

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN

FACULTAD DE INGENIERÍA MECÁNICA Y ELÉCTRICA

DIVISIÓN DE ESTUDIOS DE POST-GRADO



ESFUERZOS DE TRABAJO PARA MATERIALES FERROSOS

POR

ING. ALBERTO PUERTA RIVERA

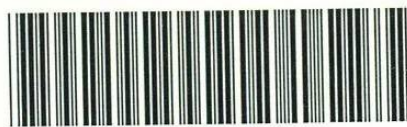
TESIS

**EN OPCIÓN AL GRADO DE MAESTRO EN CIENCIAS DE LA
INGENIERÍA MECÁNICA CON ESPECIALIDAD EN DISEÑO**

MONTERREY, N. L. NOVIEMBRE DE 2000

ESFUERZOS DE TRABAJO PARA MANTENER LOS ERRORES

TM
Z5853
.M2
FIME
2000
P8

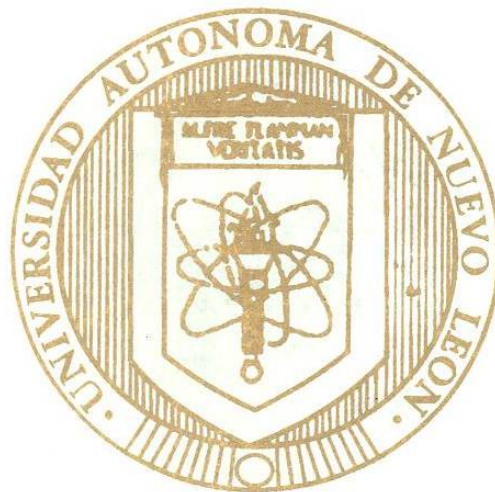


1020145360

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN

FACULTAD DE INGENIERÍA MECÁNICA Y ELÉCTRICA

DIVISIÓN DE ESTUDIOS DE POST-GRADO



ESFUERZOS DE TRABAJO PARA MATERIALES FERROSOS

POR

ING. ALBERTO PUERTA RIVERA

TESIS

**EN OPCIÓN AL GRADO DE MAESTRO EN CIENCIAS DE LA
INGENIERÍA MECÁNICA CON ESPECIALIDAD EN DISEÑO**



MONTERREY, N. L. NOVIEMBRE DE 2000

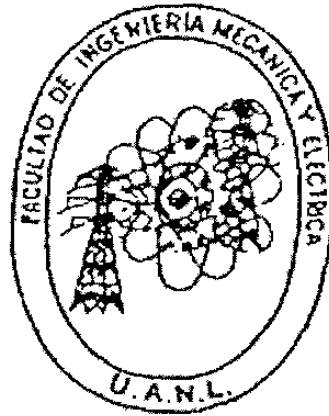
0149-45460.

TM
25853
•M2
FINE
2000
P
8



FONDO
TESIS

UNIVERSIDAD AUTONOMA DE NUEVO LEON
FACULTAD DE INGENIERIA MECANICA Y ELECTRICA
DIVISION DE ESTUDIOS DE POST-GRADO



ESFUERZOS DE TRABAJO PARA MATERIALES FERROSOS

POR

ING. ALBERTO PUERTA RIVERA

TESIS


**EN OPCION AL GRADO DE MAESTRO EN CIENCIAS DE LA
INGENIERIA MECANICA CON ESPECIALIDAD EN DISEÑO**

MONTERREY, N. L. NOVIEMBRE DE 2000

UNIVERSIDAD AUTONOMA DE NUEVO
LEON
FACULTAD DE INGENIERIA MECANICA Y ELECTRICA
DIVISION DE ESTUDIOS DE POST-GRADO

Los miembros del comité de tesis recomendamos que la tesis "esfuerzos de trabajo para materiales ferrosos", realizada por el alumno Alberto Puerta Rivera, matricula 461440 sea aceptada para su defensa como opción al grado de Maestro en Ciencias de la Ingeniería mecánica con especialidad en diseño.

El comité de tesis



Asesor

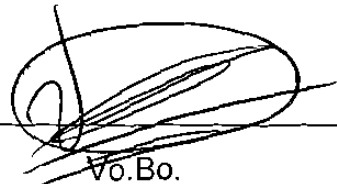
MC. José Luis Castillo Ocaña



Coasesor
MC. Roberto Villarreal Garza



Coasesor
MC. Joel González Marroquín



Vo.Bo.

MC. Roberto Villarreal Garza
División de Estudios de Post-grado

San Nicolás de los Garza, N.L. a 6 de Noviembre de 2000

PROLOGO

El problema de la resistencia mecánica es uno de los temas más importantes en el diseño de partes de máquinas. En este trabajo se ven las teorías que se asocian con la predicción de fallas basadas en los esfuerzos. Se estudia el comportamiento de materiales comunes en ingeniería y la naturaleza de las concentraciones de esfuerzo con la idea de predecir cuándo es importante considerar el efecto de este fenómeno. También se ven las teorías de diseño de partes sometidas a cargas fluctuantes.

En el capítulo 1 se da una breve introducción, tratando de darnos una idea de que es lo que se pretende estudiar en los capítulos que siguen.

En el capítulo 2 se estudian conceptos generales importantes que son necesarios tener presentes al estudiar las teorías de falla; se hace referencia a las propiedades mecánicas más importantes obtenidas de una prueba de tensión simple, tanto para materiales dúctiles como para frágiles.

El capítulo 3 trata de las teorías de falla más empleadas para establecer los esfuerzos de trabajo para cargas estáticas, tanto para materiales dúctiles como para materiales frágiles. Se hace referencia principalmente a la teoría de falla del cortante máximo y a la teoría de falla de la energía de distorsión (von mises-hencky), para el caso de materiales dúctiles ya que son las que concuerdan de cerca con los resultados experimentales. La falla de materiales frágiles es más complicada de entender, y se dan algunas teorías y recomendaciones que han dado resultado en el diseño para este tipo de materiales.

El capítulo 4 trata exclusivamente lo que se conoce como falla por fatiga; se explica el proceso de falla y las características de fractura de dicha falla. Se estudia el diagrama S-N, se define la propiedad mecánica llamada límite de resistencia a la fatiga de un material y también se establece una metodología que nos permite estimar de manera rápida y aproximada su valor sin necesidad de realizar el ensayo de laboratorio.

En el capítulo 5 se estudian las teorías de falla que más se usan para diseñar elementos mecánicos que están sujetos a cargas variables. Los criterios de falla que en esta sección se estudian son , el criterio de Soderberg y el criterio de Goodman; También se hace referencia al estudio del rango de vida finita de materiales sometidos a cargas variables.

Finalmente en el capítulo 6 se indican algunas conclusiones que se hacen de los temas ya mencionados en los capítulos anteriores.

En este trabajo se ha tratado de explicar de la mejor manera cada uno de los temas, procurando hasta donde sea posible que todas las ecuaciones que se emplean en cada uno de los capítulos queden debidamente establecidas y deducidas, de tal manera que pueda ser empleado en un momento dado como material de consulta.

INDICE

Capítulo	página
1.- Introducción	3
2.- Conceptos generales	6
2.1.- Diagramas tensión- deformación	6
2.2.- Ductilidad y fragilidad	13
2.3.- Resistencia a las cargas dinámicas	17
2.4.- Concentración de esfuerzos	19
3.- Teorías de fallas para cargas estáticas	30
3.1.- Materiales dúctiles con cargas de tensión estática	31
3.2.- Teoría de falla del cortante máximo	36
3.3.- Teoría de falla de la energía de deformación y de la energía de distorsión.	39
3.4.- Energía de distorsión para cortante puro.	48
3.5.- Comparación de algunas teorías de falla	49
3.6.- Materiales frágiles con carga estática	54
4.- Fatiga	62
4.1.- Mecanismo de las fallas por fatiga	63
4.2.- Resistencia a la fatiga y límite de resistencia a la fatiga	65
4.3.- Factores que modifican el límite de resistencia a la fatiga	71
5.- Esfuerzos de trabajo para cargas variables	81
5.1.- Análisis de esfuerzos en el rango de vida finita	81
5.2.- Esfuerzo completamente reversible	84
5.3.- Esfuerzos estable y alternante combinados	84
5.4.- Teoría de falla de la energía de distorsión para esfuerzos fluctuantes	90
5.5.- Daño acumulativo para fatiga	91
6.- Conclusiones	95
7.- Síntesis	97

8.- Bibliografía	100
Anexos	
Lista de figuras	101
Lista de tablas	
Lista de símbolos	
Ejemplos resueltos	

1.- INTRODUCCIÓN

Una de las consideraciones primordiales que se deben hacer para el diseño de una máquina o estructura es que su resistencia tiene que ser suficientemente mayor que el esfuerzo, para asegurar que existan la seguridad y la confiabilidad necesarias.

Muchos factores pueden ser tomados en cuenta en el diseño de un elemento de máquina. Estas pertenecen al tipo y variación de la carga, el tamaño y forma de la pieza, las propiedades de fuerza y elasticidad del material y la vida y seguridad del miembro.

Para desarrollar reglas generales que puedan ser usadas por el diseñador como una guía; los materiales son supuestos que poseen las propiedades idealizadas de elasticidad perfecta, homogeneidad e isotropía. Los esfuerzos son supuestos que están dentro del rango elástico del material.

Debe distinguirse entre materiales dúctiles y frágiles. La falta de conocimiento o apreciación del comportamiento de los materiales en las condiciones reales de servicio ha sido la causa de muchos costosos fracasos.

Lo ideal es que, al diseñar un elemento de máquina, el ingeniero disponga de los resultados de una buena cantidad de ensayos de resistencia, realizados con el material particular elegido para el elemento. Estos ensayos deben haberse realizado con probetas que tengan el mismo tratamiento térmico, acabado superficial y tamaño que el elemento de diseño; además, las pruebas deberán efectuarse, exactamente bajo las mismas condiciones de carga a que estaría expuesto el elemento durante el servicio. Lo anterior significa que si la pieza ha de experimentar una carga de flexión, entonces se necesitan los resultados de un ensayo de flexión; si va a estar sometido a flexión y torsión combinados, tendrá que ensayarse según ésta combinación de esfuerzos. En

caso de que el material escogido para el elemento sea acero UNSG 10400 tratado térmicamente, estirado a 480°C y con acabado a esmeril, entonces, las probetas ensayadas deberán ser de éste mismo material. Estos ensayos indican al ingeniero qué factor de seguridad emplear y cuál es la confiabilidad para una duración (o vida) de servicio determinado.

El costo de obtener tal cantidad de datos antes de iniciar el diseño está plenamente justificada cuando la falla de esa pieza pueda poner en peligro la vida humana, o si tal elemento se fabricara en cantidades muy grandes, el costo de la ejecución de esos ensayos es muy bajo cuando se evalúa dividiendo el valor total entre el número de unidades o piezas fabricadas.

Ahora es posible distinguir las siguientes categorías de diseño:

1. La falla de la pieza o unidad podría en peligro la vida humana; en consecuencia, se justifica un programa de pruebas elaborado concienzudamente.
2. La pieza se fabricará en cantidades suficientemente grandes que ameritan sólo una serie moderada de ensayos.
3. La pieza ha de fabricarse en cantidades tan pequeñas que no se justifica en absoluto ningún ensayo; o bien, el diseño terminarse tan aprisa que no queda tiempo suficiente para efectuar ensayos.
4. La pieza ya ha sido diseñada, fabricada y probada con resultados insatisfactorios. Por lo tanto, se requiere hacer un análisis para saber porqué el elemento no resultó satisfactorio y qué se habrá de hacer para mejorarlo.

Las tres últimas categorías son a las que se les dedicará la mayor atención. Esto significa que, por lo general, el ingeniero de diseño o proyectista dispondrá únicamente de datos publicados en cuanto a valores de resistencia de fluencia, resistencia última y porcentaje de alargamiento, y se espera que con esta información, un ingeniero diseñe elementos tomando en cuenta cargas estáticas y dinámicas, altas y bajas temperaturas y tamaños grandes y

pequeños de piezas. Por lo común los datos asequibles para el diseño se han obtenido a partir de un simple ensayo a tensión, en el que la carga se aplicó gradualmente y se dio tiempo para que se desarrollara la deformación. Sin embargo estos mismos datos son los que se deben usar para diseñar piezas que se someterán a cargas dinámicas complejas aplicadas miles de veces por minuto. Por lo tanto no es de sorprender que fallen los elementos de máquina así diseñados.

En resumen; el problema fundamental del diseñador estriba en utilizar los datos de ensayo simple a tensión y relacionarlos con la resistencia de la pieza, con independencia del estado de esfuerzo o de las condiciones de carga.

OBJETIVO

El objetivo de este trabajo es el de establecer las metodologías más usadas para diseñar elementos de máquina, considerando cargas estáticas así como cargas variables, materiales dúctiles y materiales frágiles, estados de esfuerzos en dos o en tres direcciones, y basando tales diseños en las propiedades mecánicas del material obtenidas de una prueba de tensión simple.

Durante el desarrollo de las ecuaciones se supone que los esfuerzos aplicados están dentro del rango elástico y que los materiales son homogéneos e isotrópicos. La mayor parte de los metales y muchos polímeros para ingeniería entran en esta categoría. Muchas de las teorías desarrolladas son válidas también para materiales no ferrosos.

Los materiales compuestos cada vez tienen más uso en aplicaciones que requieren relaciones elevadas de resistencia a peso. Estos materiales no suelen ser homogéneos, y son anisotrópicos, por lo que requieren teorías de falla distintas y más complicadas que las presentadas aquí.

2.- CONCEPTOS GENERALES

Con el fin de predecir como funcionará un material en servicio, deben conocerse ciertas características o propiedades de tal material. Estas características se pueden clasificar en dos grupos: propiedades mecánicas y propiedades físicas.

Las propiedades mecánicas son aquéllas que miden o indican el comportamiento de los materiales sometidos a cargas; otras características mensurables son conocidas como propiedades físicas, ejemplos de propiedades físicas son densidad, conductividad eléctrica, conductividad térmica y coeficiente de expansión térmica. Aunque es esencial para el ingeniero el conocimiento de ambos grupos de propiedades, las mecánicas son de mayor importancia, para el entendimiento del diseño mecánico.

2.1.- DIAGRAMAS TENSION-DEFORMACION

Las propiedades mecánicas más usadas, pero no las más importantes en todos los casos, comúnmente se determinan por un ensayo estándar de tensión, mediante este ensayo se puede obtener mucha información útil sobre el comportamiento de los materiales y su posible utilización en ingeniería.

Este ensayo consiste en cargar gradualmente una probeta de tamaño estándar de un material y notar los valores correspondientes de cargas y alargamiento hasta que al probeta se fracture. Las dimensiones de una probeta popular estándar se muestra en la Fig. 2.1(a). La carga se aplica y se mide con una máquina de ensayo. Los valores del esfuerzo unitario se calculan dividiendo los valores de carga entre el área de la sección original de la probeta. El alargamiento se mide determinando el espacio que se apartan dos

puntos de referencia de la probeta por la acción de la máquina; la distancia original entre los dos puntos de referencia se conoce como longitud calibrada.

Los valores de la deformación unitaria se calculan dividiendo los valores de alargamiento entre la longitud calibrada.

Los valores graficados del esfuerzo unitario contra los correspondientes a la deformación unitaria se usan para trazar el diagrama esfuerzo deformación del material ensayado.

Un tipo de curva esfuerzo deformación, se muestra en la Fig. 2.1(b). Se puede ver que los esfuerzos y deformaciones son proporcionales hasta el punto "a". Al continuar cargando más allá del punto "a", la deformación crece rápidamente, en relación con el crecimiento del esfuerzo, al grado que, eventualmente en el punto "b", la curva se hace horizontal. Más allá del punto "b" se desarrolla una sorprendente relación entre esfuerzos y deformaciones. La deformación continúa creciendo rápidamente mientras que el esfuerzo realmente disminuye hasta que de nuevo la curva se hace horizontal en el punto "c". Más allá de este punto el esfuerzo y la deformación crecen hasta que la curva se vuelve horizontal en el punto "d". Después decrece de nuevo el esfuerzo con aumento en la deformación hasta que la fractura ocurre en el punto "e".

La curva esfuerzo deformación descrita es del tipo característico de acero estructural. Las curvas esfuerzo-deformación de otros materiales estructurales importantes pueden variar ligera o considerablemente en la forma general.

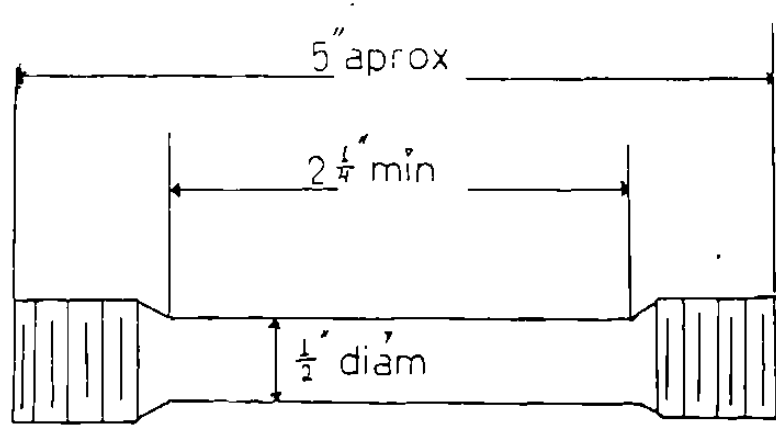


FIG. 2.1(a) UNA PROBETA ESTANDAR PARA TENSION

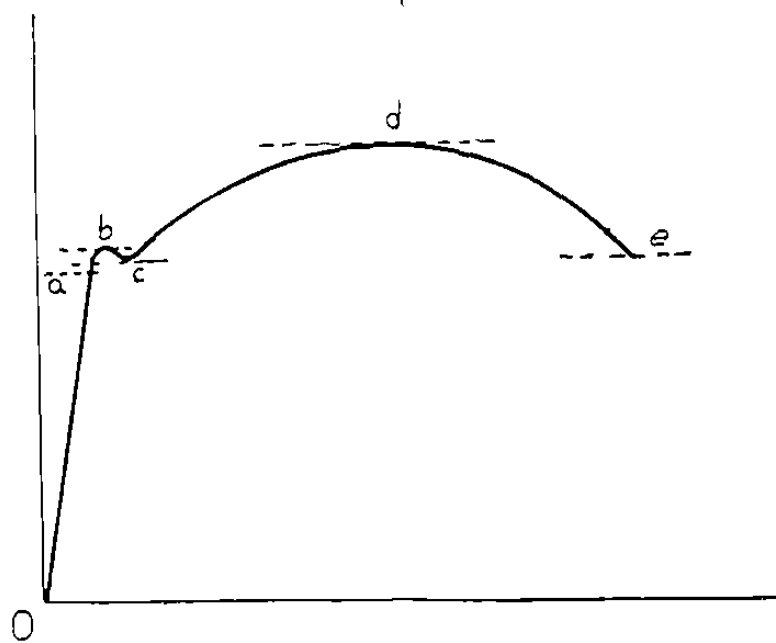


FIG.2.1(b) DIAGRAMA ESFUERZO-DEFORMACION A LA TENSION.

A continuación mencionaremos las propiedades mecánicas que se obtienen del diagrama esfuerzo-deformación.

LIMITE PROPORCIONAL: El límite proporcional es el mayor esfuerzo para el cual puede aplicarse la ley de Hooke. En otras palabras, es el esfuerzo en el extremo de la porción recta de la curva esfuerzo-de-deformación, En la Fig. 2.1(b). el límite proporcional es la ordenada del punto "a".

PUNTO CEDENTE: Punto cedente (o de cadencia) es el esfuerzo primero, corto de la última resistencia, en el cual un material desarrolla un marcado incremento en la deformación sin aumentar el esfuerzo. En la Fig.2.1(b). el punto cedente es la ordenada del punto "b". Las ordenadas de los puntos "b" y "c" son a veces referidos como el punto cedente superior y el punto cedente inferior, respectivamente. El punto cedente es un esfuerzo críticamente importante, ya que define el esfuerzo en el cual ocurre una deformación considerable. Si se esfuerzan más allá del punto cedente hasta un grado significativo, muchos miembros estructurales ya no servirán para el propósito deseado y, por lo tanto, habrán "fallado".

ULTIMA RESISTENCIA: La última resistencia es el mayor esfuerzo, basado en la sección original, que puede desarrollar un material. Así que es la máxima ordenada de la curva esfuerzo deformación. En la Fig. 2.1(b). La última resistencia es la ordenada del punto "d". La última resistencia determinada por ensayos de tensión es conocida como resistencia a la tensión.

RESISTENCIA A LA RUPTURA: La resistencia a la ruptura es el esfuerzo en un material, basado en la sección transversal original, en el instante en que se rompe. Es la ordenada final en una curva completa de esfuerzos-deformaciones, en la Fig.2.1(b) la resistencia a la ruptura es la ordenada del punto "e". La resistencia a la ruptura también es conocida como resistencia a la fractura.

