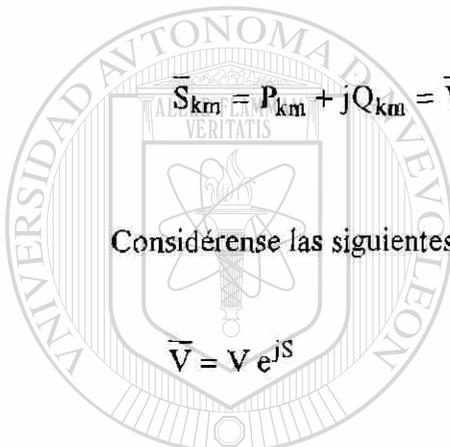
Considérense las siguientes definiciones:

$$\bar{V} = V e^{j\theta}$$

$$\bar{z} = r + jx$$

$$\bar{y} = \frac{r - jx}{r^2 + x^2} = g + jb$$

$$\bar{y}' = g' + jb'$$



# UANL

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN

DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS



De estas definiciones se tiene

$$\bar{V}_k \bar{V}_k^* = V_k^2$$

$$\bar{V}_k \bar{V}_m^* = V_k e^{j\delta_k} V_m e^{-j\delta_m} = V_k V_m e^{j(\delta_k - \delta_m)}$$

$$= V_k V_m [\cos(\delta_k - \delta_m) + j \operatorname{sen}(\delta_k - \delta_m)]$$

$$S_{km} = \left[ \frac{1}{z_{km}^*} + \bar{y}'_{km} \right] V_k^2 - \frac{V_k V_m}{z_{km}^*} [\cos(\delta_k - \delta_m) + j \operatorname{sen}(\delta_k - \delta_m)]$$

como:

$$\frac{1}{z_{km}^*} = g_{km} - j b_{km}$$

$$\bar{y}'_{km} = g'_{km} - j b'_{km}$$

Entonces

$$\bar{S}_{km} = [(g_{km} + g'_{km}) - j(b_{km} + b'_{km})] V_k^2 - (g_{km} - j b_{km}) [\cos(\delta_k - \delta_m) + j \operatorname{sen}(\delta_k - \delta_m)] V_k V_m \quad (2.3)$$

DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

Separando la ecuación (2.3) en partes real e imaginaria resulta:

$$P_{km} = (g_{km} + g'_{km}) V_k^2 - [g_{km} \cos(\delta_k - \delta_m) + b_{km} \operatorname{sen}(\delta_k - \delta_m)] V_k V_m \quad (2.4)$$

$$Q_{km} = -(b_{km} + b'_{km}) V_k^2 - [g_{km} \operatorname{sen}(\delta_k - \delta_m) - b_{km} \cos(\delta_k - \delta_m)] V_k V_m \quad (2.5)$$

Los elementos del jacobiano F se obtienen de las derivadas parciales de (2.4) y (2.5), con respecto a las cuatro variables  $\delta_k$ ,  $V_k$ ,  $\delta_m$ ,  $V_m$ .

Para simplificar los términos del jacobiano, las derivadas parciales con respecto a  $V$  se multiplican por  $V$ .

$$\frac{\partial P_{km}}{\partial \delta_k} = H_{km}, k = [g_{km} \operatorname{sen}(\delta_k - \delta_m) - b_{km} \cos(\delta_k - \delta_m)] V_k V_m$$

Usando (2.5) se tiene

$$\begin{aligned} \frac{\partial P_{km}}{\partial \delta_k} &= H_{km}, k = -Q_{km} - (b_{km} + b'_{km}) V_k^2 \\ \frac{\partial P_{km}}{\partial V_k / V_k} &= V_k \frac{\partial P_{km}}{\partial V_k} = N_{km}, K = 2(g_{km} + g'_{km}) V_k^2 \end{aligned} \quad (2.6)$$

$$- [g_{km} \cos(\delta_k - \delta_m) + b_{km} \operatorname{sen}(\delta_k - \delta_m)] V_k V_m$$

Usando (2.4) se tiene:

$$\frac{\partial P_{km}}{\partial V_k / V_k} = N_{km}, k = P_{km} + (g_{km} + g'_{km}) V_k^2 \quad (2.7)$$

$$\frac{\partial P_{km}}{\partial \delta_m} = H_{km,m} = -[g_{km} \operatorname{sen}(\delta_k - \delta_m) - b_{km} \cos(\delta_k - \delta_m)] V_k V_m$$

de (2.5) y (2.6):

$$\frac{\partial P_{km}}{\partial \delta_m} = H_{km,m} = -H_{km,k} = Q_{km} + (b_{km} + b'_{km}) V_k^2 \quad (2.8)$$

$$V_m \frac{\partial P_{km}}{\partial V_m} = N_{km,m} = -[g_{km} \cos(\delta_k - \delta_m) + b_{km} \operatorname{sen}(\delta_k - \delta_m)] V_k V_m$$

de (2.4):

$$V_m \frac{\partial P_{km}}{\partial V_m} = N_{km,m} = P_{km} - (g_{km} + g'_{km}) V_k^2 \quad (2.9)$$

En forma análoga, las derivadas parciales de  $Q_{km}$  con respecto a las cuatro variables de estado resultan:

$$\frac{\partial Q_{km}}{\partial \delta_k} = J_{km}, \quad k = P_{km} - P_{km} - (g_{km} + g'_{km}) V_k^2 = N_{km,m} \quad (2.10)$$

$$V_k \frac{\partial Q_{km}}{\partial V_k} = L_{km}, \quad k = Q_{km} - (b_{km} + b'_{km}) V_k^2 \quad (2.11)$$

$$\frac{\partial Q_{km}}{\partial \delta_m} = J_{km,m} = -P_{km} + (g_{km} + g'_{km}) V_k^2 = -J_{km,k} \quad (2.12)$$

$$V_m \frac{\partial Q_{km}}{\partial V_m} = L_{km,m} = H_{km,m} = Q_{km} + (b_{km} + b'_{km}) V_k^2 \quad (2.13)$$

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN  
Mediciones de magnitudes de voltaje de bus

DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

Las derivadas parciales para este tipo de mediciones son triviales ya que:

$$\frac{\partial V_k}{\partial V_k} = 1$$

$$\frac{\partial V_k}{\partial V_m} = 0, \quad k \neq m$$

$$\frac{\partial V_k}{\partial \delta_m} = 0,$$

Dado en la formulación las variables de voltaje que se usan son  $\Delta V_k / V_k$ , los coeficientes son

$$V_k \frac{\partial V_k}{\partial V_k} = V_k \quad (2.14)$$

Mediciones de inyecciones de potencia de bus

Las expresiones de las derivadas parciales para estas mediciones son ampliamente conocidas, puesto que son los elementos del jacobiano de un programa de flujos por el método de Newton.

De acuerdo a la figura 2.3 y las definiciones dadas, se tiene:

$$\begin{aligned} \bar{\delta}_k = P_k + jQ_k &= \bar{Y}_{kk} * V_k^2 + \bar{V}_k \sum_{m \neq k} \bar{Y}_{km} * \bar{V}_m^* \\ &= (G_{kk} - jB_{kk}) V_k^2 + (G_{km} - jB_{km}) \\ &\quad + \sum_{m \neq k} (G_{km} - jB_{km}) [\cos(\delta_k - \delta_m)] \\ &\quad + [\cos(\delta_k - \delta_m) + j \operatorname{sen}(\delta_k - \delta_m)] V_k V_m \end{aligned} \quad (2.15)$$

Donde  $\bar{Y}_{kk}$  y  $\bar{Y}_{km}$  son elementos de la matriz de admitancias de bus. De acuerdo a la notación establecida:

$$\bar{Y}_{km} = G_{km} + jB_{km} = -(g_{km} + jb_{km}) \quad (2.16)$$

$$\bar{Y}_{kk} = G_{kk} + jB_{kk} = (g'_{kk} + jb'_{kk}) + \sum_{m \neq k} [(g_{km} + g'_{km}) + j(b_{km} + b'_{km})] \quad (2.17)$$

Donde  $g'_{kk}$  y  $b'_{kk}$  son admitancias a tierra en el bus  $k$ , que no están asociadas a alguna línea o transformador incidente en el bus  $k$ .

Separando partes real e imaginaria de (2.15), resulta

$$P_k = G_{kk} V_k^2 + \sum_{m \neq k} [G_{km} \cos(\delta_k - \delta_m) + B_{km} \operatorname{sen}(\delta_k - \delta_m)] V_k V_m \quad (2.18)$$

$$Q_k = -B_{kk} V_k^2 + \sum_{m \neq k} [G_{km} \operatorname{sen}(\delta_k - \delta_m) - B_{km} \cos(\delta_k - \delta_m)] V_k V_m \quad (2.19)$$

Diferenciando estas ecuaciones se obtienen las componentes de  $F$  correspondientes a las inyecciones.

Después de ciertas simplificaciones se obtiene:

$$\frac{\partial P_k}{\partial S_k} = H_{kk} = -Q_k - B_{kk} V_k^2 \quad (2.20)$$

$$V_k \frac{\partial P_k}{\partial V_k} = N_{kk} = P_k + G_{kk} V_k^2 \quad (2.21)$$

$$\frac{\partial P_k}{\partial S_m} = H_{km} = [G_{km} \operatorname{sen}(\delta_k - \delta_m) - B_{km} \cos(\delta_k - \delta_m)] V_k V_m \quad (2.22)$$

$$V_m \frac{\partial P_k}{\partial V_m} = N_{km} = [G_{km} \cos(\delta_k - \delta_m) + B_{km} \operatorname{sen}(\delta_k - \delta_m)] V_k V_m \quad (2.23)$$

$$\frac{\partial Q_k}{\partial S_k} = J_{kk} = P_k - G_{kk} V_k^2 \quad (2.24)$$

$$V_k \frac{\partial Q_k}{\partial V_k} = L_{kk} = Q_k - B_{kk} V_k^2 \quad (2.25)$$

$$\frac{\partial Q_k}{\partial \delta_m} = J_{km} = -[G_{km} \cos(\delta_k - \delta_m) + B_{km} \sin(\delta_k - \delta_m)] V_k V_m = -N_{km} \quad (2.26)$$

$$V_m \frac{\partial Q_k}{\partial V_m} = L_{km} = [G_{km} \sin(\delta_k - \delta_m) - B_{km} \cos(\delta_k - \delta_m)] V_k V_m = H_{km} \quad (2.27)$$

## 2.2 FORMULACION DE JACOBIANO DESACOPLADO

### 2.2.1 Modelo

La idea de esta formulación sigue siendo la estimación de las variables de estado bajo el criterio de minimización de la suma de los cuadrados de los residuos ponderados:

$$J(X) = [Z - f(x)]^t W [Z - f(x)] \quad (2.28)$$

en donde:

$J(X)$	es el índice a minimizar
$W$	es una matriz diagonal de ponderaciones
$Z$	representa el vector de mediciones
$f(x)$	son los valores calculados a través del modelo

Esta formulación maneja una linealización de las ecuaciones no-lineales que relacionan los datos (flujos en líneas, inyecciones y voltajes nodales) con las variables de estado (voltajes y ángulos) del SEP, recurriendo a una expansión de serie de Taylor:

$$f(X) = f(X_0) + f'(X_0) (X - X_0) + \dots$$

donde:

$$H = f' (X) = \frac{\partial f}{\partial X}$$

$$H_0 = f' (X_0)$$

La última expresión es la derivada parcial evaluada en la condición inicial. Los incrementos de variables de estado y mediciones se expresan como:

$$\Delta X = X - X_0$$

$$\Delta Z = Z - f(X_0)$$

De esta forma la aproximación de la serie de Taylor a dos términos resulta en:

$$f(X) = f(X_0) + H_0 \Delta X \quad (2.29)$$

La siguiente expresión es el resultado de sustituir la ecuación(2.29) en (2.28) en un

formato matricial:

$$J(X) = (\Delta Z - H_0 \Delta X)^t W (\Delta Z - H_0 \Delta X) \quad (2.30)$$

La minimización de (2.30) con respecto a las variables de estado X resulta en:

$$(H_0^t W H_0) \Delta X = H_0^t W \Delta Z \quad (2.31)$$

Debido a que el modelo es una aproximación lineal del problema, se llega a la minimización de (2.30) a través de un proceso iterativo.

### Estimador de Estado Descoplado

El estimador parte del siguiente esquema de mediciones:

$$Z = [Z_p \ Z_Q] \quad (2.32)$$

indicando  $Z_p$  y  $Z_Q$  el conjunto de mediciones activas y reactivas respectivamente.

Los vectores  $Z_p$  y  $Z_Q$  integran en sí mismos los siguientes conjuntos de mediciones:



$$Z_p = \begin{bmatrix} P_{km} \\ P_k \end{bmatrix} \quad \text{y} \quad Z_q = \begin{bmatrix} Q_{km} \\ Q_k \\ V_k \end{bmatrix} \quad (2.33)$$

en donde los vectores internos quedan formados por las siguientes mediciones:

$P_{km}$  Mediciones de flujo de potencia activa en la línea que enlaza los nodos k y m. La medición se encuentra en el nodo k.

$P_k$  Mediciones de inyección de potencia activa en el nodo k.

$Q_{km}$  Mediciones de flujo de potencia reactiva en la línea que enlaza los nodos k y m. Medición en el nodo k.

$Q_k$  Mediciones de inyección de potencia reactiva en el nodo k.

$V_k$  Mediciones de magnitudes de voltaje en el nodo k.

Se define el vector  $\Delta Z$ , representando la diferencia de cantidades medidas menos estimadas.

$$\Delta Z = \begin{bmatrix} \Delta Z_p \\ \Delta Z_Q \end{bmatrix} \quad (2.34)$$

La matriz Jacobiana  $H$  representará la siguiente estructura:

$$H(\theta, v) = \begin{bmatrix} H_{p\theta} & H_{pv} \\ H_{Q\theta} & H_{Qv} \end{bmatrix} \quad (2.35)$$

en donde;

$H_{p\theta}$  Es la submatriz que agrupa las derivadas de cantidades activas (flujos de potencia activa en líneas e inyecciones nodales) con respecto al ángulo de fase nodal.

$H_{pv}$  Representa a la submatriz cuyos elementos son las derivadas parciales de las cantidades activas con respecto a la magnitud del voltaje nodal.

$H_{Q\theta}$  Submatriz con elementos iguales a las derivadas parciales de las cantidades reactivas con respecto al ángulo de fase nodal.

$H_{Qv}$  Submatriz cuyos elementos son las derivadas parciales de las cantidades reactivas con respecto a la magnitud del voltaje nodal.

Se utilizan como ponderaciones de los residuos el inverso de las varianzas de las mediciones. Lo cual implica utilizar una matriz de ponderaciones igual a la matriz inversa de las covarianzas de las mediciones. Si se asume que las variables medidas no se encuentran correlacionadas. La matriz de ponderación es:

$$W = \begin{bmatrix} w_p & \\ & w_Q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sigma_p^{2-1} & \\ & \sigma_Q^{2-1} \end{bmatrix} \quad (2.36)$$

siendo  $\sigma_p^{2-1}$  y  $\sigma_Q^{2-1}$  el inverso de las varianzas de las mediciones de cantidades activas y reactivas.

De la ecuación (2.31), se define una matriz de ganancia:

$$G = H^t W H = \begin{bmatrix} G_1 & G_3 \\ G_3^t & G_2 \end{bmatrix} \quad (2.37)$$

donde:

$$G_1 = H_p \theta^t W_p H_p \theta + H_Q \theta^t W_Q H_Q \theta \quad (2.38)$$

$$G_2 = H_{Qv}^t W_Q H_{Qv} + H_{pv}^t W_p H_{pv} \quad (2.39)$$

$$G_3 = H_p \theta^t W_p H_{pv} + H_Q \theta^t W_Q H_{Qv} \quad (2.40)$$

Se define un vector de términos independientes en la parte activa como en la reactiva ( $T_p$  y  $T_q$  respectivamente).

$$T_p = H_p \theta^t W_p \Delta Z_p + H_Q \theta^t W_Q \Delta Z_Q \quad (2.41)$$

$$T_q = H_{Qv}^t W_Q \Delta Z_Q + H_{pv}^t W_p \Delta Z_p \quad (2.42)$$

### Algoritmo de estimación

El objetivo básico del algoritmo es el de generar estimados que minimizan el índice escalar J.

$$J(\theta, v) = \left[ \underline{\underline{Z}} - \underline{\underline{h}}(\theta, v) \right]^t W \left[ \underline{\underline{Z}} - \underline{\underline{h}}(\theta, v) \right] \quad (2.43)$$

donde:

$J(\theta, v)$  Índice de minimización de residuos.

$Z$  Vector de mediciones activas y reactivas.

$h(\theta, v)$  Vector de estimaciones de las cantidades en función de ángulos ( $\theta$ ) y voltajes ( $v$ ).

$W$  Matriz de ponderaciones activas y reactivas.

Los ángulos y voltajes que minimizan la ecuación (2.43) satisfacen la siguiente ecuación matricial.

$$\begin{bmatrix} G_{P\theta} & G_{pv} \\ G_{pv}^t & G_{Qv} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta\theta \\ \Delta v \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} T_p \\ T_Q \end{bmatrix} \quad (2.44)$$

en donde el vector de diferencias de variables de estado es:

$$\begin{bmatrix} \Delta\theta \\ \Delta v \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \theta_{k+1} - \theta_k \\ V_{k+1} - V_k \end{bmatrix} \quad (2.45)$$

siendo  $\theta_k$  y  $V_k$  los valores calculados de ángulo y voltaje nodal respectivamente en la k-esima iteración.

El algoritmo que utiliza la matriz de ganancia  $G$  en su forma completa presenta la desventaja de invertir gran parte del tiempo del proceso estimador en evaluar y factorizar  $G$  en cada iteración. De ahí, que resulte atractivo el recurrir a una formulación en la cual se haga uso del desacoplamiento activo/reactivo y una matriz de ganancia constante. Las siguientes consideraciones son tomadas en cuenta para agilizar el proceso de cálculo.

1. Se recurre al empleo de un perfil plano ( $v = 1.0$  p. u y  $\theta = 0.0$ ) en la evaluación de la matriz de ganancia  $G$ .
2. Se desprecia el cambio de las cantidades activas y reactivas con respecto a la magnitud de voltaje y ángulo eléctrico nodal respectivamente ( $H_{pv}$  y  $H_{Q\theta}$  iguales a cero). Lo anterior permitirá un desacoplamiento de la matriz jacobiana, llegando a una matriz constante:

$$H = \begin{bmatrix} H_{p\theta} & 0 \\ 0 & H_{Qv} \end{bmatrix}$$

de donde las ecuaciones (2.38) y (2.39) se reducen a:

$$G_p \theta = H_p \theta^t W_p H_p \theta \quad (2.46)$$

$$G_{Qv} = H_{Qv}^t W_Q H_{Qv} \quad (2.47)$$

siendo, por lo tanto, la matriz de ganancia  $G$ :

$$G = \begin{bmatrix} G_p \theta & 0 \\ 0 & G_{Qv} \end{bmatrix} \quad (2.48)$$

3. Se desprecia la resistencia serie en la formación de la matriz jacobiana activa  $H_p \theta$ .
4. Los vectores de términos independientes  $T_p$  y  $T_Q$  se evalúan tomando en cuenta el desacoplamiento de la matriz  $H$ .

$$T_p = H_p \theta^t W_p \Delta Z_p \quad (2.49)$$

$$T_Q = H_{Qv}^t W_Q \Delta Z_Q \quad (2.50)$$

5. Se dividen las mediciones de potencia activa y reactiva entre la magnitud de voltaje nodal calculado en la iteración correspondiente.

$$\hat{Z}_p = \begin{bmatrix} P_{km} / V_k \\ P_k / V_k \end{bmatrix} \quad (2.51)$$

$$\hat{Z}_Q = \begin{bmatrix} Q_{km} / V_k \\ Q_k / V_k \\ V_k \end{bmatrix} \quad (2.52)$$

Esta técnica permite que las cantidades calculadas (en especial la parte reactiva) se comporten con una mayor linealidad y por lo tanto presenten menor sensibilidad a cambios de estado.

El algoritmo en cuestión sigue la siguiente secuencia iterativa.

DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS  
Etapa I

Resolver para  $\Delta \theta$ .

$$G_p \theta \Delta \theta = T_p$$

A partir de esta etapa se actualiza el vector de ángulos  $\theta$  en función de su incremento  $\Delta\theta$ , sustituyéndose en el vector de términos independientes reactivos  $T_Q$  en la siguiente etapa.

Etapa II

Resolver para  $\Delta v$ .

$$G_{Qv} \Delta v = T_Q$$

El algoritmo iterará entre las etapas Y y II, hasta cumplir en forma simultánea con el siguiente criterio de convergencia:

$$\max_i |\Delta V_i^k| \leq 0.0001 \text{ y } \max_i |\Delta \theta_i^k| \leq 0.0001$$

### Detección e Identificación de Datos Anormales

Estos importantes atributos del estimador de estado se encuentran sustentados en pruebas de hipótesis. El estimador realiza esta función recurriendo al análisis estadístico de los residuos normalizados. 

### DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

La aceptación o rechazo de los resultados se lleva a cabo en la etapa de detección de errores anormales. Lo anterior consiste en verificar la certeza probabilística de los datos a través de una prueba de hipótesis sobre el índice J. Este índice tiene una distribución Ji-cuadrada ( $\chi^2$ ).

La identificación de datos con errores anormales se lleva a cabo recurriendo al análisis estadístico del valor absoluto de los residuales normalizados.

$$t = \frac{|Z^m - Z^e|}{s \sqrt{\Pi_{ii}}}$$

donde:

$Z^m$  – es la medición de la variable.

$Z^e$  – es el estimado de la variable de interés.

$$s = \sqrt{\left( \hat{J} / N_{gl} \right)}$$

$\hat{J}$  – valor mínimo del índice J.

$N_{gl}$  – número de grados de libertad.

$\Pi_{ii}$  – elemento diagonal  $i$  de la matriz de covarianzas.

$$\Pi = W^{-1} - H (H^t W H)^{-1} H^t$$

la matriz anterior se utiliza en forma desacoplada:

$$\Pi_p = W_p^{-1} - H_p \theta (H_p \theta^t W_p H_p \theta)^{-1} H_p^t \theta$$

$$\Pi_Q = W_Q^{-1} - H_Q v (H_Q v^t W_Q H_Q v)^{-1} H_Q v^t$$

DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

Por medio de una prueba de hipótesis sobre el índice  $t$  es factible determinar los datos probabilísticamente anormales.  $t$  tiene una distribución "T" (t student).

# CAPITULO III

## ESTIMACION EN LA OPERACIÓN DE LINEAS DE TRANSMISION

### 3.1 ESTIMACION DE PARAMETROS DE LINEAS DE TRANSMISION

En este procedimiento se toman mediciones de magnitudes de voltaje y flujos de potencia activa y reactiva en ambos extremos de la línea balanceada y se trabajo sólo con las mediciones de la red de secuencia positiva.

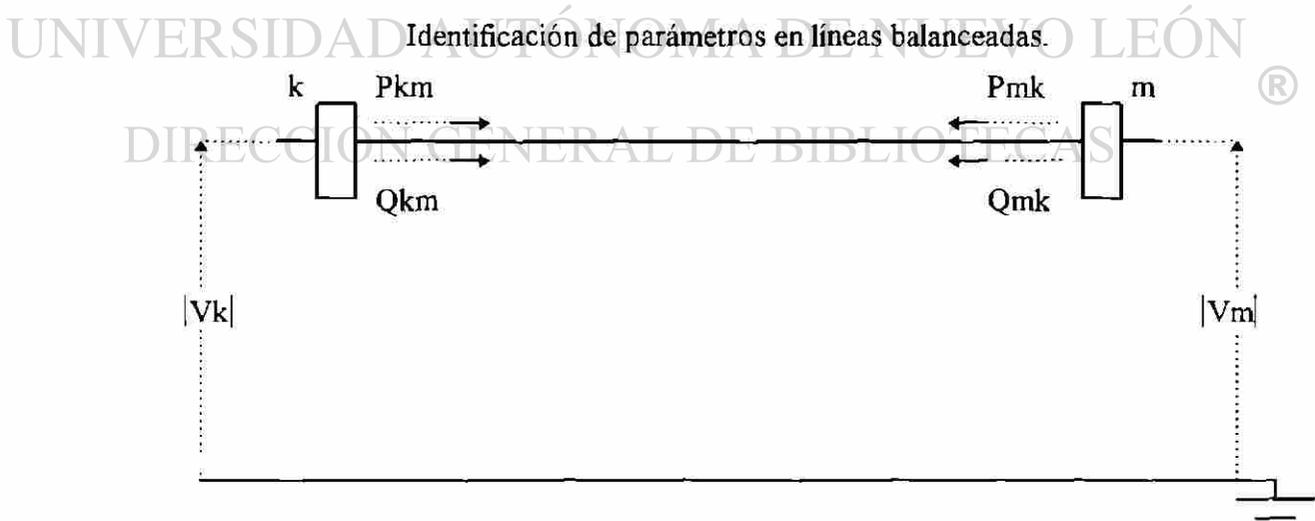


Fig 3.1 Mediciones en la Línea de Transmisión

La línea de transmisión se representa por el circuito que se muestra en la figura 3.2

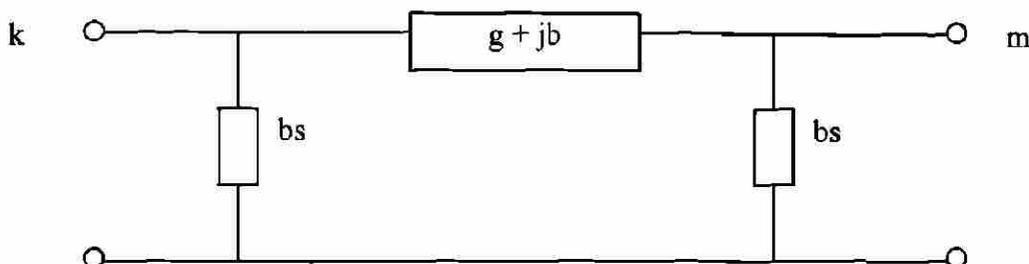


Fig. 3.2 Circuito  $\pi$  equivalente de una línea balanceada

Las ecuaciones que involucren las mediciones de potencia con respecto a los voltajes y parámetros de la línea de transmisión<sup>9</sup> son las siguientes.

$$P_{km} = V_k^2 - V_k V_m g_{km} \cos(\theta_{km}) - V_k V_m b_{km} \sin(\theta_{km}) \quad (3.1)$$

$$Q_{km} = V_k^2 (b_{km} + b_s) - V_k V_m g_{km} \sin(\theta_{km}) + V_k V_m b_{km} \cos(\theta_{km}) \quad (3.2)$$

$$P_{mk} = V_m^2 g_{km} - V_m V_k g_{km} \cos(\theta_{mk}) - V_m V_k b_{km} \sin(\theta_{mk}) \quad (3.3)$$

$$Q_{mk} = -V_m^2 (b_{km} + b_s) - V_m V_k g_{km} \sin(\theta_{mk}) + V_m V_k b_{km} \cos(\theta_{mk}) \quad (3.4)$$

Considerando las siguientes identidades trigonométricas (3.5) y (3.6) se arreglan las ecuaciones (3.3) y (3.4)

$$\cos(\theta_{km}) = \cos(\theta_{mk}) \quad (3.5)$$

$$\sin(\theta_{km}) = -\sin(\theta_{mk}) \quad (3.6)$$

$$P_{mk} = V_m^2 g_{km} - V_m V_k g_{km} \cos(\theta_{km}) + V_m V_k b_{km} \sin(\theta_{km}) \quad (3.3a)$$

$$Q_{km} = -V_m^2 (b_{km} + b_s) + V_m V_k g_{km} \sin(\theta_{km}) + V_m V_k b_{km} \cos(\theta_{km}) \quad (3.4a)$$

En el problema se tienen como datos las potencia y magnitudes de voltaje en la línea y se desconocen los valores de admitancia serie, admitancia paralelo y voltajes complejos. Como el sistema de ecuaciones es no-lineal, se efectua una expansión en series de Taylor de las ecuaciones (3.1), (3.2), (3.3a), (3.4a), hasta el primer término.

$$\underline{F}(\underline{PQ}) = \underline{F}(\underline{PQ})^0 + J \cdot \underline{\Delta x} \quad (3.7)$$

Donde: J: Es el Jacobiano o matriz de derivadas.

$\underline{F}(\underline{PQ})$ : Es el vector de funciones

$\underline{F}(\underline{PQ})^0$ : Es el vector de condiciones iniciales.

$\underline{\Delta x}$ : Es el vector de incógnitas (gkm, bkm, bs, Vk, Vm, θkm)

$$J \cdot \underline{\Delta x} = -\underline{F}(\underline{PQ})^0 \quad (3.8)$$

Como se tienen más incógnitas (seis) que ecuaciones (cuatro) se utilizarán mediciones en diferentes condiciones de operación. Por otro lado, el tener más mediciones implica que habrá como incógnitas otros voltajes complejos. Al tener más ecuaciones que incógnitas se tendrá redundancia en la información para obtener la solución.

Un método conveniente para la solución del problema es la técnica de estimación de estado, el cual ajusta los parámetros a estimar a medida que minimiza la suma de los cuadrados de los errores. Los parámetros en diferentes condiciones de operación deberán ser los mismos, no así los voltajes complejos. Las expresiones para la línea balanceada quedan de la siguiente forma.

$$\underline{\Delta f} = J \underline{\Delta x} + \underline{e} \quad (3.9)$$

Como no se conocen las magnitudes de voltaje reales éstas también se estiman y se consideran como medición, incluyéndose también las siguientes ecuaciones para las magnitudes de voltaje.

$$\underset{\sim}{V} = \underset{\sim}{V} + \underset{\sim}{\varepsilon} \quad (3.10)$$

Donde:  $\underset{\sim}{V}$  = Vector de voltajes medidos.  
 $\underset{\sim}{V}$  = Vector de voltajes verdaderos.  
 $\underset{\sim}{\varepsilon}$  = Vector de errores de medición.

En forma matricial,

$$\begin{bmatrix} \Delta P \\ \Delta Q \\ \Delta V \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial P}{\partial Z} & \frac{\partial P}{\partial \theta} & \frac{\partial P}{\partial V} \\ \frac{\partial Q}{\partial Z} & \frac{\partial Q}{\partial \theta} & \frac{\partial Q}{\partial V} \\ \frac{\partial V}{\partial Z} & \frac{\partial V}{\partial \theta} & \frac{\partial V}{\partial V} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta Z \\ \Delta \theta \\ \Delta V \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \varepsilon_P \\ \varepsilon_Q \\ \varepsilon_V \end{bmatrix} \quad (3.11)$$

Donde:  $\Delta Z$  Es el vector de incógnitas de los parámetros (gkm, bkm, bs). ®

$\Delta \theta$  Es el vector de diferencias angulares.

$\Delta V$  Es el vector de magnitudes de voltaje.

$$\underset{\sim}{\Delta f} - \underset{\sim}{J} \underset{\sim}{\Delta x} = \underset{\sim}{\varepsilon} \quad (3.12)$$

El jacobiano estará formado por las derivadas de las ecuaciones de cada medición, con respecto a las variables del problema (Z,  $\theta$ , V). Para tres condiciones de operación el tamaño del Jacobiano será de 12 columnas por 18 renglones; 3 parámetros, 6 magnitudes de voltaje y 3 diferencias angulares. El índice de funcionamiento (J) se forma con la suma de los errores al cuadrado, incluyendo una ponderación al error de cada medición.

$$J = \sum \varepsilon_j^2 = \varepsilon^t \cdot W \cdot \varepsilon \quad (3.13)$$

Donde  $W$  es una matriz de ponderación del error. Los elementos diagonales de  $W$  se forman con el inverso de la desviación estándar de las mediciones. Los errores se modelan con una distribución de probabilística normal con valor esperado de cero. Por lo tanto el segundo momento puede ser expresado de la siguiente manera.

$$W^{-1} = E \{ \varepsilon \cdot \varepsilon^t \} \quad (3.14)$$

$$E \{ \varepsilon \cdot \varepsilon^t \} = \sigma^2 V \quad (3.15)$$

Donde:  $\sigma^2$  Es un escalar.  
 $V$  Matrz de covarianza de los errores de medición.

El valor de  $\sigma^2$  puede ser estimado de la siguiente forma:

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{J}{N_{fr}} \quad (3.16)$$

Donde:  $\hat{J}$  = Valor del índice de funcionamiento.  
 $N_{fr}$  = Nú mero de grados de libertad.

La matriz de covarianza de los parámetros puede ser corregida con el factor anterior.

$$\text{Cov} \left( \hat{x} \right) = \sigma^2 (J^t W J)^{-1} \quad (3.17)$$

La desviación estándar para las mediciones de potencia y reactiva se calculan de la siguiente manera.

$$d.e._m = \frac{0.02(FS)}{3} \quad (3.18)$$

Donde: FS = Valor de escala completa considerado para la medición en p.u.

En (3.1) el cálculo se efectúa para un error máximo del 2%. En algunos casos se utiliza como factor de escala la misma medición, de esta forma se podrá tener una mejor evaluación del error. Para las magnitudes de voltaje la desviación estándar se representa de la siguiente manera.

$$d.e._v = \frac{0.0089 (V_m)}{3} \quad (3.19)$$

Esta desviación estándar corresponde a un valor máximo del error de 0.89% del valor de la medición de voltaje en p.u.

Sustituyendo la ecuación (3.12) en (3.13) se tendrá lo siguiente:

$$J = (\Delta f - J\Delta x)^t W (\Delta f - J\Delta x) \quad (3.20)$$

$$J = \Delta f^t W \Delta f - \Delta x^t J^t W \Delta f - \Delta x^t J^t W \Delta f + \Delta x^t J^t W J \Delta x \quad (3.21)$$

Si se deriva parcialmente la ecuación (3.21) con respecto a  $\Delta x$  y se iguala a cero se encuentra el mínimo de la función error.

$$\frac{\partial J}{\partial x} = 0 = -J^t W \Delta f - J^t W \Delta f + 2J^t W \Delta x \quad (3.22)$$

Acomodando los términos de la ecuación (3.22) se obtiene el vector de incrementos de las variables de estado.

$$\Delta x = (J^t W J)^{-1} J^t W \Delta f \quad (3.23)$$

La manera en que se resuelve (3.6) es similar a la del método de Newton. Se inicia con una estimación de los parámetros, magnitudes de voltajes y diferencias angulares, después se realiza un proceso iterativo hasta llegar a una tolerancia establecida, donde el valor de el vector  $\Delta x$  sea mínimo y no presente variación alguna. La ecuación para encontrar los nuevos parámetros, dado un vector  $\Delta x$  es:

$$X^{\text{nuevo}} = X^{\text{ant.}} + \Delta x \quad (3.24)$$

Una vez que se obtienen los parámetros de la línea y voltajes complejos se realiza una prueba para la detección e identificación de errores en las mediciones.

### 3.2 ESTIMACION DE TAPS EN TRANSFORMADORES

Los errores en la posición del tap de los transformadores modelados en el sistema pueden afectar considerablemente los resultados de un Estimador de Estado. De esto deriva la necesidad de estimar la posición del tap en función de las mediciones disponibles asociadas al transformador (mediciones de voltaje, flujos e inyecciones de potencial. ®)

DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

#### 3.2.1 Comparación de Técnicas

La figura 3.3 muestr la la topología y esquema de medición de la red utilizada (red vigente para invierno de1989 en la zona Coahuila del área de Control Noreste de CFE). Las mediciones se encuentran simuladas aleatoriamente a partir de los resultados de una corrida de flujos.

Relación de posición de taps en transformadores:			
REC	400/230	1.0000 p.u.	(N)
FRO	400/230	1.0000 p.u.	(N)
VDG	400/230	0.9499 p.u.	(4L)
REC	400/U34	1.0000 p.u.	(N)
REC	400/U12	1.0000 p.u.	(N)

El esquema de medición posee 23 grados de libertad. El intervalo de confianza, para una distribución  $\chi^2$  (Ji cuadrada) con una probabilidad del 99%, presenta límites (superior e inferior) de 53.67 y 13.79 respectivamente. La prueba estadística de hipótesis para el índice J permite detectar la presencia de errores anormales en las mediciones .

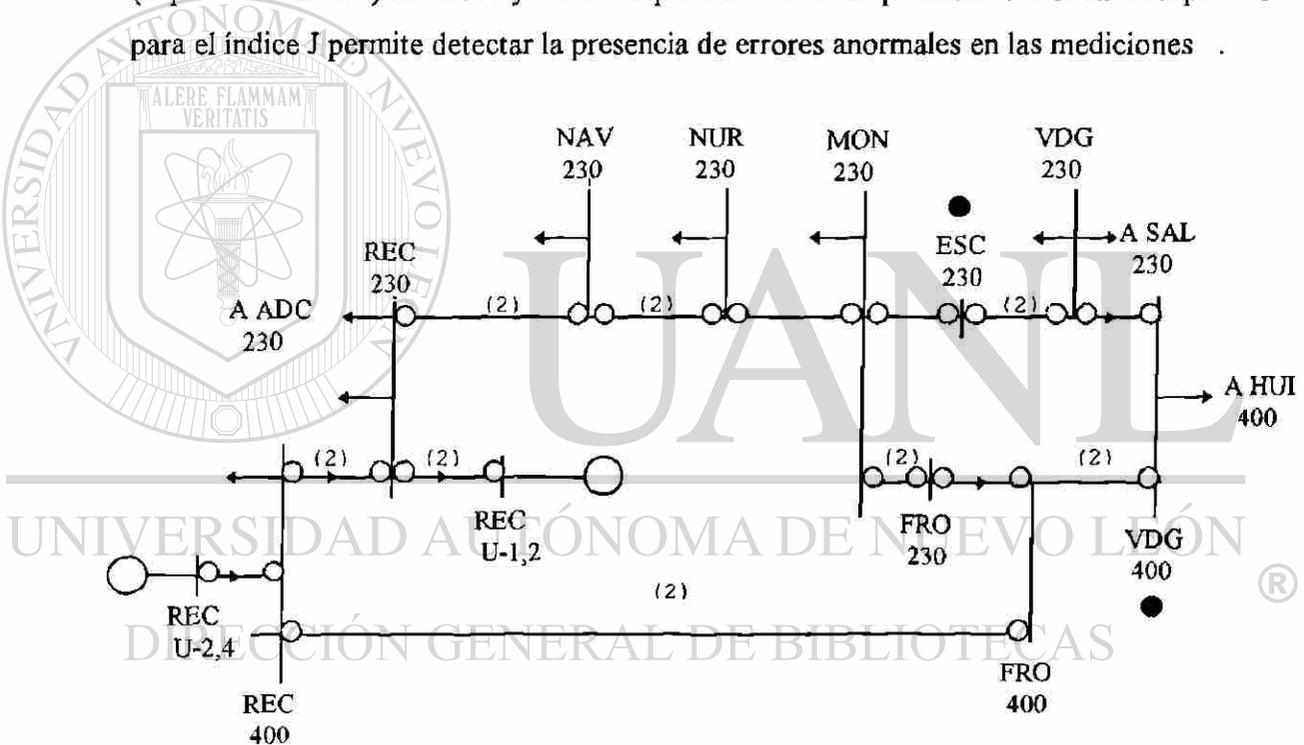


Fig. 3.3 Esquema de medición en la zona Coahuila

### a) Ajuste Lineal de Tap

Este algoritmo estima el valor de la posición del Tap a través de un proceso secuencial de ajuste lineal del mismo. El criterio utilizado en el ajuste consiste en variar

linealmente el Tap con respecto a la diferencia entre el valor calculado y medido del flujo reactivo en el transformador analizado.

La figura 3.4 muestra el modelo de transformador utilizado por este algoritmo.

Para el proceso de ajuste del Tap se definen las siguientes cantidades :

$Q_t$  - Flujo de potencia reactiva calculada en el extremo con Tap.

$Q_{tm}$  - Flujo de potencia reactiva medida en el extremo con Tap.

$Q_f$  - Flujo de potencia reactiva calculada en el extremo sin Tap.

$Q_{fm}$  - Flujo de potencia reactiva medida en el extremo sin Tap.

$\Delta_t$  - Magnitud del incremento en el Tap.

El algoritmo prosigue en la siguiente forma de acuerdo a la situación presentada:

a) Si se dispone de medición en el extremo con Tap y

$Q_t - Q_{tm} < 0$  disminuir el Tap ( $-\Delta t$ )

o si

$Q_t - Q_{tm} > 0$  incrementar el Tap ( $\Delta t$ )

b) Si se dispone de medición en extremo sin Tap y

$Q_f - Q_{fm} > 0$  disminuir el Tap ( $-\Delta t$ )

o si

$Q_f - Q_{fm} < 0$  incrementar el Tap ( $\Delta t$ )

### Proceso de Cálculo

Una vez que concluye la corrida del Estimador de Estado para una base de datos determinada, la detección de un error de Tap se realiza mediante la comparación del residuo de los flujos reactivos calculados y mdidos contra un criterio preestablecido (2.5 MVAR) .

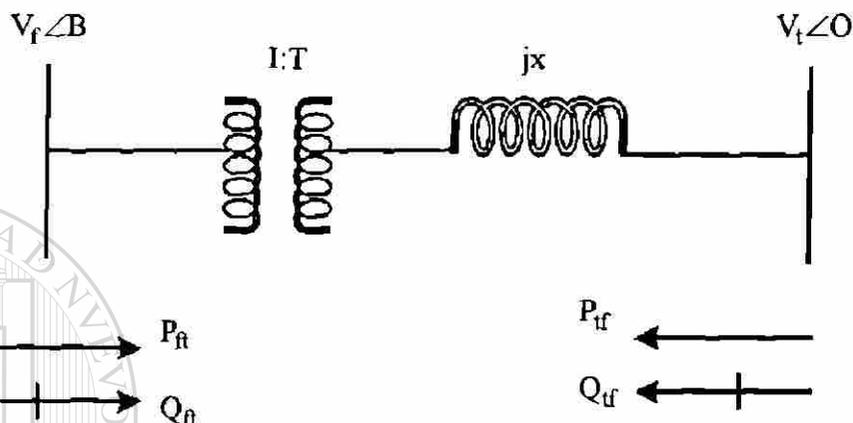


Fig. 3.4 Modelo de Transformador en Formulación I

Si el residuo anterior es mayor al criterio, se inicia con el algoritmo de ajuste (corrección) del Tap. Calculándose nuevamente los flujos del stema con el Tap corregido. La secuencia estimación de flujos-corrección de Tap se repetirá hasta que el residuo de flujos sea inferior al criterio de ajuste.

### DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

Se tienen dos modos para el cambio de Tap dentro de este algoritmo: “búsqueda lineal” y “modificación por pasos”. En ambos procedimientos el algoritmo modifica el valor del Tap a base de prueba y error, comparando el residuo del flujo con el criterio de convergencia.

Se presentan resultados de este algoritmo para diversos casos, recurriendo al modo “búsqueda lineal” para el ajuste de Tap.

## CASO I

La tabla 3.1 muestra varios casos de la aplicación de este algoritmo para el Tap de este transformador VDG 400/230. Se puede observar que el algoritmo converge satisfactoriamente en el Tap correcto (0.95 p.u.) tanto para un Tap inicial de 0.9 como 1.0 p.u. El numero de pasos para lograr convergencia es el mismo.

A medida que el Tap inicial esta mas alejado del valor correcto el número de interacciones se incrementa. En el caso de un valor inicial en 0.85, el algoritmo termina la convergencia al ajustar el Tap en 0.94

**TABLA 1**  
**TRANSFORMADOR VDG 400/230**

Tap inicial	Indice J	Tap	Residuo MVAR
.9	892.4	.9	3.29
	30.9	.95	-1.85 Fin
1.0	993.0	1.0	-6.35
	24.6	0.95	-1.95 Fin
0.85	3896.4	0.85	9.29
	827.1	0.90	3.39
	229.3	0.92	4.23
	39.4	0.94	0.96 Fin
1.1	7032.0	1.1	-12.8
	3447.3	1.05	-10.0
	2057.2	1.03	-8.2
	1481.6	1.01	-7.3
	1226.2	1.005	-6.8
	1107.5	1.001	-6.6
	10.49	1.0008	-6.5

Para el caso del Tap en 1.1 p.u. el algoritmo presenta un comportamiento de carácter asintótico (lento) hacia un valor de Tap unitario. En este caso el algoritmo no logra converger en un número adecuado de iteraciones.

En todos los casos se identifica como dato anormal la medición de flujo reactivo en la línea MON-230 a ESC-230. Esto obedece a la carencia de suficiente redundancia en esa zona. Esto último dificulta el aplicar adecuadamente este algoritmo.

### **b) Ajuste de Tap por Extrapolación**

#### **Lineal**

Se tiene que el flujo reactivo calculado a partir de los voltajes estimados varía en una forma prácticamente lineal con respecto a los cambios de posición del Tap en el transformador. Esta formulación surge a partir de la modificación del método “búsqueda lineal” del algoritmo citado en el punto anterior.

La figura 3.5 muestra gráficamente la evolución del presente algoritmo al aplicarlo al caso del transformador VDG 400/230. El algoritmo inicia con el cálculo de dos puntos (Tap-flujo reactivo estimado) en base a corridas del estimador de estado a partir de dos valores de Tap. La línea trazada por estos puntos intersecta la línea horizontal de 151.43 MVAR (flujo telemedido) en el punto 2P. La posición de Tap correspondiente a este punto es el valor de Tap utilizado en el siguiente cálculo del flujo reactivo con el estimador. En este caso el flujo reactivo calculado

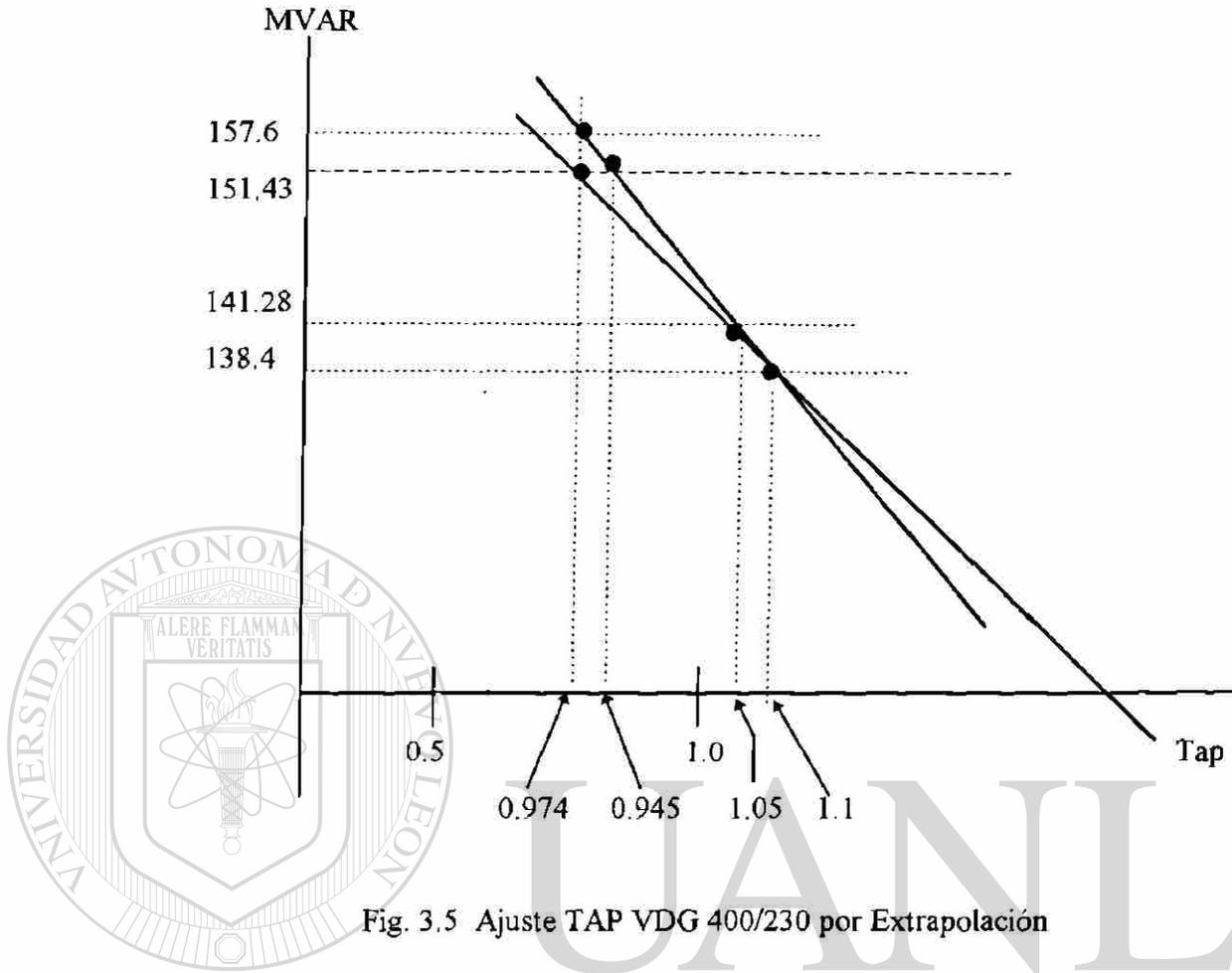


Fig. 3.5 Ajuste TAP VDG 400/230 por Extrapolación

se encuentra graficado en el punto 3. Como el flujo calculado en este punto da lugar a un residuo (valor de flujo medido menos estimado) fuera de la tolerancia de convergencia (2.5 MVAR) se efectúa otra predicción de tap. En este momento la línea se traza con las dos posiciones de tap más recientemente calculadas contra los puntos de MVAR, es decir, los puntos marcados como 2 y 3. La intersección de esta línea con la horizontal en trazos, .3P, muestra la nueva predicción de posición de tap. Esta posición de tap es utilizada para calcular nuevamente el flujo reactivo del transformador mediante una corrida del estimador de estado. Es así que resulta un flujo reactivo graficado en el punto 4. El valor en MVAR del punto 4 se encuentra dentro de la tolerancia de convergencia, y por lo tanto, la posición de tap del punto 4 es la posición de tap finalmente estimada, terminando el proceso de ajuste del tap.

Al comparar los resultados de este caso con el caso equivalente (tap en 1.1 p.u.) de la formulación anterior, resulta evidente que la presente formulación tiende a converger con mayor rapidez que la anterior.

### c) Estimación del Tap mediante el Sesgo de Mediciones

Desde el punto de vista del estimador de estado, un error de tap tiene un efecto similar al de un conjunto de errores correlacionados actuando sobre las mediciones involucradas en el transformador con error en tap. Es decir, las mediciones de flujo de potencia reactiva en transformador e inyecciones en los nodos extremos del mismo.

A partir de la idea anterior, el estimador establece una relación entre los residuales de las mediciones involucradas ( $r_s$ ) y el error de tap del transformador.

La siguiente expresión presenta un estimador del valor de posición de tap en función de el residuo de mediciones asociadas al transformador.

$$e_t = \left[ \left( \frac{\partial h_s}{\partial t} \right)^t R_s^{-1} W_{ss} \left( \frac{\partial h_s}{\partial t} \right) \right] \left( \frac{\partial h_s}{\partial t} \right)^t R_s^{-1} r_s \quad (3.25)$$

donde:

$h_s$  es el valor estimado de la medición involucrada  $\partial h_s / \partial t$  es un vector columna de derivadas parciales de  $h_s$ , con respecto al tap  $t$ .

$W_{ss}$  es la submatriz de sensibilidad para las mediciones involucradas con el transformador.

$R_s$  es la submatriz de covarianzas de las mediciones del transformador.

$\hat{e}_t$  estimación del error de tap.

La expresión (3.25) se reduce a la ecuación (3.26) cuando se tiene solamente una medición de flujo asociada al transformador en estudio.

$$e_t = \left( \frac{\partial h_s}{\partial t} \right)^{-1} \frac{r_s}{W_{ss}} \quad (3.26)$$

### Proceso de Cálculo

El estimador recurre a la formulación desacoplada rápida para la estimación del estado de la red.

La detección de un error anormal se efectúa mediante una prueba de hipótesis sobre el valor del índice J que resulte de la corrida del estimador de estado.

La presencia de un error en el modelado del tap produce que los flujos medidos y calculados generen un índice J fuera del intervalo de confianza preestablecido, detectando en esta forma el error de tap. Esto es tomado por el algoritmo de la formulación como indicativo de un error en la posición del tap. La subsecuente estimación del tap del transformador se realiza en función de la ecuación (3.25) ó (3.26) dependiendo del número de mediciones en el transformador.

El proceso de estimación de las variables de estado se repite, utilizando el valor de tap corregido anteriormente.

La secuencia Estimación de flujos/inyecciones-corrección de tap se efectua hasta que los valores calculados (estado del sistema) con el tap corregido presenten un índice J dentro del intervalo de confianza. Bajo estas condiciones, el tap corregido (estimado) tendrá un valor muy cercano al verdadero.

## Caso 1

En este caso se simulan valores de taps diferentes al nominal en el transformador VDG 400/230

La tabla 3.2 muestra el desarrollo del estimador de tap donde se tiene un tap superior y uno inferior al verdadero. Se puede observar que en ambas situaciones se logra una buena convergencia del estimador. De los resultados en la tabla es evidente que el estimador requiere de un número mayor de pasos de corrección de tap a medida que los errores en el tap son mayores.

**TABLA 3.2**  
**TRANSFORMADOR VDG 400/230**

Tap simulado	Iteración estimador	$J(x)$	residual nor. de mayor valor	Tap estimado
1.0000	3	986.0	MON-ESC-230(Q)*	.9498
0.9498	3	42.9		
0.8500	3	3408.1	ESC-MON-230(Q)*	.9090
0.9090	3	608.3	ESC-MON-230(Q)	.9390
0.9390	3	57.0	NUR-NAV-230(P)**	.9457
0.9457	3	48.7		

\*Q - medición flujo de potencia reactiva

\*\*P - medición de flujo de potencia activa

Debe observarse que las mediciones con mayor residual normalizado no corresponde a las mediciones asociadas con el transformador en el cual se simula el error de tap (VDG 400/230), obteniendo las mediciones del transformador como sospechosas en un menor grado. Lo anterior se debe a que el impacto del error es mayor en la medición del flujo reactivo ESC-MON-230 y el flujo activo NUR-NAV-230 que en la medición de flujo reactivo del transformador VDG 400/230. Este comportamiento dificulta operación adecuada del algoritmo.

## Caso 2

Se presenta el caso en el que se simula un error en la medición del flujo del transformador REC 4500/230, así como en el tap del mismo. La tabla 3.2 resume la evolución del algoritmo en este caso.

**TABLA 3.3**  
**TRANSFORMADOR REC 400/230 FLUJO Y TAP EN ERROR**

Tap simulado	Iteración estimador	$J(x)$	residual nor. de mayor valor	Tap estimado
0.9500	2	682.1	REC 230/400(Q)*	.9904
0.9904	3	95.6	REC 400/230(P)**	.9974
0.9974	3	72.6		.9976
0.9976	3	115.4		.9979
0.9979	3	103.2		.9978
0.9978	3	97.2		.9979

\*Q - medición flujo de potencia reactiva

\*\*P - medición de flujo de potencia activa

De éstos resultados se puede observar que el estimador tiende a oscilar sin pasar la prueba estadística con el índice  $J$ . Sin embargo, el valor de tap se logra ajustar en forma aceptable. De esta forma resulta necesario proveer al algoritmo estimador de un medio para separar el error de tap del error de medición en el flujo reactivo de un transformador.

De este caso se concluye que el algoritmo carece de una forma de diferenciar entre un error de tap y uno de medición de flujo de potencia.

#### d) Tap como Variable de Estado

En esta formulación se utiliza la posición del tap en el transformador como una variable de estado. Se recurre a la formulación desacoplada rápida del estimador de estado. Las derivadas de las mediciones con respecto a la posición de tap se incorporan a la matriz del modelo reactivo. El valor de tap se incluye en el vector de variables de estado, considerando en el vector de términos independientes los valores correspondientes a las mediciones de tap. La siguiente expresión muestra la ecuación de estimación reactiva desacoplada.

$$G_{Qv} \Delta v = T_Q \quad (3.27)$$

donde:

- $G_{Qv}$  - matriz de ganancia reactiva
- $\Delta v$  - vector de estado de voltajes y taps
- $T_Q$  - vector de términos independientes

La expresión (3.27) se puede desglosar en la siguiente forma:

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial m_1}{\partial v_1} & \frac{\partial m_1}{\partial v_n} & \frac{\partial m_1}{\partial t} \\ \frac{\partial m_k}{\partial v_1} & \frac{\partial m_k}{\partial v_n} & \frac{\partial m_k}{\partial t} \\ \frac{\partial t}{\partial v_1} & \frac{\partial t}{\partial v_n} & \frac{\partial t}{\partial t} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta v_1 \\ \Delta v_n \\ \Delta t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} T_1 \\ T_n \\ T_t \end{bmatrix}$$

donde:

$$\frac{\partial m_k}{\partial v_n}$$

- derivada parcial de k-ésima medición con respecto al n-ésimo voltaje

$$\frac{\partial t}{\partial v_n}$$

- derivada parcial del tap en cuestión con respecto al n-ésimo voltaje

$$T_k$$

- k-ésimo término independiente

$$T_t$$

- término independiente del tap en cuestión

La aplicación de la formulación es extensiva también al modelado de varios taps como variables de estado.

## DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

El algoritmo sigue el proceso típico de solución del estimador de estado desacoplado rápido, utilizando la siguiente secuencia iterativa.

Etapa 1

Solución para  $\Delta \theta$

$$G_{p\theta} \Delta \theta = T_p$$

A partir de esta etapa se actualiza el vector de ángulos  $\theta$  en función de su incremento  $\Delta\theta$ , sustituyendo su valor en el vector de términos independientes reactivos  $T_Q$ .

## Etapa 2

Solución para  $\Delta v$

$$G_{Qv}\Delta v = T_Q$$

El vector de estado  $\Delta v$  contiene las variables de estado de magnitud de voltaje y posición de taps.

El algoritmo iterará entre las etapas I y II, hasta cumplir en forma simultánea con el siguiente criterio de convergencia.

$$\max|\Delta v_i^k| \leq 0.0001 \text{ y } \max|\Delta\theta_i^k| \leq 0.0001$$

El criterio de convergencia para la posición del tap es similar al de voltajes.

A continuación se presentan varios casos de prueba de esta formulación.

### Caso 1

## DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

En este caso se simula una medición de 1.0 p.u. para el tap del transformador VDG 400/230 (valor correcto 0.9499). La tabla 3.4 muestra los resultados.

El algoritmo de estimación converge en tres iteraciones con un índice J de 137.8 Este valor pone de manifiesto la presencia de dato anormal en base de datos. El proceso de identificación revela posteriormente que el dato anormal es la medición de la posición del tap en VDG 400/230

## Caso 2

Para este caso se simulan un error de  $4\sigma$  en la medición de flujo y un error de tap en el transformador VDG 400/230. El algoritmo converge en cuatro iteraciones con un índice J de 160.1. Es así que se detecta un error anormal en la base de datos. El dato anormal identificado inicialmente es la medición del tap en el transformador VDG 400/230.

**TABLA 3.4**  
**TRANSFORMADOR VDG 400/230 CON ERROR DE TAP**

Paso	Tap Estimado de Transformadores					Convergencia	
	REC 400/230	REC U34/230	REC U12/230	FRO 400/230	VDG 400/230	$\theta$	$\nu$
1	1.0075	1.0021	1.0005	1.0108	0.9607	$5.8e^{-3}$ *	$3.9e^{-2}$
2	1.0067	1.0067	1.0017	1.0006	1.0094	$1.7e^{-3}$	$1.4e^{-3}$
3	1.0067	1.0017	1.0006	1.0095	0.9618	$9.7e^{-4}$	$1.3e^{-4}$

\*  $e^{-3}$  representa  $10e^{-3}$

Los resultados de este caso se muestran en la tabla 3.5

## Caso 3

3.

Referido al caso anterior se efectúa una cancelación virtual de la medición del tap en VDG 400/230 asignándole una ponderación muy pequeña a esta medición. La tabla 3.6 muestra la evolución del valor estimado de los taps. El algoritmo converge en cuatro iteraciones a un índice J de 71.4. En este caso la medición anormal identificada es el flujo en el transformador VDG 400/230.

## Caso 4

Con referencia al caso anterior, se cancela la medición de flujo en el transformador VDG 400/230 con una ponderación muy pequeña. El algoritmo converge en cinco iteraciones con un índice J de 38.7 mostrando la tabla 3.7 los resultados. Lo anterior confirma que los datos anormales han sido eliminados. Debe notarse que el valor de tap finalmente estimado es el correcto.

De este caso se puede apreciar las ventajas que esta formulación presenta sobre las anteriores, ya que permite tratar errores simultáneos en flujos y posición de tap en transformadores.

TABLA 3.5

## TRANSFORMADOR VDG 400/230 CON ERROR EN TAP Y MEDICION DE FLUJO

Paso	Tap Estimado de Transformadores					Convergencia	
	REC 400/230	REC U34/230	REC U12/230	FRO 400/230	VDG 400/230	$\theta$	$v$
1	0.9992	0.9982	1.0031	0.9992	0.9957	$2.6e^{-1}$ *	$3.5e^{-2}$
2	1.0060	1.0014	1.0010	1.0089	0.9570	$5.6e^{-3}$	$3.9e^{-2}$
3	1.0050	1.0009	1.0012	1.0073	0.9576	$1.7e^{-3}$	$1.6e^{-3}$
4	1.0051	1.0009	1.0012	1.0073	0.9577	$1.0e^{-4}$	$1.3e^{-4}$

\*  $e^{-3}$  representa  $10e^{-3}$

**TABLA 3.6**  
**REFERIDO CASO ANTERIOR SE CANCELA MEDICION DE TAP VDG 400/230**

Paso	Tap Estimado de Transformadores					Convergencia	
	REC 400/230	REC U34/230	REC U12/230	FRO 400/230	VDG 400/230	$\theta$	$v$
1	0.9987	0.9980	1.0033	0.9984	0.9946	$2.6e^{-1} *$	$3.6e^{-2}$
2	1.0003	0.9988	1.0028	1.0012	0.9459	$5.6e^{-3}$	$4.9e^{-2}$
3	0.9989	0.9981	1.0033	0.9991	0.9462	$1.0e^{-3}$	$2.1e^{-3}$
4	0.9989	0.9981	1.0033	0.9992	0.9465	$1.1e^{-3}$	$2.8e^{-4}$

\*  $e^{-3}$  representa  $10e^{-3}$

**TABLA 3.7**  
**REFERIDO CASO ANTERIOR SE CANCELA MEDICION DE FLUJO VDG 400/230**

Paso	Tap Estimado de Transformadores					Convergencia	
	REC 400/230	REC U34/230	REC U12/230	FRO 400/230	VDG 400/230	$\theta$	$v$
1	1.0002	0.9987	1.0028	1.0005	0.9985	$2.6e^{-1} *$	$3.4e^{-2}$
2	1.0001	0.9987	1.0029	1.0009	0.9449	$5.7e^{-3}$	$5.3e^{-2}$
3	1.0002	0.9987	1.0028	1.0009	0.9495	$7.7e^{-4}$	$4.6e^{-3}$
4	1.0001	0.9987	1.0029	1.0009	0.9492	$9.0e^{-4}$	$2.9e^{-4}$
	1.0001	0.9987	1.0029	1.0009	0.9493	$1.0e^{-4}$	$1.4e^{-5}$

\*  $e^{-3}$  representa  $10e^{-3}$

## CAPITULO IV



### FORMULACIONES PARA LA IDENTIFICACION DE DATOS ANORMALES EN SEP'S

UANL

---

#### Introducción

El objetivo de un algoritmo de identificación es el garantizar la confiabilidad de la base de datos procesada por el estimador de estado. En situaciones reales, aún y con el empleo de técnicas de pre-procesamiento de datos para filtrar la información, es posible se tengan en el Centro de Control mediciones con errores anormales, parámetros mal calculados y errores de topología. Para evitar la contaminación de la base de datos es fundamental que estas anomalías sean identificadas y posteriormente eliminadas del conjunto de mediciones. Lo anterior explica la necesidad de una función capaz de identificar datos anormales y su importancia en el proceso de estimación.