MODULO DE ELASTICIDAD: El módulo de elasticidad, conocido también como módulo de Young, es la constante de proporcionalidad de los esfuerzos a las deformaciones. Es igual a la pendiente de la parte recta de la curva esfuerzo-deformación con respecto aleje de la deformación. En la Fig.2.1(b) el módulo de Young es igual a la pendiente de la línea "Oa".

$$S \propto \varepsilon$$

$$S = E\varepsilon$$

$$E = \frac{S}{\varepsilon} \quad (2.1)$$

LIMITE ELASTICO: El límite elástico es el más grande esfuerzo que un material puede soportar elásticamente. Así el límite elástico es el más grande esfuerzo que un material puede soportar sin lograr deformación plástica. Raras veces es medido realmente el límite elástico, puesto que hacerlo requiere un gran número de operaciones de carga y descarga sucesivas en el material. Este procedimiento de carga y descarga tendrá que ser continuado siendo cada etapa de carga ligeramente mayor que la previa hasta que se logre una deformación medible estando el material no esforzado. Esta deformación residual o plástica se conoce como mínima deformación permanente. Afortunadamente el límite elástico es igual al límite de proporcionalidad, para todos los propósitos prácticos, para la mayoría de los materiales de ingeniería. Este hecho da lugar al uso del término límite elástico-proporcional.

LIMITE ELASTICO APARENTE DE JOHNSON: Según se mencionó previamente, se puede tomar el límite proporcional como el esfuerzo en el extremo de la parte recta de la gráfica esfuerzos-deformaciones. En la práctica es difícil juzgar donde termina dicha parte recta en forma consistente. Por esta

razón a veces se determina un valor conocido como límite elástico aparente de Johnson y se usa en lugar del límite elástico o del límite proporcional. El límite aparente de Johnson es el esfuerzo en el primer punto de la gráfica esfuerzos-deformaciones el cual tiene una pendiente 50% mayor con respecto al eje de esfuerzos, que la pendiente de la parte recta de la gráfica. Un método rápido y conveniente para obtener el límite elástico Johnson se designa a menudo como límite elástico aparente o LEAJ y se muestra en la Fig.2.2

RESISTENCIA A LA CEDENCIA: La importancia del punto cedente se garantiza definiendo un valor comparable del esfuerzo para los muchos materiales que no tienen punto cedente. Estos materiales incluyen muchos aceros y la mayoría de materiales no ferrosos y no metálicos.

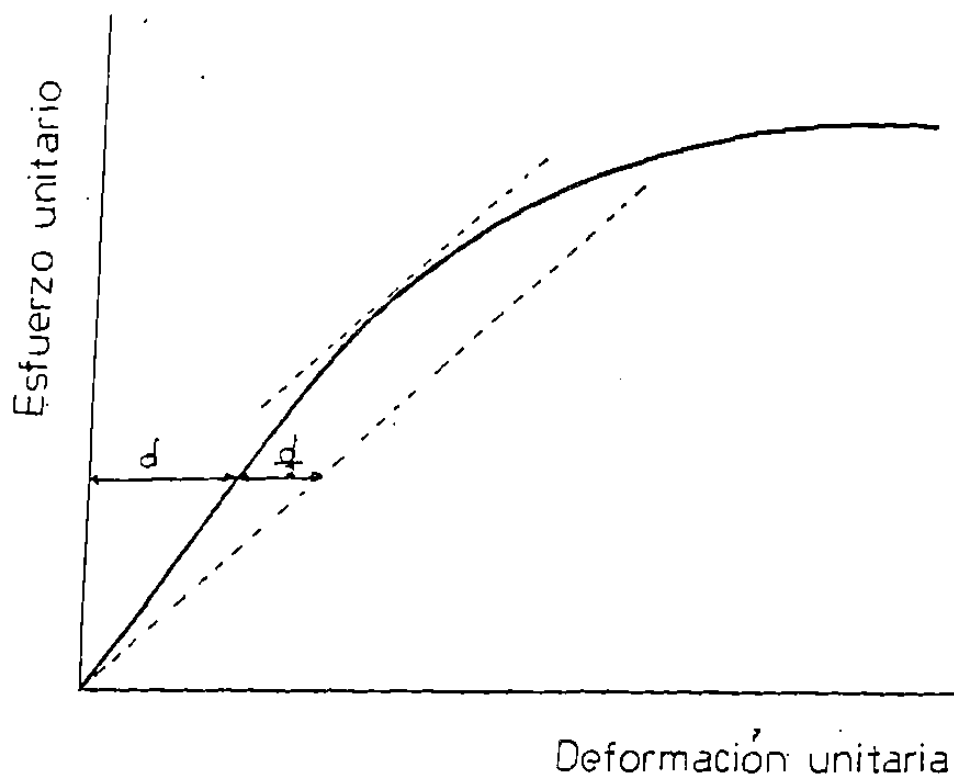


FIG.2.2 METODO PARA OBTENER EL LIMITE APARENTE DE JOHNSON

Esta propiedad es la que se determina en lugar del punto y se denomina resistencia a la cadencia. La resistencia a la cadencia es aquel esfuerzo que causará en el material una cierta cantidad especificada de deformación plástica. Usualmente la resistencia a la cadencia se determina por el método de la mínima deformación permanente según se ilustra en la Fig. 2.3 y se describe después.

La deformación plástica o mínima deformación permanente es situada fuera del origen y una recta paralela a la porción recta de la gráfica esfuerzos-deformaciones es pasada por el punto correspondiente a la deformación plástica en la curva. La resistencia a la cadencia es el esfuerzo en la intersección de la línea paralela y la curva. La deformación especificada para el acero y el aluminio es 0.2% (la equivalente a la deformación unitaria de 0.002 plg/plg). Para algunos otros materiales se especifican diferentes deformaciones fluctuantes entre 0.05 y 0.35%.

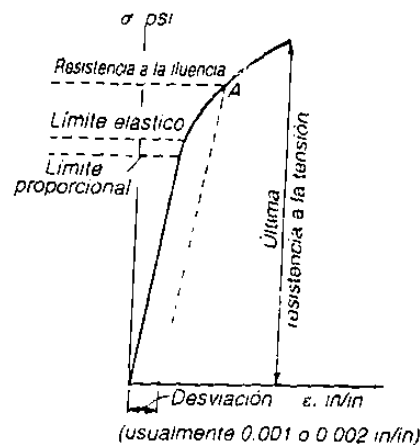


FIG.2.3 MÉTODO DE LA MÍNIMA DEFORMACIÓN PERMANENTE PARA OBTENER LA RESISTENCIA A LA CEDENCIA.

2.2.- DUCTILIDAD Y FRAGILIDAD

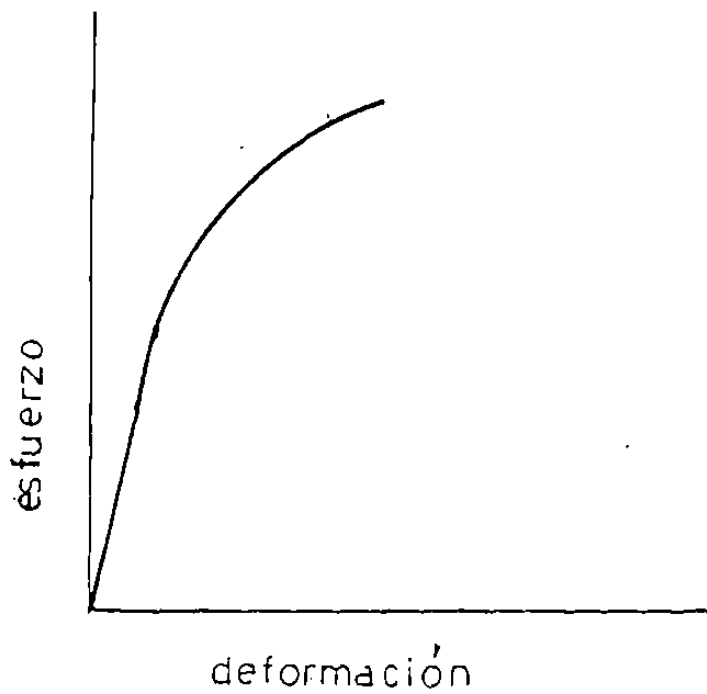
Es posible que dos metales tengan exactamente la misma resistencia y la misma dureza; sin embargo, uno de ellos puede tener mayor capacidad para soportar sobrecargas, debido a la propiedad llamada ductilidad es la habilidad de un material para deformarse plásticamente antes de la fractura bajo esfuerzos de tensión.

En la Fig.2.4 se ilustran dos de esos materiales, los cuales tienen aproximadamente la misma resistencia y dureza. En (a) se indica la gráfica esfuerzo-deformación correspondiente a un material frágil, la cual revela que en este material, sólo se produce una pequeña deformación plástica. Por otra parte, un material dúctil como el de (b) sufrirá una deformación plástica relativamente grande antes de la ruptura. La ductilidad se mide por el porcentaje de alargamiento del material antes de la ruptura. Usualmente, lo que se toma como límite entre la ductilidad y la fragilidad es un alargamiento (o elongación) relativo de 5%. Si en un material se produce un porcentaje de alargamiento menor que 5 en la ruptura, se dice entonces que es frágil; en tanto que uno que tenga más de 5 se considerará dúctil.

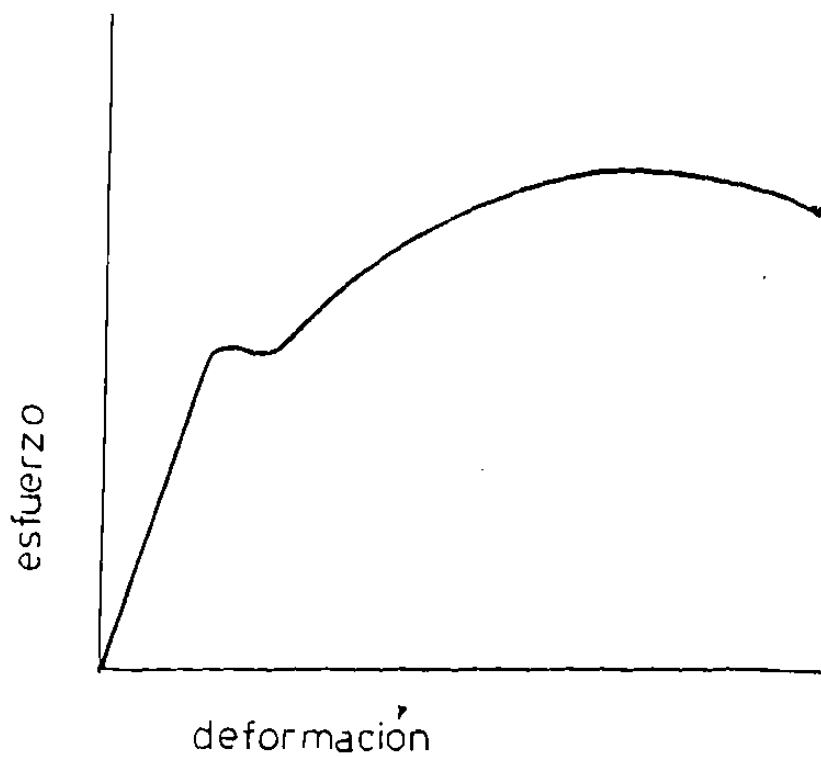
El porcentaje de alargamiento se obtiene comparando el alargamiento total en la fractura con la longitud calibrada. Las dos partes de la probeta fracturada se acoplan adecuadamente, y la distancia entre las marcas de comparación es medida; el alargamiento total es esta distancia menos la longitud calibrada. En forma de ecuación:

$$\% \text{ de alargamiento} = \frac{B - G}{G} \times 100 \quad (2.2)$$

Donde G es la longitud calibrada y B es la distancia entre puntos de comparación en la fractura. Estas distancias se ilustran en la Fig. 2.5.

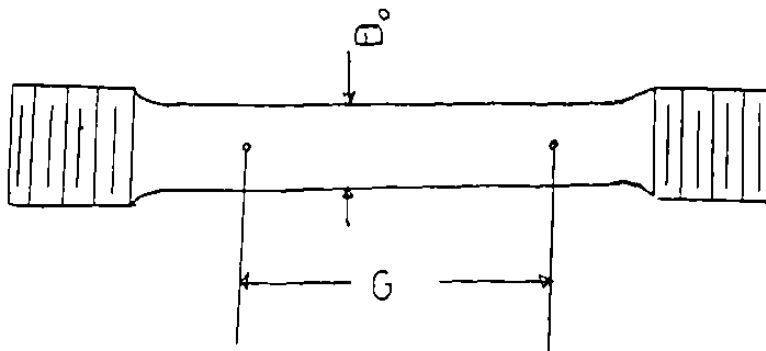


(a) MATERIAL FRAGIL

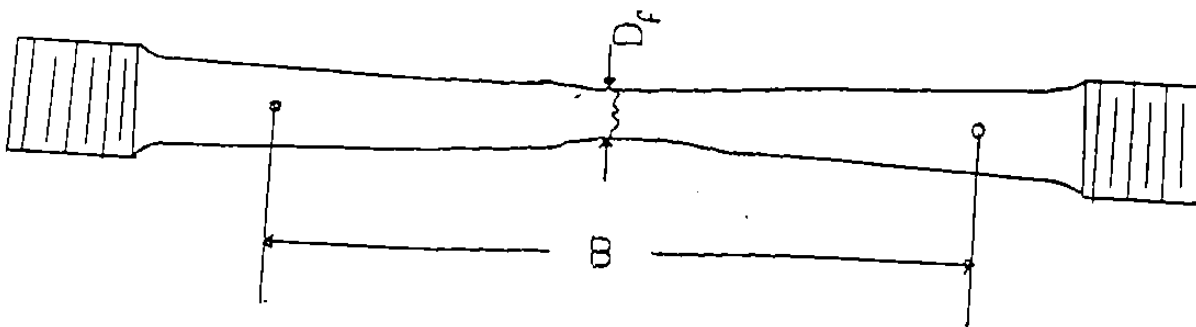


(b) MATERIAL DUCTIL

FIG. 2.4



(a) ANTES DE LA CARGA



(b) DESPUES DE LA FRACTURA

FIG 2.5 ESTRICCIÓN DE UNA PROBETA DE ACERO DUCTIL A LA TENSION

El porcentaje de alargamiento de un material suele medirse utilizando una longitud de medición de 2 pulg. Como la elongación no es una medida de la deformación real por unidad, a veces se usa otro método para determinar la ductilidad; después de que la probeta ha llegado a la ruptura, se mide el área transversal en la sección de la fractura. La ductilidad se expresa entonces mediante el porcentaje de reducción de área transversal en forma de ecuación:

$$\% \text{ de reducción de área} = \frac{A_o - A_f}{A_f} \times 100 \quad (2.3)$$

Donde A_o y A_f son las áreas original y mínima final de la sección transversal, respectivamente.

La característica por la que un material dúctil puede absorber grandes sobrecargas es un factor de seguridad adicional en el diseño. La ductilidad también es importante porque es una medida de la propiedad por la que un material puede trabajarse en frío.

Cuando hay que seleccionar un material para que resista desgaste, erosión o deformación plástica, generalmente la dureza es la propiedad más importante. Se dispone de varios procedimientos de prueba de dureza, los cuales se usan según la propiedad particular por la que se tenga mayor interés. Las cuatro medidas de dureza más empleadas son los llamados índices o números Brinell, Rockwell, Vickers y Knoop.

En la mayoría de los sistemas de ensayo de dureza se utiliza una carga estándar, la cual se aplica a una bola o a un cuerpo piramidal (penetradores), puestos en contacto con el material en prueba. En este caso la dureza se expresa en función de la profundidad de la penetración resultante. Lo anterior significa que la dureza es una propiedad fácil de medir, porque el ensayo no es destructivo y no se requieren probetas.

Por lo general, el ensayo puede realizarse directamente en el propio elemento de máquina.

2.3.- RESISTENCIA A LAS CARGAS DINAMICAS.

Ocurre la carga dinámica cuando a un miembro se le aplica carga rápidamente o con impacto. Una carga de impacto es una que tiene velocidad, en la dirección de la carga, en el instante del contacto con el miembro. Una carga aplicada rápidamente no tiene velocidad en la dirección de la carga en el instante del contacto con el miembro.

Para resistir una carga dinámica un material debe absorber la energía de la carga. La habilidad de un material para absorber energía elásticamente es llamada resiliencia.

El módulo de resiliencia es la cantidad de energía por unidad de volumen que un material puede absorber elásticamente, éste puede ser determinado como el área bajo la curva esfuerzos-deformaciones hasta el límite elástico. De la definición,

$$MR = \frac{\text{energía}}{\text{Volumen}} = \frac{P_{\text{prom}} S_{eL}}{AL} = \frac{\frac{1}{2} P_{eL}}{A} \frac{S_{eL}}{L}$$

Puesto que la carga varía linealmente hasta el límite elástico, por lo tanto,

$$MR = \frac{1}{2} S_{eL} \epsilon_{eL} \quad (2.4 a)$$

Así, el módulo de resistencia es igual al área bajo la curva esfuerzos-deformaciones hasta el límite elástico según se ilustra en la Fig. 2.6.

Cuando la curva esfuerzo-deformaciones no está disponible, el módulo de resiliencia puede ser determinado si se expresa en otra forma:

$$MR = \frac{1}{2} S_{eL} \epsilon_{eL} = \frac{S_{eL}}{2} \frac{S_{eL}}{E} = \frac{S_{eL}^2}{2E} \quad (2.4 b)$$

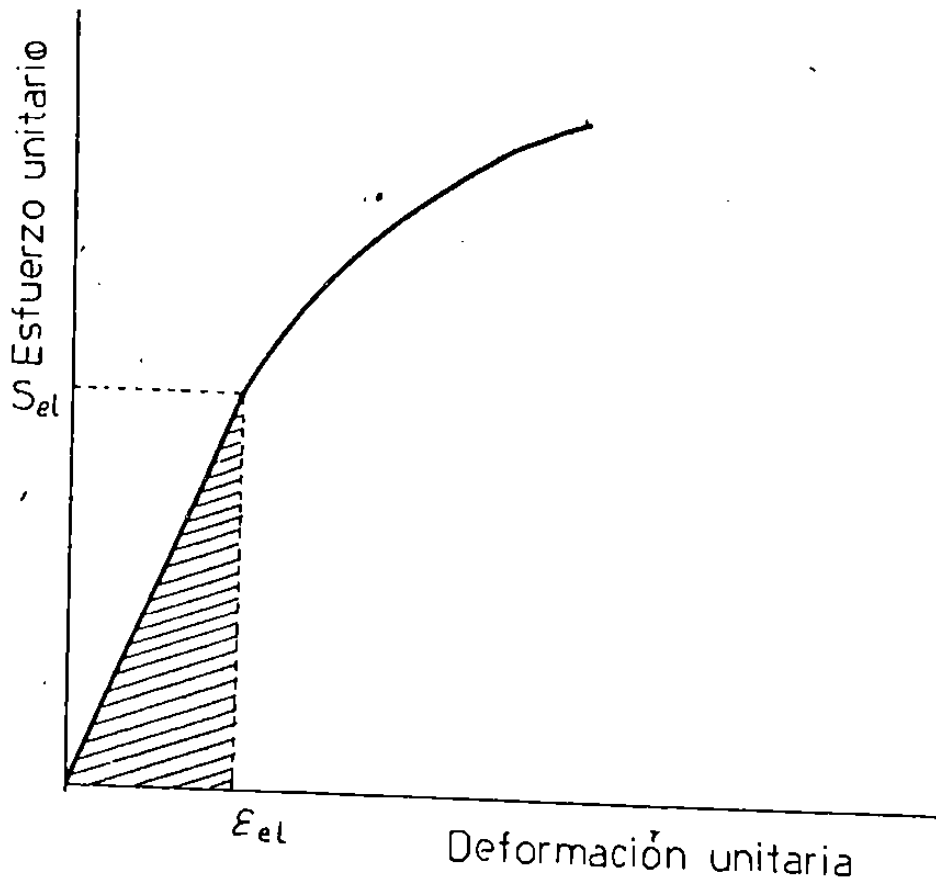


FIG 26 MODULO DE RESILIENCIA POR LA CURVA ESFUERZO-DEFORMACIÓN

2.4.- CONCENTRACION DE ESFUERZOS.

En el desarrollo de las ecuaciones de esfuerzo básicas para tensión, compresión, flexión, torsión se supone que no existen irregularidades en el elemento analizado. Pero es muy difícil diseñar elementos de máquina sin que ocurran algunos cambios en las secciones transversales de los elementos. La mayor parte de las piezas mecánicas deben de tener agujeros, ranuras, muescas y otras clases de discontinuidades. Las discontinuidades en las piezas alteran la distribución de los esfuerzos, de modo que las relaciones de esfuerzo básicas ya no describen el estado de esfuerzos. Estas discontinuidades se denominan acentuadores de esfuerzos, y las regiones en las que están se llaman áreas de concentración de esfuerzos.

Tomemos como ejemplo una barra en tensión con un agujero circular, como se muestra en la Fig. 2.7 (a). Si la barra se corta en la sección transversal del agujero, los esfuerzos de tensión serán como se muestra en la Fig. 2.7(b). La distribución de esfuerzos a lo largo de la superficie cortada es prácticamente uniforme hasta que alcanza la vecindad del agujero, donde los esfuerzos aumentan en forma repentina; un factor de concentración de esfuerzo, teórico o geométrico, K_t , el cual se utiliza para relacionar el esfuerzo máximo real en la discontinuidad nominal. El subíndice "t" en K_t indica convencionalmente que el valor de este factor de concentración de esfuerzos depende solo de la configuración geométrica de la pieza; es decir, el material particular que se utiliza no influye en el valor de K_t ; esta es la razón por la que recibe el nombre de teórico. El factor de concentración de esfuerzos está definido por la ecuación:

$$K_t = \frac{S_{\max}}{S_o}$$

Donde: $S_{\text{máx.}}$ - es el esfuerzo máximo cercano a la discontinuidad.

S_o - es el esfuerzo medio que ocurre retirado de la discontinuidad. En este caso $S_o = P/A$ donde A es el área neta.

Los factores de concentración de esfuerzos han sido determinados para una gran variedad de formas geométricas y tipos de carga. El resumen mejor conocido de resultados para varias formas geométricas es el trabajo de Peterson, que se basa en resultados fotoelásticos hechos antes de 1951. Mas recientemente, los investigadores han desarrollado modelos matemáticos para aproximar estos datos clásicos. Algunos de los mejores ejemplos de esos modelos aproximados han sido publicados por Norton, Pickett y Young. Las figuras 2.8 a la 2.21 muestran los factores de concentración de esfuerzos reportados por Peterson e ilustra el hecho de que, conforme se hacen gradualmente los cambios geométricos, el efecto de los factores de concentración de esfuerzos decrece.

La concentración del esfuerzo es un efecto altamente localizado. En realidad, los esfuerzos de gran intensidad solo existen en una región muy pequeña, en los alrededores de la discontinuidad. En el caso de materiales dúctiles, la primera carga aplicada al elemento causara fluencia en la discontinuidad, lo cual aliviará la concentración del esfuerzo. Por lo tanto, cuando las piezas están hechas de material dúctil y las cargas son estáticas, no se necesita en absoluto utilizar un factor de concentración de esfuerzos. La concentración de esfuerzos si tiene que considerarse cuando las partes han de hacerse de materiales frágiles, o cuando estarán sometidas a cargas de fatiga. Sin embargo, aun en estas condiciones, se encuentra que algunos materiales no son muy sensibles a la existencia de discontinuidades (y también debido a que K_t no depende del tipo de material del que esta hecha la pieza), y por lo tanto, no se tienen que usar los valores totales de los factores de concentración de esfuerzos teóricos. Para estos materiales, es conveniente utilizar un valor reducido de K_t .

La sensibilidad de la muesca "q" se define por la ecuación:

$$q = \frac{K_f - 1}{K_t - 1}$$

Donde: q.- es la sensibilidad a las muescas o discontinuidades del Material y esta por lo general entre cero y la unidad.
Kf.- es el factor reducido de concentración de esfuerzos.

La ecuación indica que si $q = 0$, entonces $K_f = 1$, y el material no tiene sensibilidad en absoluto a las muescas. Por otra parte, si $q = 1$, entonces $K_f = K_t$ y el material tiene sensibilidad completa a la muesca. En trabajos de análisis o diseño, se determina primero K_t , a partir de la configuración de la pieza. A continuación se especifica el material, se halla q y se despeja K_f de la ecuación.

$$K_f = 1 + q(K_t - 1) \quad (2.5)$$

El factor K_f generalmente se denomina factor de concentración de esfuerzos en el caso de fatiga, aunque se utiliza también para materiales frágiles bajo cargas estáticas.

Valores de q , los cuales dependen de el radio de ranura r para aceros de diferentes resistencias a la tensión pueden ser encontrados por las curvas de la Fig.2.22, para cargas flexionantes o axiales invertidas alternativamente. La Fig.2.23 se usa para piezas sometidas a cortante alternativamente. En el caso de grandes radios de ranura, el índice de sensibilidad se aproxima a la unidad. Esto significa que, en caso de duda se puede hacer $K_f = K_t$ y obtener resultados seguros.

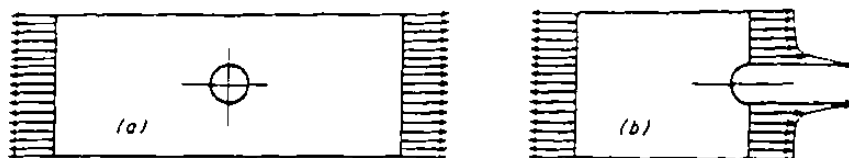


FIG. 2-7 Concentración de esfuerzos para una barra cargada a tensión y con Agujero

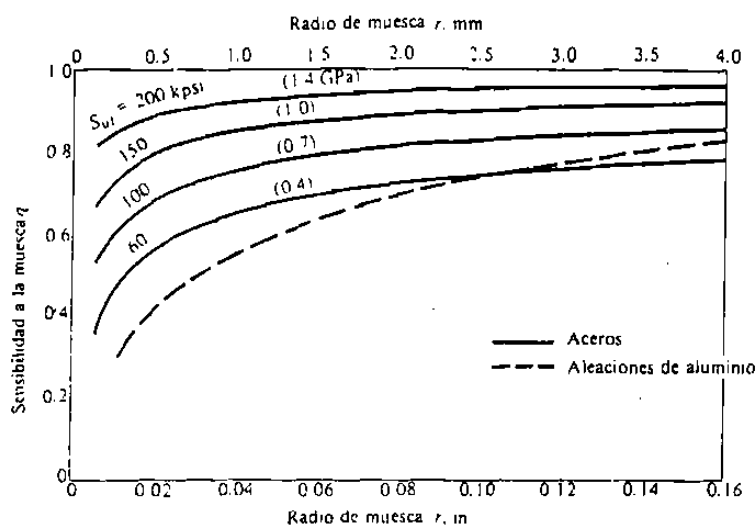


Fig. 2-22. Diagramas de sensibilidad a la muesca para aceros y aleaciones de aluminio y aluminio forjado, sometidos a cargas de flexión y cargas axiales, con inversión ambas. Para radios de muesca mayores use valores de "q" correspondientes a $r=0.16$ plg (4 mm).

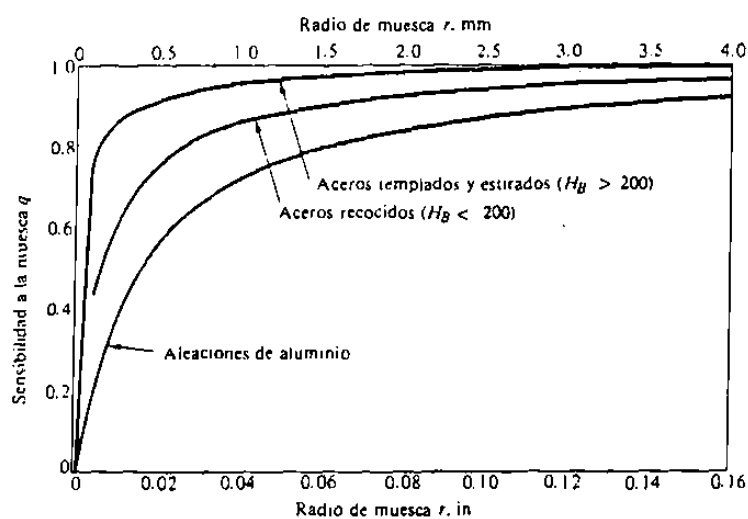


FIG. 2-23. Curvas de sensibilidad a la muesca para materiales en torsión Con inversión . Para radios de muesca mayores, use los valores de "q" correspondientes a $r=0.16$ plg (4 mm).

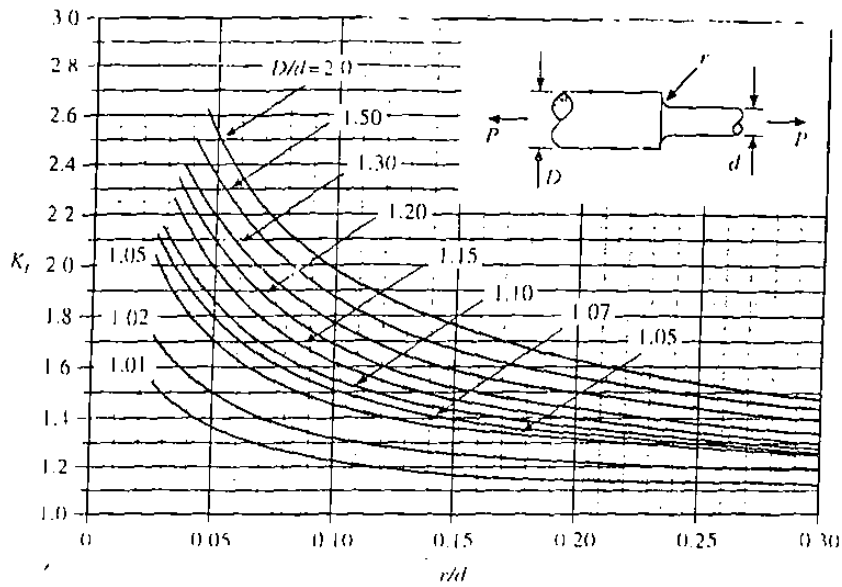


Figura 2-8 Factor de concentración de esfuerzos para un eje con un filete en tensión axial
(Curvas tomadas del libro de Peterson, R.F. "Design Factors for Stress Concentration, Parts 1 to 5", *Machine Design*, febrero-julio 1951.)

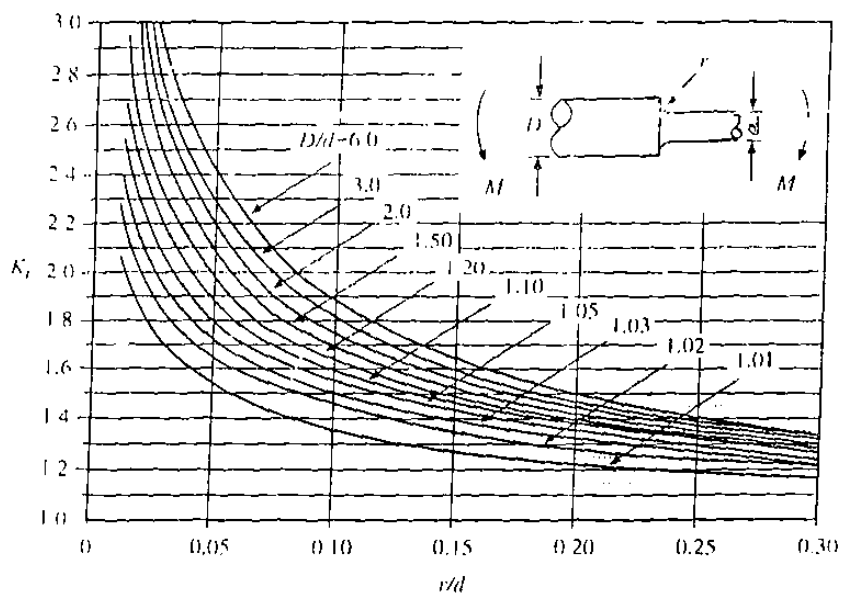


Figura 2-9 Factor de concentración de esfuerzos para un eje con un filete en flexión
(Curvas tomadas del libro de Peterson, R.F. "Design Factors for Stress Concentration, Parts 1 to 5", *Machine Design*, febrero-julio 1951.)

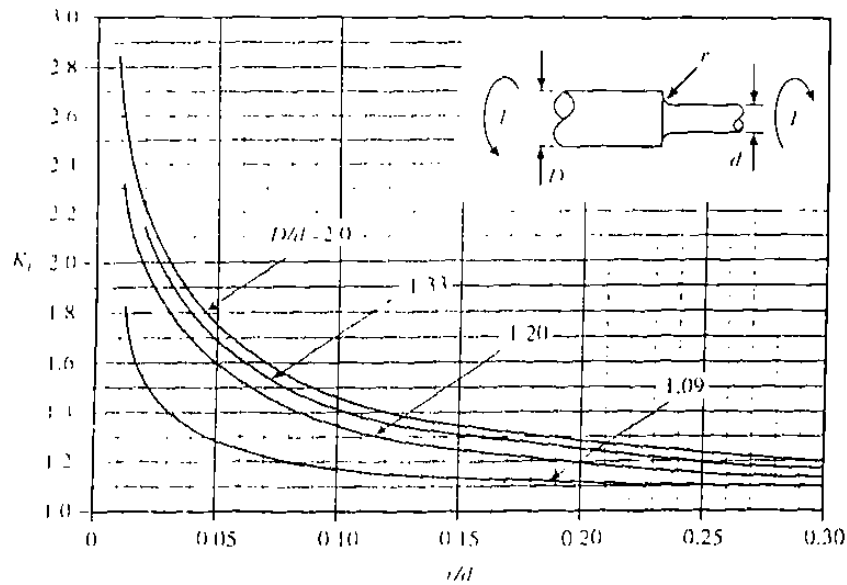


Figura 2-10 Factor de concentración de esfuerzos para un eje con un filete en torsión

(Curvas tomadas del libro de Peterson, R.E. "Design Factors for Stress Concentration, Parts I to 5", *Machine Design*, febrero-julio, 1951.)

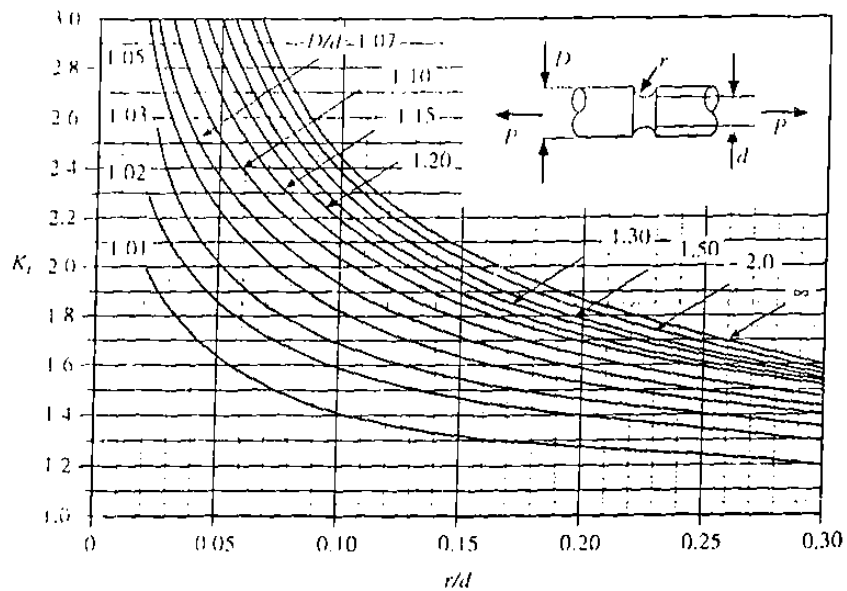


Figura 2-11 Factor de concentración de esfuerzos para un eje con una ranura en tensión axial

(Curvas tomadas del libro de Peterson, R.E. "Design Factors for Stress Concentration, Parts I to 5", *Machine Design*, febrero-julio, 1951.)

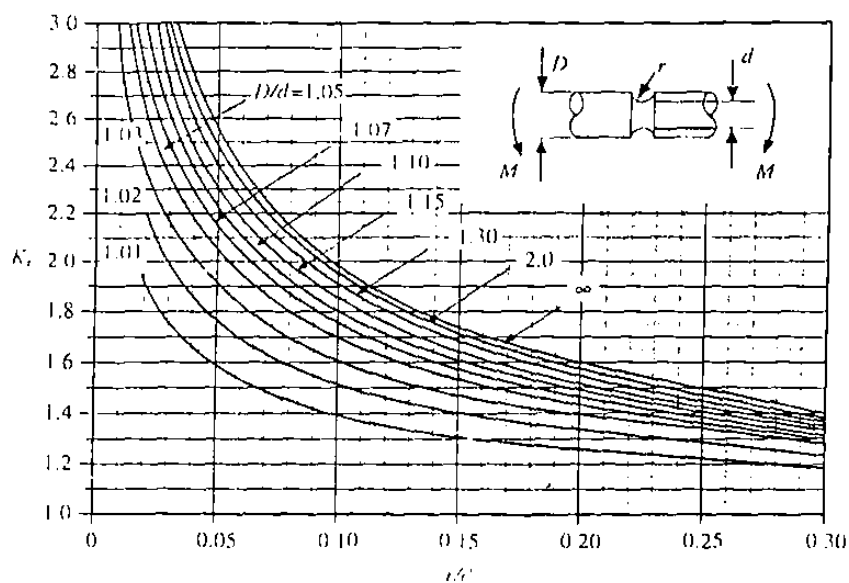


Figura 2-12 Factor de concentración de esfuerzos para un eje con una ranura en flexión
(Curvas tomadas del libro de Peterson, R.F. "Design Factors for Stress Concentration, Parts 1 to 5", *Machine Design*, febrero-julio, 1951.)

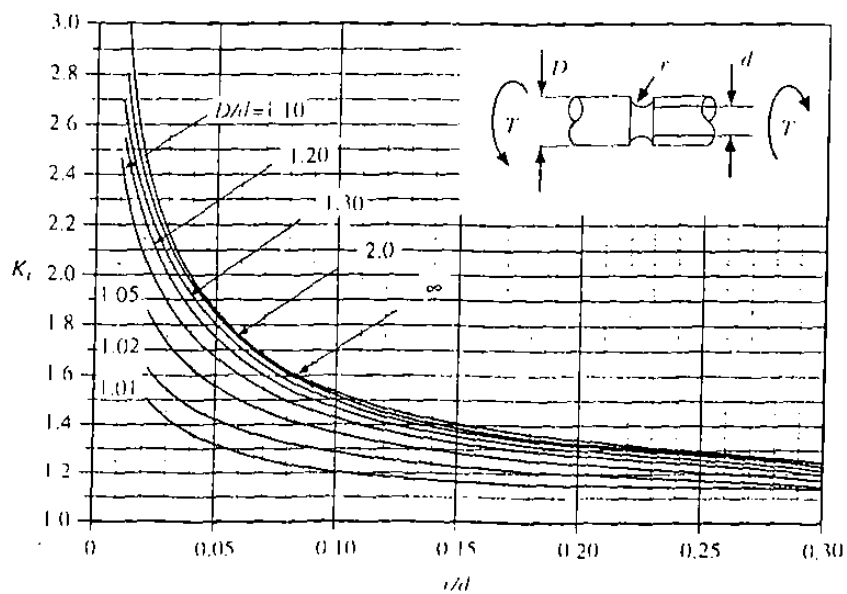


Figura 2-13 Factor de concentración de esfuerzos para un eje con una ranura en torsión
(Curvas tomadas del libro de Peterson, R.F. "Design Factors for Stress Concentration, Parts 1 to 5", *Machine Design*, febrero-julio, 1951.)

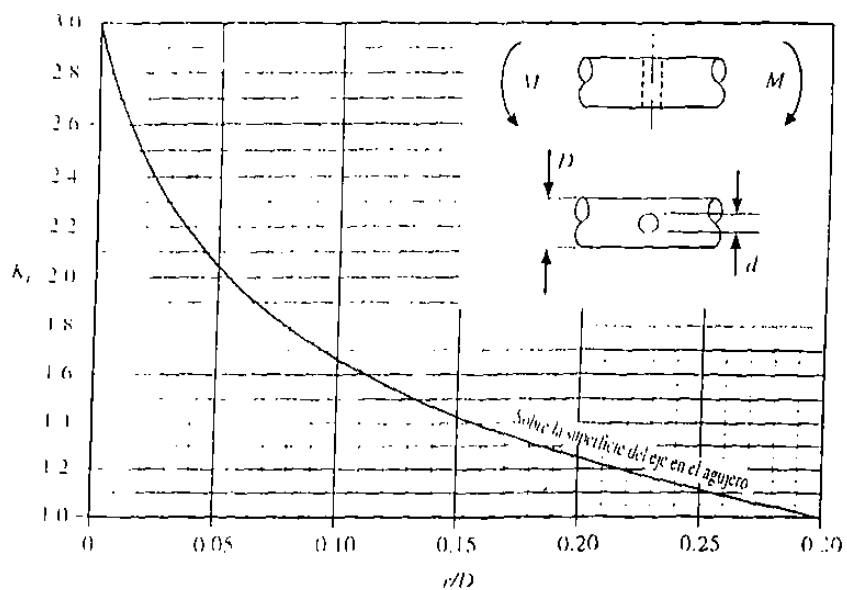


Figura 2-14 Factor de concentración de esfuerzos para un eje con un agujero transversal en flexión.