Para evaluar la calidad de los diversos métodos de identificación se seleccionan cinco criterios. Los primeros tres corresponden a los objetivos principales buscados por las formulaciones de identificación. Los otros dos se refieren a su disponibilidad práctica, es decir, a los requerimientos para su implementación.

1. **Localización de Datos Anormales:** Disponibilidad para localizar con exactitud los datos anormales, o al menos proporcionar una lista de mediciones sospechosas, las cuales incluyan los datos anormales y algunas mediciones válidas.
2. **Corrección de la base de datos:** La capacidad para depurar la base de datos es de gran importancia práctica y una de las tareas esenciales en el proceso de estimación de estado.
3. **Reconocimiento de datos anormales topológicamente no-identificables:** Siempre que esta anomalía surja, el algoritmo debe estar en capacidad de elaborar una lista reducida de todas las mediciones sospechosas de ser anormales; más aún debe prevenir al operador de su incapacidad para identificar los datos sospechosos que han llegado a ser críticos y que puedan tener errores anormales.

4. **Requerimientos para la Implementación:** Consideraciones prácticas en la implementación y diseño, tales como simplicidad, adaptabilidad a modificaciones del sistema para una mejor operación y capacidad de almacenamiento.
5. **Tiempo de cómputo:** Deberá ser reducido para cumplir con los requerimientos en tiempo real de la operación.

En este capítulo se observa un estudio comparativo de tres técnicas para la identificación de datos anormales. Se distinguen las siguientes formulaciones relevantes:

- a) Algoritmo de Identificación mediante Pruebas de Hipótesis.

- b) Algoritmo Estimador-Corrector de datos anormales y
- c) Algoritmo Identificador por compensación de mediciones anormales.

La red utilizada en los diversos casos de prueba se muestra en la figura 1. Este sistema corresponde a la Zona Coahuila del Area de Control Noreste de la Comisión Federal de Electricidad (CFE). Es esquema de medición de la red en estudio presenta un límite superior de confianza (LSC) de 53.0

#### 4.1 IDENTIFICACIÓN DE DATOS ANORMALES POR PRUEBAS DE HIPÓTESIS (HIT)

Los procesos de indentificación de datos anormales a través del estimador de estado, presentan dificultades cuando se enfrentan a mediciones anormales múltiples e interactuantes entre si. El algoritmo presentado a continuación ofrece una alternativa adecuada para el tratamiento de este tipo de mediciones. El presente algoritmo consiste de las siguientes etapas:

- (i) cálculo del estimado del error de medición a través del manejo de éste como una variable aleatoria.

- (ii) identificación de datos anormales por medio de un proceso de pruebas de hipótesis fundamentadas en la estadística del error, y un esquema de toma de decisiones.

##### 4.1.1 Estimador de estado estático

El objetivo de un Estimador de Estado Estático en Sistemas de Potencia, es el encontrar el estimado  $\hat{x}$  del estado verdadero  $x$  que logre el mejor ajuste de las mediciones  $z$  relacionadas con  $x$  a través del modelo:

$$z = h(x) + e \quad (4.1)$$

en donde se utiliza la siguiente notación:

z: Vector de mediciones con dimensión m.

x: Vector de estado de magnitudes de voltaje y ángulos de fase nodales.

$n = 2N - 1$ , donde N es el número de nodos del sistema bajo estimación.

e: Vector de errores de medición de dimensión m.

La estimación de mínimos cuadrados ponderados (WLS)  $\hat{x}$  con base al criterio cuadrático  $J(x)$  satisface las condiciones de optimalidad

$$H^t(\hat{x}) R^{-1} [z - h(\hat{x})] = H^t(\hat{x}) R^{-1} r = 0 \quad (4.2)$$

donde  $H = \partial h / \partial x$  denota la matriz jacobiana,  $R = \text{diag}(\sigma_i^2)$  y el vector de residuales de medición es por definición

$$r = z - h(\hat{x}) = We \quad (4.3)$$

En esta última expresión, la matriz de sensibilidad de residuales se encuentra dada por

$$W = I - H \Sigma_x H^t R^{-1} \quad (4.4)$$

donde  $\Sigma_x$  es la matriz de covarianza del vector de estado  $x$ :

$$\Sigma_x = (H^t R^{-1} H)^{-1} \quad (4.5)$$

donde  $\text{rango}(W) = m - n = k$

En ausencia de datos anormales, el vector de residuales de medición se encuentra distribuido como:

$$N = (0, WRW^t) = N(0, WR) \quad (4.6)$$

#### 4.1.1.a) Detección de Datos Anormales

Los criterios comunmente utilizados son:

o el vector de residuos ponderados

$$r_w = \sqrt{R}^{-1} r \quad (4.7)$$

o el vector de residuos normalizados

$$\hat{r} = \sqrt{D}^{-1} r \quad \text{con } D = \text{diag}(WR) \quad (4.8)$$

o La función de costos cuadrática

$$J(\hat{x}) = r^t R^{-1} r \quad (4.9) \text{®}$$

La detección de datos anormales está fundamentada en una prueba de hipótesis (HTI) que consiste en comparar  $J(\hat{x})$ ,  $|r_{wi}|$  o  $|r_{ni}|$  con un índice de detección  $\lambda$ .

#### 4.1.2 Estimación de errores de medición

Con base en la ecuación (4.3) y en la evaluación de los residuales, es posible establecer un estimado  $\hat{e}$  del error  $\hat{e}$  de determinadas mediciones, indicando a estas

como “mediciones sospechosas”. El subíndice  $t$  hará referencia a las mediciones estadísticamente “verdaderas” ( $m-s$ ). En base a la descomposición anterior de mediciones, las expresiones de  $e$  y  $W$  pueden ser particionadas como sigue:

$$e = \begin{bmatrix} e_s^T & e_t^T \end{bmatrix}^T \quad s \leq k, \quad t = m - s \quad (4.10.a)$$

$$W = \begin{bmatrix} W_s & W_t \end{bmatrix} \quad k = m - n \quad (4.10.b)$$

donde  $W_s$  es una matriz de dimensión ( $m \times s$ ), y  $W_t$  es una matriz de dimensión ( $m \times t$ )

La ecuación (4.3) llega a ser en consecuencia

$$r = W_s e_s + W_t e_t \quad (4.11)$$

Como se puede observar del modelo de errores de medición (4.11) se utilizan  $m$  relaciones, de las cuales sólo  $k$  son independientes; el resto de ellas  $n = m - k$  son una combinación de las anteriores y no agregan información adicional. Es así, que se puede manejar sólo  $p$  ( $s \leq p \leq m$ ) relaciones independientes del total de las  $m$  que indica la ecuación (4.3).

$$r_p = W_p e \quad (4.12)$$

donde  $W_p$  tiene una dimensión ( $p \times m$ ). Al usar la partición anterior se tiene:

$$r_p = W_{ps} e_s + W_{pt} e_t = W_{ps} e_s + d_p \quad (4.13)$$

La expresión (4.13) representa un modelo de estimador lineal, donde  $e_s$  es el vector a estimar, dadas las "mediciones"  $r_p$  y el "ruido aleatorio"  $d_p = W_{p,t} e_t$ . La ecuación cuadrática de costos a ser minimizada adquiere la siguiente forma:

$$J(e_s) = (r_p - W_{p,s} e_s)^T P (r_p - W_{p,s} e_s) \quad (4.14)$$

De la ecuación anterior se deriva la siguiente expresión del estimador del error de medición

$$\hat{e}_s = (W_{p,s}^T P W_{p,s})^{-1} W_{p,s}^T P r_p \quad (4.15)$$

En general se pueden considerar dos casos, dependiendo si  $p$  es mayor o igual que  $s$ . En este reporte se analiza la operación de estas alternativas en diferentes algoritmos.

#### 4.1.3 Estimador de mediciones verdaderas (POE)

El establecimiento de  $p = s$  en la ecuación (4.15) da por resultado

$$\hat{e}_s = (W_{s,s}^T P W_{s,s})^{-1} W_{s,s}^T P r_s \quad (4.16)$$

siendo su simplificación

$$\hat{e}_s = W_{s,s}^{-1} r_s = \Gamma r_s \quad (4.17)$$

La matriz  $P$  opera como una matriz de ponderación y su selección es de carácter inmaterial.

#### 4.1.4 Pruebas de hipótesis de errores estimados

Al término de una corrida del estimador de estado, se elabora una lista de residuales normalizados en su desviación estándar. Se realiza posteriormente una prueba de hipótesis sobre cada valor  $\hat{e}_{s_i}$  para decidir sobre las siguientes alternativas factibles.

- a)  $H_0$  : la medición es válida.
- b)  $H_1$  : la medición es falsa.

El rechazo o aceptación de  $H_0$  ( $H_1$ ) parte de las propiedades estadísticas de la variable aleatoria y, basado en esto, en la aplicación de reglas de decisión para definir si las mediciones son realmente falsas.

Se elabora una estrategia de indentificación bajo la idea directriz de un procedimiento de refinamiento sucesivo de mediciones sospechosas a través de la selección en cada ciclo de sólo aquellas mediciones para las cuales la prueba de hipótesis ha resultado positiva.

##### 4.1.4 a) Reglas de decisión

Los valores de  $\hat{e}_{s_i}$  y sus propiedades estadísticas permitirán determinar cuál de las hipótesis  $H_0$  o  $H_1$  es cierta. Se tiene la probabilidad de incurrir en dos tipos de error al tomar una de las anteriores alternativas:

- a) Probabilidad de error tipo  $\alpha$ , donde  $\alpha$  es la probabilidad de rechazar  $H_0$  cuando  $H_0$  es realmente cierta; esta  $\alpha$  corresponde a un índice indicador

$$\lambda_i = N_{1-\alpha/2} \sigma_i \sqrt{\Gamma_{ii}}$$

- b) Probabilidad de no identificar un dato anormal o la probabilidad de incurrir en un error tipo  $\beta$ . Es decir, mide la probabilidad de rechazar  $H_1$  cuando éste es verdaderamente cierto; el complemento

$$P_i = 1 - \beta$$

es la probabilidad de indentificar correctamente la medición anormal y.

Al seccionar una probabilidad de error tipo  $\alpha$  y por lo tanto un índice  $\lambda$ , se tomarán las siguientes decisiones conforme a lo anteriormente dicho:

- La medición es válida si  $\left| \hat{e}_{s_i} \right| \leq \lambda_i$
- la medición es falsa (anormal) si  $\left| \hat{e}_{s_i} \right| > \lambda_i$

La prueba presentada se adapta individualmente a cada medición; es decir, se adapta a la exactitud de cada valor estimado  $\hat{e}_{s_i}$  a través del establecimiento de un valor individual de  $(N_{1-\alpha/2})_i$ ; además, este parámetro es actualizado en cada ciclo de identificación, para así lograr un sucesivo refinamiento del procedimiento.

#### 4.1.5 Identificación por prueba de hipótesis (HTI) a partir de una probabilidad $\beta$

Los ciclos sucesivos de la estrategia propuesta se avocan solamente a la identificación de datos anormales; no se ven involucrados la re-estimación del vector de estado, ni cálculos subsecuentes de  $J$  y  $|r_{N_i}|$  sino hasta que termina el proceso completo de identificación.

La prueba parte del cálculo de la siguiente expresión

$$(N_{1-\alpha/2})_i = \frac{e'_{s_i} + N_{\beta} \sqrt{\Gamma_{ii} - 1}}{\sqrt{\Gamma_{ii}}}$$

A partir de lo anterior se propone el siguiente ciclo de pasos para el procedimiento de identificación de esta formulación.

Después que una primer identificación se ha desarrollado y la prueba de detección ha resultado positiva, establecer los valores  $e_{s_1} = a$ ,  $N_{\beta} = b$ ,  $(N_{1-\alpha/2})_{\max}$  y si en la base de  $|r_{N_i}|$ .

(i) Calcular  $\Gamma_{s_1} = W^{-1}_{s_1 s_1}$  y  $\hat{e}_{s_1}$ .

(ii) Calcular  $(N_{1-\alpha/2})_i$  vs.  $\Gamma_{i i}$   
con  $0 \leq (N_{1-\alpha/2})_i \leq (N_{1-\alpha/2})_{\max}$

(iii) Calcular el correspondiente índice de identificación de anomalía para cada  $s_{1 i}$ .

$$\lambda_i = (N_{1-\alpha/2})_i \sigma_i \sqrt{\Gamma_{i i}} \text{ para } i = 1, 2, \dots, s_1$$

(iv) Aplicar la prueba de identificación  $\left| \hat{e}_{s_1} \right|_i > \lambda_i$

y seleccionar  $s_{1 i}$  para el cual  $\left| \hat{e}_{s_1} \right|_i > \lambda_i$

Esto proporciona una nueva lista  $s_2 < s_1$  la cual será procesada y refinada a través de la repetida aplicación de los pasos (y) a (iv) de la prueba. El procedimiento finalizará cuando todas las mediciones seleccionadas han sido declaradas falsas. Es así que se eliminan todas estas mediciones y se re-estima el vector de estado.

#### 4.1.6 Casos de estudio

Se realizan diversos casos de prueba para el algoritmo en cuestión utilizando la red del sistema formado por la Zona Coahuila del Area de Control Noreste de la Comisión Federal de Electricidad.

##### Caso 1

Si simula un error anormal de  $20\sigma$  en las mediciones de flujo de potencia activa de las líneas REC-FRO-400 y VDG-FRO-400, así como en el transformador REC 400/230. Los resultados se muestran a continuación.

Mediciones sospechosas	$r_N$	J
REC-FRO-400	REC-FRO-400	933.5
VDG-FRO-400		
REC 400/230		
REC 230/400		

$r_N$  - indica la medición con el residual normalizado de mayor valor.

J - indica el valor del índice estadístico de operación del estimador.

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN

Análisis final

DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

medición	error simulado (MW)	error estimado $\hat{e}_s$ (MW)	$\lambda$	tipo de medición
REC-FRO-400	120.8	131.15	24.804	anormal
VDG-FRO-400	120.8	119.85	22.722	anormal
REC-400/230	30.2	28.05	19.946	anormal
REC-230/400	-	7.21	19.946	correcta

Observaciones:

En este caso el proceso de identificación es satisfactorio ya que en un sólo paso del algoritmo son identificadas las tres mediciones anormales de entre un conjunto de cuatro sospechosas.

El valor del sesgo de la medición es satisfactoriamente estimado.

El proceso de cálculo de las variables del estimador de estado converge en tres iteraciones.

### Caso 2

Con referencia al caso anterior se agrega la medición anormal del flujo activo en el transformador FRO 230/400 al conjunto original del caso anterior. Los resultados se muestran a continuación.

Mediciones sospechosas	$r_N$	J
REC-FRO-400	REC-FRO-400	1153.0
REC 400/230		

$r_N$  - indica la medición con el residual normalizado de mayor valor.

J - indica el valor del índice estadístico de operación del estimador.

Análisis final

medición	error simulado (MW)	error estimado $\hat{e}_s$ (MW)	$\lambda$	tipo de medición
REC-FRO-400	120.8	129.54	21.622	anormal
REC 400/230	30.2	35.84	6.323	anormal

Observaciones:

En este caso son identificadas solamente dos mediciones de las cuatro anormales del conjunto de medición.

La estimación del sesgo en las mediciones anormales es satisfactoria.

### Caso 3

Con referencia al caso 2 anterior se retiran físicamente las mediciones indentificadas como anormales. Los resultados son los siguientes.

Mediciones sospechosas	$r_N$	J
VDG-FRO-400	VDG-FRO-400	328.7
FRO-VDG-400		

$r_N$  - indica la medición con el residual normalizado de mayor valor.

J - indica el valor del índice estadístico de operación del estimador.

Análisis final

DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

medición	error simulado (MW)	error estimado $\hat{e}_s$ (MW)	$\lambda$	tipo de medición
VDG-FRO-400	120.8	104.1	27.604	anormal
FRO-VDG-400	-	21.76	27.604	correcta

Observaciones:

En este paso se logra identificar la medición VDG-FRO-400. La medición FRO 230/400 permanece aún sin ser identificada en este segundo intento.

Como se puede observar del análisis final anterior, el valor de la estimación del sesgo disminuye su exactitud.

#### Caso 4

Partiendo del caso 3 anterior se retira físicamente la medición que se encontró anormal VDG-FRO-400. Los resultados de aplicar de nuevo el algoritmo identificador son los siguientes.

Mediciones sospechosas	$r_N$	J
FRO 230/400	FRO 230/400	89.085
FRO-VDG-400		

$r_N$  - indica la medición con el residual normalizado de mayor valor.

J - indica el valor del índice estadístico de operación del estimado

#### Análisis final

medición	error simulado (MW)	error estimado $\hat{e}_s$ (MW)	$\lambda$	tipo de medición
FRO-230/400	30.2	17.971	16.794	anormal
FRO 400/230	-	12.711	24.287	correcta

Observaciones:

Se requirió que se retiraran físicamente las mediciones para que el algoritmo identificase en forma adecuada la medición anormal en cada paso.

Como puede observarse de los resultados, a medida que se va perdiendo redundancia la efectividad de la estimación del sesgo de la medición anormal se va reduciendo.

Como se ve, se requiere de varios intentos para indentificar correctamente la anomalía dentro de la base de datos.

## **4.2 FORMULACION DE ESTIMACION-IDENTIFICACION SIMULTANEA DE DATOS ANORMALES**

Se presenta una nueva formulación para la detección e identificación de errores anormales múltiples. Esta formulación mejora la operación del estimador de estado estático de sistemas de potencia. Se discute el principio básico, método de solución y técnicas de programación de la “Formulación de Estimación-Identificación” el cual se fundamenta en una mejor utilización de los recursos de residuos y el análisis de las propiedades de su matriz de sensibilidad. Los resultados de la identificación de datos anormales son buenos, resulta especialmente satisfactorio en el caso de datos anormales múltiples. Se proporcionan comentarios sobre ventajas y recomendaciones de esta formulación en su aplicación en tiempo real.

### **4.2.1 Identificación de errores anormales múltiples por la formulación estimación-identificación**

El principio básico y método de cálculo para la identificación de errores anormales múltiples por medio de la localización de errores de medición se muestra a continuación.

Dado el modelo de mediciones del sistema de potencia:

$$Z = h(x) + e \quad (4.18)$$

donde  $Z$  vector de medición de dimensión  $m$ ;

$x$  vector de estado con dimensión  $n$ , y  $n < m$ ;

$h(\cdot)$  función no lineal de mediciones con dimensiones  $m$ ;

$e$  vector de errores de medición de dimensión  $m$ .

En general, las propiedades estadísticas del vector  $e = e_z$  se asumen tener distribución normal:

$$Ee_z = 0, \quad Ee_z e_z^t = R \quad (4.19)$$

donde,  $e_z$  es el vector de error de medición normal de dimensión  $m$ ;  $R$  es una matriz diagonal  $m \times m$ .

Es bien sabido que la ecuación de residuales puede obtenerse por el método de mínimos cuadrados ponderados de la estimación de estado de sistemas de potencia como:

$$r = We \quad (4.20)$$

y

$$W = I - H(H^t R^{-1} H)^{-1} H^t R^{-1} \quad (4.21) \text{ ®}$$

donde  $r$  es el vector residual de dimensión  $m$ , que se define como  $r = Z - \hat{Z}$ ,  $\hat{Z}$  es el vector de mediciones estimadas de dimensión  $m$ ;  $W$  es generalmente llamada "matriz de sensibilidad de residuos", que es semipositiva definida de dimensión  $m \times m$ .

Evidentemente, si el estado del sistema es observable, se encontrará de la ecuación (4.18) que el vector de mediciones  $Z$  de dimensión  $m$  da un vector de estado estimado  $\hat{X}$  de dimensión  $n$ , pero los recursos de la información proporcionada por las mediciones no han sido completamente utilizadas. Sin embargo, la medición  $Z$  proporcionará información redundante para estimar algunos otros  $k$  ( $k = m - n$ ) errores

de medición locales a lo más (o datos malos aparentes).  $k$  se llamará “la redundancia de medición”. Por supuesto, cualquier combinación de  $k$  errores locales de medición o datos malos aparentes podrían no ser estimados e identificados. Ahora, podremos estimar los datos anormales múltiples por medio de la ecuación (4.20).

Debe notarse acerca de la ecuación (4.20) que si la configuración del modelo del sistema de potencia se mantiene sin cambio, los cambios considerables de flujo de carga a lo largo de varias horas o la existencia de algún dato anormal tienen solo una influencia pequeña sobre la matriz  $W$ . Por lo tanto, considerando que la función  $h(x)$  no es lineal, es razonable suponer que  $W$  puede considerarse como una matriz constante bajo tales condiciones, y ha sido verificado también en pruebas de simulación.

Consecuentemente, la ecuación (4.20) podría tratarse como un conjunto de ecuaciones lineales con dimensión  $m$ . De acuerdo al análisis del apéndice el rango de la matriz  $W$  es  $k$ . Se tienen solo  $k$  ecuaciones independientes en la ecuación (4.20) y solo  $k$  componentes del vector de error  $e$  pueden estimarse e identificarse en esta ecuación.

#### 4.2.2 Descripción Matemática de esta Formulación

Las suposiciones básicas son:

- (1) el número de datos anormales en las mediciones iniciales  $Z$  es  $p < k$ ;
- (2) la distribución de los datos anormales es congruente con los requerimientos de identificabilidad.

Escribamos la ecuación residual en la forma de ecuaciones simultáneas ordinarias:

$$r_1 = w_{11}e_1 + w_{12}e_2 + \dots + w_{1m}e_m$$

$$r_2 = w_{21}e_1 + w_{22}e_2 + \dots + w_{2m}e_m \quad (4.22)$$

$$r_s = w_{s1}e_1 + w_{s2}e_2 + \dots + w_{sm}e_m$$

Suponiendo que ya ha sido detectada la presencia de datos anormales. De acuerdo al principio de búsqueda de datos dudosos,  $s$  residuos dudosos podrían ser aislados donde:

$$p \leq s < k \quad (4.23)$$

Por lo tanto, la estimación deberá efectuarse solo para  $s$  componentes erróneas

$e_{si}$ . Considere que:

$$e_s = [e_{s1} \ e_{s2} \ \dots \ e_{sm}] \quad (4.24)$$

es el componente erróneo a ser estimado, donde el segundo índice  $i$  y  $j$  corresponde al nuevo número consecutivo para  $s$ . Consecuentemente, los coeficientes de  $e_{si}$  debe escribirse como  $w_{s,ji}$ . Al reescribir la ecuación (4.22) tendremos

$$r_1 = \sum_{i=1}^s w_{s,1i} e_{si} + \sum_{k=s+1}^m w_{t,1k} e_{tk}$$

$$r_2 = \sum_{i=1}^s w_{s,2i} e_{si} + \sum_{k=s+1}^m w_{t,2k} e_{tk} \quad (4.25)$$

$$r_m = \sum_{i=1}^s w_{s,mi} e_{si} + \sum_{k=s+1}^m w_{t,mk} e_{tk}$$

donde  $t$  corresponde a la parte restante de  $m-s$  componentes erróneos (no incluidos en  $e_s$ ) la cual no será estimada.

Reescribiendo la ecuación (4.25) en forma matricial, tendremos

$$r - W_s e_s = W_t e_t \quad (4.26)$$

donde  $W_s$ ,  $W_t$  son submatrices de la matriz  $W$  de dimensión  $m \times s$  y  $m \times (m-s)$  respectivamente, y

$$e_t = [e_{t,s+1} \dots e_{t,m}]^T$$

La función objetivo de la ecuación (4.25) se establece como:

$$J(e_s) = [r - W_s e_s]^T G^{-1} [r - W_s e_s] \quad (4.27)$$

donde  $G^{-1}$  es una matriz de ponderación diagonal  $m \times m$ , sus elementos  $g_{11}^{-1}$

( $1=1, 2, \dots, m$ ) pueden ser determinados del lado izquierdo de la ecuación (4.26):

$$g_{11}^{-1} = \sum_{k=s+1}^m w_{t,1k}^2 \sigma_{tk}^2 \quad (1=1, 2, \dots, m) \quad (4.28)$$

donde  $\sigma_{tk}^2$  es la varianza conocida de  $e_{tk}$ .

Ya que  $e_{tk}$  ( $k = s+1, \dots, m$ ) son variables normales, las cuales son estadísticamente independientes entre sí, entonces es muy sencillo calcular la ecuación (4.28)

De hecho,  $G^{-1}$  es la inversa de la matriz diagonal de la matriz de covarianzas  $E(W_t e_t)(W_t e_t)^T$ ,

$$E(W_t e_t)(W_t e_t)^T = W_t (E e_t e_t^t) W_t^t = G \quad (4.29)$$

Consecuentemente, de acuerdo a la ecuación (4.27), ahí existe una estimación de  $e_s$  que hará la función objetivo  $J(e_s)$  tome un valor mínimo.

$$\left. \frac{\partial J(e_s)}{\partial e_s} \right|_{e_s = \hat{e}_s} = -2W_s^T G^{-1} [r - W_s e_s] = 0 \quad (4.30)$$

$$y \quad \hat{e}_s = (W_s^T G^{-1} W_s)^{-1} W_s^T G^{-1} r \quad (4.31)$$

$$E(\hat{e} - \hat{e}_s)(\hat{e} - \hat{e}_s)^T = (W_s^T G^{-1} W_s)^{-1} W_s^T G^{-1} (G) G^{-1} W_s (W_s^T G^{-1} W_s)^{-1} \quad (4.32)$$

donde, suponiendo el rango de la matriz  $m \times s$   $W_s$  sea igual a  $s$ , entonces la inversa de la matriz  $W_s^T G^{-1} W_s$  existe.

De la ecuación (4.31) la estimación de  $e_s$  incluyendo datos anormales podría ser determinada.

Por medio de esta formulación, todos los datos anormales (suponiendo que estos datos sean igual a  $p$ ) podría estimarse en un solo calculo, incluyendo la inversión de una matriz  $s \times s$ . Suponiendo que  $p \ll K$ , y que  $s$  residuales dudosos han sido aislados, y que

$$p \leq s \ll K$$

la inversión de una matriz de bajo orden  $(W_s^t G^{-1} W_s)$  puede calcularse muy rápidamente.

#### 4.2.3 Simplificación de la formulación

Consideremos que la matriz de ponderación en ecuación (4.27) es

$$G^{-1} = I \quad (4.33)$$

entonces, las ecuaciones (14), (15) llegan a ser

$$\hat{e}_s = (W_s^t W_s)^{-1} W_s^t r \quad (4.34)$$

$$E \left( e_s - \hat{e}_s \right) \left( e_s - \hat{e}_s \right)^t = (W_s^t W_s)^{-1} \quad (4.35)$$

respectivamente. Puede verificarse que  $\hat{e}_s$  en ecuación (4.34) es el estimador óptimo de datos anormales.

Más aún, definiremos el vector de residuos ponderados, la matriz de sensibilidad de residuos ponderados y el vector de errores normalizados como sigue:

$$\begin{aligned} r_w &= \sqrt{R^{-1}} r, & W_w &= \sqrt{R^{-1}} W \sqrt{R} \\ e_w &= \sqrt{R^{-1}} e \end{aligned} \quad (4.36)$$

entonces, de las ecuaciones (4.34) y (4.35), obtendremos

$$\hat{e}_{ws} = W_{wss}^{-1} r_{ws} \quad (4.37)$$

$$E \left( \mathbf{e}_{ws} - \hat{\mathbf{e}}_{ws} \right) \left( \mathbf{e}_{ws} - \hat{\mathbf{e}}_{ws} \right)^t = \mathbf{W}_{wss}^{-1} \quad (4.38)$$

donde  $\mathbf{W}_{wss} = \mathbf{W}_{ws}^t \mathbf{W}_{ws}$  es la matriz  $s \times s$  definida positiva formada por los elementos de la intersección de  $s$  filas y  $s$  columnas en la matriz de sensibilidad de residuos ponderados original:

$\mathbf{e}_{ws}$  el vector de datos ponderados anormales de dimensión  $s$ ;

$\mathbf{r}_{ws}$  el vector de residuales ponderados de dimensión  $s$  correspondiente a  $\mathbf{e}_{ws}$ .

La ecuación (4.37) es llamada la fórmula simplificada de estimación e identificación de datos anormales.

#### 4.2.4 Corrección de la estimación de estado

Tan pronto como el valor estimado de los datos anormales es obtenido de la ecuación (4.31) ó (4.37), la estimación de estado puede ser corregida.

El error del estimador de estado es:

$$\mathbf{X} - \hat{\mathbf{X}}_z = -(\mathbf{H}^t \mathbf{R}^{-1} \mathbf{H})^{-1} \mathbf{H}^t \mathbf{R}^{-1} \mathbf{e}_z \quad (4.39)$$

$$\mathbf{X} - \hat{\mathbf{X}}_z = -(\mathbf{H}^t \mathbf{R}^{-1} \mathbf{H})^{-1} \mathbf{H}^t \mathbf{R}^{-1} (\mathbf{e}_z + \mathbf{e}_{zm}) \quad (4.40)$$

donde,  $\hat{\mathbf{X}}_z$ ,  $\hat{\mathbf{X}}$  la estimación de estado correspondiente a las mediciones normales y las mediciones incluyendo un dato anormal respectivamente.

$V_z$  el vector de errores de medición normal;  
 $e_{sm}$  el vector  $m$  con elementos correspondientes a puntos de datos anormales de  $e_{si}$  y el resto será igual a cero.

Por lo tanto, la desviación de la estimación de estado  $\Delta \hat{x} = \hat{x} - \hat{x}_2$  es

$$\Delta \hat{X} = -\left(H^t R^{-1} H\right)^{-1} H^t R^{-1} e_{sm} \quad (4.41)$$

Pero solo podemos obtener  $\hat{e}_{sm}$ , de aquí que el valor corregido de la estimación de estado  $\Delta \hat{x}'$  sea

$$\Delta \hat{X}' = -\left(H^t R^{-1} H\right)^{-1} H^t R^{-1} \hat{e}_{sm}$$

y la estimación de estado corregida es  $\hat{X}_{corr}$

$$\hat{X}_{corr} = \hat{X} - \Delta \hat{X}' \quad (4.42)$$

Consecuentemente, la estimación de mediciones corregidas es

$$\hat{Z}_{corr} = h\left(\hat{X}_{corr}\right) \quad (4.43)$$

Se puede verificar que la estimación de estado corregida  $\hat{X}_{corr}$  es equivalente a la estimación de estado obtenida del vector de las mediciones normales en el cual las componentes correspondientes a puntos de datos anormales han sido eliminados.

Finalmente, si  $s > p$ , solo los  $p$  valores estimados de datos anormales intervienen en la corrección de la estimación de estado.