(Curvas tomadas del libro de Peterson, R.E. "Design Factors for Stress Concentration, Parts 1 to 5" Machin. Design, febrero-julio, 1951.)

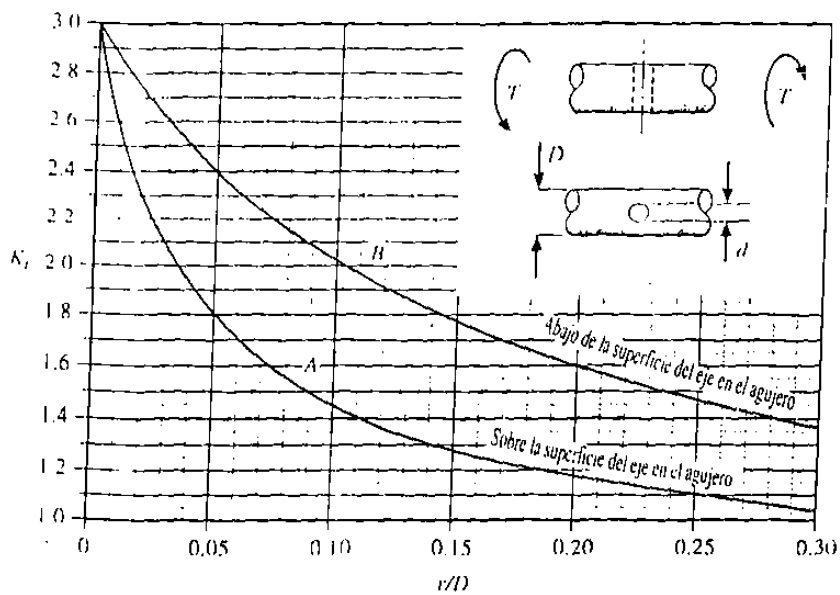


Figura 2-15 Factor de concentración de esfuerzos para un eje con un agujero transversal en torsión.

(Curvas tomadas del libro de Peterson, R.E. "Design Factors for Stress Concentration, Parts 1 to 5" Machin. Design, febrero-julio, 1951.)

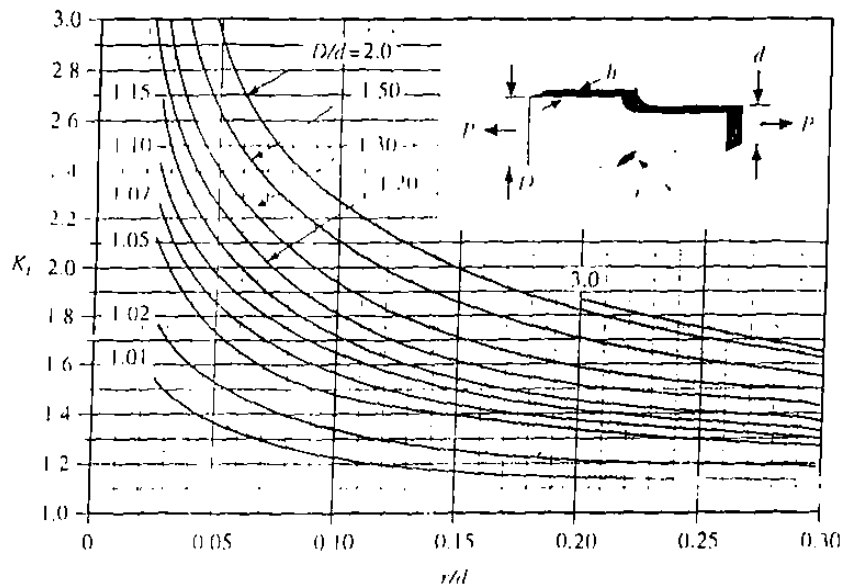


Figura 2-16 Factor de concentración de esfuerzos para una barra plana con un filete en tensión axial.

(Curvas tomadas del libro de Peterson, R.E. "Design Factors for Stress Concentration, Parts 1 to 5", *Machine Design* febrero-junio, 1951.)

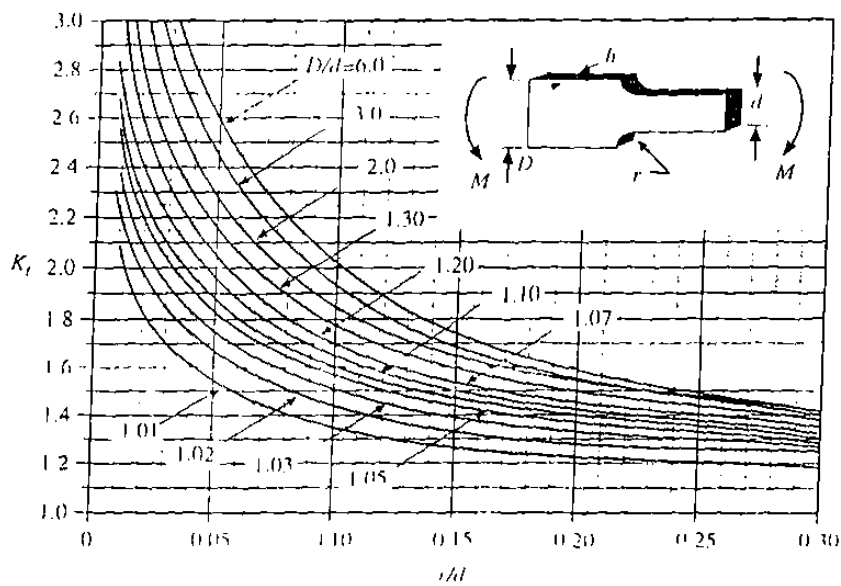


Figura 2-17 Factor de concentración de esfuerzos para una barra plana con un filete en flexión.

(Curvas tomadas del libro de Peterson, R.E. "Design Factors for Stress Concentration, Parts 1 to 5", *Machine Design* febrero-junio, 1951.)

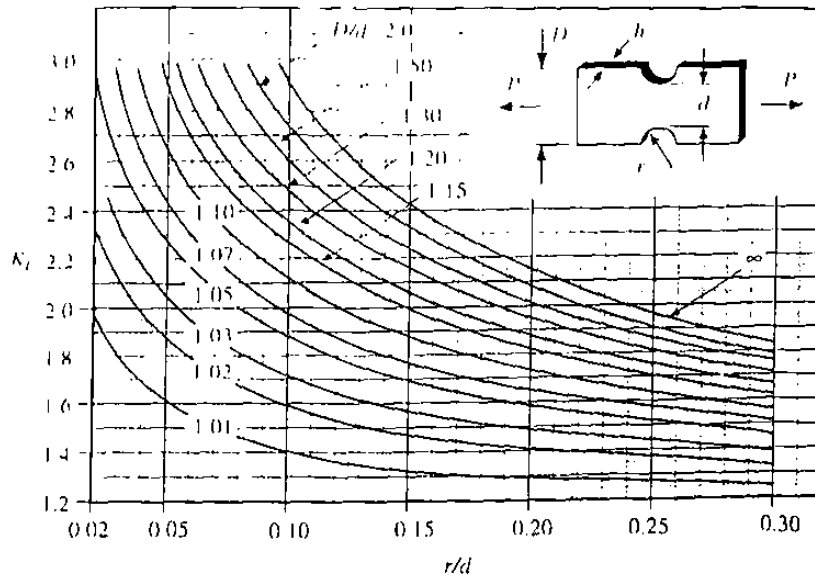


Figura 2-18 Factor de concentración de esfuerzos para una barra plana con una muesca en tensión axial

(Curvas tomadas del libro de Peterson, R. E. "Design Factors for Stress Concentration, Parts 1 to 5", *Machine Design*, febrero-julio, 1951.)

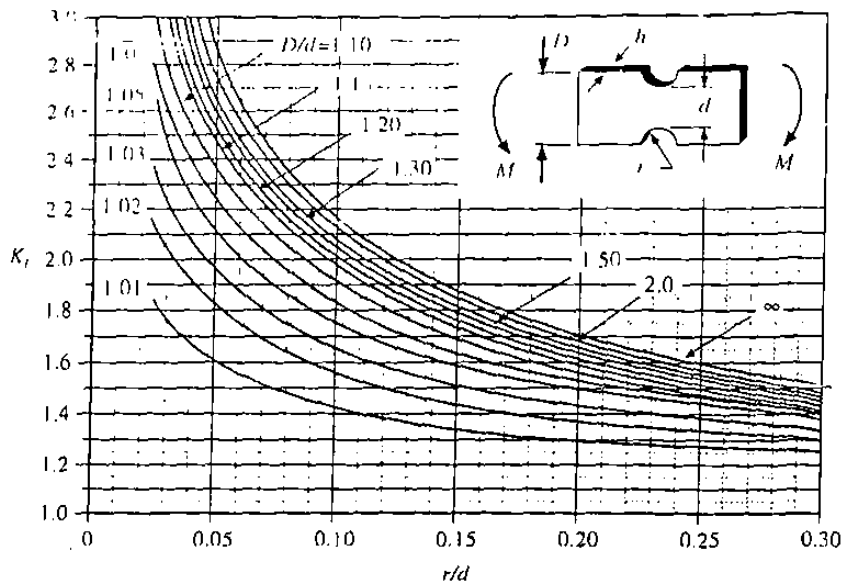


Figura 2-19 Factor de concentración de esfuerzos para una barra plana con una muesca en flexión:

(Curvas tomadas del libro de Peterson, R. E. "Design Factors for Stress Concentration, Parts 1 to 5", *Machine Design*, febrero-julio, 1951.)

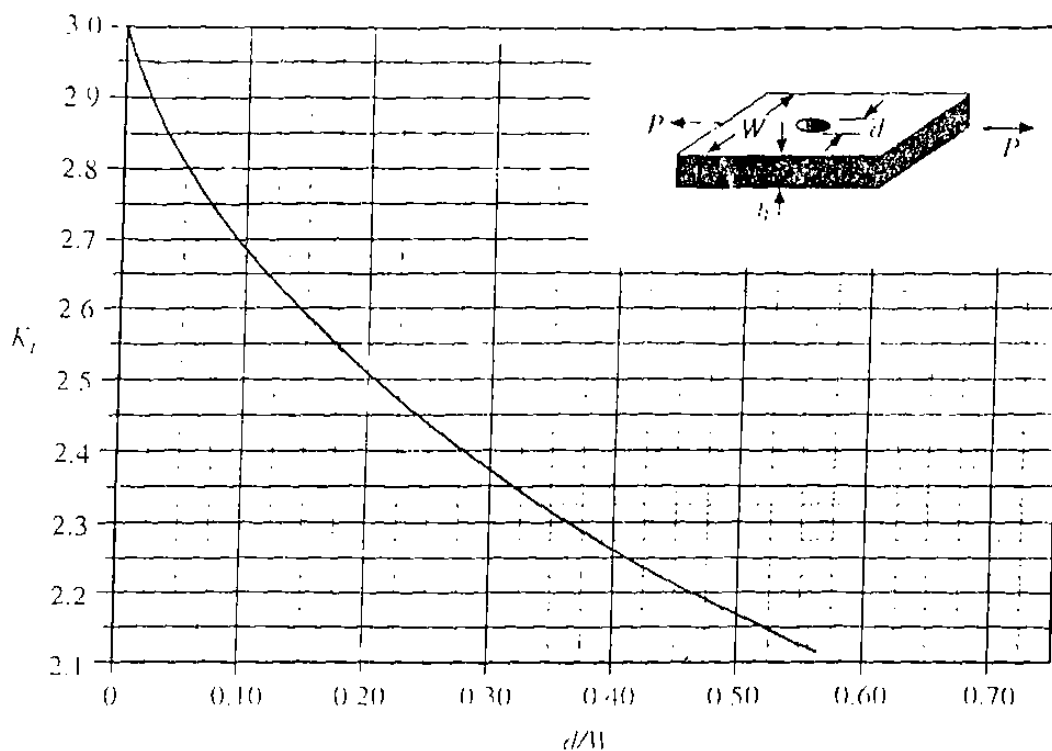


Figura 2-20 Factor de concentración de esfuerzos para una barra plana con un agujero transversal en tensión axial.

(Curvas tomadas del libro de Peterson, R.F. "Design Factors for Stress Concentration, Parts 1 to 5", *Machine Design*, febrero-julio, 1951.)

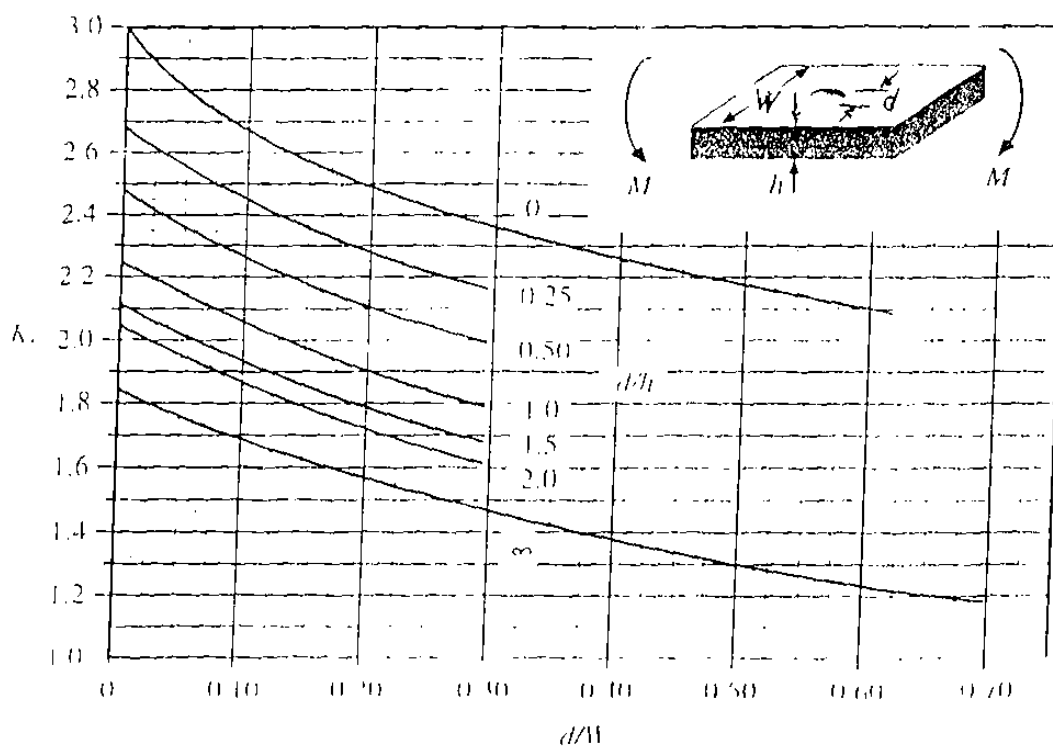


Figura 2-21 Factor de concentración de esfuerzos para una barra plana con un agujero transversal en flexión

(Curvas tomadas del libro de Peterson, R.F. "Design Factors for Stress Concentration, Parts 1 to 5", *Machine Design*, febrero-julio, 1951.)

3.- TEORIAS DE FALLA PARA CARGAS ESTATICAS

No es práctico ni posible efectuar pruebas de todos los materiales de ingeniería, bajo todas las combinaciones de esfuerzos aplicados. Las teorías de falla para las cargas estáticas aquí presentadas dan un procedimiento para relacionar los estados de esfuerzos presentes en las piezas sujetos a esfuerzos combinados, con el estado de esfuerzos del ensayo a tensión uniaxial simple.

Una hipótesis fundamental es que los materiales en cuestión son microscópicamente homogéneos e isotrópicos. La mayor parte de los metales para ingeniería entran en esta categoría. Los materiales compuestos cada vez tienen más uso en aplicaciones que requieren relaciones elevadas resistencia a peso. Estos materiales no suelen ser homogéneos y son anisotrópicos, por lo que requieren teorías de falla distintas y más complicadas que las presentadas aquí. Si se desea mayor información, el lector deberá consultar información sobre materiales compuestos.

Al diseñar elementos mecánicos que resistan las fallas se debe de estar seguro de que los esfuerzos internos no rebasen la resistencia del material. Si el material que se empleará es dúctil, entonces lo que mas interesa es la resistencia de fluencia, ya que una deformación permanente sería considerada como falla; sin embargo existen excepciones a esta regla.

Muchos de los materiales frágiles o quebradizos, como los hierros colados, no poseen un punto de fluencia, así que debe de utilizarse la resistencia última como criterio de falla. Al diseñar elementos que han de hacerse de material frágil, también es necesario recordar que la resistencia última a la compresión es mucho mayor que a la tensión.

Las resistencias de los materiales dúctiles son casi las mismas a tensión que a compresión. Por lo general se considera que esto ocurrirá en el diseño, a menos que se posea información contraria.

FACTOR DE SEGURIDAD.- El factor de seguridad está definido como la relación de la resistencia de un material al esfuerzo de trabajo; por lo que podemos decir que el factor de seguridad es un número adimensional. Generalmente el factor de seguridad es un asunto de juicio, basado sobre el uso propicio del material y las consecuencias de sus fallas.

La mayoría de las máquinas y miembros estructurales fallan cuando son excesivamente deformados, por lo tanto, el factor de seguridad debería ser aplicado al punto cedente o resistencia a la cadencia, para obtener el esfuerzo de trabajo. El propósito del factor de seguridad es el de dar margen para muchas de las incertidumbres de materiales, cargas y teorías.

3.1.- MATERIALES DUCTILES CON CARGA ESTABLE

Un material dúctil se definió como aquél que se deformara una considerable cantidad bajo una carga antes de que ocurra la fractura. Bajo carga constante o estática, una pieza de máquina compuesta de material dúctil falla por fluencia, por ello el esfuerzo de trabajo se calcula a partir de la resistencia de fluencia.

Es posible que el punto de fluencia sea superado por la concentración de esfuerzos como resultado de un cambio repentino de forma, aunque la ecuación elemental indique que el esfuerzo medio en la sección transversal tiene un valor seguro; en general, no se produce ningún perjuicio con tal de que la carga sea constante y el material dúctil. El material simplemente fluye localmente en las pequeñas zonas en las que existen esfuerzos excesivos produciendo con ello el alivio de esfuerzos. Por ello es usual que el diseñador prescinda de los efectos de las concentraciones de esfuerzos cuando las cargas son constantes y el material dúctil.

3.1.1. TENSION Y COMPRESION SIMPLE.- Para materiales dúctiles la resistencia en el punto de fluencia en tensión es generalmente el mismo que la resistencia en el punto de fluencia de compresión.

Un elemento con un esfuerzo de trabajo a tensión simple S_1 es mostrado en la Fig. 3.1 (a) . La ecuación para el factor de seguridad FS es :

$$FS = \frac{S_{yp}}{S_1} \quad (3.1)$$

Donde S_{yp} es la resistencia de fluencia para tensión o compresión. Para compresión, Fig. 3.1 (b) , la ecuación es:

$$FS = \frac{S_{yp}}{S_2} \quad (3.2)$$

Como es mostrado por el círculo de mohr de la Fig. 3.1, se ve que , para carga axial simple, el esfuerzo de corte máximo es igual a un medio del esfuerzo axial y está inclinado a 45 grados con respecto al eje del esfuerzo axial, por lo tanto:

$$S_{smax} = \frac{1}{2} S_1 = \frac{1}{2} S_2 \quad (3.3)$$

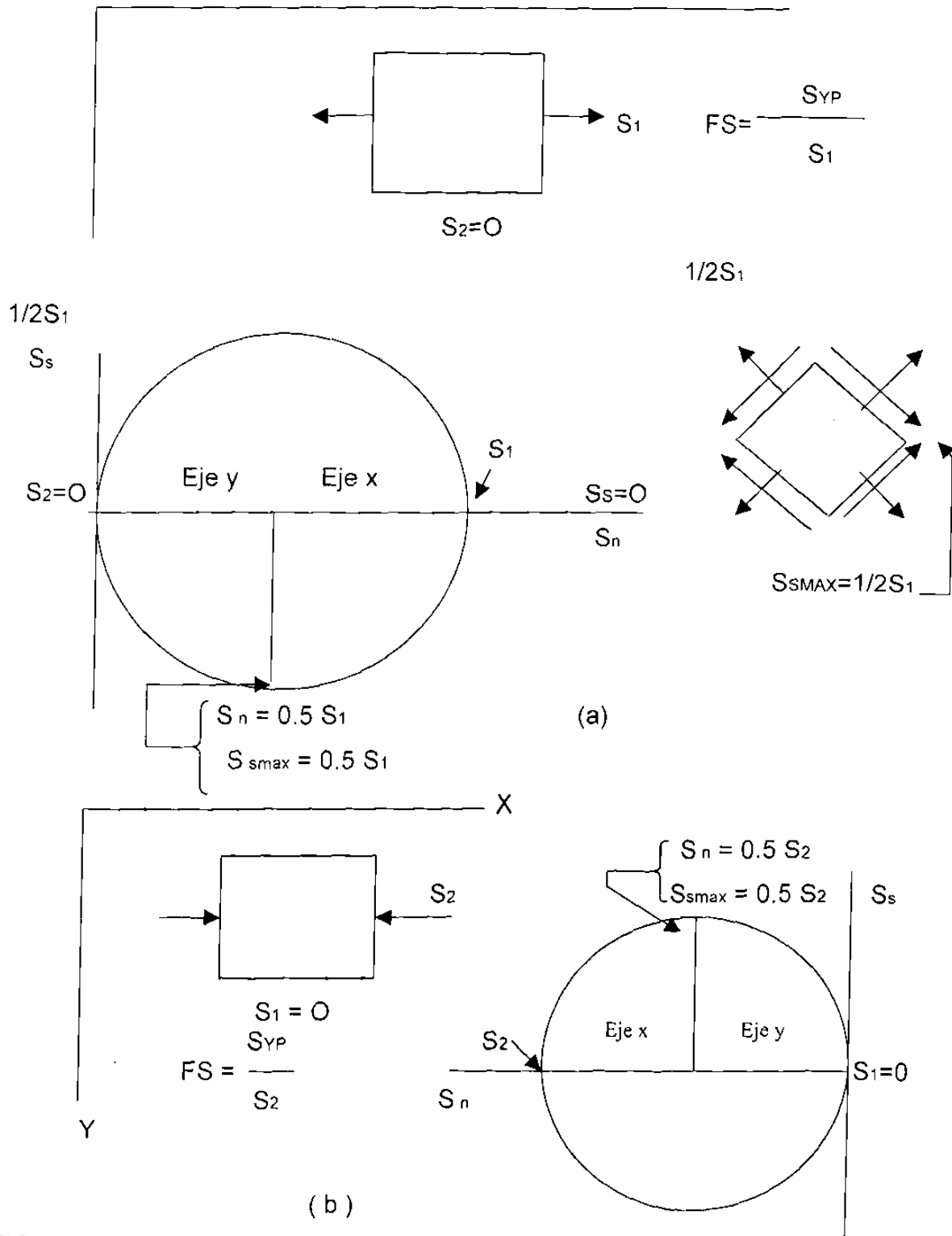


FIG. 3.1 Esfuerzos y circulo de mohr para tensión o compresión simple.

(b) CORTANTE PURO: Un elemento cargado con esfuerzo cortante puro es mostrado en la Fig. 3.2 (a). La siguiente ecuación es válida:

$$FS = \frac{S_{syp}}{S_s} \quad (3.4)$$

Donde: S_{syp} .- es la resistencia de fluencia en cortante para el material .

S_s .- es el esfuerzo cortante aplicado.

El elemento ya mencionado tiene el círculo de Mohr de la Fig. 3.2 (b). Este esquema indica que el material de la Fig. 3.2 (a) está a esfuerzos de tensión y compresión numéricamente igual al esfuerzo cortante y localizados a 45 grados respecto al esfuerzo cortante. Estos son mostrados en el elemento de la Fig. 3.2 (c). Los esfuerzos de las figuras (a) y (c) pueden considerarse equivalentes.

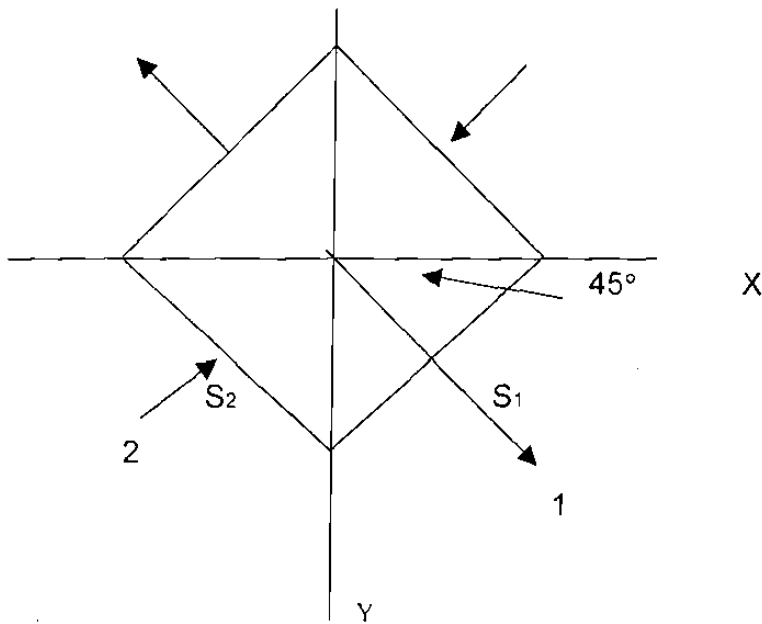
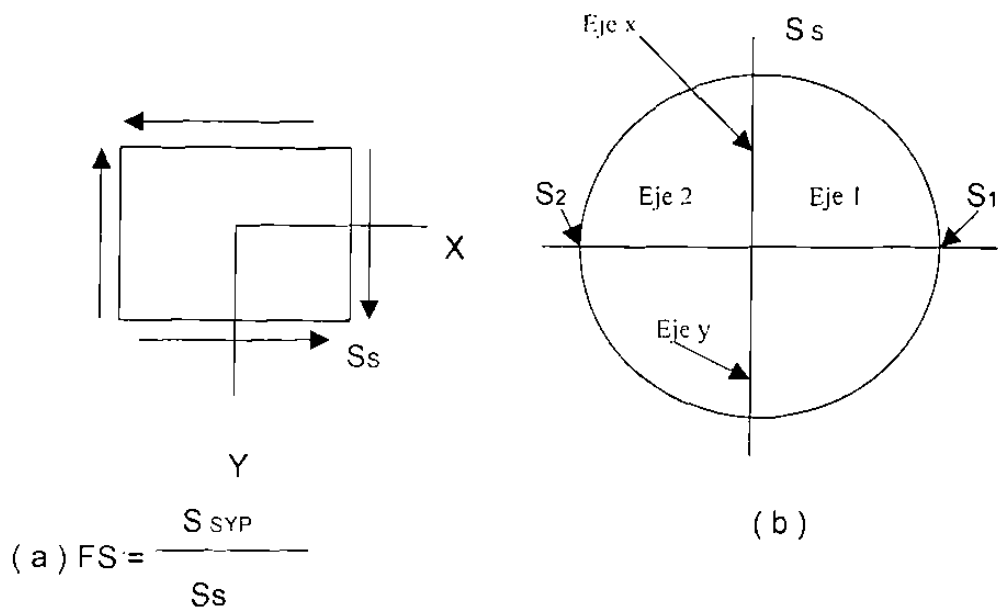


FIG. 3.2.- CONDICION DE ESFUERZOS PARA MATERIAL EN CORTANTE PURO.

3.2.- TEORIA DE FALLA DEL CORTANTE MAXIMO.

Para esfuerzos en dos o tres dimensiones es más difícil determinar valores apropiados para los esfuerzos de trabajo. Frecuentemente la única información disponible sobre el material para el diseño es el valor de su resistencia a la fluencia, que es determinado por una prueba a tensión simple. El diseñador es generalmente forzado a extender el resultado de las pruebas de tensión simple al caso de cargas en dos y tres direcciones. Esto puede ser hecho por las llamadas teorías de falla.

Una que es simple y extensamente usada es la teoría de falla del cortante máximo. Para aplicar esta teoría es necesario determinar el esfuerzo cortante máximo que se produce para la carga dada en el material y aplicar la ecuación (3.4).

La teoría del cortante máximo da una relación entre la resistencia en el punto de fluencia en tensión S_{yp} y la resistencia en el punto de fluencia en cortante S_{syp} . El círculo de mohr de la fig. 3.1, indica que un cuerpo sometido a tensión simple S_1 tiene esfuerzos de cortante iguales a la mitad de este valor en direcciones que forman ángulos de 45 grados con la de S_1 .

$$S_{smax} = \frac{1}{2} S_1 \quad (3.3)$$

Si el esfuerzo S_1 de esta figura creciera hasta el valor de fluencia, la teoría del cortante máximo establece que el material estará sometido también a la resistencia de fluencia en cortante. Por consiguiente,

$$S_{syp} = \frac{1}{2} S_{yp} \quad (3.5)$$

La que puede sustituirse en la ecuación (3.4) para dar,

$$FS = \frac{1}{2} \frac{S_{yp}}{S_s} \quad (3.6)$$

La Fig. 3.3 (a) muestra un elemento con esfuerzos principales S_1 , S_2 , y S_3 en las tres direcciones coordenadas. El esfuerzo es nombrado en el orden de magnitud decreciente tal que $S_1 > S_2 > S_3$ algebraicamente. La condición de falla puede ser investigada para los tres planos inclinados, mostrados en la Fig. 3.3.

PLANO ACEF. El esfuerzo S_3 no tiene efecto sobre este plano. Por el círculo de mohr de la Fig. 3.3(b), el esfuerzo cortante máximo es igual a,

$$S_s = 1/2(S_1 - S_2) \quad (3.7)$$

El esfuerzo S_s puede ahora ser usado en la ecuación (3.6).

PLANO BCDF. El esfuerzo S_1 no tiene efecto sobre este plano. Por un procedimiento similar, es fácil mostrar que,

$$S_s = 1/2(S_2 - S_3) \quad (3.8)$$

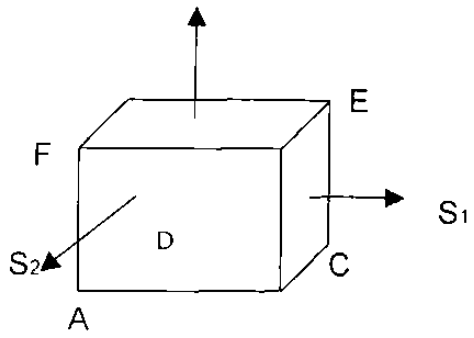
La ecuación (3.6) se aplica.

PLANO ABED. El esfuerzo S_2 no tiene efecto sobre este plano. De esta manera tenemos que,

$$S_s = 1/2(S_3 - S_1) \quad (3.9)$$

La ecuación (3.6) puede ser aplicada.

Todos los cuerpos físicos son tridimensionales, las tres ecuaciones (3.7), (3.8) y (3.9) pueden ser aplicadas a todos los problemas. Para problemas bi-dimensionales, sólo S_1 Y S_2 están presentes : el valor $S_3=0$ puede ser sustituido en las ecuaciones, (3.8) y (3.9).



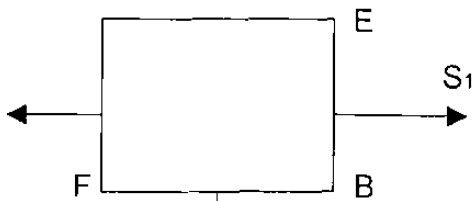
(a)

PLANO ACEF



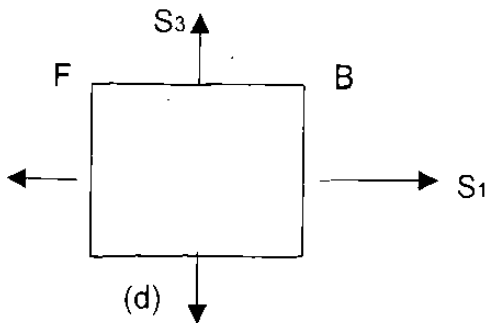
(b)

PLANO BCDF



(c)

PLANO ABED



(d)

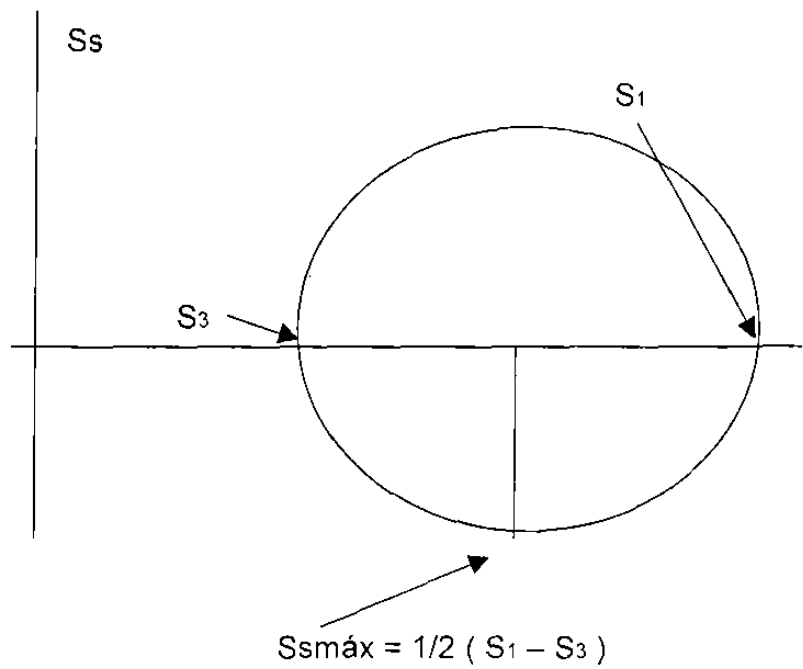
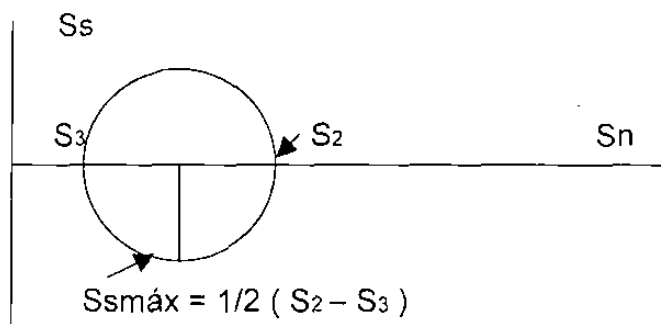
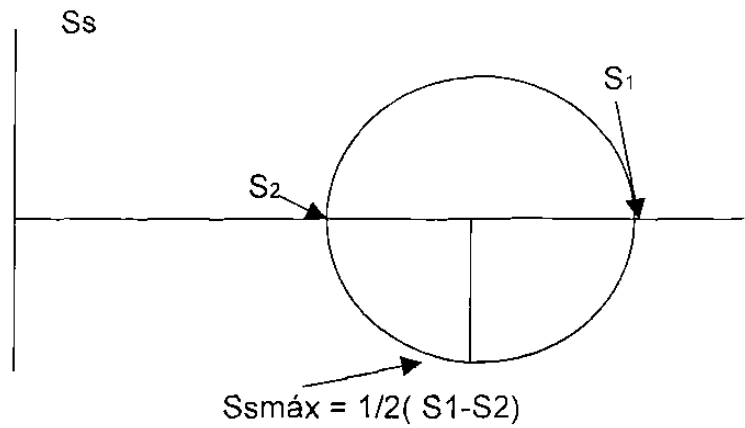


FIG. 3.3 Esfuerzos de cortante máximo para carga tri-dimensional

3.3 TEORIA DE FALLA DE LA ENERGIA DE DEFORMACION Y ENERGIA DE DISTORSION.

(a) TEORIA DE FALLA DE LA ENERGIA DE DEFORMACION:

Otra teoria de falla la cual es a veces recomendada para esfuerzos tri-dimensionales es la teoria de fallade la energia de deformación. La fig. 3.4 muestra un cubo unitario con esfuerzos S_1 , S_2 , y S_3 . Estos son gradualmente aplicados y producen deformaciones unitarias de ϵ_1 , ϵ_2 Y ϵ_3 plg / plg.

La energia de deformacion para el cubo es,

$$U = \frac{S_1 \epsilon_1}{2} + \frac{S_2 \epsilon_2}{2} + \frac{S_3 \epsilon_3}{2} \quad (a)$$

Por la ley de Hooke:

$$\epsilon_1 = 1/E [S_1 - \mu (S_2 + S_3)] \quad (b)$$

$$\epsilon_2 = 1/E [S_2 - \mu (S_3 + S_1)]$$

$$\epsilon_3 = 1/E [S_3 - \mu (S_1 + S_2)]$$

Estas son sustituidas en la ecuacion (a) y resulta :

$$U = \frac{S_1}{2E} \left\{ S_1 - \mu (S_2 + S_3) \right\} + \frac{S_2}{2E} \left\{ S_2 - \mu (S_3 + S_1) \right\} \\ + \frac{S_3}{2E} \left\{ S_3 - \mu (S_1 + S_2) \right\}$$

$$U = \frac{1}{2E} \left[S_1^2 - \mu (\underline{S_1 S_2} + \underline{S_1 S_3}) + S_2^2 - \mu (\underline{S_2 S_3} + \underline{S_1 S_2}) + S_3^2 - \mu (\underline{S_1 S_3} + \underline{S_2 S_3}) \right]$$

$$U = \frac{1}{2E} \left[S^2_1 + S^2_2 + S^2_3 - 2\mu S_1 S_2 - 2\mu S_1 S_3 - 2\mu S_2 S_3 \right]$$

$$U = \frac{1}{2E} \left[S_1 + S_2 + S_3 - 2\mu(S_1 S_2 + S_2 S_3 + S_3 S_1) \right] \quad (c)$$

Ahora permitamos que el elemento de la fig. 3.4 sea sujetado a un esfuerzo de tension uni-axial S , y permitamos que S sea de tal valor que la energia de deformacion es igual a la de la ec. (c). Tenemos

$$U = \frac{S\varepsilon}{2}$$

Pero

$$\varepsilon = \frac{S}{E}$$

$$Y \quad U = \frac{S^2}{2E} \quad (d)$$

Las ecuaciones (c) y (d) son ahora igualadas , y resulta :

$$S^2 = S^2_1 + S^2_2 + S^2_3 - 2\mu(S_1 S_2 + S_2 S_3 + S_3 S_1) \quad (3.10)$$

Aqui S es el esfuerzo ficticio en tension simple que es equivalente a la carga tri-dimensional de la figura 3.4.

El factor de seguridad puede ser determinado por la Ecuacion (3.1) con S_1 reemplazado por S

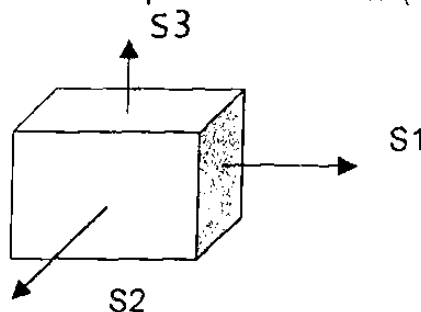


FIG.3.4 ESFUERZOS PRINCIPALES
EN EL ELEMENTO.

(b) TEORIA DE FALLA DE LA ENERGIA DE DISTORSION :

Esta teoría de falla se llama también teoría de la energía de cortante. Aplicarla es solo un poco mas difícil que aplicar la teoría del esfuerzo cortante máximo y es la teoría mas conveniente para el caso de materiales dúctiles. Como la teoría del esfuerzo cortante máximo, ésta se emplea solo para definir el principio de la fluencia, además de que todas las teorías de falla la de energía de distorsión ha sido encontrado que concuerda mejor con los resultados de las pruebas que otras.

La teoría de la energía de distorsión se originó de la observación de materiales dúctiles, sometidos a esfuerzo hidrostático (de igual tensión o compresión), tenían resistencias de fluencia muy superiores a los valores obtenidos por el ensayo a tensión simple. Así se postuló que la fluencia no era, de ninguna manera, un fenómeno de tensión o de compresión simples, sino, mas bien , que estaba relacionada de algún modo con la distorsión (o deformación angular) del elemento esforzado, la teoría supone que la fluencia de un material bajo esfuerzos combinados ocurrirá cuando la energía de cortante o distorsión para los esfuerzos dados sea igual a la energía de distorsión para tensión simple en el valor del punto de fluencia. La teoría de la energía de deformación, ha dejado de utilizarse, pero fue precursora de la teoría de la energía de distorsión. Se ha formulado el siguiente razonamiento: ¿Porqué no considerar la energía total de deformación y restar de ella la energía utilizada, para producir únicamente un cambio de volumen?. Así, la energía restante sería la correspondiente a la distorsión , veamos cómo funciona esto.