#### 4.2.5 Algunos problemas en la aplicación del método

Se tienen tres tipos de fallas del algoritmo mostrado:

1. Cuando se tienen errores múltiples, no todos los puntos con datos anormales son identificados para algunos casos, por lo que los correspondientes valores estimados de datos anormales no son corregidos.

Este fenómeno se dice que se debe a la omisión de residuos que es posible se presente cuando hay errores múltiples. Siendo por ello que no se incluyan esos datos en el conjunto a estimar.

2. Casos con  $s \gg K$  (# de mediciones sospechosas menor a la redundancia) pero sin poder calcular  $(W_s^T G^{-1} W_s)^{-1}$ ,  $\hat{e}_s$  no puede resolverse, fallando así la identificación.

Se demuestra que la condición necesaria y suficiente para resolver las ecuaciones (4.31) y (4.37) es como sigue: si se mantiene la observabilidad del sistema con las mediciones restantes al cancelar las mediciones sospechosas ( $s$ ). De otra forma,  $\hat{e}_s$  no se puede resolver.  $s \ll K$  es solo la condición necesaria pero no suficiente para resolver las ecuaciones (4.31) y (4.37).

3. El llamado “Soluciones diferentes” es posible que se presente en algunos puntos de medición reducida dentro del proceso de identificación de datos anormales. Por ejemplo, en la línea 3-4 del sistema, asumamos que el punto de medición  $P_3$  es un dato anormal con valor  $b_3$ , cuando  $P_3$  se incluye correctamente en el

conjunto de datos sospechosos (sin incluir  $P_{43}$ ), la estimación e identificación de datos anormales es correcta:  $\hat{e}_3 \equiv b_3$ ; pero cuando  $P_{43}$  se incluye incorrectamente en el conjunto de datos sospechosos (sin incluir  $P_3$ ), se tiene por resultado una estimación e identificación incorrecta, y  $\hat{e}_3 \equiv -b_3$ .

#### 4.2.6 Identificabilidad de datos anormales

Los sistemas de toma de decisiones para la identificabilidad de datos anormales es otra parte importante del sistema de búsqueda de datos sospechosos y será tratada a continuación. La existencia de  $(W_s^t G^{-1} W_s)^{-1}$  o  $W_{wss}^{-1}$  quedará garantizada una vez que se ha corroborado la identificabilidad de los datos anormales.

##### 1. Observabilidad del sistema de potencia

La observabilidad del Sistema de Potencia, quedará prácticamente determinada por las propiedades topológicas del sistema de medición dentro del estimador de estado, aunque se puede verificar también matemáticamente por el rango de la matriz jacobiana  $H$ . Lo anterior requeriría mucho tiempo de cómputo para calcular el rango de  $H$  concluyendo que este método no sea aplicable en aplicaciones de tiempo real. Se establecen conceptos de observabilidad desde el punto de vista físico.

El sistema es observable si todos los nodos del sistema se encuentran medidos al menos dos veces por los diferentes puntos de medición en las diferentes ramas excepto nodos de referencia y nodos terminales de este sistema. De otra manera, se dice que el sistema es inobservable. Esto es llamado continuidad del sistema de medición.

La continuidad del sistema de medición es la condición necesaria y suficiente para la observabilidad del sistema de potencia.

## 2. Identificabilidad de datos anormales

(Estimabilidad de datos sospechosos)

Las condiciones necesarias y suficientes para la identificabilidad de datos anormales son:

a) El sistema es observable

b) Si algunos datos anormales son eliminados del sistema de medición, la observabilidad del sistema deberá quedar garantizada por el resto de los puntos de medición.

El inverso de las matrices  $(W_s^t G^{-1} W_s)$  y  $W_{wss}$  si las condiciones anteriores son satisfechas.

Pruebas de validación

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN

Se presentan diversos resultados sobre la red de la Zona Coahuila del Area de Control Noresta en la Comisión Federal de Electricidad (CFE).

Se presentan a continuación una serie de resultados que muestran el proceso de detección-identificación a través de la estimación del sesgo presente en las mediciones anormales.

Caso 1

Se simula un error de  $20\sigma$  (veinte desviaciones estándar 30.2 MW) en la parte activa de la medición de flujo VDG 230/400.

El estimador converge con un índice  $J$  de 835, identificando la medición activa VDG 230/400 como la errónea. Sin embargo se tienen dos mediciones con un residual normalizado que viola el índice de identificación.

Medición	Residual Normalizado	Sesgo (MW) Estimado
VDG 400/230 (P)	4.4933	2.2386
VDG 230/400 (P)	4.6965	-33.66

Con la estimación del sesgo se obtienen los siguientes resultados del flujo VDG 230/400.

	MW	MVAR
Flujo Verdadero	100.1	144.1
Flujo Medido	130.3	137.2
Flujo Estimado con error	114.2	141.1
Flujo Estimado corregido	95.6	141.5

## Caso 2

Se simula un error de  $10\sigma$  (15.1 MW) en la parte activa y reactiva de la medición VDG 230/400.

El estimador converge con un índice  $J$  de 209.3, identificando la parte activa de la medición en cuestión. Los residuales normalizados son los siguientes para la parte activa y reactiva.

Medición	Residual Normalizado	Sesgo (MW) Estimado
VDG 400/230 (P)	2.9081	-0.566
VDG 230/400 (P)	3.0228	-15.755

Medición	Residual Normalizado	Sesgo (MVAR) Estimado
VDG 400/230 (Q)	2.9146	2.449
VDG 230/400 (Q)	2.9954	13.565

Con la estimación del sesgo se obtienen finalmente los resultados del flujo VDG 230/400

	MW	MVAR
Flujo Verdadero	100.1	144.1
Flujo Medido	115.2	129.0
Flujo estimado con error	106.9	137.4
Flujo estimado corregido	99.0	142.9

### Caso 3

Se simula error de  $15\sigma$  (22.65 MW) en la parte activa de las mediciones VDG 230/400 y NUR-MON-230.

El estimador converge con un índice  $J$  de 443.15, identificando a la medición activa NUR-MON-230.

Resultados de flujos de potencia activa

Medición	Residual Normalizado	Sesgo (MW) Estimado
NUR-MON-230 (P)	3.9198	25.153
VDG 400/230 (P)	2.9178	0.849
VDG 230/400 (P)	3.044	-24.72

En la parte reactiva no se presentan residuales reactivos normalizados con valor superior al índice de detección-identificación.

Con los sesgos estimados se obtienen los resultados del flujo VDG 230/400

	MW	MVAR
Flujo Verdadero	100.1	144.1
Flujo Medido	122.8	137.2
Flujo Estimado con error	110.6	141.2
Flujo Estimado corregido	97.3	141.4

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN  
y para la línea NUR-MON-230

DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

	MW	MVAR
Flujo Verdadero	115.7	25.9
Flujo Medido	138.4	26.3
Flujo Estimado con error	119.1	26.1
Flujo Estimado corregido	113.1	25.9

### Observaciones del caso 3

Se puede ver de los resultados anteriores que la propagación del error en el flujo activo VDG 230/400 se transmite sólo a la parte activa de la medición VDG 400/230 en el mismo transformador.

Es interesante el hecho que en la parte reactiva de las mediciones afectadas no se presenta contaminación estadísticamente detectable.

La comparación de los valores estimados con error y medidos de los flujos pone de manifiesto el efecto de filtrado del estimador, ya que el valor estimado con error se aproxima mucho más al valor verdadero que el valor medido.

### Caso 4

Se simula error de  $20\sigma$  en la parte activa de las mediciones VDG 230/400 y NUR-MON-230; Así como en la parte reactiva de las mediciones REC 400/230 y REC-FRO-400

El estimador converge con un índice  $J$  de 843.57, identificando a la medición activa VDG 230/400

El proceso de estimación de sesgo arroja en primera instancia los siguientes resultados:

Resultados Activos

Medición	Residual	Sesgo (MW)	Error (MW)
	Normalizado	Estimado	Simulado
NUR-MON-239 (P)	3.3166	30.022	30.2
VDG 400/230 (P)	2.7044	3.624	-
VDG 230/400(P)	3.8219	-34.638	-30.2

### Resultados Reactivos

Medición	Residual	Sesgo (MW)	Error (MVAR)
	Normalizado	Estimado	Simulado
REC-FRO-400 (Q)	3.1093	-125.28	-120.8

A partir de los resultados anteriores se efectúa otra corrida del estimador, actualizando la base de datos medidos con los valores corregidos por el paso anterior. El estimador converge en esta etapa con un índice  $J$  de 61.8, detectando la presencia de datos anormales.

Los resultados de estimación de sesgo para este paso no detecta valores activos<sup>®</sup> sospechosos, indicando sólo la presencia de la medición reactiva REC 400/230.

### Resultados Reactivos

Medición	Residual	Sesgo (MW)	Error (MVAR)
	Normalizado	Estimado	Simulado
REC 400/230 (Q)	2.9329	-30.34	-30.2

La corrección de las mediciones sospechosas en esta etapa hace que el estimador converja satisfactoriamente con un índice  $J$  de 44.8, aceptando así los resultados.

La tabla de flujos muestra una síntesis de los resultados obtenidos.

#### Observaciones del caso 4

De la primer tabla se tiene que los valores finalmente corregidos (FC) por el algoritmo se encuentran más cercanos al valor verdadero (FV) que los valores estimados inicialmente (FE).

Como se observa del desarrollo de la estimación de este caso, inicialmente no se identifican la totalidad de mediciones anormales. Esto último es atribuido a la presencia de un “enmascaramiento” de mediciones anormales en errores anormales múltiples.

Una ventaja sobresaliente de esta formulación sobre el algoritmo identificador tradicional es que en este caso no son eliminadas las mediciones identificadas como anormales, sino que se aplica un proceso de corrección de estas últimas. Lo anterior reduce considerablemente la posibilidad de llegar a un esquema de medición inobservable.

El efectuar de nuevo la corrida del estimador de estado con la base de datos de mediciones actualizada por los valores corregidos en la primera etapa, ofrece la ventaja de identificar y estimar satisfactoriamente las mediciones inicialmente encubiertas.

#### Caso 5

Se simula error de  $20\sigma$  en la parte activa de las mediciones: VDG 230/400, NUR-MON-230, REC 400/230 y REC-FRO-400.

El estimador converge con un índice  $J$  de 952.4, detectando así la presencia de las mediciones anormales.

El proceso de estimación-corrección de mediciones sospechosas da el siguiente resultado inicial:

#### Resultados Activos

Medición	Residual	Sesgo (MW)	Error (MW)
	Normalizado	Estimado	Simulado
REC 400/230 (P)	2.9606	-23.143	-30.2
REC 230/400 (P)	2.8989	-12.124	-
VDG 230/400 (P)	2.6599	-30.996	-30.2

En este caso no se identificaron mediciones reactivas anormales.

A partir de los resultados de la estimación anterior se desarrolla una nueva corrida del estimador con las mediciones corregidas del paso anterior. El estimador converge con un índice  $J$  de 464.83, detectando datos anormales.

El proceso de estimación-corrección de sesgo presenta en esta segunda etapa una matriz de ganancia singular en la ecuación estimadora de sesgo ( $G$  en ecuación 4.30). Lo anterior es producto de una falta de mayor redundancia para estimar el sesgo en las mediciones involucradas. Bajo estas condiciones el algoritmo no se encuentra posibilitado para continuar.

## Caso 6

Con referencia al caso 5 se introduce en este caso una pseudo-medición de inyección de potencia activa cero en la barra FRO-400.

El estimador converge con un índice J de 1013.9, detectando errores anormales.

El proceso de estimación-corrección de mediciones sospechosas da el siguiente resultado inicial:

## Resultados Activos

Medición	Residual Normalizado	Sesgo (MW) Estimado	Error (MW) Simulado
REC 400/230 (P)	2.8715	-16.249	-30.2
REC 230/400 (P)	2.8959	-19.018	-
VDG 230/400 (P)	2.6402	-31.065	-30.2

En este paso no se presentan mediciones reactivas sospechosas.

A partir de los resultados anteriores se efectúa otra corrida del estimador, actualizando la base de datos medidos con los valores corregidos por el paso anterior. El estimador converge en este paso con un índice J de 526, detectando la presencia de datos anormales. Los resultados de la estimación de sesgo son los siguientes:

## Resultados Activos

Medición	Residual	Sesgo (MW)	Error (MW)
----------	----------	------------	------------

	Normalizado	Estimado	Simulado
REC-FRO-400 (P)	3.3840	129.25	120.8
NUR-MON-230 (P)	2.9348	28.67	30.2
MON-NUR-230 (P)	2.9604	2.91	-

Se efectúa la corrección de las mediciones sospechosas de esta etapa en la base de datos. La corrida del estimador de estado con esta base de datos actualizada arroja un índice de J de 52.3, aceptando los datos corregidos.

La segunda tabla de flujos muestra una síntesis de los resultados obtenidos.

#### Observaciones del caso 6

En determinadas combinaciones de mediciones con error anormal el algoritmo estimador de sesgo presenta problemas de inobservabilidad, requiriendo el incremento de redundancia en el esquema de medición.

El presente caso hace patente el relevante valor que adquiere el empleo de pseudo-mediciones para una solución satisfactoria del estimador de estado.

Se puede ver que el algoritmo estimador de sesgo opera correctamente aún para valores de error tan elevados como  $20\sigma$  de la medición.

#### **4.3 IDENTIFICACION DE DATOS ANORMALES ATRAVES DE LA COMPENSACION Y CALCULO LINEAL DE RESIDUALES EN MEDICIONES CORRESPONDIENTES.**

Este método introduce varios conceptos nuevos junto con la utilización de la optimización combinatorial y la formulación de identificación através de pruebas de

hipótesis. El método elimina primero las mediciones sospechosas en una forma secuencial hasta que no queda ningún error anormal en el conjunto de mediciones, desarrollando a continuación la identificación final por medio del análisis del valor de los errores estimados en las mediciones sospechosas. El vector de residuos normalizados posterior a cada eliminación se obtiene sin el desarrollo de re-estimaciones, lo cual resulta en una velocidad alta de cómputo en el método. La remoción de mediciones se efectúa a través de la aplicación eficiente de técnicas especiales, la compensación de mediciones y el cálculo lineal de residuales. Los errores estimados de las mediciones sospechosas están automáticamente disponibles al término del proceso de eliminación. El método identifica confiablemente errores anormales múltiples interactuantes entre sí.

#### 4.3.1 Perfil del método

El proceso de indentificación se inicia con la detección de mediciones anormales en el conjunto de mediciones. La presencia de mediciones erróneas se asume cuando al menos una de las dos condiciones siguientes es violada.

$$J(X) = \sum (R_{wi})^2 < \alpha \quad (4.44)$$

$$|r_{Ni}| < \beta_i \quad i = 1, \dots, m \quad (4.45)$$

$$r_{wi} = r_i / \sigma_i$$

$$r_{Ni} = r_i / \sqrt{\alpha_{ii}}$$

donde  $m$  es el número de mediciones,  $J(X)$  es la función objetivo;  $\alpha$  es el índice del detector;  $r_i$ ,  $r_{wi}$ ,  $r_{Ni}$ ,  $\sigma_i$ , son respectivamente el residual, residual ponderado, residual

normalizado y desviación estandar de la  $i$ -ésima medición;  $\sigma_{ii}$  es el término diagonal de la matriz de covarianzas residuales:

$$A = R - H(H^t R^{-1} H)^{-1} H^t$$

Resultados de pruebas indican que los requisitos individuales no siempre garantizan un conjunto de mediciones libre de error, lo cual se garantiza solo cuando se cumplen ambas condiciones. Esto significa que el cálculo de  $J(X)$  y residuales normalizados se requiere para evaluar las mediciones ante la presencia de datos anormales.

El método desarrolla la identificación de datos anormales en dos fases. En la fase 1, residuales normalizados con el mayor valor absoluto son sucesivamente eliminados e incorporados a la lista de mediciones sospechosas a las cuales se les denomina el conjunto compensado. El resto de las mediciones son analizadas para detectar la presencia de datos anormales a través del cálculo de nuevos valores de  $J(X)$  y  $r_{Ni}$  (secciones 2 y 4) y comparándolas con el índice. Cada ciclo de este proceso se le refiere como un paso de identificación. Cuando la prueba de identificación es negativa se asume que las mediciones sospechosas incluyen todos los datos anormales. Esto concluye la fase 1 del proceso.

Los estimados de los errores de las mediciones sospechosas llegan a estar disponibles como un subproducto del proceso de eliminación de mediciones (secc. 4.3.2). En fase 2 del método se desarrolla la clasificación final de las mediciones sospechosas por medio de la comparación de los errores estimados normalizados contra índices derivados estadísticamente (sección 4.3.5). Las mediciones consideradas como buenas son devueltas al conjunto de mediciones. La solución final de la estimación de estado se obtiene por lo tanto sin la refactorización de la matriz de ganancia (secc. 4.3.2).

A diferencia de HTI, este método no requiere refinar iterativamente la lista de las mediciones sospechosas, ya que la lista siempre será substancialmente más pequeña que la

selección inicial en HTI y se compondrá en su mayoría de datos anormales. Se debe notar, sin embargo, que aún con este método existe el riesgo de no seleccionar datos anormales en casos de inadecuada redundancia local.

Este método de identificación de datos anormales puede parecer un tanto burdo computacionalmente hablando, ya que la formulación convencional requeriría de reconstruir y refactorizar la matriz de ganancia, desarrollando la estimación de estado y recalcando los residuos normalizados en cada paso del proceso de identificación. Sin embargo, en el método descrito esta enorme carga computacional es evitada a través del uso de técnicas especiales, la primera de las cuales es compensación de mediciones.

#### 4.3.2 Compensación de Mediciones

Para analizar el efecto de retirar una o más mediciones sobre la solución del estimador, las mediciones no tienen que ser físicamente eliminadas del conjunto de mediciones. En lugar de ello, los valores pueden cambiarse de manera tal que la solución de estimador de estado resultante sería la misma que si las mediciones fuesen eliminadas.

El proceso de eliminación de mediciones sin retirar estas del conjunto de mediciones pero si modificando sus valores se le llamará compensación de mediciones.

Asumiendo el modelo lineal y la formulación normal del problema de estimación de estado:

$$z = H X + e$$

el estimado del vector de estado ( $n \times 1$ )  $X_e$  y el vector ( $m \times 1$ ) de valores de mediciones estimadas  $Z_e$  están dadas por:

$$X_e = (H^t R^{-1} H)^{-1} H^t R^{-1} Z \quad (4.46)$$

$$Z_e = H X_e = H (H^t R^{-1} H)^{-1} Z \quad (4.47)$$

donde  $Z$  es el vector de mediciones,  $H$  es la matriz jacobiana de mediciones,  $e$  es el vector de errores de medición y  $R$  es la matriz diagonal de varianzas.

Es decir  $R = \text{diag}(\sigma_i^2)$

Un disturbio  $\Delta Z$  en el vector de mediciones se refleja como un disturbio en el vector de estimación de mediciones  $\Delta Z_e$ .

$$\Delta Z_e = (I - W) \Delta Z \quad (4.48)$$

donde  $W = I - H(H^t R^{-1} H)^{-1} H^t R^{-1} = A R^{-1}$  es la matriz de sensibilidad de residuales.

Se puede demostrar que si  $c$  mediciones están compensadas sus nuevos valores de medición deben ser iguales a los valores estimados obtenido de la solución de la estimación de estado.

$$Z_{ec} + \Delta Z_{ec} = Z_c + \Delta Z_c = \hat{Z}_c \quad (4.49)$$

donde  $\Delta Z_c$  es llamado un vector de correcciones de compensación. Particionando (4.48) en  $c$  (para mediciones compensadas) y  $r = m - c$  (para el resto de las mediciones) partes y sustuyendo las expresiones derivadas para las  $c$  variables dentro (4.49) se obtiene para las correcciones de compensación  $\Delta Z_c$  y valores de mediciones compensadas  $\hat{Z}_c$ .

$$\begin{aligned} \Delta Z_c &= W_{c_c}^{-1} (Z_{ec}) - Z_c \\ \hat{Z}_c &= (I_c - W_{c_c}^{-1}) Z_c + W_{c_c}^{-1} Z_{ec} \end{aligned}$$

donde:

- $Z_{ec}$  valor(es) estimado(s) de la(s) medición(es) a compensar.
- $Z_c$  valor(es) telemedido(s) de la(s) medición(es) a compensar.
- $W_{cc}^{-1}$  partición de  $W$  con los elementos correspondientes a las mediciones a compensar.
- $\Delta Z_c$  incremento compensador.

La compensación será posible para toda matriz  $W_{cc}$  regular. Se puede demostrar que la no-singularidad de  $W_{cc}$  requerirá que cuando se retiren simultáneamente mediciones compensadas esto no provoque inobservabilidad del sistema. Ya que en este método el conjunto compensado se construye añadiendo una medición con el residual normalizado de mayor valor absoluto en cada paso de identificación, una medición crítica nunca se retirará y se garantiza la no-singularidad de  $W_{cc}$ .

$W_{cc}$  es por lo general una matriz de bajo orden y su inversa se puede obtener relativamente fácil. El cálculo de  $W_{cc}^{-1}$  llega a ser trivial si se aprovecha el hecho que  $W_{cc}$  en cualquier paso de identificación se obtiene agregando una fila y una columna a  $W_{cc}$  del paso precedente para el cual la inversa se encuentra disponible.

— Cuando la prueba de detección es negativa el conjunto compensado se asume que contiene todos los datos anormales. La última compensación de medición es llamada como la compensación final. En este punto las correcciones de compensación finales  $\Delta Z_{cf}$  son iguales a los estimados de los errores de las mediciones compensadas como se obtienen de HTI, asumiendo una selección de las mismas mediciones, tomadas con el signo contrario.

$$\hat{e}_c = -\Delta Z_{cf} = W_{cc}^{-1} r_c \quad (4.50)$$

Es así que en este método los errores estimados de las mediciones sospechosas después que el criteri de detección ha sido satisfecho. La clasificación final de las

mediciones compensadas es desarrollada en base a un análisis estadístico de errores de medición como se discutió en la sección (4.3.5).

El tema de eliminar las mediciones a través del cambio de sus valores ha sido citado con anterioridad. La técnica de una medición inactiva es, de hecho, una compensación de una medición individual. La eliminación de mediciones por medio de la corrección de ellas por medio de la estimación de los errores es otro caso especial de compensación de mediciones, la compensación final.

La compensación de mediciones efectivamente elimina las mediciones designadas sin importar si las mediciones son buenas o malas o si datos anormales están aún presentes en las mediciones restantes manteniendo la configuración del resto de las mediciones sin modificación. Por lo tanto, se puede utilizar la misma matriz de ganancia para obtener una solución de estado altamente exacta (el mayor error de variable de estado observado en las pruebas fue de 0.03%). La convergencia se alcanza normalmente en 1 a 3 iteraciones.

La esencia de la compensación de mediciones es que hace equivalente un cambio en la configuración de las mediciones a un cambio en el vector de mediciones de la red manteniendo la topología de las mediciones y las matrices esenciales en forma intacta. Esto prepara el camino para una nueva formulación para la evaluación del efecto de la eliminación de mediciones que no involucra una estimación de estado de cualquier tipo.

Antes de proseguir con la discusión de esta formulación, se introducirá al tema del cálculo de términos fuera de la diagonal de la matriz de sensibilidad residual. Un número de formulaciones para el cálculo de términos  $W$  se han presentado. Sin embargo, para el método descrito una nueva técnica, más adecuada para las necesidades de los métodos requeridas, han sido desarrolladas.

### 4.3.3 Formulación del Jacobiano expandido para el cálculo de términos de la matriz de sensibilidad de residuales.

El análisis del residual normalizado sólo requiere el cálculo de los términos diagonales de  $A$  y el ampliamente aceptado modo de hacer éso por medio de la inversa dispersa de la matriz de ganancia no se presta en si misma al cálculo de los términos fuera de la diagonal.

Sin embargo, en el siguiente método una nueva técnica, denominada como la formulación del jacobiano expandido, permite el cálculo de términos fuera de la diagonal tan fácil como los diagonales. La técnica saca provecho de la disponibilidad de los factores de la matriz de ganancia y de las propiedades de las matrices triangulares elementales.

Los factores de la matriz de ganancia

$$L D L^t = H^t R^{-1} H$$

permiten expresiones de  $A$  como

$$A = R - F^t D^{-1} F$$

donde  $F$  es denominada como la matriz jacobiana expandida:

$$F = H(L^{-1})^t = H(L_1^{-1})^t(L_2^{-1})^t \dots (L_{n-1}^{-1})^t \quad (4.51)$$

DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

y  $L_i$  es una matriz triangular elemental de los factores. El cálculo de  $F$  requiere  $n - 1$  multiplicaciones matriciales.

$$H_1 = H$$

$$H_{i+1} = H_i(L_i^{-1})^t \quad i = 1 \dots n - 1 \quad (4.52)$$

$$F = H_n$$

En cada multiplicación (4.52) el índice  $y$  se refiere como el índice manejador y la  $i$ -ésima columna de  $H_i$  y la  $i$ -ésima fila de  $(L_i^{-1})^t$  son respectivamente, referidas como las columnas y filas manejadoras. Ya que la inversa de una matriz triangular elemental es obtenida através de la inversión de los signos de sus términos no cero fuera de la diagonal, cada operación (4.52) resulta en la actualización de pocos términos de  $H_i$  (debido a la densidad de  $H$  y  $L$ ), esos con índices de fila de términos no nulos en la columna manejadora e índices de columna de términos no nulos en la fila conductora.

La matriz resultante jacobiana completa de  $F$  es dispersa. El porcentaje de términos no-cero varía de 12 a 17 para redes de prueba. Una característica interesante del esquema es que los términos de la columna manejadora no se utilizan en las multiplicaciones subsecuentes, lo cual permite la minimización de los requerimientos de memoria de cómputo.

Una vez que la matriz jacobiana expandida  $F$  se encuentra disponible, cualquier término de la matriz de sensibilidad de residuales  $W$  se puede obtener de filas dispersas  $i$  y  $j$  y los términos diagonales en  $D^{-1}$ .

$$b_{ij} = \sum_{p=1}^n f_{ip} f_{jp} d_{pp}$$

$$a_{ij} = \sigma_i^2 - b_{ij} \quad (i = j)$$

$$a_{ij} = -b_{ij} \quad (i \neq j)$$

$$W_{ij} = a_{ij} / \sigma_i^2$$

La técnica del jacobiano expandido permite un eficiente cálculo de los términos  $a_{ij}$  para la prueba de residuos normalizados así como para el cálculo rápido de los términos requeridos de  $W$  para la compensación de mediciones.

#### 4.3.4 Cálculo Lineal de Residuales en Mediciones

Como se estableció en un principio, el efecto de la eliminación de mediciones sospechosas es evaluado por medio del análisis de valores de la función objetivo y residuales normalizados del resto de las mediciones las cuales, a su momento, requieren el cálculo de residuales de medición. Sin embargo, en el método presentado, los valores de residuales de medición después de la eliminación de las mediciones sospechosas se obtienen sin el desarrollo de una solución de estado.

Cualquier disturbio  $\Delta Z$ , en el vector de medición  $Z$  se refleja en un cambio correspondiente en los residuales de medición  $\Delta r$ .

$$\Delta r = W \Delta Z \quad (4.53)$$

$$r_{\text{nuevo}} = r_{\text{base}} + \Delta Z \quad (4.54)$$

Se tiene que la relación (4.53) es notablemente lineal aún para desviaciones grandes de  $\Delta Z$ . Esto surge del hecho de que la matriz de sensibilidad de residuales  $W$  es relativamente insensible al estado y por lo tanto a cambios del vector de mediciones mientras que sigue siendo significativamente más afectada por cambios en la configuración de medición.

La relación (4.53) permite el cálculo de un cambio en el vector de residuales  $\Delta r$  de un cambio en el vector de mediciones  $\Delta Z$ . El vector de estado  $X$  no se requiere y por lo tanto no se requiere desarrollar una solución de estimación de estado.

La compensación de mediciones calcula  $\Delta Z$  como  $\Delta Z = (\Delta Z_c^t \ 0)^t$  siendo adecuada para la aplicación de (4.53)

El cálculo del nuevo vector de residuales  $r_{\text{nuevo}}$  requiere que las columnas de  $W$  de las mediciones compensadas se encuentren disponibles. En cada paso de identificación, cuando se añade una nueva medición al conjunto compensado, su correspondiente columna de  $W$  es calculada usando la técnica del jacobiano expandido. Esta formulación resulta en un cálculo significativamente más rápido del vector de residuales que el obtener éste a través de una reestimación.

Una vez que el vector de residuales se encuentra disponible, el valor de la función objetivo de las mediciones restantes siguientes a la compensación pueden ser fácilmente obtenidas. El cálculo de residuales normalizados, sin embargo, requiere del conocimiento de los términos de la diagonal de  $A$ .  $a_d = (a_{11} \dots a_{mm})^t$ , después de la eliminación de las mediciones sospechosas. Un nuevo valor de cualquier término de  $A$   $\hat{a}_{jk}$  siguiente a la pérdida de una medición no-crítica  $Z_i$  está dada por la ecuación (4.55).

$$\hat{a}_{jk} = a_{jk} - (a_{ji} a_{ik}) / a_{ii} \quad (4.55)$$

La aplicación del procedimiento de actualización (4.55) requiere la disponibilidad de la columna de  $A$  (o fila, ya que  $A$  es simétrica), de la medición eliminada. Este requisito siempre se satisface en este método, ya que las columnas de  $W$  de las mediciones compensadas son calculadas por el cálculo de residuales lineales y  $a_i = \sigma_i^2 W_i$ . Se puede demostrar que la relación (4.55) se mantiene cierta para la eliminación de más de una medición. La eliminación de varias mediciones requiere que el proceso de actualización se desarrolle en dos pasos en cada paso  $i$  de identificación:

1.  $\sigma_i$  debe ser actualizado primeramente  $i - 1$  veces para reflejar la eliminación de las mediciones anteriores a  $Z_i$ ,
2.  $a_d$  es por lo tanto actualizado para la eliminación de  $Z_i$ .

#### 4.3.5 Análisis Estadístico de los Errores Estimados en las Mediciones Compensadas

Como se demostró en la sección 4.3.2 la compensación final de la medición asume la eliminación de todos los datos anormales del conjunto de mediciones y proporciona el estimado de los errores de las mediciones compensadas  $\hat{e}_c$ . Las propiedades estadísticas de  $\hat{e}_c$  están basadas en la representación del vector de errores de medición  $e$ .

Si  $Z_i$  es un conjunto de datos válidos,  $e_i$  se asume que está normalmente distribuido con una media igual a cero y varianza  $\sigma_i^2$  [es decir,  $e_i$  es  $N(0, \sigma_i^2)$ ]. En caso de un punto de dato anormal, más que modelar esas mediciones como valores determinísticos, vamos a representarla como una variable aleatoria distribuida alrededor de un valor medio no-cero  $\bar{e}_i$  con varianza  $\sigma_i^2$ . Esta representación, a diferencia del modelado del error en HTL, deriva un modelo estadístico unificado para  $\hat{e}_{ci}$ , sin importar si  $Z_i$  es un dato anormal o no.