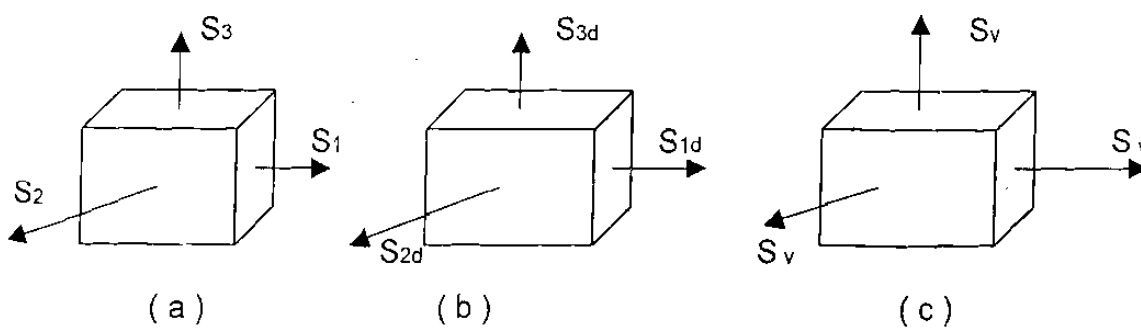


FIG. 3.5 Cargas para la energía de distorsión.

- (a) .- Esfuerzos dados
 (b) .- Esfuerzos que no dan cambio de volumen
 (c) .- Esfuerzos que dan un cambio de volumen igual a (a)

La energía de deformación total U puede ser expresada como,

$$U = U_v + U_d \quad \text{O} \quad U_d = U - U_v \quad (a)$$

Donde U_v es la energía de deformación resultante para el cambio de volumen, y U_d es la energía de deformación de distorsión.

Permitimos que los esfuerzos S_1 , S_2 , y S_3 de la fig. 3.5 sea divididos en dos partes de acuerdo a las siguientes ecuaciones:

$$\begin{aligned} S_1 &= S_{1d} + S_v \\ S_2 &= S_{2d} + S_v \\ S_3 &= S_{3d} + S_v \end{aligned} \quad (b)$$

Donde S_{1d} , S_{2d} y S_{3d} representan las componentes que causan distorsión del cuerpo pero no cambio en volumen, y S_v es la componente que causa todo el cambio en volumen. El cambio de volumen en la fig.3.5 (c), es el mismo que el cambio de volumen de la Fig. 3.5 (a).

El cambio de volumen en el esquema (b) es cero,

$$\epsilon_{1d} + \epsilon_{2d} + \epsilon_{3d} = 0 \quad (c)$$

La ley de Hooke, para cada una de las deformaciones puede ahora ser sustituida en la Ec. (c),

$$\frac{1}{E} \left[S_{1d} - \mu (S_{2d} + S_{3d}) \right] + \frac{1}{E} \left[S_{2d} - \mu (S_{1d} + S_{3d}) \right] + \frac{1}{E} \left[S_{3d} - \mu (S_{1d} + S_{2d}) \right] = 0$$

$$S_{1d} + S_{2d} + S_{3d} - \mu (S_{2d} + S_{3d} + S_{1d} + S_{3d} + S_{1d} + S_{2d}) = 0$$

$$S_{1d} + S_{2d} + S_{3d} - 2\mu(S_{1d} + S_{2d} + S_{3d}) = 0$$

$$S_{1d} + S_{2d} + S_{3d}(1-2\mu) = 0 \quad \therefore$$

$$S_{1d} + S_{2d} + S_{3d} = 0 \quad (d)$$

La ecuación (b) es sumada y da,

$$S_1 + S_2 + S_3 = S_{1d} + S_{2d} + S_{3d} + 3S_v$$

La ecuación (d) es sustituida y el resultado para S_v es

$$S_v = \frac{(S_1 + S_2 + S_3)}{3} \quad (e)$$

La energía de deformación para la fig. 3.5(c) es,

$$U_v = 3 \left(\frac{S_v \varepsilon_v}{2} \right) \quad (f)$$

Donde ε_v es la deformación en cada una de las direcciones coordenadas para los esfuerzos S_v ,

Por la ley de Hooke,

$$\varepsilon_v = \frac{1}{E} \left[S_v - \mu(S_v + S_v) \right] = \frac{1}{E} (1 - 2\mu)S_v$$

En Ec, (f)

$$U_v = \frac{3(1 - 2\mu)S_v^2}{2E}$$

Ec, (e) es sustituida

$$U_v = \frac{\cancel{3}}{2E} (1 - 2\mu) \frac{1}{\cancel{3 \times 3}} (S_1 + S_2 + S_3)^2 = \frac{1}{6E} (1 - 2\mu)(S_1 + S_2 + S_3)^2$$

$$(S_1 + S_2 + S_3)(S_1 + S_2 + S_3) = S_1^2 + S_1S_2 + S_1S_3 + S_1S_2 + S_2^2 + S_2S_3 + S_1S_3 + S_2S_3 + S_3^2$$

$$U_v = \frac{1}{6E} (1-2\mu) \left[S_1^2 + S_2^2 + S_3^2 + 2(S_1S_2 + S_2S_3 + S_1S_3) \right]$$

Después de haber expandido el cuadrado de la Ec. anterior, junto con la Ec. (c) de la sección previa, son sustituidos en la Ec. (a).

$$U_d = U - U_v = \frac{1}{2E} \left[S_1^2 + S_2^2 + S_3^2 - 2\mu(S_1S_2 + S_2S_3 + S_3S_1) \right]$$

$$- \frac{1}{6E} (1-2\mu) \left[S_1^2 + S_2^2 + S_3^2 + 2(S_1S_2 + S_2S_3 + S_3S_1) \right]$$

$$U_d = \frac{1}{2E} (S_1^2 + S_2^2 + S_3^2) - \frac{\mu}{E} (S_1S_2 + S_2S_3 + S_3S_1) - \frac{1}{6E} (S_1^2 + S_2^2 + S_3^2)$$

$$- \frac{2}{6E} (S_1S_2 + S_2S_3 + S_3S_1) + \frac{2\mu}{6E} (S_1^2 + S_2^2 + S_3^2) + \frac{4\mu}{6E} (S_1S_2 + S_2S_3 + S_3S_1)$$

$$U_d = \frac{2}{6E} (S_1^2 + S_2^2 + S_3^2) - \frac{\mu}{3E} (S_1S_2 + S_2S_3 + S_3S_1) + \frac{\mu}{3E} (S_1^2 + S_2^2 + S_3^2)$$

$$- \frac{1}{3E} (S_1S_2 + S_2S_3 + S_3S_1)$$

$$U_d = \frac{1}{3E} \left[S_1^2 + S_2^2 + S_3^2 - (S_1S_2 + S_2S_3 + S_3S_1) \right] + \frac{\mu}{3E} \left[S_1^2 + S_2^2 + S_3^2 - (S_1S_2 + S_2S_3 + S_3S_1) \right]$$

$$U_d = \left[\frac{1+\mu}{3E} \right] \left[S_1^2 + S_2^2 + S_3^2 - (S_1S_2 + S_2S_3 + S_3S_1) \right] \quad (g)$$

$$\begin{aligned}
 \text{ó } U_d &= \left[\frac{1+\mu}{3E} \right] \left[S_1^2 - S_1S_2 + S_2^2 - S_2S_3 + S_3^2 - S_3S_1 \right] \\
 U_d &= \left[\frac{1+\mu}{6E} \right] \left[2S_1^2 - 2S_1S_2 + 2S_2^2 - 2S_2S_3 + 2S_3^2 - 2S_3S_1 \right] \\
 U_d &= \left[\frac{1+\mu}{6E} \right] \left[S_1^2 - 2S_1S_2 + S_2^2 + S_2^2 - 2S_2S_3 + S_3^2 + S_3^2 - 2S_3S_1 + S_1^2 \right] \\
 U_d &= \left[\frac{1+\mu}{6E} \right] \left[(S_1 - S_2)^2 + (S_2 - S_3)^2 + (S_3 - S_1)^2 \right] \quad (h)
 \end{aligned}$$

Permitimos ahora que el cuerpo sea sujetado al esfuerzo de tensión simple S . La energía de distorsión es,

$$U_d = \left[\frac{1+\mu}{3E} \right] S^2 \quad (i)$$

Permitimos que S tenga un valor tal que la energía de distorsión es igual a la de las ecuaciones (g) y (h). Tenemos,

$$\begin{aligned}
 \left[\frac{1+\mu}{3E} \right] S^2 &= \left[\frac{1+\mu}{3E} \right] \left[S_1^2 + S_2^2 + S_3^2 - (S_1S_2 + S_2S_3 + S_3S_1) \right] \\
 S^2 &= S_1^2 + S_2^2 + S_3^2 - (S_1S_2 + S_2S_3 + S_3S_1) \quad (3.11)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{ó } \left[\frac{1+\mu}{3E} \right] S^2 &= \left[\frac{1+\mu}{6E} \right] \left[(S_1 - S_2)^2 + (S_2 - S_3)^2 + (S_3 - S_1)^2 \right] \\
 S^2 &= \frac{1}{2} \left[(S_1 - S_2)^2 + (S_2 - S_3)^2 + (S_3 - S_1)^2 \right] \quad (3.12)
 \end{aligned}$$

Aquí \mathbf{S} es el esfuerzo ficticio en tensión simple que es equivalente a la carga tri-dimensional de la Fig. 3.5

El factor de seguridad puede ser determinado por la Ec. (3.1) con S_1 reemplazado por \mathbf{S} .

Para carga en dos dimensiones la ecuación (3.11) se reduce a,

$$\mathbf{S}^2 = S_1^2 + S_2^2 - S_1 S_2 \quad (3.13)$$

Sustituyendo en lugar de S_1 y S_2 los valores de las ecuaciones por el círculo de Mohr, para un estado general de esfuerzos en dos direcciones:

$$S_1 = \frac{S_x + S_y}{2} + \sqrt{\left(\frac{S_x - S_y}{2}\right)^2 + S_{xy}^2}$$

$$S_2 = \frac{S_x + S_y}{2} - \sqrt{\left(\frac{S_x - S_y}{2}\right)^2 + S_{xy}^2}$$

Para definir la ecuación en función de los esfuerzos S_x , S_y y S_{xy} ,

$$\mathbf{S}^2 = \left[\frac{S_x + S_y}{2} + \sqrt{\left(\frac{S_x - S_y}{2}\right)^2 + S_{xy}^2} \right]^2 + \left[\frac{S_x + S_y}{2} - \sqrt{\left(\frac{S_x - S_y}{2}\right)^2 + S_{xy}^2} \right]^2$$

$$= \left[\frac{S_x + S_y}{2} + \sqrt{\left(\frac{S_x - S_y}{2}\right)^2 + S_{xy}^2} \right] \left[\frac{S_x + S_y}{2} - \sqrt{\left(\frac{S_x - S_y}{2}\right)^2 + S_{xy}^2} \right]$$

$$\mathbf{S}^2 = \left[\frac{(S_x + S_y)^2}{2} + 2 \frac{(S_x + S_y)}{2} \left(\sqrt{\frac{(S_x - S_y)^2}{2} + S^2_{xy}} \right) + \frac{(S_x - S_y)^2}{2} + S^2_{xy} \right] +$$

$$\left[\frac{(S_x + S_y)^2}{2} - 2 \frac{(S_x + S_y)}{2} \left(\sqrt{\frac{(S_x - S_y)^2}{2} + S^2_{xy}} \right) + \frac{(S_x - S_y)^2}{2} + S^2_{xy} \right] -$$

$$\left[\frac{(S_x + S_y)^2}{2} - \frac{(S_x - S_y)^2}{2} - S^2_{xy} \right]$$

$$\mathbf{S}^2 = \frac{(S_x + S_y)^2}{2} + 3 \frac{(S_x - S_y)^2}{2} + 3S^2_{xy} = \frac{1}{4}(S_x + S_y)^2 + \frac{3}{4}(S_x - S_y)^2 + 3S^2_{xy}$$

$$\mathbf{S}^2 = \frac{1}{4}(S^2_x + 2S_x S_y + S^2_y) + \frac{3}{4}(S^2_x - 2S_x S_y + S^2_y) + 3S^2_{xy}$$

$$\mathbf{S}^2 = \frac{1}{4}S^2_x + \frac{2}{4}S_x S_y + \frac{1}{4}S^2_y + \frac{3}{4}S^2_x - \frac{6}{4}S_x S_y + \frac{3}{4}S^2_y + 3S^2_{xy}$$

$$\mathbf{S}^2 = S^2_x - S_x S_y + S^2_y + 3S^2_{xy} \quad (3.14)$$

Si el estado de esfuerzos general es en tres dimensiones, S_z es diferente de cero y debe ser tomado en cuenta y se agrega a la ecuación de la siguiente manera:

$$\mathbf{S}^2 = S^2_x + S^2_y - S_x S_y + 3S^2_{xy}$$

$$\mathbf{S}^2 = S^2_x + S^2_y + S^2_z - S_x S_y - S_y S_z - S_z S_x + 3(S^2_{xy} + S^2_{yz} + S^2_{zx})$$

$$\mathbf{S}^2 = \frac{1}{2} \left[2S^2_x + 2S^2_y + 2S^2_z - 2S_x S_y - 2S_y S_z - 2S_z S_x + 6(S^2_{xy} + S^2_{yz} + S^2_{zx}) \right]$$

$$\mathbf{S}^2 = \frac{1}{2} \left[S^2_x - 2S_x S_y + S^2_y + S^2_y - 2S_y S_z + S^2_z + S^2_z - 2S_z S_x + S^2_x + 6(S^2_{xy} + S^2_{yz} + S^2_{zx}) \right]$$

$$\mathbf{S}^2 = \frac{1}{2} \left[(S_x - S_y)^2 + (S_y - S_z)^2 + (S_z - S_x)^2 + 6(S^2_{xy} + S^2_{yz} + S^2_{zx}) \right] \quad (3.15)$$

3.4.- ENERGIA DE DISTORSION PARA CORTANTE PURO.

Para esfuerzo cortante puro, la Fig. 3.2 muestra que,

$$S_s = S_1 = - S_2$$

Estos son sustituidos en la ecuación (3.13) y da,

$$S = S_1^2 + (-S_1)^2 - S_1(-S_1) = S_1^2 + S_1^2 + S_1^2 = 3S_1^2 = 3S_s^2$$

$$\text{Ó } S_s = S / 3 = 0.577S \quad (3.16)$$

Por la teoría de falla de la energía de distorsión, el esfuerzo de trabajo en cortante S_s alcanza el valor del punto de fluencia en cortante S_{syp} cuando el esfuerzo equivalente en tensión S alcance el punto de fluencia en tensión. Tenemos:

$$S_{syp} = 0.577 S_{yp} \quad (3.17)$$

Este valor puede ser comparado con ecuación (3.5) donde, por la teoría de cortante máximo, $S_{syp} = 0.55S_{yp}$ y se puede notar que es un límite más conservador que el de la teoría de energía de distorsión.

3.5.- COMPARACION DE ALGUNAS TEORIAS DE FALLA

La tabla 3-1 proporciona un resumen de los atributos de las cuatro teorías de falla, el cual permite al ingeniero de diseño escoger la mejor teoría para una solución particular. Esta tabla indica cuándo es aplicable una teoría particular e indica por qué una teoría podría ser preferible a otra. Por ejemplo, si el material en consideración para el diseño es frágil, la teoría del esfuerzo normal máximo es la apropiada como se verá en la siguiente sección. Para materiales dúctiles, la teoría adecuada dependerá del nivel de precisión requerido y del grado de dificultad de cómputo que el usuario esté dispuesto a invertir en el proceso. Para materiales dúctiles, el método más preciso es la teoría de falla de la energía de distorsión y el método más fácil de aplicar es el del esfuerzo cortante máximo.

TABLA 3-1 COMPARACION DE LOS ATRIBUTOS DE VARIAS TEORÍAS DE FALLA

Teoría de falla	Atributos
Esfuerzo normal máximo	La única teoría para materiales frágiles.
Esfuerzo cortante máximo	Buena para materiales dúctiles. Da resultados satisfactorios y es fácil de usar.
Energía de deformación	Buena para materiales dúctiles. Da mejores resultados pero es más difícil de usar. Requiere el uso de la razón de poisson.
Energía de distorsión	Buena para materiales dúctiles. Da los mejores resultados. Más fácil de aplicar que la teoría de energía de deformación.

Como se ve en la tabla 3-1 la teoría de falla de la energía de la distorsión es la que da los mejores resultados , es la más exacta y se a comprobado que concuerda mejor con los resultados de las pruebas experimentales.

Por la ecuación (3.1) , se tiene:

$$S = S_{yp} / FS , \text{ si el } FS=1 \text{ entonces , } S = S_{yp}$$

La ecuación de la teoría de falla de la energía de distorsión para dos direcciones nos queda como sigue:

$$S_{YP} = \sqrt{S_1^2 + S_2^2 - S_1 S_2} \quad (3.18)$$

La ecuación de energía de distorsión en dos dimensiones (3.18) describe una elipse, que al ser trazada sobre los ejes S_1 y S_2 aparece como se muestra en la Fig. 3.6. el interior de esta elipse define la región de esfuerzos combinados y axiales , segura contra la fluencia bajo carga estática.

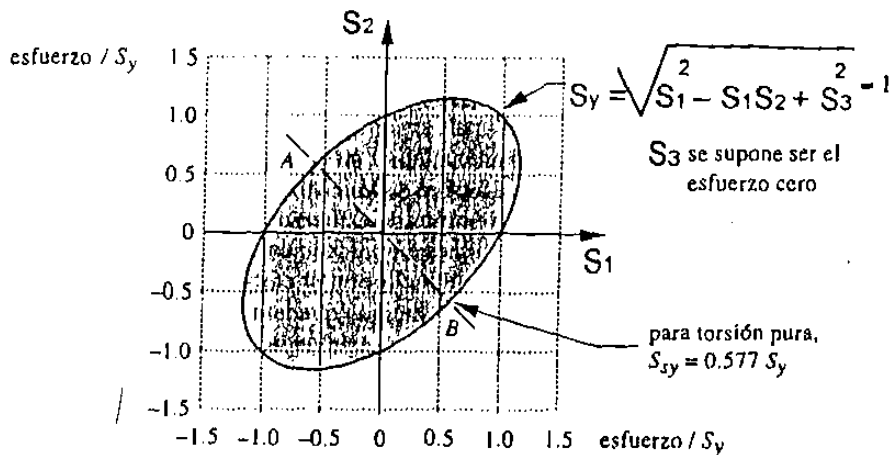


Fig. 3.6.- Elipse de energía de distorsión en dos dimensiones normalizado según el punto de fluencia elástico del del material.

La teoría de falla del cortante máximo es más conservadora que la de energía de distorsión. La Fig. 3.7 muestra la envolvente de fallas hexagonal para el cortante máximo en dos dimensiones, superpuesta sobre la elipse de energía de distorsión. Queda inscrita en el interior de la elipse y entra en

contacto con la misma en seis puntos. Las combinaciones de los esfuerzos principales S_1 y S_2 que ocurren dentro de este hexágono se consideran como seguros, y se considera que se presentará falla cuando el estado de esfuerzos combinado llega a las fronteras del hexágono. Las condiciones para el cortante a torsión (pura) aparecen en los puntos C y D

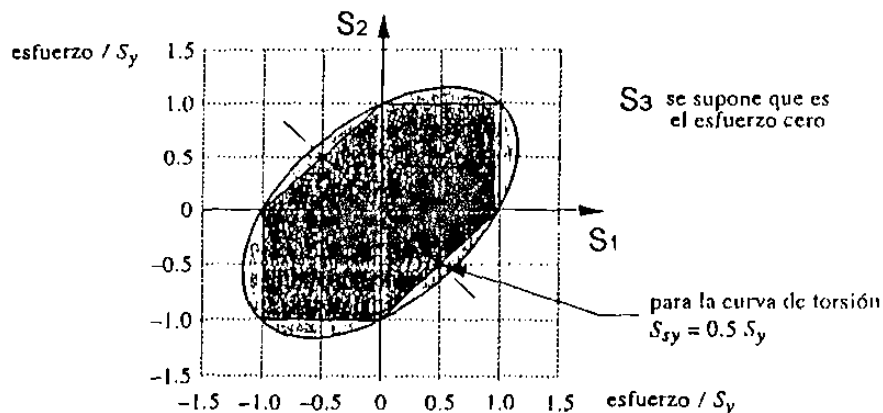


Fig. 3.7.- El hexágono de teoría del esfuerzo cortante máximo en dos dimensiones inscrito dentro de la elipse de energía de distorsión.

Teoría del esfuerzo normal máximo. Con la finalidad de presentar una visión completa y por su interés histórico, se incluye esta teoría, *pero debe advertirse que no es segura en materiales dúctiles*. Esta teoría es más usada para materiales frágiles en los cuales su resistencia última a la tensión son menores que sus resistencias últimas a la compresión. Esta teoría establece que ocurrirá la falla siempre que uno de los tres esfuerzos principales sea igual a la resistencia. En el caso de los materiales dúctiles, el criterio es la resistencia límite (punto de fluencia).

La Fig. 3.8 muestra la envolvente de falla en dos dimensiones para la teoría del esfuerzo normal máximo. Se trata de un cuadrado. Compare esta envolvente cuadrada con la que se muestra en la Fig. 3.7. En el primero y tercer cuadrantes, la envolvente de la teoría del esfuerzo normal máximo coincide con la teoría del esfuerzo cortante máximo. Pero, en el segundo y cuarto cuadrantes, la envolvente del esfuerzo normal queda muy por fuera tanto de la elipse de energía de distorsión, como del hexágono de la teoría del

cortante máximo allí inscrito. Dado que los experimentos muestran que los materiales dúctiles fallan a la a la carga estática cuando sus estados de esfuerzos quedan fuera de la elipse, en el segundo y cuarto cuadrante la teoría del esfuerzo normal es un criterio de falla inseguro. *El diseñador experimentado evitará el empleo de la teoría de esfuerzo normal máximo en materiales dúctiles.*

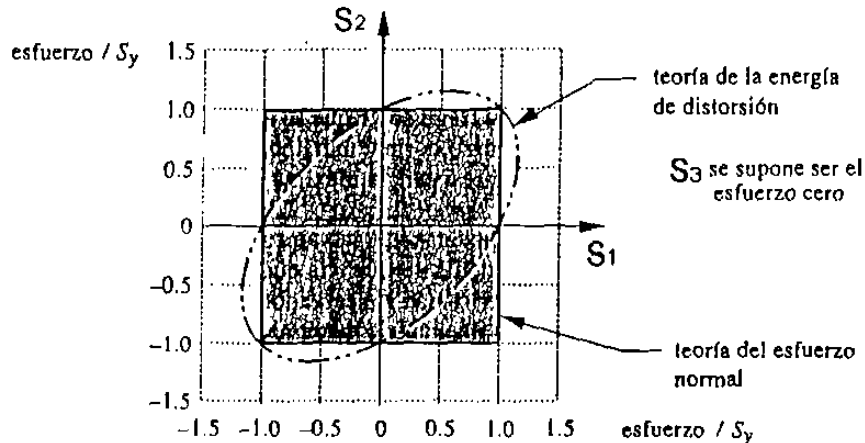


Fig. 3.8.- La teoría del esfuerzo normal máximo. Impropia para materiales dúctiles en el segundo y cuarto cuadrantes.

Comparación de los datos experimentales con las teorías de falla

Se han efectuado muchas pruebas a tensión sobre diversos materiales. Los datos muestran una dispersión estadística, pero en lo general tienen tendencia a coincidir bastante bien con la elipse de energía de distorsión. La Fig. 3.9 muestra datos experimentales para dos aceros dúctiles, dos aleaciones dúctiles de aluminio y un hierro fundido frágil superpuestos en las envolventes de falla para las tres teorías de falla anteriormente analizadas. Obsérvese que los datos de fluencia dúctil se agrupan en o cerca de la elipse de energía de distorsión (identificada como cortante octaédrico). Con unos cuantos puntos de datos entre el hexágono del cortante máximo y la elipse, ambos normalizados en función del de fluencia elástica del material. Los datos de fractura (no de fluencia) del hierro fundido frágil se ve que se agrupan más estrechamente en relación con la envolvente del esfuerzo normal máximo (cuadrado), que en esta figura está normalizado en función a la resistencia máxima a tensión y no al límite de fluencia elástico

Tanto la teoría de la distorsión como la teoría del esfuerzo cortante máximo son aceptables como criterios de falla, en el caso de cargas estáticas para materiales dúctiles homogéneos o isotrópicos cuya resistencia a compresión y tensión sean de la misma magnitud. La mayor parte de los metales de ingeniería forjados, entran en esta clasificación de materiales identificados como materiales uniformes. Los materiales no uniformes como los metales fundidos y los compuestos frágiles, que no presentan estas propiedades uniformes, requieren teorías de falla más complejas.

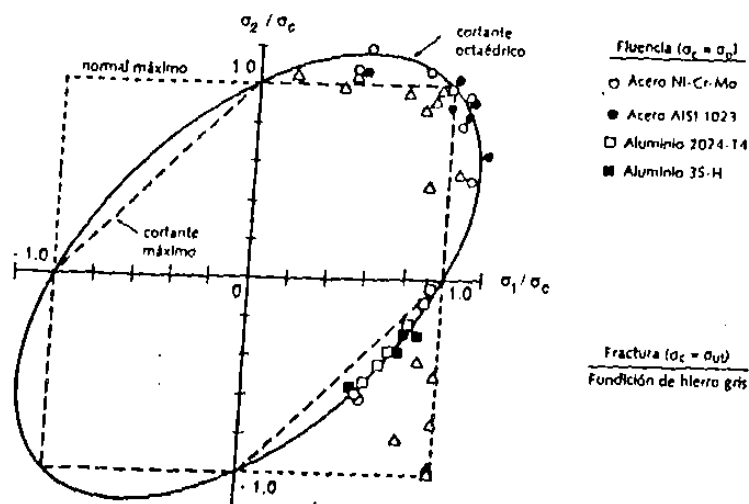


Fig. 3.9. Datos experimentales de falla a tensión superpuestos en tres teorías de falla (Reproducido de la fig. 7-11, pág. 252, del Mechanical Behavior of Materials por N. E. Dowling, prentice Hall, Englewood Cliffs, NJ, 1993).

3.6.- MATERIALES FRAGILES CON CARGA ESTATICA

Los materiales frágiles fallan por rotura con poca o sin deformación. El fenómeno de falla es muy complejo y no está aún entendido. Los materiales frágiles son incapaces de fluencia local en puntos de alto esfuerzo debido a cambios de forma y usualmente se aplican factores de concentración de esfuerzos, incluso cuando la carga no varía. La resistencia última es usada en los cálculos de diseño. Datos de pruebas indican que la resistencia en compresión, para la mayoría de materiales frágiles, es mayor que la resistencia en tensión.

Materiales uniformes y no uniformes

Algunos materiales forjados, como un acero para herramientas completamente endurecido, pueden resultar frágiles. Estos materiales tienen tendencia a tener una resistencia a compresión igual a su resistencia a tensión y, por lo tanto, se conocen como materiales uniformes. Muchos materiales, fundidos, como la fundición de hierro gris, son frágiles, pero tienen una resistencia a compresión mucho más elevada que su resistencia a tensión. Estos se conocen como materiales no uniformes. Su baja resistencia a tensión se debe a la presencia de defectos microscópicos en la fundición, que cuando se sujetan a cargas de tensión sirven de núcleos para la formación de grietas. Pero cuando se sujetan a esfuerzos de compresión, estos defectos se unen e incrementan así la resistencia al deslizamiento proveniente del esfuerzo cortante. Las fundiciones de hierro y gris suelen tener una resistencia a compresión de tres a cuatro veces su resistencia a tensión.

Otra característica de algunos materiales fundidos es que su resistencia a cortante llega a ser superior a su resistencia a tensión, quedando entre los valores de compresión y tensión. Esto es bastante distinto al caso de materiales dúctiles, en los que la resistencia a cortante es de alrededor de la mitad de la resistencia a tensión. Los efectos de una más elevada resistencia a cortante de los materiales fundidos puede verse en sus características de falla a tensión y a torsión. La Fig.3.10 muestra una probeta de acero dúctil a tensión, cuyo plano de falla aparece a 45 grados en relación con el esfuerzo a tensión aplicado,

indicando que ocurrió falla por cortante, lo que también sabemos es cierto con base en la teoría del cortante máximo. En la Fig. 3.11 se muestra una probeta de fundición de hierro frágil a tensión, cuyo plano de falla es perpendicular al esfuerzo aplicado a tensión, lo que indica que ocurrió falla a tensión. El estado de esfuerzos es el mismo en ambas probetas y el modo de falla es diferente debido a la diferencia en resistencias relativas a tensión y a cortante de ambos materiales.

La Fig. 3.12 muestra dos probetas de prueba a torsión. El estado de esfuerzos en las dos probetas es el mismo, el cual se puede ver en la Fig. 3.2. La probeta de acero dúctil falla en un plano normal al eje del par de torsión aplicado. Aquí el esfuerzo aplicado es cortante puro y actúa en un plano normal al eje. El esfuerzo aplicado es también el cortante máximo, y la falla aparece a lo largo del plano de cortante máximo porque el material dúctil es más débil a cortante. La probeta de hierro fundido frágil falla en forma de espiral a lo largo de planos inclinados a 45 grados con el eje de la probeta. La falla aparece en los planos de esfuerzo normal máximo (principal) porque este material es más débil a tensión.

La Fig. 3.13 muestra los círculos de Mohr tanto para pruebas a compresión como a tensión de un material uniforme y de un material no uniforme. Las líneas tangentes a estos círculos constituyen líneas de falla para todas las combinaciones de esfuerzos aplicados entre ambos círculos. El área encerrada por los círculos y las líneas de falla representa una zona de seguridad. En el caso del material uniforme, las líneas de falla son independientes del esfuerzo normal y quedan definidas por la resistencia máxima a cortante del material. Esto es congruente con la teoría del esfuerzo cortante máximo para materiales dúctiles (que además tienen tendencia a ser materiales uniformes). Para el material no uniforme, las líneas de falla son función tanto del esfuerzo normal como del esfuerzo cortante. En el régimen a compresión conforme el componente de esfuerzo a compresión normal se hace más negativo (es decir más compresión) la resistencia del material al esfuerzo cortante se incrementa.

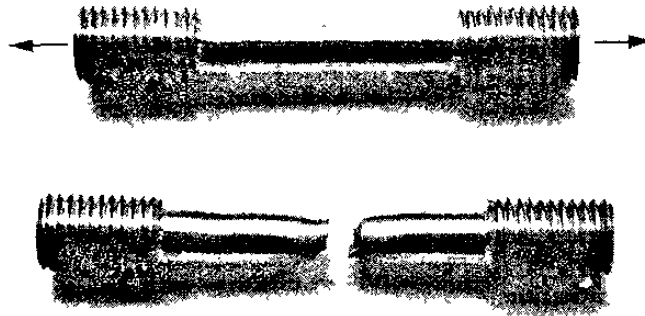


Figura 3.10.- Probeta de ensayo a la tensión de acero dúctil después de la fractura

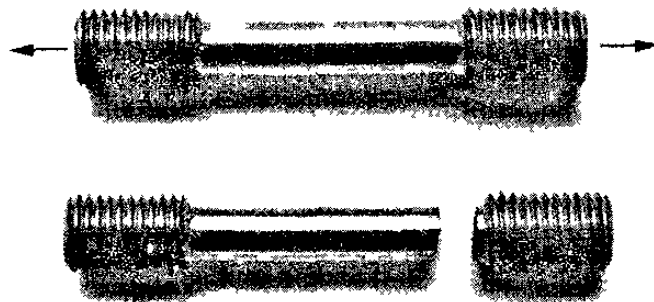


Figura 3.11.- Probeta de fundición de hierro frágil de ensayo a la tensión

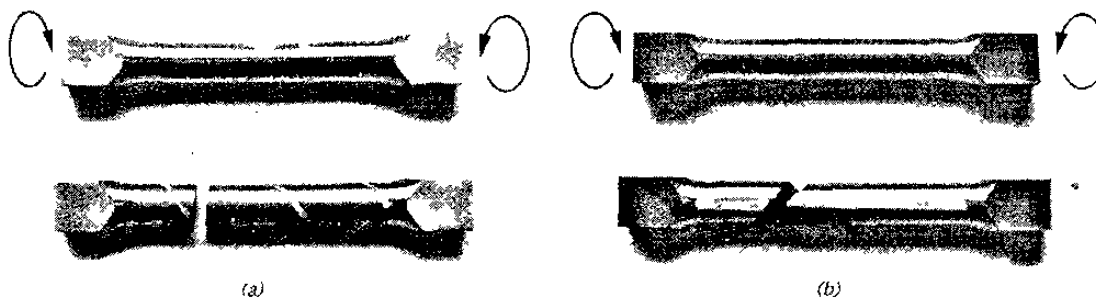


Figura 3.12.- Probetas de ensayo a la torsión después de la falla
(a) acero dúctil, (b) hierro fundido frágil

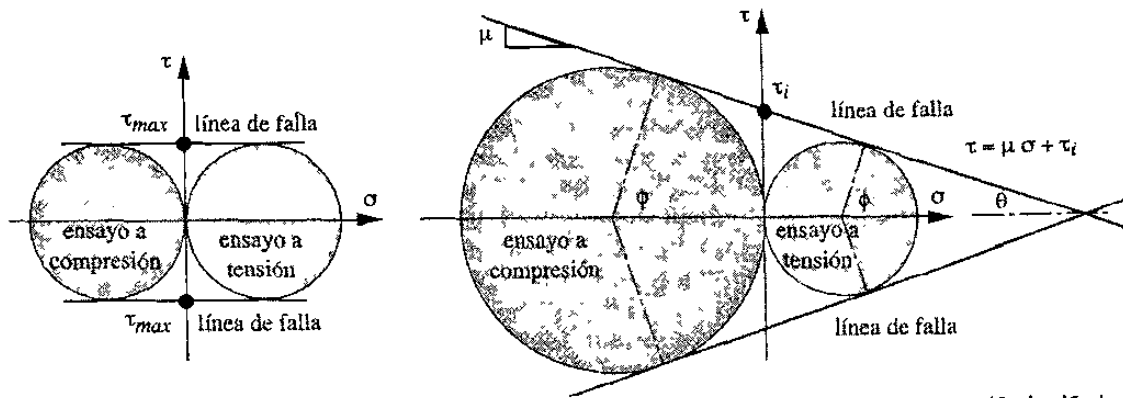


Fig. 3.13.- círculos de mohr tanto para pruebas a compresión como a tensión, mostrando las envolventes de falla para (a) Materiales uniformes y (b) materiales no uniformes.

En base a las observaciones anteriores , para un estado de esfuerzos a tensión simple S_t , el factor de seguridad es.

$$FS = \frac{S_{ut}}{K_f S_t} \quad (3.19)$$

Donde S_{ut} es la resistencia última en tensión, y k_f es el factor de concentración de esfuerzos.

Para compresión simple, S_c .

$$FS = \frac{S_{uc}}{K_f S_c} \quad (3.20)$$

Donde S_{uc} es la resistencia última en compresión.

Para esfuerzos bi-dimensionales normales con ambos esfuerzos del mismo signo se aplica la teoría del esfuerzo normal máximo, y por lo tanto se ignora el esfuerzo menor y se basa el factor de seguridad solamente en el mayor esfuerzo.

Si los esfuerzos principales tienen signos opuestos como se ve en la Fig. 3.10(a), el método racional mejor conocido es el debido a mohr (conocida como teoría de coulomb-mohr) y cómo ya se explicó anteriormente se basa en la teoría del máximo esfuerzo cortante.

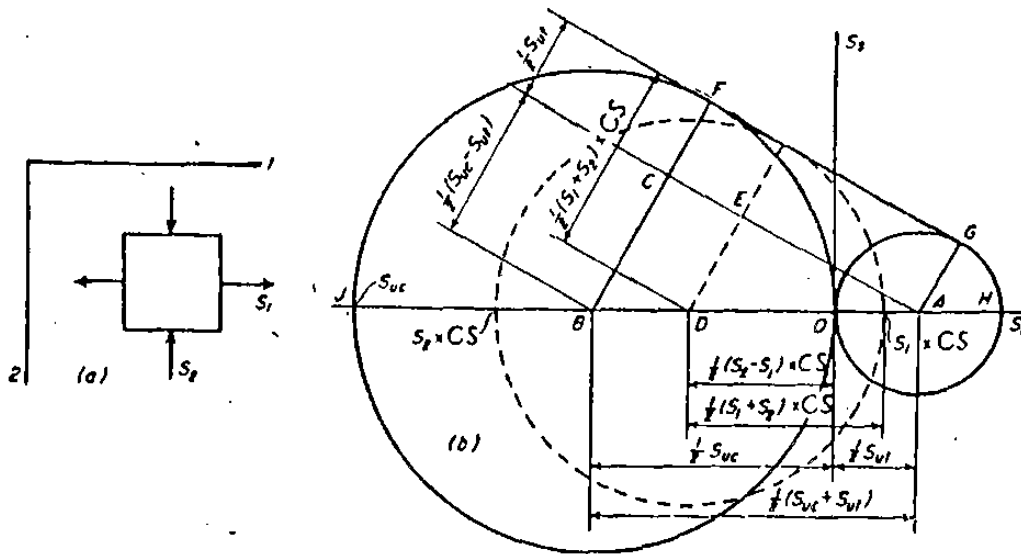


Fig. 3.14.- Círculos de MOHR para materiales quebradizos.

En la Fig. 3.14 (b) se indican los círculos de rotura para la tensión simple S_1 y compresión S_2 . Ahora se hace la hipótesis de que cualquier estado de esfuerzos en el que la rotura es inminente puede representarse por un círculo tangente a FG. Supóngase en la Fig. 3.14 (a) que la combinación de esfuerzos de trabajo de tensión S_1 y compresión S_2 representan el máximo estado de esfuerzos permisible en el material. Cuando estos esfuerzos se multiplican por el factor de seguridad FS se obtiene un círculo tangente a FG en la Fig. 3.10 (b).

Los triángulos ABC y ADE son semejantes. Si se consideran positivas todas las longitudes, puede escribirse la proporción siguiente:

$$\frac{DE}{AD} = \frac{BC}{AB} \quad \text{O} \quad DE \times AB = AD \times BC$$

Poniendo en lugar de los diversos términos, los valores obtenidos de la Fig. 3.10 (b) se obtiene,

$$\left[\frac{1}{2}(S_2 + S_1)FS - \frac{1}{2} S_{ut} \right] \frac{1}{2}(S_{uc} + S_{ut}) = \left[\frac{1}{2}(S_2 - S_1)FS + \frac{1}{2} S_{ut} \right] \frac{1}{2}(S_{uc} - S_{ut})$$

Desarrollando la ecuación anterior, tenemos,

$$\left[\frac{1}{2}(S_2 + S_1)FS \right] \left[\frac{1}{2}(S_{uc} + S_{ut}) \right] - \left[\frac{1}{2} S_{ut} \right] \left[\frac{1}{2}(S_{uc} + S_{ut}) \right] =$$

$$\left[\frac{1}{2}(S_2 - S_1)FS \right] \left[\frac{1}{2}(S_{uc} - S_{ut}) \right] + \left[\frac{1}{2} S_{ut} \right] \left[\frac{1}{2}(S_{uc} - S_{ut}) \right]$$

$$\left[\frac{1}{2}(S_2 + S_1)FS \right] \left[\frac{1}{2}(S_{uc} + S_{ut}) \right] - \left[\frac{1}{2}(S_2 - S_1)FS \right] \left[\frac{1}{2}(S_{uc} - S_{ut}) \right] =$$

$$\left[\frac{1}{2}S_{ut} \right] \left[\frac{1}{2}(S_{uc} - S_{ut}) \right] + \left[\frac{1}{2}S_{ut} \right] \left[\frac{1}{2}(S_{uc} + S_{ut}) \right]$$

$$\cancel{FS \frac{S_2 S_{uc}}{4}} + FS \frac{S_2 S_{ut}}{4} + FS \frac{S_1 S_{uc}}{4} + \cancel{FS \frac{S_1 S_{ut}}{4}} - \cancel{FS \frac{S_2 S_{uc}}{4}} + FS \frac{S_2 S_{ut}}{4}$$

$$+ FS \frac{S_1 S_{uc}}{4} - \cancel{FS \frac{S_1 S_{ut}}{4}} = \frac{S_{ut} S_{uc}}{4} - \cancel{\frac{S^2_{ut}}{4}} + \frac{S_{ut} S_{uc}}{4} + \cancel{\frac{S^2_{ut}}{4}}$$

$$FS \frac{S_1 S_{uc}}{2} + FS \frac{S_2 S_{ut}}{2} = \frac{S_{ut} S_{uc}}{2}$$

Factorizamos FS/2 y dividimos toda la ecuación por $S_{ut} S_{uc}$,

$$\frac{FS}{2} \left[\frac{S_1 S_{uc}}{S_{ut} S_{uc}} + \frac{S_2 S_{ut}}{S_{uc} S_{ut}} \right] = \frac{S_{ut} S_{uc}}{2 S_{ut} S_{uc}}$$

Despejamos hacia el otro miembro FS/2 y nos queda,

$$\frac{S_1}{S_{ut}} + \frac{S_2}{S_{uc}} = \frac{1}{FS}$$

(3.21)

En esta ecuación, S_{uc} se sustituye como un número negativo. El factor de concentración de esfuerzos podría ser introducido (multiplicando a S_1 y S_2) si fuera necesario. Aunque pueden citarse aplicaciones que han tenido éxito, generalmente se consideran los materiales quebradizos insatisfactorios cuando la carga es variable. Deben utilizarse valores muy grandes para el factor de seguridad.