Los vectores de error y residual de medición se encuentran relacionados a través de una matriz de sensibilidad residual  $W$ .

$$r = W e \quad (4.56)$$

Particionando (4.56) en bloque  $c$  y  $r$  obtenemos (4.567)

$$r_c = W_{c,c} e_c + W_{c,r} e_r \quad (4.57)$$

La sustitución de (4.57) en (4.50) resulta en (4.58)

$$\hat{e}_c = e_c + W_{c,c}^{-1} W_{c,r} e_r \quad (4.58)$$

Ahora el valor medio y la covarianza de  $\hat{e}_c$  se pueden obtener.

$$E\left(\hat{e}_c\right) = \bar{e}_c$$

$$\text{COV}\left(\hat{e}_c\right) = \text{cov}\left(\hat{e}_c \quad \hat{e}_c^t\right) = R_c + R_c A_{c c}^{-1} A_{c r} R_r A_{c r}^t A_{c c}^{-1} R_c \quad (4.59)$$

Ya que  $W$  es una matriz igualmente potente.

$$W W = W \quad (4.60)$$

Expresando (4.60) en términos de la matriz  $A$  y particionando ésta en los bloques  $c$  y  $r$  obtenermos (4.61)

$$A_{c r} R_r A_{c r}^t = A_{c c} \left( I_c - R_c^{-1} A_{c c} \right) \quad (4.61)$$

sustituyendo (4.61) en (4.59) finalmente obtenemos

$$\text{COV}\left(\hat{e}_c\right) = R_c A_{c c}^{-1} R_c = Q_{c c} R_c$$

donde  $Q_{c c} = W_{c c}^{-1}$

El error estimado de la  $i$ -ésima medición compensada es por lo tanto, normalmente distribuida con media  $\hat{e}_{c j}$  y varianza  $q_{i i} \sigma_1^2$ . El error estimado normalizado  $\hat{e}_{N i}$  es normalmente distribuida con una media igual a cero y una varianza unitaria. La

identificación final es desarrollada comparando errores estimados normalizados de mediciones compensadas con el apropiado índice seleccionado  $\gamma$ .

$$\left| \hat{e}_{N_i} \right| \leq \gamma_i \quad Z_i \text{ es una medición buena}$$

$$\left| \hat{e}_{N_i} \right| > \gamma_i \quad Z_i \text{ es una medición anormal}$$

Ya que el método descrito conserva el número de mediciones eliminadas y por lo tanto la reducción de la redundancia local alrededor de los puntos de datos anormales en una forma mínima, las varianzas  $q_i; \sigma_i^2$  son por lo general pequeñas. Esto hace que el riesgo de no identificar las mediciones con errores anormales sea despreciable.

#### 4.3.6 Algoritmo Formal

- Paso 1. Desarrollar una solución de la estimación de estado de un caso base.
- Paso 2. Calcular el jacobiano completo y residuales normalizados pra el caso base.
- Paso 3. Desarrollar la prueba de detección.

Si la prueba es negativa terminar el proceso, en caso contrario váyase al paso 4.

Paso 4. Añada la medición con el mayor  $|r_{N_i}|$  al conjunto compensado.

Paso 5. Elimine las mediciones sospechosas através de compensación.

Obtener las correcciones de compensación  $\Delta Z_c$ .

Actualizar  $a_d$  para la nueva medición eliminada.

Paso 6. Desarrollar el cálculo lineal de  $r$ . Calcule nuevos valores para la función objetivo y residuales normalizados de las mediciones restantes.

Paso 7. Desarrollar la prueba de detección.

Si la prueba es negativa váyase al paso y, en caso contrario vaya a paso 4.

Paso 8. Desarrollar la clasificación final de las mediciones compensadas.

Identificar datos anormales. Devolver las mediciones válidas al conjunto de mediciones.

- Paso 9. Eliminar datos anormales através de compensación. Obtener la solución de estimación de estado final usando la matriz de ganancia factorizada del caso base.

#### 4.3.7 Casos de Estudio

Se presentan a continuación diversos casos de prueba de algoritmo presentado. Se utiliza como sistema de estudio la red formada por la Zona Coahuila del Area de Control Noreste de la Comisión Federal de Electricidad.

El esquema de medición presente en estos casos tendrá 30 grados de libertad con un límite superior de confianza igual a 53.

##### Caso 1

Se simula un error anormal de  $20\sigma$  en la parte activa de las mediciones de flujo de potencia en las líneas REC-FRO-400 y VDG-FRO-400, así como en el transformador REC 400/230. Los resultados del algoritmo se muestran a continuación.

paso	medición compensada	J	medición con mayor residual
	ninguna	926.9	REC-FRO-400
1	REC-FRO-400	577.3	REC 400/230
2	REC-FRO-400	297.2	VDG-FRO-400

	REC 400/230		
3	REC-FRO-400 REC 400/230 VDG-FRO-400	37.1	ninguna

### Análisis de Resultados Finales

mediciones anormales	error simulado (MW)	error estimado (MW)
REC-FRO-400	120.8	124.8
REC 400/230	30.2	35.4
VDG-FRO-400	120.8	123.3

### Caso 2

Referido al caso anterior, se incrementa en uno el número de mediciones anormales. La medición adicional es el flujo activo en el transformador FRO 230/400, con un error de  $20\sigma$ . Los resultados se muestran a continuación.

paso	medición compensada	J	medición con mayor residual
	ninguna	1151.8	REC-FRO-400
1	REC-FRO-400	765.9	REC-400/230
2	REC-FRO-400 REC 400/230	476.8	VDG-FRO-400

3	REC-FRO-400 REC 400/230 VDG-FRO-400	235.8	FRO 230/400
4	REC-FRO-400 REC 400/230 VDG-FRO-400 FRO 230/400	37.8	ninguna

### Análisis de Resultados Finales

mediciones anormales	error simulado (MW)	error estimado (MW)
REC-FRO-400	120.8	124.9
REC 400/230	30.2	35.4
VDG-FRO-400	120.8	123.3
FRO 230/400	30.2	29.8

Observaciones:

### DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

Como se puede ver el algoritmo llega a identificar los datos anormales a través de un proceso que no requiere la eliminación física de las mediciones como es el caso de otros algoritmos.

La cualidad anterior del algoritmo le capacita para manejar varias mediciones anormales evitando el riesgo de llegar a una condición de inobservabilidad por falta de medición.

# CAPITULO V



## OBSERVABILIDAD DE REDES DE TRANSMISION PARA LA ESTIMACION DE ESTADO

# UANL

---

Dentro de los primeros estudios publicados sobre observabilidad, está la referencia que fue de gran trascendencia en estudios posteriores sobre el tema. dicho trabajo pertenece al campo de la observabilidad topológica, y a continuación presento un resumen de sus conclusiones.

- Si se intenta la estimación de estado de una red no observable, el algoritmo de estimación no podrá realizarse, a causa de la singularidad de la matriz de coeficientes.
- Si tenemos una red con mediciones de flujo en líneas únicamente, una condición necesaria y suficiente para la observabilidad, es que el conjunto de líneas medidas sea capaz de formar un árbol de la red. Esto puede verse de la manera siguiente:

Consideremos la expresión para el flujo en una línea

$$S_{ij} = |V_i|^2 Y_{S_{ij}}^* + V_i Y_{B_{ij}} (V_i - V_j)$$

donde,

$V_i$  = voltaje complejo del nodo y

$Y_{B_{ij}}$  = impedancia serie de la línea

$Y_{S_{ij}}$  = admitancia shunt de la línea

Si se conoce el voltaje complejo en un extremo de la línea, entonces, se podrá determinar el del otro extremo. Asumamos, por simplicidad, que el bus de referencia tiene medición de magnitud de voltaje. Por lo tanto, el voltaje complejo es conocido. Ahora, los voltajes para los otros extremos de todas las líneas medidas, unidas al bus de referencia, pueden determinarse. Este procedimiento puede continuarse de semejante manera. Si el conjunto de mediciones forma un árbol de la red, todos los buses eventualmente serán alcanzados y, por lo tanto, todos los voltajes de bus podrán determinarse.

En el caso que la red no sea observable, contendrá secciones observables o islas, e islas no-observables. Una isla observable es un conjunto de buses de la red entre los cuales pueden determinarse los flujos de línea.

- Consideremos ahora una red en la cual están presentes sólo mediciones de inyección de potencia, y una magnitud de voltaje.

Un sistema de  $N$  buses, tiene un vector de estado de dimensiones  $2N-1$ , y como resultado es necesario que haya mediciones de inyección de potencia compleja en al menos  $N-1$  de los buses, de modo que haya al menos tantas mediciones como incógnitas.

Asumamos, sin pérdida de generalidad, que la magnitud de voltaje se mide en el bus 1, y además, que hay mediciones en los buses del 2 al N. La inyección de potencia en el bus y viene dada por:

$$S_i = V_i \sum_{j=1}^N Y_{ij}^* V_j^*$$

o

$$S_i = V_i \left[ \sum_{j=2}^N Y_{ij}^* V_j^* + Y_{i1}^* V_1^* \right]$$

En notación matricial, tenemos

$$S = (\text{diag } V) (Y^* V^* + Y_1^* V_1^*)$$

Parece razonable por lo tanto, que existirá una relación única entre S y V. En otras palabras, dos vectores diferentes de V no pueden producir el mismo conjunto de inyecciones complejas. Por lo tanto, V se determina únicamente por S y viceversa.

- En redes que contienen mediciones, tanto de flujo como de inyecciones, las líneas para las cuales no pueden determinarse sus flujos se usan para construir islas no-observables. Luego, con las mediciones de inyección se buscan las líneas que llegan a hacerse observables, y al fin quedarán determinadas las islas no-observables.

Como una conclusión, podemos decir que existe una correspondencia uno a uno, entre las leyes de la red y el conjunto de mediciones.

## 5.1 OBSERVABILIDAD TOPOLÓGICA

Se consideran mediciones de magnitud de voltaje, flujo real y reactivo en líneas, e inyecciones de potencia real y reactiva en buses. La red medida, consistiendo del sistema de potencia junto con un conjunto especificado de mediciones, se dice observable si las ecuaciones no-lineales de estimación, puede resolverse iterativamente, para un estimado  $\hat{x}$  de voltajes de bus. El cálculo de  $\hat{x}$  generalmente requiere que, en cada iteración, la matriz jacobiana de  $\underline{h}(\underline{x})$  sea de rango completo. Una deficiencia en el conjunto de medición, por lo tanto, se exhibe con una matriz jacobiana de menor rango.

Ahora, el punto de arranque usual para el cálculo iterativo de estimación de estado, es aquel que supone todos los ángulos en cero y todas las magnitudes de voltaje igual a la unidad. Adicionalmente, durante las iteraciones los estados estimados permanecen en la vecindad de los puntos de arranque. Consecuentemente, es generalmente suficiente examinar el rango de la matriz jacobiana en  $\underline{x} =$  punto de arranque. El jacobiano de  $\underline{h}(\underline{x})$  puede aproximarse a:

$$\frac{d\underline{h}}{d\underline{x}}(\underline{x} = \text{punto de arranque}) = \begin{bmatrix} H_{\delta} & 0 \\ 0 & H_v \end{bmatrix} \quad 5.1 \text{ (R)}$$

Esta aproximación, se basa en el desacoplamiento P- $\delta$ /Q-V, y es válido para redes con líneas que tienen una alta relación X/R y admitancias a tierra despreciables. El valor de esta aproximación se basa en la observación de que la estructura de las matrices  $H_{\delta}$ ,  $H_v$  se determina solamente por la topología de la red y los tipos y localizaciones de las mediciones. Esta observación, hace posible idear una prueba cualitativa de los rangos de  $H_{\delta}$ ,  $H_v$  que es puramente combinatorio; esto es, las pruebas involucran cálculos sin punto flotante.

Con cada una de las matrices  $H_s$ ,  $H_v$  se puede asociar una red media  $X = [G(X), M(X)]$ , que consiste de una gráfica  $G(X)$  y un conjunto  $M(X)$  de nodos y ramas de  $G(X)$ , en las cuales están localizadas las mediciones. En el caso de la matriz de mediciones de potencia real  $H_s$ , la gráfica  $G(X)$ , consiste del diagrama unifilar del sistema de potencia, y el conjunto de mediciones  $M(X)$  consiste de cada nodo (bus) en el cual hay una medición de inyección de potencia real, y cada rama (línea) en la cual hay medición de flujo de potencia. Generalmente, se dispone de mediciones de potencia en pares de mediciones real y reactiva, y hay más de una medición de voltaje; consecuentemente, la matriz  $H_v$  es de rango completo siempre que  $H_s$  lo sea. En este caso, es suficiente sólo probar el rango de  $H_s$ .

Para establecer la conexión entre la teoría combinatoria de observabilidad y la matriz de medición  $H$ , se requieren varias definiciones.

Un bosque  $F$  es una subgráfica de  $G(X)$  libre de lazos. Dejemos que  $c_F$  denote el número de componentes (piezas conectadas) de  $F$ . Un árbol de extensión completa, es un árbol que contiene todo nodo de  $X$ .

El resultado fundamental de la teoría de observabilidad presentado en ese trabajo, puede escribirse así:

### DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

**Resultado 1.** La red medida  $X$  es observable si y sólo si,  $X$  contiene un árbol de extensión completa de rango completo.

Un resultado final, involucra la noción de medición crítica. Una medición se dice crítica, si su pérdida causa que el rango de la matriz de medición se decremente. Así, una medición crítica propociona información independiente que no puede corroborarse con otras mediciones.

### 5.1.1 Método de observabilidad de Monticelli-Wu

En la etapa de diseño, las siguientes cuestiones respecto al conjunto de mediciones, surgen naturalmente

- (1) Hay suficientes mediciones para hacer posible la estimación de estado?
- (2) Si no, dónde deberían colocarse medidores adicionales, de modo que sea posible la estimación de estado?

La observabilidad depende del número de mediciones y de su distribución geográfica. La primera cuestión aquí expuesta, se relaciona con la prueba de observabilidad. La segunda cuestión, es la colocación de medidores para hacer posible la observabilidad.

Los algoritmos para la prueba de observabilidad basados en enfoques heurísticos que se resumieron al principio, resultaron ser computacionalmente complejos.

### 5.1.2 El estimador de estado linealizado (DC)

Aquí derivaremos el estimador de estado de DC, que tiene las mismas características que el flujo de carga de DC  $(B\theta = P)$

DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

Las mismas aproximaciones usadas al obtener la matriz  $B'$  del flujo de carga desacoplado rápido (o la matriz  $B$  de flujo de carga DC), pueden usarse para simplificar la matriz jacobiana  $H_{p\theta}$  (estimador desacoplado), así como la matriz de ganancia  $G_{\theta}$ :

- a) Perfil de voltaje plano, esto es,  $\underline{V} = 1$  p.u. y  $\underline{\theta} = 0$
- b) Susceptancias de líneas aproximadas por  $1/x$ , donde  $x$  es la reactancia de la línea.

Llamemos  $G_{\theta}^0$  la matriz de ganancia resultante.

El estimador de estado DC, calcula los ángulos del voltaje, al resolver la ecuación:

$$\mathbf{G}_\theta^0 \underline{\theta} = \mathbf{H}_{p\theta}^t \mathbf{W}_p \underline{z}_p \quad 5.2$$

que básicamente corresponde a desarrollar la primera  $\theta$ -iteración del estimador de estado desacoplado rápido.

El estimador de estado linealizado (5.2), es equivalente a un problema de mínimos cuadrados lineal. Escribamos  $\mathbf{H} = \mathbf{W}_p^{1/2} \mathbf{H}_{p\theta}$  y  $\underline{\delta} = \mathbf{W}_p^{1/2} \underline{z}_p$ . Entonces, (5.2) es equivalente a la solución del siguiente problema de mínimos cuadrados: Determinar un vector  $\underline{\theta}$  que minimiza la suma de cuadrados del vector residual  $\underline{r}$ :

$$\left[ \mathbf{H}_{p\theta}^t \mathbf{W}_p^{1/2} \mathbf{W}_p^{1/2} \mathbf{H}_{p\theta} \right] \underline{\theta} = \mathbf{H}_{p\theta}^t \mathbf{W}_p^{1/2} \mathbf{W}_p^{1/2} \underline{z}_p$$

$$\mathbf{H}^t \mathbf{H} \underline{\theta} = \mathbf{H}^t \underline{\delta} \quad 5.3$$

$$\underline{r} = \underline{\delta} - \mathbf{H} \underline{\theta} \quad 5.4$$

### DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

La teoría de observabilidad que se presente aquí, se basa en el estimador de estado linealizado (5.2). Pueden hacerse las mismas aproximaciones para  $\mathbf{H}_{qv}$ , así como para  $\mathbf{G}_v$  en el modelo de potencia reactiva.

Para la observabilidad de la red, nos interesa los flujos de potencia en la red y las mediciones hechas en ella. Dado un vector de estado  $\underline{\theta}$ , el flujo de potencia a través de la línea que conecta los buses  $k$  y  $m$  es igual a  $(\theta_k - \theta_m)/x_i$ . Para la observabilidad sólo nos interesa el hecho de si el flujo es cero o no, no el valor numérico real del flujo cuando

es no-cero. Por lo tanto, por simplicidad hacemos  $x_i = 1$  y el flujo será igual a la diferencia  $\theta_k - \theta_m = \delta_i$ . Usando la matriz de incidencia de la red  $A$ , el conjunto de flujos  $\delta_i$ , pueden escribirse como:

$$\underline{\delta} = A^t \underline{\theta} \quad 5.5$$

Así,

$$\delta_i = \begin{matrix} & k & m \\ \begin{bmatrix} 1 & -1 \end{bmatrix} & & \end{matrix} \underline{\theta} \quad 5.6$$

Por otro lado, dado el vector de estado  $\underline{\theta}$ , el conjunto de mediciones se escribe como:

$$\underline{\delta} = H \underline{\theta} \quad 5.7$$

Para la potencia real hay dos tipos de mediciones:

i) Flujo de línea. Si la medición  $i$  es el flujo en la línea que va del bus  $k$  al  $m$ , entonces

$$\delta_i = \begin{matrix} & k & m \\ \begin{bmatrix} h_i & -h_i \end{bmatrix} & & \end{matrix} \underline{\theta} \quad 5.8$$

ii) Inyección. Si la medición  $i$  es la inyección en el bus  $k$ , donde el bus  $k$  está conectado con los buses  $m$ ,  $n$  y  $l$ , entonces

$$P_k = (\theta_k - \theta_l)/x_{kl} + (\theta_k - \theta_m)/x_{km} + (\theta_k - \theta_n)/x_{kn}$$

$$\delta_i = \begin{array}{cccc} & l & k & m & n \\ \hline & -h_l & \Sigma & -h_m & -h_n \end{array} \theta \quad 5.9$$

donde:  $\Sigma = h_m + h_l + h_n$

Para el modelo de potencia reactiva hay un tipo adicional de medición, que es la medición de magnitud de voltaje. La correspondiente al modelo de potencia real sería la medición del ángulo de voltaje. Aunque esta medición no está disponible en la vida real, es útil incluirla.

iii) Voltaje. Si la medición  $i$  es el ángulo del voltaje en el bus  $i$ , entonces

$$\delta_i = \begin{array}{c} i \\ \hline 1 \end{array} \theta \quad 5.10$$

Intuitivamente llamamos a una red "observable", si cualquier flujo en la red puede ser observado por algún tipo de indicación en el conjunto de mediciones. En otras palabras, siempre que haya cualquier flujo no-cero en la red, al menos una de las mediciones debería leer no-cero. Esto es equivalente a decir que la red es observable, si, siempre que todas las mediciones sean igual a cero, implica que todos los flujos son cero. Cuando una red es no-observable, significa que es posible tener todas las mediciones cero, aún teniendo, sin embargo, flujos no-cero en la red. En tales casos, aquellas ramas que tienen flujo no-cero serán llamadas ramas inobservables.

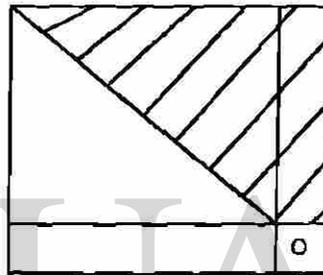
Definiciones. Una red se dice observable si para todo  $\theta$  tal que  $H\theta = 0$ ,  $A^t \theta = 0$ .

Cualquier estado  $\theta^*$  para el cual  $H\theta^* = 0$ ,  $A^t \theta^* \neq 0$ , será llamado un estado inobservable.

Teorema:

Asuma que no hay medición de voltaje, entonces los siguientes enunciados son equivalentes:

- (i) La red es observable
- (ii) Sea que  $\bar{H}$  se obtiene de  $H$  al borrar cualquier columna, entonces  $\bar{H}$  es de rango completo.
- (iii) La factorización triangular reduce la matriz de ganancia  $G = H^t H$  a la siguiente forma



donde el área sombreada corresponde a posibles elementos no-cero.

Prueba.

Postulado:

$$\underline{\theta} = \alpha \underline{e} \quad A^t \underline{\theta} = \underline{0}$$

donde,  $\underline{e} = (1, 1, \dots, 1)^t$ ,  $\alpha$  es cualquier número real.

Si  $\underline{\theta} = \alpha \underline{e}$ , entonces

$$A^t \underline{\theta} = A^t (\alpha \underline{e}) = \alpha A^t \underline{e} = \alpha (\underline{0}) = \underline{0}$$

Si  $A^t \underline{\theta} = \underline{0}$ , implica que si tengo una línea (i, j)

$$\theta_i = \theta_j$$

i) para todo  $\underline{\theta}$  tal que  $H \underline{\theta} = \underline{0}$ , se tiene que

$$A^t \underline{\theta} = \underline{0}$$

ii) para todo  $\underline{\theta}$  tal que  $H \underline{\theta} = \underline{0}$ , se tiene que

$$\underline{\theta} = \alpha \underline{e}$$



$$H \underline{\theta} = \underline{0}$$

Sea  $\underline{H}$  la matriz que resulta de eliminar la columna k de  $H$ , denotada  $\underline{h}$ . Sea

$$\underline{H} = [h_1, h_2, \dots, h_{n-1}]$$

cuando quitamos la n-ésima columna

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN

DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

$$\underline{H} \underline{\theta} = \underline{0}$$

$$[h_1, h_2, \dots, h_{n-1}] \begin{bmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \\ \vdots \\ \theta_{n-1} \end{bmatrix} = \underline{0}$$

Esto es idéntico a tener:

$$[h_1, h_2, \dots, h_{n-1}, h_n] \begin{bmatrix} \bar{\theta}_1 \\ \bar{\theta}_2 \\ \vdots \\ \bar{\theta}_{n-1} \\ 0 \end{bmatrix} = 0$$



$$\theta = \alpha \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ \vdots \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{\theta}_1 \\ \bar{\theta}_2 \\ \vdots \\ \bar{\theta}_{n-1} \end{bmatrix} \Rightarrow \bar{\theta} = 0$$

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN



DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

Tenemos que

$$H \bar{\theta} = 0$$

$$\begin{bmatrix} \bar{H} & h_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{\theta} \\ \theta_n \end{bmatrix} = 0$$

que equivale a

$$\bar{H} \bar{\theta} + h_n \theta_n = 0$$

Sea  $\alpha = 1$  ( $\alpha$  es cualquier real):

$$\bar{H} \bar{\theta} = -h_{\bar{n}}$$

$$\bar{H} \bar{e} = -h_{\bar{n}}$$

$\bar{e}_{\bar{n}}$ , es igual a  $e$ , excepto que sólo contiene  $n - 1$  componentes.

Enunciado:

$H$  es de rango completo

$$\bar{H} \bar{\theta} = 0 \Rightarrow \bar{\theta} = 0$$

Si  $H$  es de rango completo  $\bar{H}^t \bar{H}$  es matriz no-singular.

$\bar{H}$  es de orden  $m \times (n - 1)$

$\bar{H}^t \bar{H}$  es de orden  $(n - 1) \times (n - 1)$

Demostración:

$$[\bar{H}^t \bar{H}] \bar{\beta} = 0 \quad (a)$$

$\bar{\beta}$  es un vector de  $(n - 1)$  componentes

suponga que existe solución de (a) con  $\bar{\beta} \neq 0$ . Entonces premultiplicando por  $\bar{\beta}^t$ :

$$\bar{\beta}^t \bar{H}^t \bar{H} \bar{\beta} = 0; (\bar{H} \bar{\beta})^t (\bar{H} \bar{\beta}) = 0 \quad \text{pero sabemos que}$$

$\bar{y}^t \bar{y}$  es sólo una suma de cuadrados, por lo que,

$$\bar{y}^t \bar{y} = 0 \Rightarrow \bar{y} = 0$$

Por lo tanto,

$$\underline{H} \underline{\beta} = \underline{0} \Rightarrow \underline{\beta} = \underline{0}$$

o sea que la combinación es linealmente independiente..

Así que  $\underline{H}^t \underline{H}$  es no-singular.

Teníamos que:  $\underline{H} \underline{e}_{\sim n-1} = -\underline{h}_{\sim}$

Premultiplicando:

$$\underline{H}^t \underline{H} \underline{e}_{\sim n-1} = -\underline{H}^t \underline{h}_{\sim}$$

$$\underline{e}_{\sim n-1} = -(\underline{H}^t \underline{H})^{-1} \underline{H}^t \underline{h}_{\sim} \quad (b)$$



Suponga que:

$$\underline{H} \underline{\theta}_{\sim} = \underline{0}$$

$$\underline{H} \underline{\theta}_{\sim} + \underline{h}_{\sim} \theta_n = 0$$

entonces:

$$\underline{H} \underline{\theta}_{\sim} = -\underline{h}_{\sim} \theta_n$$

que puede convertirse en:

$$\underline{\theta}_{\sim} = -(\underline{H}^t \underline{H})^{-1} \underline{H}^t \underline{h}_{\sim} \theta_n$$

Usando (b):

$$\underline{\theta}_{\sim} = \underline{e}_{\sim n-1} \theta_n$$

Por lo tanto,(a) es cierto.

Sea 
$$H = \begin{bmatrix} \bar{H} & \bar{h} \\ \tilde{H} & \tilde{h} \end{bmatrix}$$

$$G = H^t H = \begin{bmatrix} \bar{H}^t & \bar{h}^t \\ \tilde{H}^t & \tilde{h}^t \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{H} & \bar{h} \\ \tilde{H} & \tilde{h} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{H}^t \bar{H} & \bar{H}^t \bar{h} \\ \bar{h}^t \bar{H} & \bar{h}^t \bar{h} \\ \tilde{H}^t \bar{H} & \tilde{H}^t \bar{h} \\ \tilde{H}^t \tilde{H} & \tilde{H}^t \tilde{h} \\ \tilde{h}^t \bar{H} & \tilde{h}^t \bar{h} \\ \tilde{h}^t \tilde{H} & \tilde{h}^t \tilde{h} \end{bmatrix}$$

Como  $\bar{H}^t \bar{H}$  es no-singular, al triangularizar la matriz  $G$  tomará la forma que muestra

(iii).

Nótese que si  $\bar{H}^t \bar{H}$  es no-singular, es exactamente la condición que se necesita para que el estimador (5.3) tenga una solución única. Así, el teorema implica que una red es observable si y sólo si el problema de estimación de estado puede resolverse con una solución única.

### 5.1.3 Determinación de estados no-observables.

Cuando la red es no-observable, procedemos a encontrar un estado inobservable, que es una solución de  $H \underline{\theta} = \underline{0}$ . La solución de  $\underline{\theta} = \underline{0}$  es sensitiva a los valores numéricos de los elementos de  $H$ . Esto es altamente indeseable. El lemma de abajo proporciona una manera alternativa de resolver  $H \underline{\theta} = \underline{0}$ .

Lemma.  $H \underline{\theta} = \underline{0}$  si y sólo si  $(H^t H) \underline{\theta} = \underline{0}$ .

Prueba.: Premultiplicando  $H \underline{\theta} = \underline{0}$  por  $H^t$ .

Premultiplicando  $(H^t H) \underline{\theta} = \underline{0}$  por  $\underline{\theta}^t$  resulta en; que  $\|H \underline{\theta}\|^2 = 0$ , que implica que

$$H \underline{\theta} = \underline{0}.$$

Cuando la red dada es no-observable, la factorización triangular reduce  $G = H^t H$  a la forma siguiente

$$\begin{array}{|c|c|} \hline \text{[Shaded] & \text{[Shaded]} \\ \hline \text{[Shaded]} & 1 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{|c|} \hline \theta_a \\ \hline \theta_b \\ \hline \end{array} = \begin{array}{|c|} \hline 0 \\ \hline \text{[Shaded]} \\ \hline \end{array} \quad 5.11$$

Para cualquier  $\theta_b$  arbitrario, por ejemplo,  $\theta_b = (0, 1, 2, \dots)^t$ , resolver la mitad superior de ec. (5.11) produce un  $\theta_a$ , entonces  $(\theta_a, \theta_b)$  es un estado inobservable.

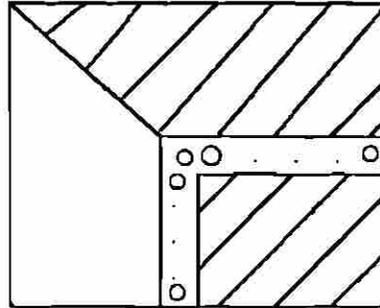
Una manera alternativa de obtener el mismo estado inobservable  $(\theta_a, \theta_b)$  es:

- (i) reemplazar los elementos diagonales de la matriz inferior derecha por 1's, y
- (ii) reemplazar el lado derecho correspondiente de (5.11) por  $(0, 1, \dots)^t$ ,
- (iii) resolver la ecuación resultante

$$\begin{array}{|c|c|} \hline \text{[Shaded] & \text{[Shaded]} \\ \hline \text{[Shaded]} & \text{[Circle]} \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{|c|} \hline \theta_a \\ \hline \theta_b \\ \hline \end{array} = \begin{array}{|c|} \hline 0 \\ \hline \text{[Shaded]} \\ \hline \end{array} \quad 5.12$$

Note que (5.12) es idéntica a la ecuación de estimación de estado (5.3) con las pseudomediciones de los ángulos de voltaje en los buses correspondientes a  $\theta_b$ , y todas las otras mediciones puestas en cero.

**Teorema.** En la factorización triangular de la matriz de ganancia  $G$ , si se encuentra un pivote cero, entonces el resto del renglón y la columna son cero, esto es,  $G$  se reduce a la forma:



**Prueba.** Sea  $H = [H_1 \ h_2 \ H_3]$ , donde  $h_2$  es una columna

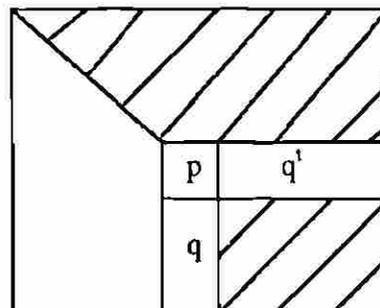
$$G = H^t H = \begin{bmatrix} H_1^t \\ h_2^t \\ H_3^t \end{bmatrix} [H_1 \ h_2 \ H_3]$$

$$\begin{bmatrix} H_1^t H_1 & H_1^t h_2 & H_1^t H_3 \\ h_2^t H_1 & h_2^t h_2 & h_2^t H_3 \\ H_3^t H_1 & H_3^t h_2 & H_3^t H_3 \end{bmatrix}$$

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN

La factorización triangular reduce  $G$  a

DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS



donde

$$p = h_2^t h_2 - h_2^t H_1 (H_1^t H_1)^{-1} H_1^t h_2$$

$$q = h_2^t H_3 - h_2^t H_1 (H_1^t H_1)^{-1} H_1^t H_3$$

La situación aquí es que tenemos  $p = 0$ . Se prueba primero la siguiente aseveración.

$$H_1^t H_1 \text{ no-singular y } p = 0$$

Sí sólo si las columnas de  $H_1$  son linealmente independientes y  $h_2 = H_1 \underline{\alpha}$  para algún vector  $\underline{\alpha}$ .

Al sustituir  $h_2 = H_1 \underline{\alpha}$  en la expresión de  $p$ , obtenemos 0.

Suponga que las columnas de  $(H_1 \ h_2)$  son linealmente independientes, entonces la matriz.

$$\begin{bmatrix} H_1^t H_1 & H_1^t h_2 \\ h_2^t H_1 & h_2^t h_2 \end{bmatrix} \quad (5.13)$$

es no-singular. El determinante de la matriz (5.13) es igual al producto  $\det (H_1^t H_1) \det (p)$ , ya que  $H_1^t H_1$  es no-singular,  $p \neq 0$ . Hemos llegado a una contradicción. Por lo tanto se prueba la aseveración. Usando el resultado de que  $p = 0$  implica  $h_2 = H_1 \underline{\alpha}$ , sustituyendo en  $q$ , se obtiene  $q = 0$ .

La implicación de éste teorema es que siempre que se encuentre un pivote cero, durante el proceso de factorización triangular, de  $G$ , el correspondiente  $\theta$  pertenece a  $\theta_b$ , y puede serle asignado un valor arbitrario en la obtención de un estado inobservable. O

equivalente, se adiciona una  $\theta$ -pseudomedición a ese nodo. En otras palabras, el pivote cero en  $G$  se reemplaza por un 1, y el correspondiente lado derecho 0 se reemplaza por el valor asignado a la  $\theta$ -pseudomedición. La factorización triangular puede entonces continuar. Una red es observable sí y sólo sí hay sólo un pivote cero, que necesariamente sucede al final, mientras que cuando la red es no-observable se encuentran más de un pivote cero en la factorización triangular de  $G$ .

#### 5.1.4 Algoritmo de colocación de mediciones

Este algoritmo selecciona un conjunto de pseudomediciones adicionales para hacer la red puramente observable. La selección se desarrolla secuencialmente, al adicionar una pseudomedición a la vez. Los candidatos para pseudomediciones adicionales, para hacer la red totalmente observable, son las mediciones de inyección en nodos que pertenecen a diferentes islas observables. Las pseudomediciones adicional, observables; así se van agrandando las islas. Para garantizar que la nueva medición de inyección no sea redundante, debería seleccionarse en un nodo en el cual la potencia de inyección en nodos que pertenecen a diferentes islas observables. Las pseudomediciones adicional si no es redundante, hará algunas ramas inoservables, observables, así se van agrandando las islas. Para garantizar que la nueva medición de inyección no sea redundante, debería seleccionarse en un nodo en el cual la potencia de inyección calculada ( estimada ) sea no-cero. Así, se puede diseñar en algoritmos para colocación de mediciones, que mezcla en sí mismo los conceptos básicos de algoritmos de observabilidad. El algoritmo presentado en seguida es una expresión concreta de tal idea. El requerimiento computacional del algoritmo depende de un esquema eficiente para renovar los factores triangulares de la matriz de ganancias, después que se adiciona una nueva medición.

1. Formar la matriz de ganancia  $G_0$ .
2. Desarrollar la factorización triangular de  $G_0$  introduciendo  $\theta$ -pseudomediciones siempre que se encuentre un pivote cero. Si sólo ocurre un pivote cero, termina.

3. Resolver la ec. del estimador DC, para  $\hat{\theta}$  considerando todos los valores medidos igual a cero, excepto para las  $\theta$ -pseudomediciones que asumen los valores  $\theta_k = 0, 1, 2, \dots$
4. Determine el conjunto de nodos que no tengan medición de inyección y cuyas ramas adyacentes tienen al menos un flujo no-cero. Esos nodos son candidatos a tener pseudomedición de inyección. Si no hay nodos candidatos, termina. De otro modo.
5. Introducir una pseudomedición de inyección en uno de los nodos candidatos y renovar los factores LDL<sup>t</sup> de  $G_{\theta}$ .
6. Resolver el estimador DC para  $\hat{\theta}$ , como en 3., calcular los residuos  $\theta_k^m - \theta_k$  para todas las  $\theta$ -pseudomediciones con residual no-cero. Renovar los factores LDL<sup>t</sup> de  $G_{\theta}$ .
7. Regresar al paso 3.

Ejemplo

Considere la red inobservable de la fig. 5.1

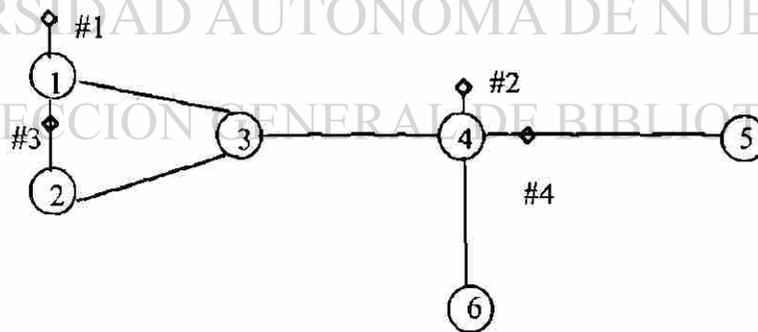


Fig. 5.1 Red de seis nodos del ejemplo

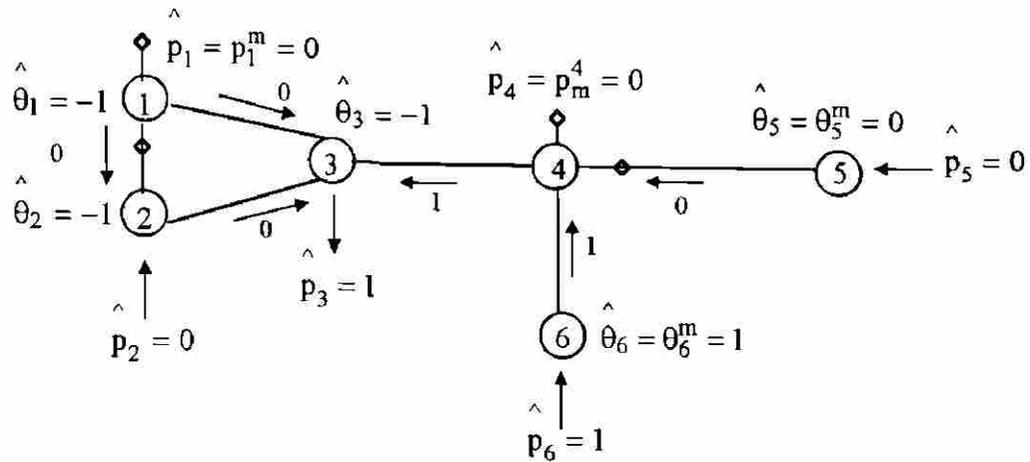


Fig. 5.2 Estado de la red durante la primera iteración

1. La matriz de ganancias es :

$$H = \begin{bmatrix} 2 & -1 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 3 & 0 & -1 \\ 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$G = \begin{bmatrix} 5 & -3 & -2 & 0 & 0 & 0 \\ -3 & 2 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ -2 & 1 & 2 & -3 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & -3 & 10 & -4 & -3 \\ 0 & 0 & 1 & -4 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & -3 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

2. Por eliminación gaussiana, tenemos

$$L = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -3/5 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -2/5 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -3 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{matrix} \\ \\ \\ \\ \leftarrow \theta_5^m \\ \leftarrow \theta_6^m \end{matrix}$$

$$D = \begin{bmatrix} 5 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1/5 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Se han introducido  $\theta$ -pseudomediciones en nodos 5 y 6.

3. En este paso, debemos resolver  $G_\theta \theta = H_{pe}^t W_p z$ . Tomadas las mediciones se

hacen igual a cero, excepto las  $\theta$ -pseudomediciones que son  $\theta_5^m = 0$  y  $\theta_6^m = 1$ . <sup>®</sup>

Así, el vector independiente es

$$H_{p\theta}^t W_p z = (0, 0, 0, 0, 0, 1)^t$$

Todos los  $w_p$  son igual a la unidad.

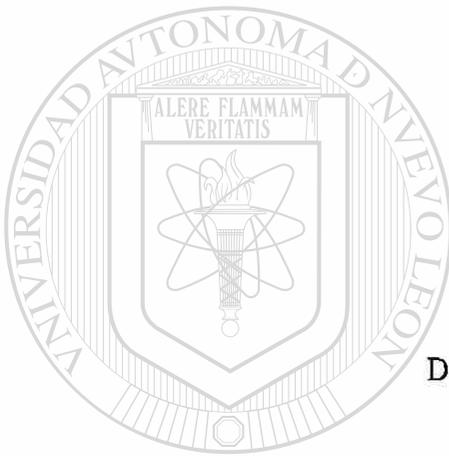
La solución  $\hat{\theta}$  se obtiene a través de los factores LDL<sup>t</sup>:

$$\hat{\theta} = (-1, -1, -1, 0, 0, 1)^t$$

La solución se muestra en la fig. 5.2

4. El conjunto de nodos a tener pseudomedición de inyección es (3,6).
5. Se introduce una pseudomedición de inyección en el nodo 6. Los nuevos factores  $LDL^t$  se obtienen usando el algoritmo del apéndice C:

$$L = \begin{bmatrix} 1 & & & & & & \\ -3/5 & 1 & & & & & \\ -2/5 & -1 & 1 & & & & \\ 0 & 0 & -3 & 1 & & & \\ 0 & 0 & 1 & -1/2 & 1 & & \\ 0 & 0 & 1 & -1/2 & -1/3 & 1 & \end{bmatrix}$$



$$D = \text{Dia} \begin{bmatrix} 5 \\ 1/5 \\ 1 \\ 2 \\ 3/2 \\ 4/3 \end{bmatrix}$$

UNANL

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN

DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

6. Al resolver  $G_{\theta} \theta = H_{p_{\theta}}^t W_p z$  para  $\hat{\theta}$ , considerando

$p_1^m = p_4^m = p_6^m = p_{1,2}^m = p_{4,5}^m = 0$ ,  $\theta_5^m = 0$  y  $\theta_6^m =$ , tenemos

$\hat{\theta} = (1/2, 1/2, 1/2, 1/2, 1/4, 3/4)^t$  Los  $\theta$ -residuos son

$\theta_5^m - \theta_5 = -1/4$  y  $\theta_6^m - \theta_6 = 1/4$  Se remueve la pseudomedición  $\theta_6^m$ . Los nuevos factores  $LDL^t$ , son los mismos que en paso 5, excepto  $D(6,6) = 1/3$

7. Resolver  $G_{\theta} \theta = H_{p_{\theta}}^t W_p z$  para  $\hat{\theta}$ , considerando  $p_1^m = p_4^m = p_6^m = p_{1,2}^m = p_{4,5}^m = 0$  y

$\theta_5^m = 0$ ,

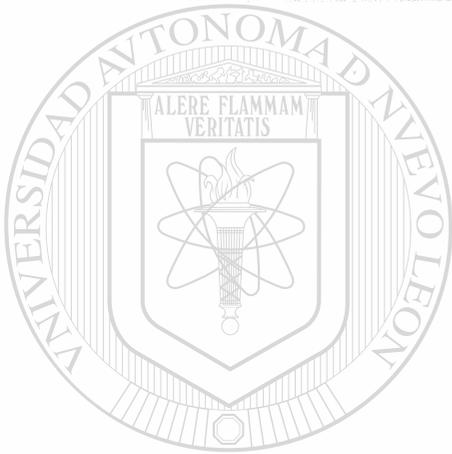
se tiene

$$\hat{\theta} = (0, 0, 0, 0, 0, 0)^t$$

8. La red es observable.

Las características fundamentales del algoritmo de observabilidad presentado son:

- Simpleza
- Usa subrutinas ya presentes en el programa de estimación de estado.
- Es numéricamente estable y robusto.



# UANL

---

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN

DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS



# CAPITULO VI

## CASOS PRACTICOS DE ESTUDIO

### Introducción

Para efectuar el análisis de una falla o cambio en la topología de una red eléctrica desde un Centro de Control, debe conocerse el estado eléctrico actual del sistema, lo cual no es una tarea simple, dada la naturaleza aleatoria de las mediciones y de los diversos factores que afectan la transmisión de datos; el conjunto de mediciones es perturbado continuamente por errores.

### DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

A fin de “filtrar” en lo mayor posible, los errores aleatorios, eliminar las mediciones dudosas y determinar el conjunto coherente “más probable” para las variables eléctricas, se hace uso de un estimador de estado. Este es un algoritmo basado en el análisis estadístico de las mediciones redundantes, relacionadas entre sí las ecuaciones eléctricas de la red.

El estimador de estado es un procesador de información formado por cuatro etapas fundamentales: Configurador de la red, cálculo de variables de estado y la detección e identificación de errores anormales. El resultado de la interacción de estas etapas da por

resultado una base de datos validada y suficientemente confiable para llevar a cabo acciones de control.

Un problema que puede ser común, en sistemas con estructura radial, es la falta de mediciones de variables, ya sea por razones económicas o debido a desperfectos en el equipo de medición ya instalado. Lo anterior genera esquemas de medición con baja redundancia. Esto causa que el estimador no se encuentre preparado para detectar e identificar errores anormales en la base de datos de las zonas con redundancia reducida.

Una falla en las características de detección e identificación del estimador hace cuestionable su utilización para evaluar la seguridad del sistema. En este trabajo se presentan los cambios necesarios en los procedimientos para la detección e identificación de errores, de manera que el operador de sistema tenga mayor información sobre el proceso de estimación.

Se incluyen ejemplos ilustrativos que muestran claramente los problemas que se presentan en sistemas con baja redundancia. En el análisis de estos casos se emplea una parte de la red de CFE en el Area Noreste.

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN

## 6.1 DETECCIÓN E IDENTIFICACIÓN DE DATOS ANORMALES

DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

Estos importantes atributos del estimador de estado se encuentran sustentados en pruebas de hipótesis. El estimador realiza esta función recurriendo al análisis estadístico de los residuos normalizados.

La aceptación o rechazo de los resultados se lleva a cabo en la etapa de detección de errores anormales. Lo anterior consiste en verificar la certeza probabilística de los datos a través de una prueba de hipótesis sobre el índice  $J$ . Este índice tiene una distribución Ji-cuadrada ( $\chi^2$ )

La identificación de datos con errores anormales se lleva a cabo recurriendo al análisis estadístico del valor absoluto de los residuales normalizados.

$$t = \frac{|Z^m - Z^{\theta}|}{s\sqrt{\Pi_{ii}}}$$

donde :

$Z^m$  es la medición de la variable

$Z^{\theta}$  es el estimado de la variable de interés

$$s = \gamma \left( \hat{J} / Ngl \right)$$

$\hat{J}$  valor mínimo del índice J

Ngl número de grados de libertad

$\Pi_{ii}$  varianza estimada del residual correspondiente a la medición y.

Elemento diagonal de la matriz de covarianzas de residuales  $\Pi$ .

la matriz  $\Pi$  es calculada en forma desacoplada:

$$\Pi_p = W_p^{-1} - H_{p\theta} \left( H_{p\theta}^t W_p H_{p\theta} \right)^{-1} H_{p\theta}^t$$

$$\Pi_Q = W_Q^{-1} - H_{Qv} \left( H_{Qv}^t W_Q H_{Qv} \right)^{-1} H_{Qv}^t$$

Por medio de una prueba de hipótesis sobre el índice  $t$  es factible determinar (probabilísticamente) los datos anormales.  $t$  posee una distribución "T" (t student). Una alternativa para identificar el dato con la mayor probabilidad de error es la selección del residual normalizado de mayor valor.

Lo anterior por lo general lleva a utilizar el siguiente algoritmo.

1. Seleccionar la medición con el residual de mayor valor.
2. Remover la medición
3. Repetir el proceso de estimación
4. Realizar la prueba de detección de datos falsos. Si los hubiera, reiniciar con el punto 1

La eliminación de datos anormales lleva implícito una reducción en la redundancia del esquema de medición, implicando ello el riesgo de que el sistema no sea observable para el esquema de medición resultante.

#### 6.1.1 Algoritmo Generalizado de Identificación de Datos Anormales

En sistemas poco mallados se presenta frecuentemente el problema de falta de redundancia, el cual suele impactar las distintas etapas del estimador.

En la etapa de cálculo de las variables de estado existirán casos en que la falta de mediciones en la parte reactiva provoque que la matriz de ganancia reactiva sea singular.

Así como el hecho de que ambas matrices se encuentren mal acondicionadas, dificultando el proceso de convergencia en el estimador.

Es en las etapas de detección e identificación de errores donde la falta de redundancia llega a adquirir un papel de considerable relevancia, ya que por este motivo el estimador podrá eventualmente entregar resultados erróneos, dificultando la toma de decisiones operativas en un Centro de Control.

En la etapa de identificación suelen presentarse los siguientes casos:

1. Varianza del residual con un valor pequeño y negativo, dando por resultado residuos complejos.
2. Varianza de residual igual a cero, produciendo cocientes indeterminados.
3. Varianza de residual positiva y de valor reducido, arrojando en consecuencia residuales normalizados de valor muy elevado.
4. Resultados cuya relación residual-desviación estándar produce un valor relativamente normal, aún cuando la varianza del residual adquiere un valor relativamente pequeño.

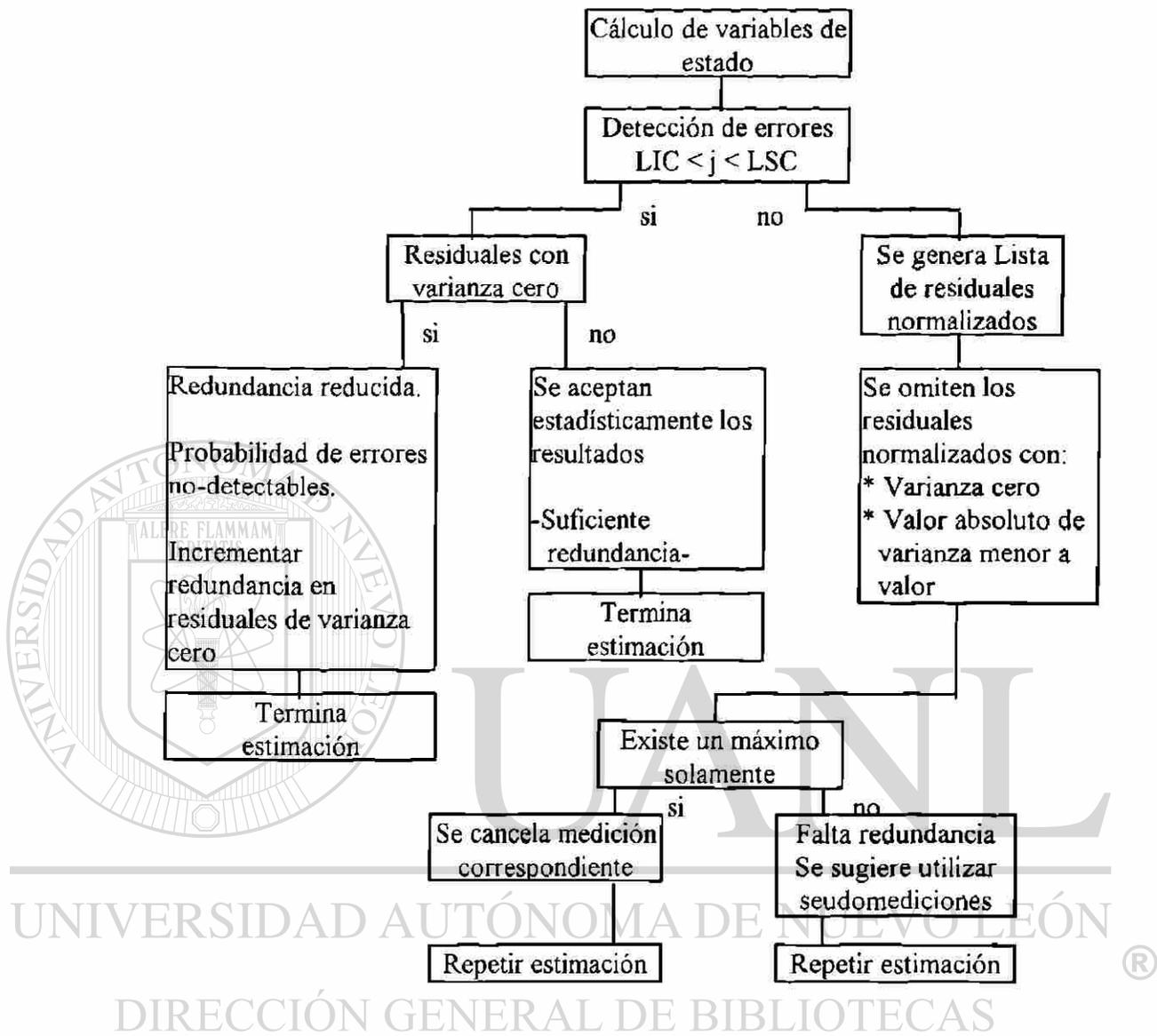
En los siguientes casos prácticos a estudiar se señalarán por su número respectivo los residuos con estas características.

El algoritmo generalizado, propuesto en este artículo y mostrado en la figura 6.1, considera los problemas típicos por falta de redundancia. La lógica del algoritmo será probada en los siguientes casos de estudio.

## 6.2 CASOS DE ESTUDIO

En los casos de estudio se recurre directamente a las mediciones de campo, que son enviadas al Centro de Control del ACNE a través de diversas terminales remotas del Sistema de Información y Control en Tiempo Real.

La red utilizada se muestra en la figura 6.2. Se incluye la topología y componentes de la red correspondiente a la Zona Coahuila del Area de Control Noresta de CFE.



LS        Límite superior de confianza  
LIC       Límite inferior de confianza

Figura 6.1 Algoritmo Generalizado de Identificación

- - Medición de Flujo de Potencia
- - Medición de Inyección de Potencia nodal
- ⊙ - Medición de voltaje

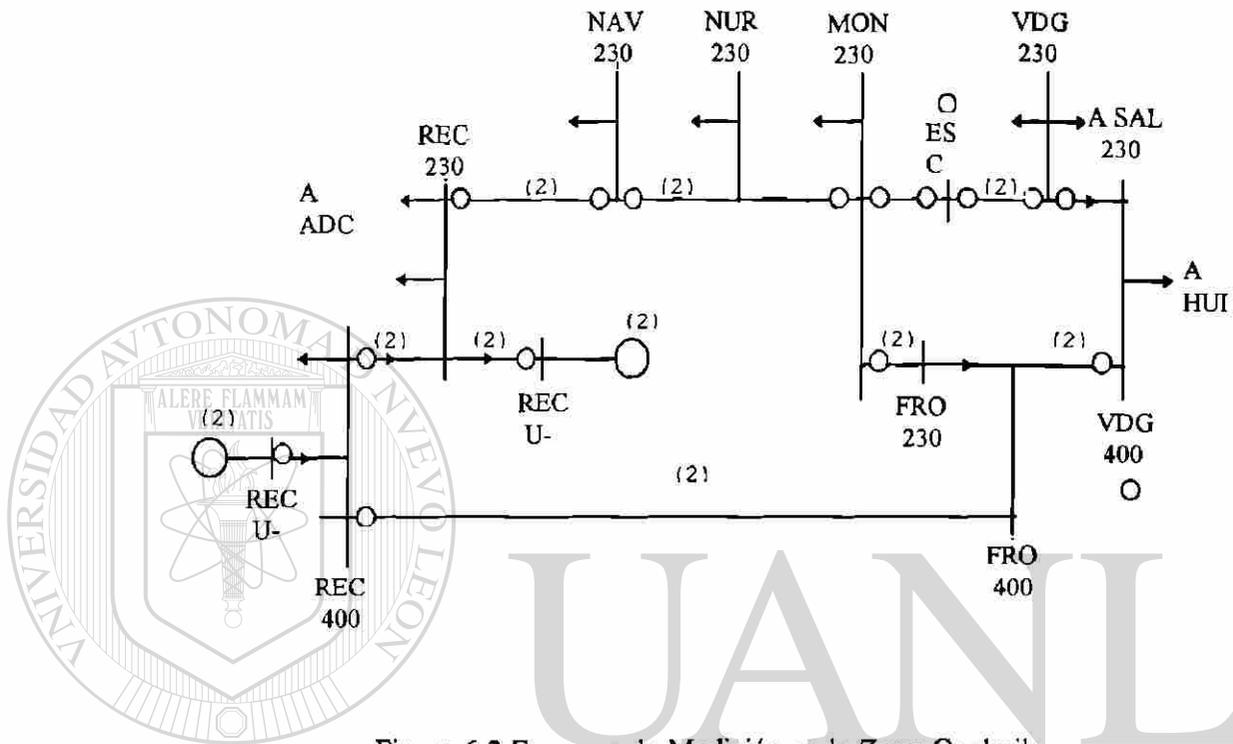


Figura 6.2 Esquema de Medición en la Zona Coahuila

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN

Como se muestra por la figura 6.2, esta red se encuentra interconectada a través de la barra de 230 kv de la Subestación Río Escondido (REC-230), y en 400 kv de la Subestación Villa de García (VDG-400).

La zona Coahuila comprende a la Central Carboeléctrica Río Escondido con cuatro unidades generadoras de 300 MW cada una. Dos de estas unidades se encuentran sincronizadas a la barra de 400 Kv y dos en 230 Kv.

### 6.2.1 Caso Base

La base de datos de este estudio corresponde a la zona Coahuila del Sistema Noreste.

El esquema de medición se resume en la siguiente forma:

#### Datos activos

Mediciones de Flujos de potencia en líneas 15

Mediciones de Inyecciones Nodales 0

#### Datos reactivos

Mediciones de Flujos de Potencia en líneas 14

Mediciones de Inyecciones Nodales 0

Mediciones de Voltaje 2

Total mediciones 31

Las variables de estado quedan integradas por la magnitud y ángulo de las barras del sistema en estudio. El esquema de medición confianza - para una distribución Ji-cuadrada ( $\chi^2$ ) y una probabilidad de 99% - presenta límites (superior e inferior) de 22 y 1.34 respectivamente. La prueba estadística de hipótesis para el índice  $J$  permite detectar la presencia de errores anormales en las mediciones.

### Resultados

El algoritmo del estimador converge en tres iteraciones, al término de las cuales el índice  $J$  toma un valor de 8.

La tabla 6.1 muestra los valores de flujo medido y estimado.

Tabla 6.1 Flujos medidos y Estimados ( Caso Base )

Flujo en línea	P (Mw)		Q (Mvar)	
	medido	estimado	medido	estimado
REC-FRO-400	689	695.7	-	-114.1
FRO-REC-400	-	-687.8	-	-55.7
REC-NAV-230	187	186.1	16	15.9
NAV-REC-230	-185	-185.6	-21	-21.1
NAV-NUR-230	139	137.3	3	3.0
NUR-NAV-230	-	-135.4	-	-3.5
NUR-MON-230	-	106.2	-	-13.9
MON-NUR-230	-107	-104.3	6	6.0
MON-ESC-230	93	90.1	-32	-31.2
ESC-MON-230	-89	-88.1	15	15.8
ESC-VDG-230	-18	-19.6	-36	-39.9
VDG-ESC-230	21	19.7	35	29.8
FRO-VDG-400	-	607.9	-	30.3
VDG-FRO-400	-596	-602.0	57	57.0
FOR-MON-230	-	54.0	-	16.1
MON-FRO-230	-54	-54.0	-21	-21.0
REC 400/230	-134	-136.0	3	3.0
REC 230/400	-	136.0	-	1.9
REC 400/U34	-	-611.0	-	9.7
REC U34/400	611	611.0	43	43.0
REC 230/U12	-	-519.0	-	-9.6
REC U12/230	519	519.0	47	47.0
FRO 400/230	-	119.8	-	103.0
FRO 230/400	-	-119.8	-	-98.0
VDG 400/230	-	199.5	-	-15.4
VDG 230/400	-198	-199.5	18	23.5

### 6.2.2 Caso 1. Medición Anormal en el Flujo REC-NAV-230

En este caso se tiene una redundancia local en la medición de los flujos de la línea de transmisión que enlaza los nodos REC-400 y FRO-400, ya que se miden los flujos en ambos extremos de esta línea (REC-FRO-400 y FRO-REC-400). La figura 6.2 y tabla 6.1 muestran el esquema de medición correspondiente.

A fin de verificar la respuesta de las etapas de detección e identificación, se modifica la lectura del flujo de potencia REC-NAV-230 (parte activa y reactiva), agregando a la medición original un valor igual a quince desviaciones estándar de esta medición.

#### Resultados

El estimador converge en tres iteraciones con un índice  $J$  el estimador detecta la presencia de errores anormales, siendo mucho mayor  $J$  al límite superior de confianza.

Las tablas 6.2a y 6.2b muestran la varianza estimada del residual y la normalización correspondiente. Se señalan los casos con residuales y varianzas a descartar en el proceso de identificación.

El algoritmo generalizado elimina los residuales incongruentes señalados, identificando en consecuencia la parte activa del flujo REC-NAV-230 como la errónea. Se puede observar que el residual de mayor valor después del anterior no se encuentra asociado a la parte reactiva de la medición REC-NAV-230.

Tabla 6.1a  
Residuales Normalizados  
(Lectura REC-NAV-230 anormal)

Medición Activa	Varianza Residual Estimada	Residual Normalizado	Caso
REC-FRO-400	3.33 E-3	1.16 E-1	
REC-NAV-230	1.03 E-3	2.86	
NAV-REC-230	1.03 E-3	2.79	
NAV-NUR-230	2.10 E-4	2.13 E-1	
MON-NUR-230	5.75 E-4	1.11 E-1	
MON-ESC-230	1.30 E-3	5.56 E-2	
ESC-MON-230	1.30 E-3	4.80 E-2	
ESC-VDG-230	1.03 E-3	1.01 E-2	
VDG-ESC-230	1.03 E-3	1.11 E-4	
VDG-FRO-400	2.70 E-3	1.14 E-1	
MON-FRO-230	-1.60 E-17	0 + J 1.94 E+2	1
REC 400/230	2.95 E-4	1.16 E-1	
REC U34/400	0.0	*	2
REC U12/230	3.45 E-18	7.74 E+3	3
VDG 230/400	1.60 E-4	1.14 E-1	

\* Valor indeterminado

### 6.2.3 Caso 2 Medición anormal en el Flujo MON-FRO-230

Se presenta el resultado de agregar a la medición de flujo MON-FRO-230 un error de 15 desviaciones estándar, tanto en la parte activa como reactiva. El resto de las mediciones y la topología de la red permanece en condiciones similares a las del caso base.

Tabla 6.1b  
Residuales Normalizados  
(lectura REC-NAV-230 anormal)

Medición Reactiva	Varianza Residual Estimada	Residual Normalizado	Caso
REC-NAV-230	1.03 E-3	8.13 E-2	
NAV-REC-230	1.02 E-3	7.94 E-2	
NAV-NUR-230	2.98 E-8	7.93 E-2	
MON-NUR-230	3.18 E-8	7.80 E-2	
MON-ESC-230	1.05 E-3	3.74 E-3	
ESC-MON-230	1.00 E-3	2.83 E-3	
ESC-VDG-230	1.03 E-3	1.31 E-2	
VDG-ESC-230	1.03 E-3	1.74 E-2	
VDG-FRO-400	0.0	*	2
MON-FRO-230	-1.56 E-17	0 + J 2.03 E+1	1
REC 400/230	-1.21 E-17	0 + J 3.33 E+1	1
REC U34/400	-5.55 E-17	0 + J 1.65 E+2	1
REC U12/230	5.20 E-17	1.35 E+2	3
VDG 230/400	7.06 E-4	2.26 E-2	
ESC-230	3.82 E-6	2.27 E-2	
VDG-400	3.82 E-6	2.21 E-2	

\* Valor indeterminado

### Resultados

Se logra convergencia en tres iteraciones, generando un índice  $J$  cae abajo del límite superior de confianza, aún cuando el error de medición es significativo. Es decir, el error resulta transparente al proceso de detección del estimador.

Tabla 6.3 Flujos medidos y Estimados \* (Lectura MON-FRO-230 anormal)

Flujo en línea	P (Mw)		Q (Mvar)	
	medido	estimado	medido	estimado
REC-FRO-400	689	695.7	-	-114.1
FRO-REC-400	-	-687.1	-	-55.7
REC-NAV-230	187	186.1	16	15.9
NAV-REC-230	-185	-185.6	-21	-21.1
NAV-NUR-230	139	137.3	3	3.0
NUR-NAV-230	-	-135.4	-	-3.5
NUR-MON-230	-	106.2	-	-13.9
MON-NUR-230	-107	-104.3	6	6.0
MON-ESC-230	93	90.1	-32	-31.2
ESC-MON-230	-89	-88.1	15	15.8
ESC-VDG-230	-18	-19.6	-36	-39.9
VDG-ESC-230	21	19.7	35	29.8
FRO-VDG-400	-	607.9	-	30.2
VDG-FRO-400	-596	-602.0	57	57.0
FOR-MON-230	-	-13.9	-	51.8
MON-FRO-230	-14	14.0	-47	47.0
REC 400/230	-134	-136.0	3	3.0
REC 230/400	-	136.0	-	1.9
REC 400/U34	-	-611.0	-	9.7
REC U34/400	611	611.0	43	43.0
REC 230/U12	-	-519.0	-	-9.7
REC U12/230	519	519.0	47	47.0
FRO 400/230	-	137.0	-	127.7
FRO 230/400	-	-137.0	-	-120.7
VDG 400/230	-	199.5	-	-15.4
VDG 230/400	-198	-199.5	10	23.5

El origen de este comportamiento se debe a la falta de redundancia local en la medición del flujo MON-FRO-230. Esto provoca que el estimador ajuste el valor estimado al medido, haciendo cero los residuales correspondientes en el índice  $J$ . Lo anterior implica que el estimador se encuentre inhabilitado para detectar errores anormales en zonas sin redundancia. En la tabla III se observa que el estimador iguala los valores medidos y estimados en REC U34/400, REC U12/230 y MON-FRO-230.

La revisión de la varianza de los residuales, indicada por el algoritmo generalizado de identificación mostrado por la figura 6.1, confirma el hecho de que en esos elementos medidos el estimador no se encuentra facultado para detectar errores anormales. Este factor de incertidumbre demerita la confiabilidad del estimador, por lo que a través del algoritmo se sugiere incrementar el número de mediciones relativas a los elementos con residuales de varianza inferior a un valor específico. De esta forma, se incrementa la redundancia del esquema de medición. Es en este aspecto, en el que resulta ventajoso explotar las bondades de pseudomediciones.

#### 6.2.4 Caso 3. Medición Anormal en el flujo REC-FRO-400

Como se observa del esquema de medición, se tiene solamente la medición de la parte activa del flujo REC-FRO-400, careciendo de la medición del flujo opuesto FRO-REC-400,

#### Resultados

El estimador converge en tres iteraciones, mostrando como resultado un índice  $J$  de 27. A partir del valor del índice se observa que el estimador detecta la presencia de un dato anormal, ya que  $J$  es mayor al límite superior de confianza.

El proceso de identificación del dato anormal se lleva a cabo recurriendo al análisis de los residuales normalizados condensados en las tablas 6.4a y 6.4b mostrando el estimado de la varianza residual y la normalización del mismo con su desviación estándar. En estas tablas se enumeran los residuos incongruentes.

Se tiene que al descartar las mediciones enumeradas, quedan como datos de mayor probabilidad de error las mediciones de flujo activo REC-FRO-400 y NAV-NUR-230, ya que estas presentan residuos iguales y con el mayor valor.

Tabla 6.4a Residuales Normalizados  
(Lectura REC-FRO-400 anormal)

Medición Activa	Varianza Residual Estimada	Residual Normalizado	Caso
REC-FRO-400	3.33 E-3	2.50	
REC-NAV-230	1.03 E-3	3.74 E-2	
NAV-REC-230	1.03 E-3	2.13 E-1	
NAV-NUR-230	2.10 E-4	2.50	
MON-NUR-230	5.76 E-4	2.42	
MON-ESC-230	1.30 E-3	1.00	
ESC-MON-230	1.30 E-3	1.24	
ESC-VDG-230	1.03 E-3	1.38 E-1	
VDG-ESC-230	1.03 E-3	3.61 E-1	
VDG-FRO-400	2.70 E-3	2.45	
MON-FRO-230	-1.60 E-17	0 + J 7.48 E+1	1
REC 400/230	2.95 E-4	2.49	
REC U34/400	0,0	*	2
REC U12/230	3.47 E-18	2.13 E+5	3
VDG 230/400	1.60 E-4	2.46	

Tabla 6.4b Residuales Normalizados  
(Lectura REC-FRO-400 anormal)

Medición Reactiva	Varianza Residual Estimada	Residual Normalizado	Caso
REC-NAV-230	1.026 E-3	2.796 E-2	
NAV-REC-230	1.025 E-3	2.820 E-2	
NAV-NUR-230	2.979 E-6	2.774 E-2	
MON-NUR-230	8.182 E-6	3.251 E-2	
MON-ESC-230	1.048 E-3	3.540 E-1	
ESC-MON-230	1.004 E-3	3.586 E-1	
ESC-VDG-230	1.035 E-3	6.535 E-1	
VDG-ESC-230	1.035 E-3	8.674 E-1	
VDG-FRO-400	0.0	*	2
MON-FRO-230	-1.56 E-17	0 + J 2.18 E+2	1
REC 400/230	-1.21 E-17	0 + J 6.98 E+2	1
REC U34/400	-5.55 E-17	0 + J 5.30 E+3	
REC U12/230	5.20 E-17	4.61 E+3	3
VDG 230/400	7.060 E-4	1.11	
ESC-230	3.816 E-6	1.09	4
VDG-400	3.816 E-6	1.09	4

\* Valor indeterminado

La incertidumbre en la definición de la medición errónea es consecuencia de una redundancia local reducida en el esquema de medición.

### 6.2.5 Caso 4. Medición Anormal en el Flujo REC-FRO-400 con Inyección Cero

En este caso se prueba la introducción de una medición de inyección de potencia activa igual a cero (seudomedición) en la barra de 400 kv. de FRO-400.

La introducción de la seudomedición proporciona una redundancia local en la medición del flujo REC-FRO-400. La prueba se realiza en base al caso tres, en el cual se identificaron dos mediciones (una correcta y otra errónea) como anormales, ya que ambas presentaban un residual igual y con el mayor valor.

La “medición” de la inyección cero es exacta y no requiere ser medida

#### Resultados

El estimador converge en tres iteraciones con un índice  $J$  de valor igual a 27, detectándose en principio la presencia del error.

Las tablas 6.5a y 6.5b muestran las varianzas estimadas de residuales, así como la normalización de estas últimas. Se observa que la medición con residual de mayor magnitud, descartando los residuales incongruentes (numerados), es la medición correspondiente al flujo REC-FRO-400 activo. Lo anterior manifiesta el efecto positivo de la seudomedición de inyección cero dentro de la etapa de identificación.

### 6.3 CARACTERÍSTICAS RELEVANTES EN EL ESTIMADOR DE ESTADO

A continuación se presentan algunos factores que influyen en forma sobresaliente sobre la operación adecuada del estimador.

### 6.3.1 Índice Estadístico J

De acuerdo a los estudios realizados se encuentra que en esquemas con baja redundancia no es factible evaluar estadísticamente la bondad de las mediciones por medio de la prueba de hipótesis del índice J.

Tabla 6.5a Estudios Normalizados  
(Lectura REC-FRO-400 anormal con medición de inyección activa cero en barra  
FRO-400)

Medición Activa	Varianza Residual Estimada	Residual Normalizado	Caso
REC-FRO-400	8.06 E-3	3.33	
REC-NAV-230	1.03 E-3	0.10	
NAV-REC-230	1.03 E-3	0.11	
NAV-NUR-230	2.39 E-4	2.93	
MON-NUR-230	6.57 E-4	2.30	
MON-ESC-230	1.39 E-3	0.29	
ESC-MON-230	1.39 E-3	0.28	
ESC-VDG-230	1.03 E-3	2.31 E-2	
VDG-ESC-230	1.03 E-3	3.43 E-2	
VDG-FRO-400	8.43 E-3	6.40 E-1	
MON-FRO-230	1.64 E-17	1.96	
REC 400/230	3.37 E-4	2.94	
REC U34/400	0.0	*	2
REC U12/230	3.47 E-18	3.29 E+3	3
VDG 230/400	2.09 E-4	5.58 E-1	
FRO-400	3.54 E-2	2.01	

\* Valor indeterminado

Tabla 6.5b Residuales Normalizados

(Lectura REC-FRO-400 anormal con medición de inyección activa cero en barra FRO-400)

Medición Reactiva	Varianza Residual Estimada	Residual Normalizado	Caso
REC-NAV-230	1.03 E-3	1.14 E-2	
NAV-REC-230	1.03 E-3	1.13 E-2	
NAV-NUR-230	2.98 E-8	1.02 E-2	
MON-NUR-230	8.18 E-8	9.01 E-3	
MON-ESC-230	1.05 E-3	6.92 E-2	
ESC-MON-230	1.00 E-3	6.88 E-2	
ESC-VDG-230	1.03 E-3	1.48 E-2	
VDG-ESC-230	1.03 E-3	1.94 E-2	
VDG-FRO-400	0.0	*	3
MON-FRO-230	-1.56 E-17	0 + J 1.32 E+1	1
REC 400/230	-1.21 E-17	0 + J 8.30	1
REC U34/400	-5.55 E-17	0 + J 4.25 E+1	1
REC U12/230	5.20 E-17	2.90 E+1	4
VDG 230/400	7.06 E-4	2.40 E-2	
ESC-230	3.82 E-6	2.23 E-2	
VDG-400	3.82 E-6	2.34 E-2	

\* Valor indeterminado

Lo anterior obedece al ajuste que el algoritmo desarrolla entre valores medidos y estimados, dando residuales de valor cero para las mediciones sin redundancia. Se tiene así que la presencia de un índice J dentro del intervalo de confianza no será indicativo de una base de datos sin errores anormales. Esto sugiere la necesidad que el estimador determine la presencia de mediciones que no estén posibilitadas para detectar la existencia de errores anormales.

El algoritmo propuesto en la figura 6.1 incluye la detección de errores no detectables, sugiriéndose el aumento de redundancia en aquellas mediciones cuyos residuales presenten una varianza igual o inferior a un valor predeterminado (cero, negativa o un valor positivo específico).

### 6.3.2 Sintonización del Estimador

En la implantación de un estimador resulta de gran utilidad realizar un estudio preliminar, en función de la simulación de mediciones, a partir de los resultados de una corrida de flujos sobre el sistema a estudiar.

A través de este estudio teórico es posible efectuar una sintonización de las características estadísticas del estimador, así como el identificar elementos con problemas para la detección e identificación de errores.

Se tiene, por ejemplo, que un modelado inadecuado de la desviación estándar del equipo de medición origina que el índice  $J$  tienda a caer fuera del intervalo de confianza, aún que las mediciones sean suficientemente exactas.

Si la desviación estándar simulada es la correspondiente a un esquema de medición de mayor exactitud que la real (muy pequeña), se presentará un índice  $J$  frecuentemente mayor al límite superior de confianza. La situación se invierte en el caso de que la exactitud del esquema de medición sea menor a la real.

Se ha observado también que un modelado inadecuado de la precisión de la medición produce una convergencia lenta en el proceso de solución.

### 6.3.3 Estimación de Voltajes

El modelado de las características estadísticas de los voltajes presenta una influencia relevante sobre el desarrollo de las etapas del estimador.

La asignación a la medición de voltaje de una ponderación inferior a la del resto de las mediciones, provoca que el estimador no llegue a converger. Adicionalmente, la falta de suficientes mediciones de voltaje provoca que la matriz de ganancia reactiva sea singular.

La rapidez de convergencia del estimador será mayor en la medida en que la ponderación de los voltajes se incremente. Sin embargo, a partir de un valor determinado, el índice  $J$  tiende a ser mayor al límite superior de confianza. Esto es debido a que la exactitud modelada en los voltajes llega a ser mucho mayor a la medición real.

#### 6.3.4 Observabilidad

En general, una redundancia reducida en el esquema de medición provoca que el sistema presente zonas con problemas de observabilidad.

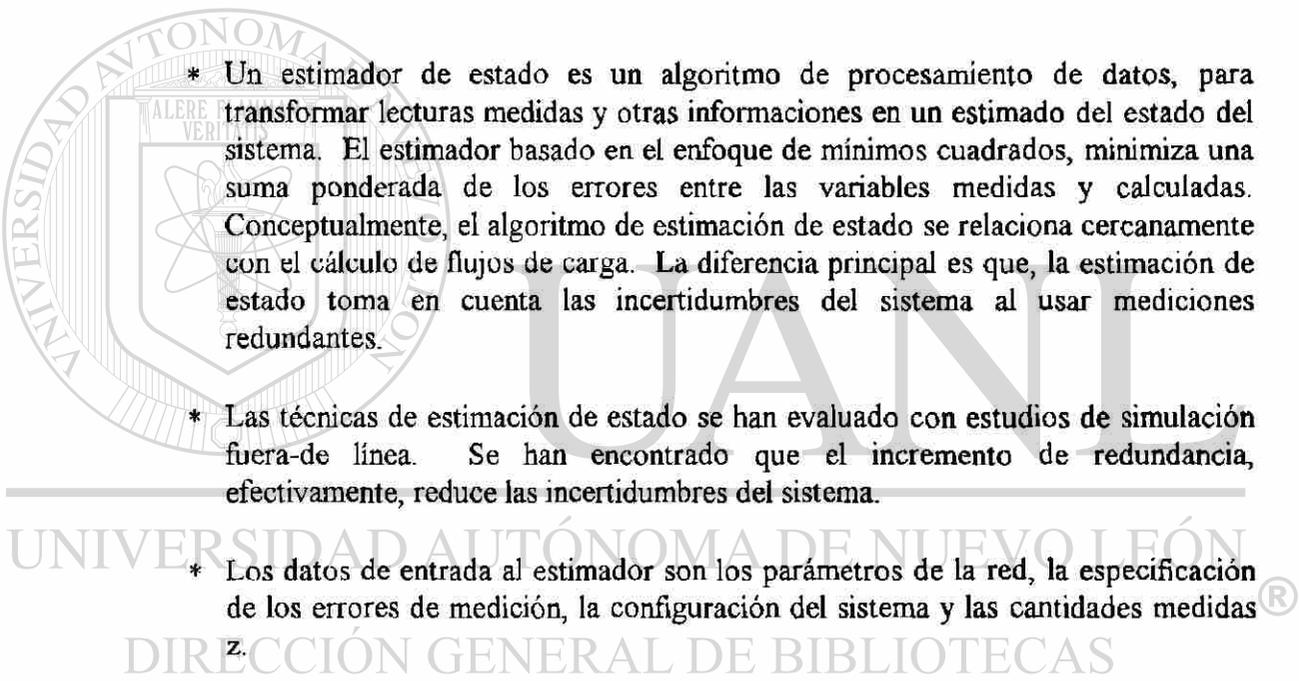
El algoritmo de identificación tradicional es susceptible a degenerar en sistemas no observables, si se eliminan erróneamente mediciones sin error. Esto es debido a que los residuales normalizados de los elementos sin redundancia pueden tener valores incongruentes.

En aplicaciones reales es necesario definir zonas observables dentro de un sistema. Esto ofrece la ventaja de establecer previamente las zonas en las que es factible generar una matriz de ganancia, agilizando la labor del estimador. De esta manera se evita que la estimación de zonas observables se vea interferida por la no observabilidad de otras.

En especial se debe cuidar, para evitar problemas de observabilidad, de disponer de mediciones adecuadas de voltaje, en número de calidad.

# CAPITULO VII

## CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

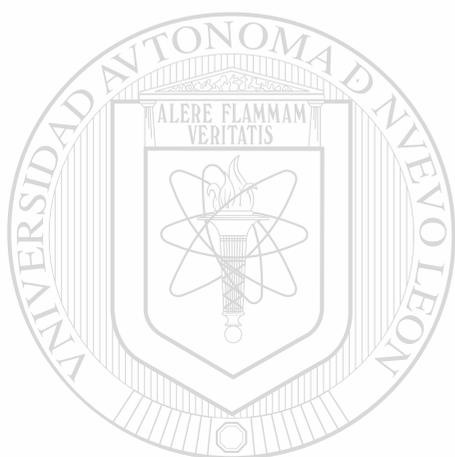
- 
- \* Un estimador de estado es un algoritmo de procesamiento de datos, para transformar lecturas medidas y otras informaciones en un estimado del estado del sistema. El estimador basado en el enfoque de mínimos cuadrados, minimiza una suma ponderada de los errores entre las variables medidas y calculadas. Conceptualmente, el algoritmo de estimación de estado se relaciona cercanamente con el cálculo de flujos de carga. La diferencia principal es que, la estimación de estado toma en cuenta las incertidumbres del sistema al usar mediciones redundantes.
  - \* Las técnicas de estimación de estado se han evaluado con estudios de simulación fuera-de línea. Se han encontrado que el incremento de redundancia, efectivamente, reduce las incertidumbres del sistema.
  - \* Los datos de entrada al estimador son los parámetros de la red, la especificación de los errores de medición, la configuración del sistema y las cantidades medidas  $z$ .
  - \* Los datos de salida del estimador son los voltajes complejos de todos los buses, los flujos de potencia real y reactivos en las líneas, y las inyecciones en los buses.
  - \* Una aplicación interesante de la estimación de estado estática, es el importante problema de la colocación de los medidores. Usando un método de tanteos se puede encontrar el número mínimo de mediciones que hacen observable una red.
  - \* Con algún conjunto de mediciones mínimo, una red puede ser observable, pero es necesario tener más mediciones para poder llevar a cabo satisfactoriamente la identificación de errores de medición.

- \* Para poder hacer comparaciones reales, sería bueno crear un estimador de estado desacoplado, que tome las “mediciones” directamente del archivo de resultados de un programa de flujos.
- \* Con respecto al problema de la observabilidad, sería conveniente tratar algún otro algoritmo, que muestre si el algoritmo aquí utilizado es el más satisfactorio de los que se han creado.
- \* Un esquema de medición con redundancia reducida se encuentra desprovisto de la propiedad de detección de errores anormales en elementos sin redundancia.
- \* En sistemas con baja redundancia, un índice  $J$  dentro de los límites de confianza no implicará necesariamente una estimación aceptable.
- \* Es necesario verificar la varianza de los residuales para determinar las mediciones en las que se presenta incertidumbre en la detección de errores anormales. Esto permitirá definir donde se deben agregar mediciones para mejorar la labor del estimador.
- \* El análisis de las varianzas de residuales permite agilizar el desarrollo de la etapa de identificación, ya que son descartados residuales normalizados que se encuentran asociados a varianzas inadecuadas, permitiendo efectuar la identificación en forma automática.
- \* Como una alternativa al incremento de redundancia se deben utilizar al máximo las inyecciones nodales de potencia cero, lo que contribuirá notablemente a mejorar el proceso de identificación. Sin embargo, es recomendable efectuar pruebas para determinar la desviación estándar adecuada para estas mediciones.
- \* La propagación de errores anormales se efectúa generalmente sobre las mediciones eléctricas más cercanas. En el caso de una medición anormal en el flujo de potencia en una línea, la mayor propagación del error se tiene sobre la medición vecina de la misma línea.
- \* Se confirma que en el caso de mediciones críticas, los errores anormales en estas mediciones no se propagan a otras mediciones del sistema. Lo anterior puede ser utilizado para separar zonas de propagación de errores anormales en el sistema de potencia.
- \* En las pruebas realizadas se observa independencia de la propagación de errores anormales sobre medición de diferente tipo ( mediciones activas y reactivas). También se tiene que la magnitud del error anormal presente en una medición no impacta la tendencia de la propagación del mismo.

- \* A través de la matriz de sensibilidad normalizada, entre residuales y errores de medición, es posible analizar el mecanismo de propagación de los mismos en un sistema particular
  - \* El algoritmo Estimador-Identificador de mediciones presentó las mejores características para la supervisión en línea de un sistema de potencia.
  - \* La formulación basada en pruebas de hipótesis (HTI) requiere de la eliminación de mediciones para su correcta aplicación. lo anterior conlleva el riesgo de llegar a una condición de inobservabilidad.
  - \* Los errores de la posición del tap de los transformadores afectan significativamente los valores de flujos de potencia reactiva y magnitudes de voltajes calculados por estimador. Esto es debido a que el error de tap equivale a un error en el modelo.
  - \* Los algoritmos basados en un proceso lineal para el ajuste del tap se ven afectados cuando se encuentra presente un error anormal en la medición del flujo del transformador.
  - \* La formulación que incluye el tap como una variable de estado presenta la ventaja de poder detectar e identificar errores simultáneos de tap y flujo de potencia en el transformador. El requisito es disponer de una redundancia adecuada de mediciones en la zona en donde se encuentra el transformador.
  - \* Un esquema de medición con redundancia reducida se encuentra desprovisto de la capacidad de identificar errores anormales en elementos sin redundancia.
- 
- \* Un sistema con baja redundancia, un índice  $J$  dentro de los límites de confianza no implicará necesariamente una estimación aceptable.
  - \* En aplicaciones reales valores extremos (grandes y pequeños) del índice  $J$  indican una anomalía en el proceso.
  - \* Es necesario verificar la variancia de los residuales para determinar las mediciones en las que es posible realizar la detección de errores anormales. Esto permitirá definir donde se deben agregar mediciones para mejorar la estimación.
  - \* El análisis de las variancias de residuales permite agilizar el desarrollo de la etapa de identificación, ya que son descartados los residuales normalizados que se encuentran asociados a variancias muy pequeñas, permitiendo efectuar la identificación en forma automática.
  - \* Como alternativa al incremento de redundancia se deben utilizar al máximo las inyecciones nodales de potencia cero, lo que contribuirá a mejorar el proceso de

identificación. Estas mediciones deben incluirse como restricciones de igualdad en la solución del problema de estimación.

- \* Es importante presentar adecuadamente en el centro de control los resultados de los valores estimados de variables medidas y no medidas, indicando claramente la naturaleza estadística de las mediciones: crítica, inobservable, punto de apalancamiento, etc.
- \* Es necesario realizar un procesamiento de la información presentada al estimador a través de un filtro para los datos recibidos. Lo anterior evita que errores evidentes presenten una carga computacional innecesaria al procesador de información.



# UANL

---

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN

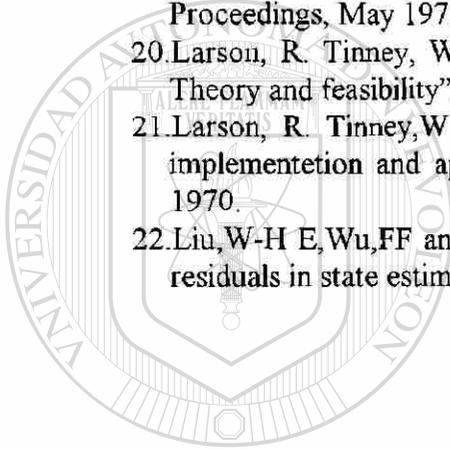


DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

## BIBLIOGRAFIA

1. F Betancourt, "Consideraciones Prácticas Para la Utilización de Técnicas de Estimación de Estado en Sistemas de Potencia", Tesis de Maestría, Universidad Autónoma de Nuevo León, México 1988.
2. S. VanSlyck, J. J. Allemong, "Operating Experience with the AEP State Estimator", IEEE Artículo 87 WM 098-7
3. Aschmoneit, D. Denzel, R. Graf y G Schellstede, "Development of an Optimal State Estimator and Implementation in a Real-Time Computer System", Artículo CIGRE 1976.
4. Handschin, F. C. Schweppe, J. Kohlas y A. Fiechter, "Bad Data Analysis for Power System State Estimation", IEEE, Artículo T 74 309-1.
5. Fletcher, D. L. and Stadlin, W. O.: "Transformer tap position estimation", IEEE, Trans. 1983, PAS-102 pp 3680-3686
6. Smith, R. A.: "Transformer tap estimation at Florida, Power Corporation", IEEE, Trans. 1985, PAS-104 pp 3442-3445
7. Th. Van Cutsem and V. H. Quintana. "Network parameter estimation using online data with application to transformer tap position estimation", IEE PROCEEDINGS, Vol. 135, Pt. C. No. 1, Enero 1988
8. J. Allemong, L. Radu, A. M. Sasson, "A Fast and Reliable State Estimation Algorithm for AEP's New Control Center", IEEE PAS-101, No. 4, Abril 1982.
9. F. Aboytes y F Betancourt "Problemas en la Detección e Identificación de Errores en un Estimador de Estado con Baja Redundancia" Artículo Publicado para CENACE-CFE y F.I.M.E.-U.A.N.L.(Programa Doctoral en Ingeniería Eléctrica). y Segunda reunion de verano en Ingeniería Eléctrica IEEE sección México Acapulco Gro Julio 1989.
10. F. Betancourt y F. Aboytes "Comparación de Alternativas para la Estimación en Tiempo Real de TAP's en Transformadores" Artículo Publicado en CENACE-CFE y F.I.M.E.-U.A.N.L.(Programa Doctoral en Ingeniería Eléctrica) y Tercera reunión de verano en Ingeniería Eléctrica IEEE Sección México, Acapulco Gro en Julio 1990
11. Fernando M. Betancourt R. "Aplicación de la Estimación de Estado en el Calculo de TAP's de Transformadores" Artículo Publicado en CENACE-CFE y F.I.M.E.-U.A.N.L.(Programa Doctoral en Ingeniería Eléctrica) y Simposium SIEEEM/89 IEEE Sección Monterrey N. L. Nov. 89
12. I.W. Slutsker and J.M. Scudder, "Network observability analysis through measurement jacobian matrix reduction", presented at the IEEE/PES Winter Meet., Feb. 1986
13. F. Aboytes and B.J. Cory, "Identification of measurement parameter and configuration errors in state estimation and bad data processing", PICA Conf Proc. May 1975
14. F. Aboytes, F Betancourt, "Conceptos básicos para la aplicación de técnicas de estimación de estado", Simposium IEEE. Septiembre 1988 Monterrey, N.L.

- 15.F. Betancourt, F. Aboytes,"Alpicación de la estimación del sesgo de mediciones anormales múltiples en sistemas de potencia", Congreso internacional del IEEE LATINCON'90, Monterrey N.L., Marzo 1990.
- 16.F. Aboytes, F. Betancourt,"Evaluación de alternativas eficientes para la detección e indentificación de errores anormales en el proceso de estimación de estado", Cuarta reunión de verano en Ingeniería Eléctrica, IEEE-Sección México Acapulco, Gro., Julio 1991.
- 17.F. Aboytes F. Betancoutr,"Impacto de la calidad de información y la modelación de errores en la supervisión de un sistema mediante un estimador de estado", Quinta reunión de verano de potencia en Acapulco Gro., México, Julio de 1992
- 18.F. Aboytes, "Computer methods for state estimation annd security assessment in the electrical power systems", Ph.D. Thesis, Imperial College, Univ. oof London, 1994.
- 19.F. Aboytes, B.J. Cory."Identification of Measurement Parameter and Configuration Errors in Static State Estimationand bad Data Processing", PICA Conference Proceedings, May 1975.
- 20.Larson, R. Tinney, W and Peschon,J, "State Estimation in power systems: Part Y- Theory and feasibility", IEEE TRANS.ON PAS, vol.89,pp 345-352, March 1970
- 21.Larson, R. Tinney,W and Peschon, J., "State estimation in power system: Part II implementetion and application", IEEE Trans. on PAS, Vol. 89,pp 353-363, March 1970.
- 22.Liu,W-H E, Wu,FF and Lun,SM, "Estimation of parameter errors from measurement residuals in state estimation ", IEEE PES Summer Meeting (1988).



UANL

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN



DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

# APENDICE

## MATRICES APLICADAS AL ANALISIS DE LINEAS DE TRASMISION

### GENERALIDADES

Para el análisis de sistemas de potencia el uso de matrices ha permitido una formulación mas compacta de las ecuaciones que describen su conducta , permitiendo una visión mas completa y una solución mas exacta y optima.

Actualmente se tienen diferentes matrices de transformación como la de :

- \* Componentes simétricas, presentadas por C.L. Fortescue en 1918, las cuales son usados para el análisis del estado estable.

Para el análisis de estado transitorio se usan con ventaja otras transformaciones lineales tales como :

- \* Componentes  $\alpha, \beta, 0$  representadas por Edith Clarke.
- \* Componentes Kimbark
- \* Componentes Lewis (Criss-Cross)
- \* Componentes Rousseau ó Westinghouse.

### 1. ALGUNAS DEFINICIONES DEL ALGEBRA MATRICIAL

A continuación solo se mencionan algunos conceptos importantes considerando que ya se conoce los principios básicos de matrices.

### a) Matriz inversa.-

Sea A una matriz cuadrada no singular. Entonces, si :

$$AB = BA = I \text{ (matriz unitaria)}$$

a la matriz se le llama la matriz inversa de A :

$$B = A^{-1}$$

Para obtener la matriz inversa de A :

- 1) Se forma una matriz cuyos elementos sean los cofactores de los elementos de la matriz A.
- 2) Se traspone la matriz anterior (se cambian los renglones por las columnas).

A la matriz resultante de los dos pasos anteriores se le conoce como la adjunta de A.

- 3) se divide la matriz adjunta de A por el determinante de A. En forma de ecuación :

$$A^{-1} = \frac{\text{adj. de A}}{|A|} \quad (1)$$

Otro método es por medio de las "Transformaciones Elementales" de una matriz:

- A) Intercambio del renglón i por j.
- B) Intercambio de la columna i por la j.
- C) Multiplicación de cada elemento del renglón i por un escalar K diferente de cero.
- D) Multiplicación de cada elemento de la columna i por un escalar K diferente de cero.
- E) Sumar a los elementos del renglón i, K veces los elementos correspondientes del renglón j.
- F) Sumar a los elementos de la columna i, K veces los elementos correspondientes de la columna j.

Estas transformaciones elementales no cambian el orden ni el rango de la matriz.

Un tercer método es el de Choleski o método de la raíz cuadrada.

El método para matrices simétricas consiste en expresar la matriz A en la forma :

$$A = LL_t \quad (2)$$

donde  $L$  es una matriz triangular inferior, con lo que :

$$A^{-1} = L^{-1}_t L^{-1} \quad (3)$$

Entonces el problema se reduce a obtener  $L$  usando la ecuación 2 y después  $L^{-1}_t$  usando la ecuación siguiente :

$$L_t L^{-1}_t = I \quad (4)$$

Con lo que finalmente se obtiene  $A^{-1}$  sin haber invertido ninguna matriz auxiliar.

### b) Valores y Vectores Característicos de una Matriz

Un vector característico de  $A$ , se define como cualquier vector real o complejo  $X$  diferente de cero, tal que  $AX$  es un múltiplo de  $X$ , o sea :

$$AX = \lambda X \quad \text{ó} \quad (A - \lambda I) X = 0 \quad (5)$$

donde  $\lambda$  es una constante real o compleja y es conocida como el valor característico o propio de la matriz  $A$  y  $X$  como un vector característico perteneciendo a  $\lambda$ .

Para obtener los vectores característicos  $X$  de la matriz  $A$ , resolvemos la ecuación (5) para  $\lambda$ , o sea que para tener  $X \neq 0$  (solución no trivial) el determinante de los coeficientes debe ser nulo :

Para  $A$  de orden  $n$ ;

$$|A - \lambda I| = \begin{vmatrix} a_{11} - \lambda & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} - \lambda & & a_{2n} \\ \cdot & \cdot & \dots & \cdot \\ \cdot & \cdot & \dots & \cdot \\ a_{n1} & a_{n2} & & a_{nn} - \lambda \end{vmatrix} = 0 \quad (6)$$

Un número  $\lambda$  será un valor característico de  $A$ , si es raíz de la ecuación (6) a la cual se le llama ecuación característica de  $A$ . Como esta ecuación algebraica es de grado  $n$ ,  $A$  no puede tener más de  $n$  valores característicos diferentes.

Expandiendo el determinante :

$$|A - \lambda I| = (-1)^n [\lambda^n - \beta_1 \lambda^{n-1} + \beta_2 \lambda^{n-2} + \dots + (-1)^{n-1} \beta_{n-1} \lambda + (-1)^n \beta_n] \quad (7)$$

donde :

$$\begin{aligned}\beta_1 &= \lambda_1 + \lambda_2 + \dots + \lambda_n \\ \beta_2 &= \lambda_1\lambda_2 + \lambda_2\lambda_3 + \dots + \lambda_{n-1}\lambda_n \\ &\vdots \\ &\vdots \\ &\vdots \\ \beta_n &= \lambda_1\lambda_2\lambda_3\dots\lambda_n\end{aligned}$$

De la ecuación (7), si  $\lambda$  es cero, entonces el determinante de A es igual a la multiplicación de sus valores característicos o sea :

$$|A| = \lambda_1\lambda_2\dots\lambda_n \quad (8)$$

Los vectores característicos X se obtienen de la ecuación (5) para cada  $\lambda$  y :

$$AX^i = \lambda_i X^i \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (9)$$

Con lo que se puede formar la matriz de vectores característicos [X] constituida por columnas de vectores  $X_i$  característicos correspondiendo a  $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n$  :

$$[X] = [X_1 \ X_2 \ \dots \ X_n] \quad (10)$$

Donde :

$$X^1 = \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ \vdots \\ X_n \end{bmatrix} \quad \text{correspondiendo a } \lambda_1$$

$$X^2 = \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ \vdots \\ X_n \end{bmatrix} \quad \text{correspondiendo a } \lambda_2$$

y así sucesivamente.

### c) Transformación de Semejanza

En líneas de transmisión trifásicas las tres fases están acopladas eléctrica y magnéticamente normalmente, significando que tendremos una matriz del sistema con elementos diferentes de cero, fuera de la diagonal principal. Esto complica el análisis siendo deseable transformar dicha matriz a una matriz diagonal representando a un sistema desacoplado.

Dentro de las transformaciones matriciales hay una de particular importancia en sistemas de potencia, esta es la transformación de semejanza expresada así :

$$B = T^{-1} A T \quad (11)$$

donde se dice que A y B son matrices semejantes y T es la matriz de transformación.

Entonces lo deseable es obtener que una matriz A sea semejante a una matriz diagonal D. Suponiendo que en la ecuación (11) la matriz de transformación T tiene sus columnas formadas por los vectores característicos de A o sea :

$$T^{-1} A T = X^{-1} A X = X^{-1} (A X^1 A X^2 \dots A X^n)$$

usando la ecuación (5) se tiene :

$$T^{-1} A T = X^{-1} (\lambda_1 X^1 \lambda_2 X^2 \dots \lambda_n X^n)$$

(12)

$$= X^{-1} (X^1 X^2 \dots X^n) \begin{bmatrix} \lambda_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \lambda_2 & & \\ \vdots & & \ddots & \\ 0 & 0 & \dots & \lambda_n \end{bmatrix} = X^{-1} X D = D$$

Por lo tanto la matriz B es una matriz diagonal D cuyos elementos están formados por los valores característicos de A.

## 2 RESOLUCIÓN DE UN SISTEMA DE n ECUACIONES LINEALES CON n INCÓGNITAS.

En esta sección se observan algunos métodos matriciales para la resolución de un sistema de n ecuaciones independientes lineales ya que esto es lo que normalmente tendremos en un problema de un sistema de potencia.

1) Usando la inversa de la matriz de coeficiente A. Sea el sistema de ecuaciones :

$$AX = B \quad (13)$$

Se necesitan determinar los valores de  $X_i$ ,  $i = 1, \dots, n$ , si existen, tal que satisfagan la ec. (16). Como A no es singular entonces premultiplicamos por  $A^{-1}$  a los dos miembros de la ecuación (13), obteniendo los valores de  $X_i$ , o sea :

$$X = A^{-1}B \quad (14)$$

2) Método de transformación elementales. En este caso, se coloca a la matriz de coeficiente A aumentada con la matriz de constantes B, llamandose la matriz aumentada del sistema, o sea, para  $n = 3$  :

$$\left[ \begin{array}{cccc} a_{11} & a_{12} & a_{13} & b_1 \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & b_2 \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & b_3 \end{array} \right] \quad (15)$$

Esta matriz aumentada se modifica usando transformaciones elementales hasta llegar a la siguiente matriz.

$$\left[ \begin{array}{cccc} 1 & 0 & 0 & c_1 \\ 0 & 1 & 0 & c_2 \\ 0 & 0 & 1 & c_3 \end{array} \right] \quad (16)$$

Siendo la matriz columna X la formada por  $c_1$ ,  $c_2$  y  $c_3$ , solución a nuestro problema. ®

3) Usando la transformación de semejanza. Este método es el más usado porque nos resuelve un sistema trifásico acoplado simétrico en tres sistemas desacoplados. Suponiendo que tenemos las ecuaciones de mallas o de nodos de un sistema a analizar :

$$V = ZI \quad (17)$$

$$I = YV \quad (18)$$

Nuestro problema consistirá en obtener I de la ecuación (17) o V de la ecuación (18). Entonces hagamos las siguientes transformaciones para resolver (17) :

$$V = T V_T \quad (19)$$

$$I = T I_T \quad (20)$$

donde  $T$  es la matriz de transformación y  $V_T$  e  $I_T$  son las matrices de voltajes y corrientes auxiliares.

Sustituyendo (19) y (20) en (17), tendremos :

$$T V_T = Z T I_T$$

o también:  $V_T = T^{-1} Z T I_T \quad (21)$

o sea :  $V_T = Z_T I_T$

$$Z_T = T^{-1} Z T \quad (22)$$

A las matrices  $Z$  y  $Z_T$  se les llama matrices semejantes y a la ecuación (22) transformación de semejanza.

El siguiente paso consiste en obtener  $V_T$  de la ecuación (19) :

$$V_T = T^{-1} V \quad (23)$$

De la ecuación (21) se despeja  $I_T$

$$\lambda \quad I_T = Z_T^{-1} V_T \quad (24)$$

Con lo que finalmente conseguimos  $I$  usando la ec. (20).

$$I = T I_T \quad (25)$$

Si la matriz  $Z$  es simétrica, ( $Z = Z^t$ ) y si escogemos a la matriz de transformación  $T$  formada por los vectores característicos de  $Z$ , entonces  $Z_T$  será una matriz diagonal formada por los valores característicos de  $Z$  en su diagonal. Analizaremos este caso suponiendo que :

$$Z = \begin{bmatrix} Z_p & Z_m & Z_m \\ Z_m & Z_p & Z_m \\ Z_m & Z_m & Z_p \end{bmatrix} \quad (26)$$

Los tres valores propios de  $Z$  son aquellos que satisfagan la ecuación :

$$\begin{bmatrix} Z_p - \lambda & Z_m & Z_m \\ Z_m & Z_p - \lambda & Z_m \\ Z_m & Z_m & Z_p - \lambda \end{bmatrix} = 0 \quad (27)$$

Resultando el “polinomio característico de Z” siguiente :

$$(Z_p - \lambda)^3 - 3Z_m^2(Z_p - \lambda) + 2Z_m^3 = 0 \quad (28)$$

Las tres raíces del polinomio son los tres valores propios o características de Z, éstos son :

$$\lambda_1 = Z_p + 2z_m \quad (29)$$

$$\lambda_2 = z_p - z_m \quad (30)$$

$$\lambda_3 = z_p - z_m \quad (31)$$

Para obtener los valores característicos de la matriz Z, usaremos la siguiente ecuación.

$$(Z - \lambda I)X = 0 \quad (32)$$

o sea :

$$ZX - \lambda X = 0 \quad (33)$$

Sustituyendo las expresiones matriciales:

$$\begin{bmatrix} Z_p & Z_m & Z_m \\ Z_m & Z_p & Z_m \\ Z_m & Z_m & Z_p \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \lambda_i \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} \quad (34)$$

Las ecuaciones resultantes para cada  $\lambda_i$ ,  $i=1, 2, 3$ , son :

$$z_p x_1 + z_m x_2 + z_m x_3 = \theta_1 x_1 = (z_1 + 2z_m) x_1$$

$$z_m x_1 + z_p x_2 + z_m x_3 = \theta_2 x_2 = (z_p - z_m) x_2$$

$$z_m x_1 + z_m x_2 + z_p x_3 = \theta_3 x_3 = (z_p - z_m) x_3$$

agrupando para las  $X_1, y=1,2,3$  y simplificando obtenemos las siguientes ecuaciones :

$$-2x_1 + x_2 + x_3 = 0 \quad (35)$$

$$x_1 + x_2 + x_3 = 0 \quad (36)$$

$$x_1 + x_2 + x_3 = 0 \quad (37)$$

De aquí se observa que cualquier juego de valores de  $X_1, X_2,$  y  $X_3$  que satisfaga a (35), (36) y (37) formaran a los vectores característicos con  $x^i, i=1, 2, 3,$  independientes de los valores de  $z_p$  y  $z_m$ . Esto a dado origen a las componentes simétricas,  $\alpha, \beta$  y  $0,$  Westinghouse, Kimbark, etc.

a) Componentes simétricas .-

Un juego de valores de  $X_1, X_2$  y  $X_3$  que satisfacen a (35), (36) y (37)

$$x^1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} \quad x^2 = \begin{bmatrix} 1 \\ a^2 \\ a \end{bmatrix} \quad x^3 = \begin{bmatrix} 1 \\ a \\ a^2 \end{bmatrix}$$

Con los cuáles se forman la matriz de transformación :

$$T = (X^1 X^2 X^3) = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & a & a^2 \end{bmatrix} \quad (38)$$

y su inversa es:

$$T^{-1} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a & a^2 \\ 1 & a^2 & a \end{bmatrix} \quad (39)$$

b) Componentes  $\alpha, \beta$  y  $0.$

con los vectores característicos escogidos así :

$$X^1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}, X^2 = \begin{bmatrix} 1 \\ -\frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} \end{bmatrix}, X^3 = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{\sqrt{3}}{2} \\ -\frac{\sqrt{3}}{2} \end{bmatrix}$$

Se tiene la matriz de transformación :

$$T = (X^1 X^2 X^3) = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & -\frac{1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} \\ 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \end{bmatrix} \quad (40)$$

y su inversa es :

$$T^{-1} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & -1 & -1 \\ 0 & \sqrt{3} & -\sqrt{3} \end{bmatrix} \quad (41)$$

c) Componentes Westinghouse :

Usando los vectores característicos :

$$X^1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}, X^2 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{bmatrix}, X^3 = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ -1 \end{bmatrix}$$

La matriz de transformación es :

$$T = (X^1 X^2 X^3) = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & -1 \end{bmatrix} \quad (42)$$

Y su inversa es :

$$T^{-1} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & -1 & -1 \\ -1 & 2 & -1 \end{bmatrix} \quad (43)$$

d) Otra transformación encontrada es

$$T = \begin{bmatrix} \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} & -\frac{1}{\sqrt{6}} & -\frac{1}{\sqrt{6}} \\ 0 & \frac{1}{\sqrt{2}} & -\frac{1}{\sqrt{2}} \\ \frac{1}{\sqrt{3}} & \frac{1}{\sqrt{3}} & -\frac{1}{\sqrt{3}} \end{bmatrix}$$

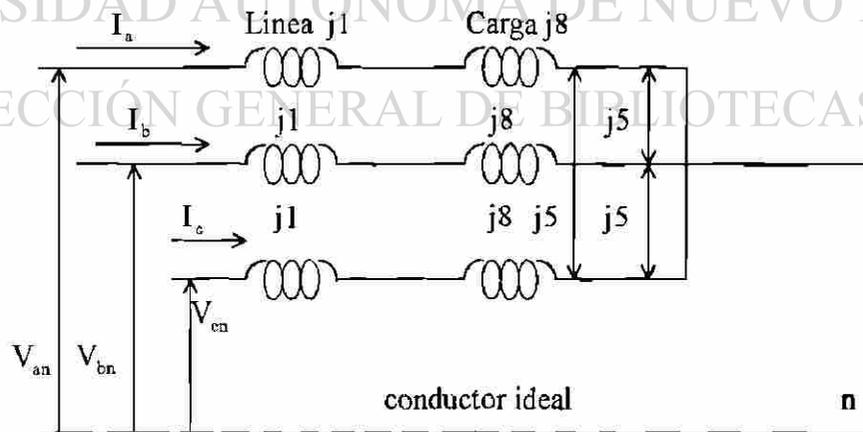
Cuya inversa tiene la particularidad que :

$$T^{-1} = T^t$$

Obsérvese que en todas éstas matrices de transformación  $T$  así escogidas, como  $\lambda_2$  es igual a  $\lambda_3$ , se hizo que sus vectores característicos correspondientes  $X^2$  y  $X^3$  sean diferentes para que  $T$  no fuera singular y existiera su inverso.

**Ejemplo ilustrativo.-:**

Considerando un sistema eléctrico formado según la siguiente figura



Suponiendo los voltajes:

$$V_{an} = V_{bn} = V_{cn} = 120 \angle 0^\circ \text{ volts}$$

La ecuación matricial que describe al sistema es :

$$\begin{bmatrix} V_{an} \\ V_{bn} \\ V_{cn} \end{bmatrix} = j \begin{bmatrix} 9 & 5 & 5 \\ 5 & 9 & 5 \\ 5 & 5 & 9 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_a \\ I_b \\ I_c \end{bmatrix}$$

Deseando resolver para las corrientes  $I_a, I_b, I_c$ .

Siguiendo los métodos descritos anteriormente:

a) Por inversión de la matriz  $X$ .

En forma breve se tiene :

$$V_{abc} = j X_{abc} I_{abc}$$

entonces

$$I_{abc} = -j X_{abc}^{-1} V_{abc}$$

La matriz de cofactores de  $X$ .

$$X_{\text{cof}} = \begin{bmatrix} 56 & -20 & -20 \\ -20 & 56 & -20 \\ -20 & -20 & 56 \end{bmatrix} = X_{\text{cof}}^t$$

El determinante de  $X_{abc}$  es :

$$X_{abc} = 304$$

Con esto determinaremos la inversa y es :

$$X_{abc}^{-1} = \begin{bmatrix} 0.184 & -0.066 & -0.066 \\ -0.066 & 0.184 & -0.066 \\ -0.066 & -0.066 & 0.184 \end{bmatrix} \text{ mhos}$$

Las corrientes son :

$$\begin{bmatrix} I_a \\ I_b \\ I_c \end{bmatrix} = Z_{abc}^{-1} \begin{bmatrix} 120 \\ 120 \\ 120 \end{bmatrix} = -j \begin{bmatrix} 6.3 \\ 6.3 \\ 6.3 \end{bmatrix} \text{ amperes}$$

b) Usando transformaciones elementales.

La matriz aumentada del sistema considerando solo Xabc es :

$$\begin{bmatrix} 9 & 5 & 5 & 1 & 0 & 1 \\ 5 & 9 & 5 & 0 & 1 & 0 \\ 5 & 5 & 9 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Restemos al 2do renglón R2, el renglón R1 multiplicado por 5/9 y restemos al 3er renglón R3, el renglón R1 multiplicado por 5/9.

$$\begin{bmatrix} 9 & 5 & 5 & 1 & 0 & 1 \\ 5 & 9 & 5 & 0 & 1 & 0 \\ 5 & 5 & 9 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{matrix} R_2 - \frac{5}{9} R_1 \\ R_3 - \frac{5}{9} R_1 \end{matrix} \begin{bmatrix} 9 & 5 & 5 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 6.223 & 2.223 & -0.555 & 1 & 0 \\ 0 & 2.223 & 6.223 & -0.555 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Restemos al 3er renglón R3, el 2do renglón multiplicado por  $\frac{2.223}{6.223}$ .

$$R_3 - \frac{2.223}{6.223} R_2 \begin{bmatrix} 9 & 5 & 5 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 6.223 & 2.223 & -0.555 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 5.433 & -0.357 & -0.357 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{matrix} R_1 - \frac{5}{5.433} R_3 \\ R_2 - \frac{2.223}{5.433} R_3 \end{matrix} R_3 \begin{bmatrix} 9 & 5 & 0 & 1.328 & 0.328 & -0.92 \\ 0 & 6.233 & 0 & -0.409 & 1.146 & -0.408 \\ 0 & 0 & 5.433 & -0.357 & -0.357 & 1 \end{bmatrix}$$

$$R_1 - \frac{5}{6.223} R_2 \begin{bmatrix} 9 & 0 & 0 & 1.654 & -0.594 & -0.594 \\ 0 & 6.223 & 0 & -0.409 & 1.146 & -0.408 \\ 0 & 0 & 5.433 & -0.357 & -0.357 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{array}{l} \frac{1}{9} R_1 \\ \frac{1}{6.223} R_2 \\ \frac{1}{5.433} R_3 \end{array} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0.184 & -0.066 & -0.066 \\ 0 & 1 & 0 & -0.066 & 0.184 & -0.066 \\ 0 & 0 & 1 & -0.066 & -0.066 & 0.184 \end{bmatrix}$$

Con estas transformaciones obtenemos  $X^{-1}$ , con lo que obtenemos  $I_{abc}$  como anteriormente.

Ahora si en lugar de colocar la matriz unitaria  $I$ , para aumentar la matriz de coeficientes se coloca la columna de voltajes ec. (15), directamente se obtienen las corrientes al llegar a la ec. (16).

Las transformaciones elementales son las mismas que las usadas para obtener  $Z^{-1}$ . Entonces.:

$$\begin{array}{l} 120 \\ 120 \\ 120 \end{array} \begin{array}{l} R_2 - \frac{5}{9} R_1 \\ R_3 - \frac{2.233}{6.233} R_2 \\ R_3 - \frac{5}{9} R_1 \end{array} \begin{bmatrix} 120 \\ 53.2 \\ 53.2 \end{bmatrix} \begin{array}{l} R_1 - \frac{5}{5.433} R_3 \\ R_2 - \frac{2.223}{5.433} R_3 \end{array} \begin{bmatrix} 120 \\ 53.2 \\ 34.6 \end{bmatrix} \begin{array}{l} R_1 - \frac{5}{5.433} R_3 \\ R_2 - \frac{2.223}{5.433} R_3 \end{array} \begin{bmatrix} 88.2 \\ 39.10 \\ 34.6 \end{bmatrix}$$

$$\begin{array}{l} 88.2 \\ 39.10 \\ 34.6 \end{array} \begin{array}{l} R_1 - \frac{5}{6.223} R_2 \\ R_1 - \frac{5}{6.223} R_2 \\ R_1 - \frac{5}{6.223} R_2 \end{array} \begin{bmatrix} 56.8 \\ 39.10 \\ 34.6 \end{bmatrix} \begin{array}{l} \frac{1}{9} R_1 \\ \frac{1}{6.223} R_2 \\ \frac{1}{5.433} R_3 \end{array} \begin{bmatrix} 6.3 \\ 6.28 \\ 6.35 \end{bmatrix}$$

Con esto obtenemos :

$$I_{abc} = -j \begin{bmatrix} 6.3 \\ 6.28 \\ 6.35 \end{bmatrix} \text{ amperes}$$

c) Usando la transformación de semejanza.

Como ya se demostró, podremos usar cualquiera de las matrices de transformación descritas, obtenemos :

$$Z_T = \begin{bmatrix} z_p + 2z_m & 0 & 0 \\ 0 & z_p + z_m & 0 \\ 0 & 0 & z_p + z_m \end{bmatrix}$$

$$Z_T = \begin{bmatrix} 19 & 0 & 0 \\ 0 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 4 \end{bmatrix}$$

Entonces :

$$Z_T^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{1}{19} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{4} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{4} \end{bmatrix}$$

UANL

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN

d) Usando componentes simétricas :

DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

$$V_T = T^{-1} V = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a & a^2 \\ 1 & a^2 & a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 120 \\ 120 \\ 120 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 120 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Por lo tanto :

$$I_T = Z_T^{-1} V_T = -j \begin{bmatrix} 6.32 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Finalmente :

$$I = T I_T = -j \begin{bmatrix} 6.32 \\ 6.32 \\ 6.32 \end{bmatrix} \text{ amperes}$$

Usando las componentes  $\alpha$ ,  $\beta$  y 0, así como las Westinghouse se repite el proceso.

### 3. APLICACIONES DE LAS COMPONENTES SIMÉTRICAS AL ANÁLISIS DE LÍNEAS DE TRASMISIÓN.

Para el análisis de estado estable de un sistema de potencia en operación normal o anormal de desbalance, resulta muy ventajoso aplicar la teoría de componentes simétricas cuando la línea de transmisión sea simétrica o asimétrica transpuesta.

El presente análisis lo haemos considerando solo el efecto serie resistivo- inductivo en la línea de transmisión.

Se supondrá que los tres conductores tienen impedancias propias desiguales, así como efectos mutuos diferentes.

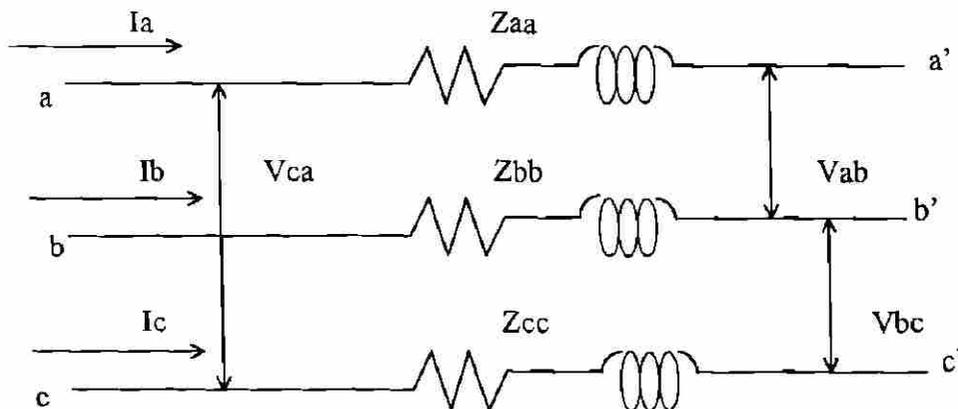


Fig. No. 1.- Circuito equivalente de una línea corta.

Las caídas de voltajes en los tres conductores  $V_{aa}$ ,  $V_{bb}$ , y  $V_{cc}$ , están expresadas por las ecuaciones :

$$\begin{bmatrix} V_{aa'} \\ V_{bb'} \\ V_{cc'} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{aa} & Z_{ab} & Z_{ac} \\ Z_{ba} & Z_{bb} & Z_{bc} \\ Z_{ca} & Z_{cb} & Z_{cc} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_a \\ I_b \\ I_c \end{bmatrix} \quad (44)$$

Donde :

$$\begin{aligned} Z_{aa} &= r_a + j x_a \quad \text{y} \quad x_a = 0.00466f \log \frac{1}{d_{sa}} \text{ ohms / mi / cond.} \\ Z_{bb} &= r_b + j x_b \quad \text{y} \quad x_b = 0.0466f \log \frac{1}{d_{sb}} \text{ ohms / mi / cond.} \\ Z_{cc} &= r_c + j x_c \quad \text{y} \quad x_c = 0.00466f \log \frac{1}{d_{sc}} \text{ ohms / mi / cond.} \end{aligned} \quad (45)$$

Donde :

$$\begin{aligned} Z_{ab} &= Z_{ba} = -j x_{ab} = j0.00466f \log \frac{1}{D_{ab}} \text{ ohms / mi.} \\ Z_{bc} &= Z_{ac} = -j x_{bc} = j0.00466f \log \frac{1}{D_{bc}} \text{ ohms / mi.} \end{aligned} \quad (46)$$

$$Z_{ca} = Z_{ac} = -j x_{ca} = j0.00466f \log \frac{1}{D_{ca}} \text{ ohms / mi.}$$

Los valores de las impedancias propias se obtienen de las tablas con el calibre del conductor, material, frecuencia y temperatura ya corregida por efecto superficial.

Los valores de las impedancias mutuas se obtienen solo conociendo las distancias entre centros de los conductores.

En términos de componentes simétricas para los voltajes y las corrientes, se tiene:

$$A V_{012} = Z_{abc} A I_{012}$$

Entonces :

$$V_{012} = A^{-1} Z_{abc} A I_{012} \quad (47)$$

O sea que :

$$Z_{012} = A^{-1} Z_{abc} A \quad (48)$$

Efectuando las multiplicaciones de matrices indicadas,  $Z_{012}$  es :

$$Z_{012} = \begin{bmatrix} Z_{a0} + 2Z_{bc0} & Z_{a2} - Z_{bc2} & Z_{a1} - Z_{bc1} \\ Z_{a1} - Z_{bc1} & Z_{a0} - Z_{bc0} & Z_{a2} + 2Z_{bc2} \\ Z_{a2} - Z_{bc2} & Z_{a1} + 2Z_{bc1} & Z_{a0} - Z_{bc0} \end{bmatrix} \quad (49)$$

Donde :

$$\begin{bmatrix} Z_{a0} \\ Z_{a1} \\ Z_{a2} \end{bmatrix} = A^{-1} \begin{bmatrix} Z_{aa} \\ Z_{bb} \\ Z_{cc} \end{bmatrix} \quad (50)$$

$$\text{y:} \quad \begin{bmatrix} Z_{bc0} \\ Z_{bc1} \\ Z_{bc2} \end{bmatrix} = A^{-1} \begin{bmatrix} Z_{bc} \\ Z_{ca} \\ Z_{ab} \end{bmatrix} \quad (51)$$

Se observa que en las componentes simétricas de las impedancias propias usamos a  $Z_a$  como referencia y a  $Z_{bc}$  en el caso de las impedancias mutuas.

Sustituyendo (49) en (47) y multiplicamos  $Z_{012}$  con  $Y_{012}$  y separando las ecuaciones, se obtienen las "Fórmulas del Binomio".

$$\begin{aligned} V_0 &= I_0(Z_{a0} + 2Z_{bc0}) + I_1(Z_{a2} - Z_{bc2}) + I_2(Z_{a1} - Z_{bc1}) \\ V_1 &= I_0(Z_{a1} - Z_{bc1}) + I_1(Z_{a0} - Z_{bc0}) + I_2(Z_{a2} + 2Z_{bc2}) \\ V_2 &= I_0(Z_{a2} - Z_{bc2}) + I_1(Z_{a1} + 2Z_{bc1}) + I_2(Z_{a0} - Z_{bc0}) \end{aligned} \quad (52)$$

Las ecuaciones así obtenidas se conocen como las fórmulas del binomio y nos expresan las componentes simétricas de las caídas de potencial en la línea de transmisión, en la función de las componentes simétricas de las impedancias propias y mutuas de la línea y de las corrientes que por ella circulan.

Estas fórmulas son nuestra base para el análisis de los diferentes tipos de líneas de transmisión de potencia.

De éstas fórmulas se observa la siguiente regla para la multiplicación de dos sistemas de componentes simétricas :

El orden del sistema a la cual pertenece el producto de dos componentes, es igual a la suma de la órdenes del sistema a la cual pertenecen las dos componentes individualmente. Si la suma se excede de tres (caso trifásico), se le debe restar éste número.

En el caso de la división, el orden del sistema del cociente, es igual a la diferencia de los órdenes del sistema a la cual pertenecen las dos componentes individualmente.

En las líneas de transmisión podemos encontrar varios casos :

- a) Línea simétrica o asimétrica transpuesta (balanceada).
- b) Línea asimétrica no transpuesta (que no se tratarán en los presentes apuntes).

En el primer caso los efectos mutuos entre los conductos a, b y c son iguales, o sea :

$$Z_m = Z_{ab} = Z_{bc} = Z_{ca}$$

Y como en general los tres conductores son iguales  $Z_p = Z_a = Z_b = Z_c$  entonces la matriz de impedancias es simétrica y la podemos diagonalizar.

$$Z_{abc\,bal} = \begin{bmatrix} Z_p & Z_m & Z_m \\ Z_m & Z_p & Z_m \\ Z_m & Z_m & Z_p \end{bmatrix} \quad (53)$$

Por lo tanto :

$$Z_{012} = A^{-1} Z_{abc\,bal} A = \begin{bmatrix} Z_p + Z_m & 0 & 0 \\ 0 & Z_p - Z_m & 0 \\ 0 & 0 & Z_p - Z_m \end{bmatrix} \quad (54)$$

donde :

$$\begin{aligned} Z_p + 2Z_m &= Z_{a0} + 2Z_{bc0} \\ Z_p - Z_m &= Z_{a0} - Z_{bc0} \end{aligned} \quad (55)$$

Ya que corresponde a la diagonal principal de la matriz (49).

Por lo que las ecuaciones (52) se reducen a las siguientes :

$$\begin{aligned} V_0 &= I_0 (Z_{a0} + 2Z_{bc0}) = I_0 Z_0^0 \\ V_1 &= I_1 (Z_{a0} - Z_{bc0}) = I_1 Z_0^+ \\ V_2 &= I_2 (Z_{a0} - Z_{bc0}) = I_2 Z_0^- \end{aligned} \quad (56)$$

De aquí podremos dibujar sus circuitos equivalentes para cada secuencia :

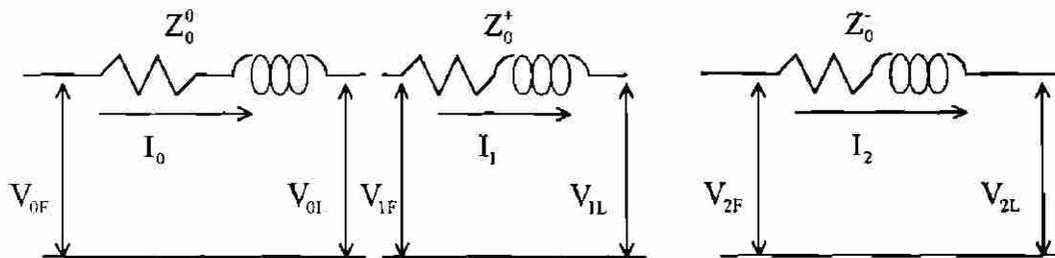


Fig. No. 2.- Redes de secuencia (0), (+) y (-).

Las fórmulas prácticas para el uso directo de las tablas son :

$$Z_{a0} + 2Z_{bc0} = r + j(x_a - 2x_{dDeq})$$

$$Deq = \sqrt[3]{D_{ab}D_{bc}D_{ca}}$$

Aun que conviene aclarar que no se tiene retorno, entonces  $I_0$  es cero.

Para secuencia positiva y negativa se tiene la misma impedancia a éstas corrientes, o sea :

$$Z_0^+ = Z_0^- = Z_{a0} - Z_{bc0} = r + j(x_a + x_{dDeq}) \quad (57)$$

Las expresiones y por tanto los valores de  $Z_0^0, Z_0^+, Z_0^-$ , dependen de :

1. Si hay neutro.
2. Si se considera el efecto de la tierra.
3. Si se tiene hilos o conductores de guarda.

Realmente  $Z_0^+$  y  $Z_0^-$  no cambian así que solo se afecta la expresión de  $Z_0^0$  para cada caso anotado arriba.

Línea Trifásica con Neutro;

Como en las fórmulas de binomio solo se tienen las caídas de voltaje en cada conductor por efectos propios y mutuos debidos a  $I_a, I_b$  e  $I_c$ , entonces se puede considerar el efecto del conductor neutro distribuyendo  $I_n$  en cada fase aplicando la ecuación:

$$I_n = -(I_a + I_b + I_c)$$