La teoría de coulomb-mohr se representa en la Fig. 3.15 para un estado de esfuerzo biaxial. La gráfica de esta figura corresponde a un material, como el hierro colado gris, en el que $S_{uc} > S_{ut}$.

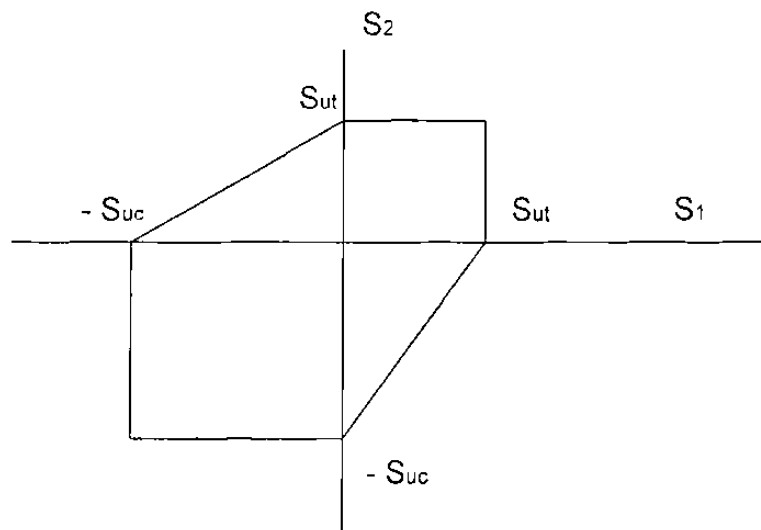


Fig. 3.15 .- gráfica de la teoría de falla de coulomb-mohr, para estado de esfuerzos biaxiales, $S_{uc} > S_{ut}$

4.- FATIGA

Para obtener las propiedades de materiales relacionados con el diagrama esfuerzo-deformación, la carga se aplica gradualmente, dando suficiente tiempo para que se desarrolle la deformación. En las condiciones usuales, la probeta se ensaya hasta que se destruye, de manera que los esfuerzos se aplican solo una vez. Estas condiciones se conocen como condiciones estáticas y se tienen un alto grado de aproximación en muchas estructuras y elementos de máquina.

Sin embargo, frecuentemente ocurre que los esfuerzos varían a fluctúan entre determinados valores. Por ejemplo, una fibra particular de la superficie de un eje rotatorio, sometida a la acción de cargas de flexión, pasa por esfuerzos de tensión y de compresión en cada revolución del eje. Si éste es parte de un motor eléctrico que gira a 1725 rpm, la fibra es esforzada en tensión y en compresión 1725 veces por minuto, Si, además el eje también esta cargada axialmente (por ejemplo, en el caso de un engrane helicoidal o de tornillo sin fin), habrá una componente axial de esfuerzo que se superpondrá a la componente de flexión. Esto, en cualquier fibra, ocasionará un esfuerzo que seguirá siendo fluctuante, pero que oscilara entre valores diferentes. Estas y otras clases de cargas que ocurren en elementos de máquina producen esfuerzos que se llaman repetidos, alternantes o fluctuantes.

En muchos casos hay que analizar elementos de máquina que han fallado bajo la acción de esfuerzos repetidos o fluctuantes y, sin embargo, después de un análisis cuidadoso, se descubre que los esfuerzos máximos reales fueron inferiores a la resistencia última del material y, muchas veces, que fueron aún menores que la resistencia de fluencia. La característica mas notables de estas fallas ha sido que los esfuerzos se repitieron un número muy grande de veces. Por lo tanto, la falla se denomina por fatiga.

4.1.- MECANISMO DE LAS FALLAS POR FATIGA

Las fallas por fatiga comienzan con una pequeña grieta. La grieta inicial es tan diminuta que no se puede percibir a simple vista y aún es bastante difícil localizarla por inspección con Magnaflux o con rayos X. La grieta se desarrollará en un punto de discontinuidad en el material, tal como un cambio en la sección transversal, un chavetero (o cuñero) o un orificio. Hay otros puntos menos obvios donde es probable que se inicien fallas por fatiga, como las marcas de inspección o de otra clase, grietas internas, o aún irregularidades causadas por el maquinado. Fisher y Yen han demostrado que casi todos los miembros estructurales contienen discontinuidades, desde microscópicos (<0.010 plg) hasta macroscópicos, introducidos en el proceso de manufactura o de fabricación. Una vez que se forma una grieta, el efecto de concentración del esfuerzo se hace mayor y la grieta se extiende más rápidamente. Como el área esforzada disminuye en tamaño, el esfuerzo aumenta en magnitud hasta que, finalmente, el área restante falla de repente. En consecuencia, las fallas por fatiga se caracterizan por dos áreas distintas de falla.

La primera de ellas se debe al desarrollo progresivo de la grieta, en tanto que la segunda se origina en la ruptura repentina. La zona de esta ruptura tiene un aspecto muy parecido al de la fractura de un material frágil, como el hierro colado, que ha fallado por tensión.

En base a lo ya explicado, podemos decir que existen también tres etapas en la falla por fatiga, la iniciación de la grieta, la propagación de la grieta y la fractura súbita causada por el crecimiento inestable de la grieta de la grieta. La primera etapa puede ser de corta duración, la segunda etapa implica la mayor parte de la vida de la pieza y la tercera etapa es instantánea.

Cuando las piezas de máquina fallan estáticamente, por lo general sufren una deformación muy grande, debido a que el esfuerzo excedió a la resistencia de fluencia, y la pieza se reemplaza antes de que ocurra realmente la ruptura. Por lo tanto, muchas fallas estáticas son visibles y se detectan anticipadamente, pero una falla por fatiga no da señal alguna; es repentina y total y, por lo tanto, peligrosa.

El diseño contra fallas estáticas es realmente sencillo, pues los conocimientos actuales sobre el asunto son bastante completos. Pero la fatiga es un fenómeno mucho más complicado, solo explicado parcialmente, y si un ingeniero pretende ascender hasta la cima de su profesión, debe adquirir tanto conocimiento de la materia como sea posible. Cualquiera que no sepa lo suficiente sobre fallas por fatiga puede duplicar o triplicar los factores de seguridad y, así, crear un diseño que no fallará. Pero tales diseños no serán competitivos en el mercado actual, ni tampoco los ingenieros que los hayan realizado.

4.2.- RESISTENCIA A LA FATIGA Y LIMITE DE RESISTENCIA A LA FATIGA

Para determinar la resistencia de materiales bajo la acción de cargas de fatiga, las probetas se someten a fuerzas repetidas o variables de magnitudes especificadas y, así, se cuentan los ciclos o alternaciones de esfuerzos que soporta el material hasta la falla o ruptura. El dispositivo para ensayos de fatiga más ampliamente usado es la máquina de viga rotatoria de alta velocidad de R.R. Moore. Esta máquina somete a la probeta a flexión pura (no a cortante transversal) por medio de pesos. La muestra se ilustra en la Fig. 4.1. Se labra a máquina y se pule muy cuidadosamente, recibiendo un pulimento final en dirección axial, para evitar rayaduras circunferenciales.

Otras máquinas para ensayos de fatiga permiten aplicar a las probetas esfuerzos axiales, torsionales o combinados, de tipo fluctuante o alternante (invertido alternativamente).

Para determinar la resistencia a la fatiga de un material es necesario un gran número de pruebas, debido a la naturaleza estadística de la fatiga. En el caso del ensayo con la viga rotatoria, se aplica una carga constante de flexión y se registra el número de revoluciones (alternaciones o inversiones sucesivas de esfuerzos) de la viga que se requieren para la falla. La primera prueba se realiza con un esfuerzo algo menor que la resistencia última del material. La segunda prueba se lleva a cabo con un esfuerzo menor que el utilizado en la primera. Este proceso se continua y los resultados se grafican obteniendo un diagrama llamado S-N (Fig. 4.2). Esta gráfica se puede trazar en papel semilog o log-log.

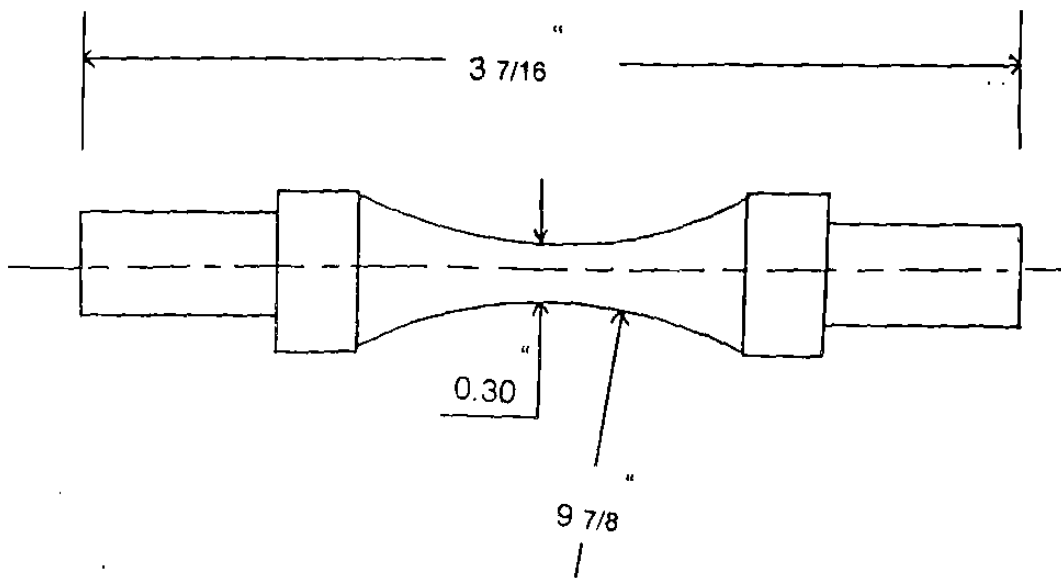


Fig. 4.1. Probeta para la máquina de ensayos de viga rotatoria de R. R. Moore.

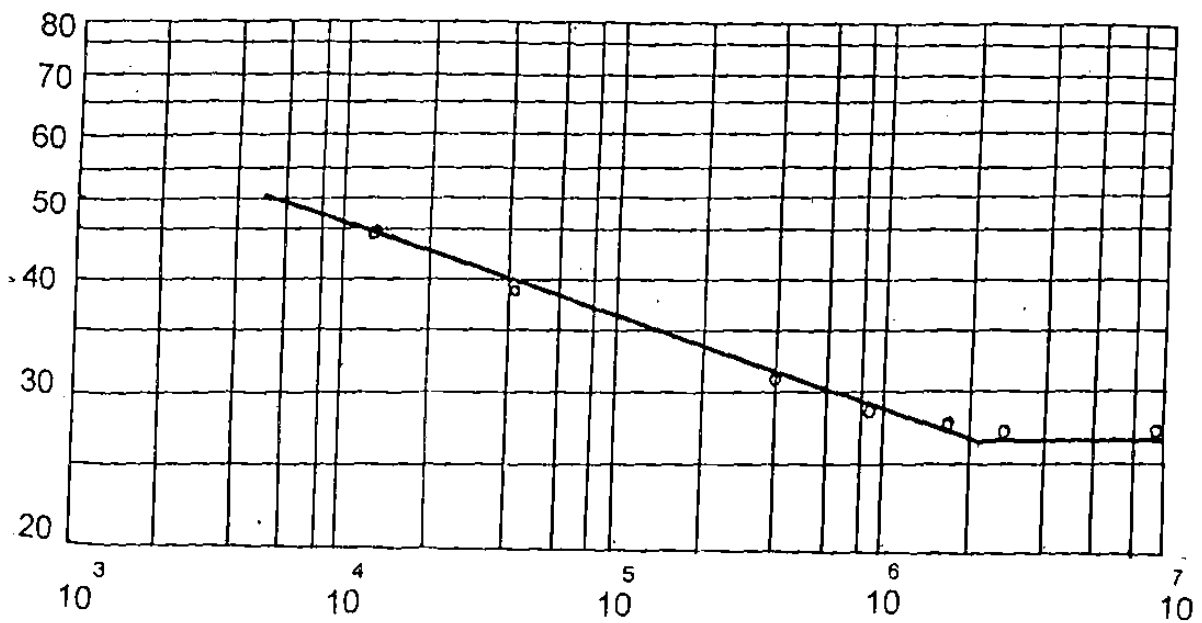


Fig. 4.2. Diagrama S-N para acero recocido UNS G10400.

En el caso de metales férreos y sus aleaciones la gráfica se vuelve horizontal después de que el material ha sido esforzado durante un cierto número de ciclos. El empleo de papel logarítmico destaca el recodo o ángulo de la curva, que no se manifestaría si los resultados se graficaran en un sistema de coordenadas cartesianas.

Las ordenadas del diagrama S-N son las resistencias a la fatiga S_r ; al expresar este tipo de resistencia también se debe indicar el número de ciclos, N , que corresponde.

En el caso de los aceros se presenta el recodo en la gráfica, y más allá de este punto la falla no ocurrirá, cualquiera que sea el número de ciclos. La resistencia correspondiente al recodo se denomina *límite de resistencia a la fatiga*, S_e , o simplemente *límite de fatiga* (en inglés, endurance limit).

La gráfica de la Fig. 4.2 nunca llega a ser horizontal en el caso de metales no férreos y sus aleaciones y, por lo tanto, estos materiales no tienen límite de resistencia a la fatiga.

Como se señaló antes, siempre es una buena práctica de ingeniería elaborar un programa de ensayos de los materiales que se emplearán en el diseño y la fabricación. De hecho esto es un requisito, y no una opción, para prevenir la posibilidad de una falla por fatiga. Los resultados deben considerarse como una guía, como un indicador de qué es importante y qué no, en el diseño contra fallas por fatiga.

Los métodos de análisis de la falla por fatiga son una combinación de ingeniería y ciencia. A menudo la ciencia no puede proporcionar las respuestas que se necesitan. Sin embargo, se deben seguir haciendo aviones para que vuelen sin peligro; un automóvil debe fabricarse con una confiabilidad que asegure una vida larga, sin averías y, al mismo tiempo, produzca utilidades a

los accionistas de la industria. El caso de la fatiga es similar. La ciencia todavía no ha podido explicar completamente el mecanismo real de la fatiga. Pero el ingeniero tiene que seguir creando cosas que no fallen. En cierto sentido, este es un ejemplo clásico del verdadero significado de la ingeniería, en contraste con el de la ciencia. Los ingenieros emplean la ciencia para resolver sus problemas si es factible utilizarla, Pero, ya sea factible o no, se debe resolver el problema y, cualquiera que sea la forma que tome la solución, en estas condiciones, se denomina Ingeniería.

Uno de los primeros problemas a resolver es el de saber si existe una relación general entre el límite de resistencia a la fatiga y las resistencias obtenidas de un ensayo simple a la tensión. Cuando se efectúa una investigación en la que se utilizan grandes cantidades de datos obtenidos en pruebas de tensión y en pruebas con la viga rotatoria, se halla que existe ciertamente una relación entre los resultados obtenidos en estos dos tipos de prueba. Dicha relación se puede observar en la Fig. 4.3. Debido a la dispersión, la gráfica de esta relación no puede ser una curva bien definida, pues habría que utilizar un pincel ancho para cubrir la mayor parte de los puntos de los datos.

Al analizar minuciosamente la Fig.4.3 se encuentra que, cuando se trata de aceros, el límite de resistencia a la fatiga varía de aproximadamente un 40 a un 60 por ciento de la resistencia de la tensión, hasta aproximadamente el valor $S_{ut} = 200 \text{ kip/plg}^2$ (1400 Mpa), y el límite de fatiga es, aparentemente, de unos 100 kip/plg^2 (700 Mpa) para resistencias a la tensión de 200 kip/plg^2 , o más.

Ahora es importante observar que la dispersión de los puntos correspondientes al límite de fatiga no se debe, en absoluto, a una dispersión en las resistencias a las tensión de las probetas. Si, por ejemplo, se toma un gran número de muestras para la viga rotatoria, de un acero que tenga un $S_{ut} = 100 \text{ kip/plg}^2$ exactamente, entonces los límites de resistencia a la fatiga de estas

probetas variaran entre 40 y 60 kip/plg², con una media de, aproximadamente, 50 kip/plg². Por esta razón es preferible usar las siguientes relaciones para predecir el límite medio de resistencia a la fatiga de las probetas de la viga rotatoria:

$$S'_e = \begin{cases} 0.504 \cdot S_{ut} & S_{ut} \leq 200 \text{ kip/plg}^2 \text{ (1400 Mpa)} \\ 100 \text{ kip/plg}^2 & S_{ut} > 200 \text{ kip/plg}^2 \\ 700 \text{ Mpa} & S_{ut} > 1400 \text{ MPa} \end{cases} \quad (4.1)$$

La marca de "prima" en S'_e indica probetas de viga rotatoria, porque el símbolo S_e se reservará para el límite de resistencia a la fatiga de un elemento de máquina particular. Pronto se verá que estas dos resistencias pueden ser totalmente distintas.

También es posible obtener gráficas como la de la Fig. 4.3 para los hierros y aceros colados. Cuando esto se realiza, se obtienen las siguientes ecuaciones:

$$S'_e = \begin{cases} 0.45 S_{ut} & S_{ut} \leq 88 \text{ kip/plg}^2 \\ 40 \text{ kip/plg}^2 & S_{ut} > 88 \text{ kip/plg}^2 \end{cases} \quad (4.2)$$

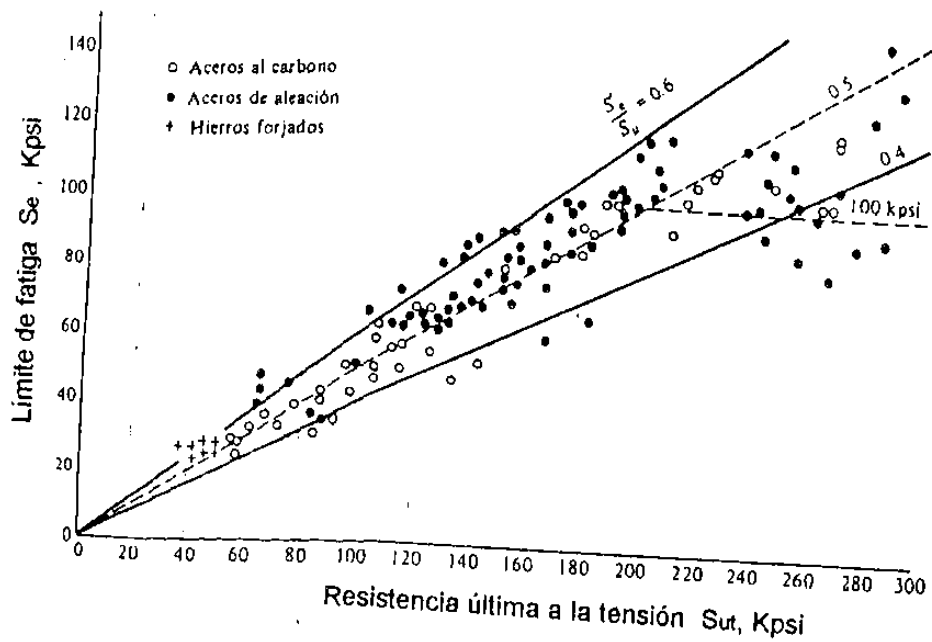


Fig. 4-3.- Gráfica de límites de fatiga en función de resistencia a la tensión, con base en resultados de pruebas reales para un gran número de hierros y aceros forjados. Las resistencias $S_e / S_{ut} = 0.60$, 0.50 y 0.4 se indican por líneas continuas y punteadas. Obsérvese asimismo la línea punteada horizontal para $S_e = 100$ kpsi. (tomado de datos compilados por H. J. Grover, S. A. Gordon y L. R. Jackson en fatigues of Metals and Structures, Bureau of Naval Weapon Document NAVWEPS 00-25-534, 1961 rev.; y de fatigues Design handbook, SAE, 1968, p. 42)

4.3.- FACTORES QUE MODIFICAN EL LIMITE DE RESISTENCIA A LA FATIGA:

Se ha expresado que toda probeta para ensayo en una máquina de viga rotatoria, utilizada para determinar límites de resistencia a la fatiga, se elabora con mucho cuidado y es ensayado en condiciones controladas en forma precisa.

El límite de resistencia a la fatiga, Se de un elemento de máquina puede ser considerablemente más pequeño que el límite de resistencia a la fatiga, S'_e de la probeta para la viga rotatoria. Esta diferencia se puede tomar en cuenta empleando una variedad de factores de modificación, cada uno de los cuales corresponde a un efecto por separado. Si se utiliza este concepto, se puede escribir:

$$S_e = k_a k_b k_c k_d k_e S'_e \quad (4.3)$$

Donde:

- S_e = límite de resistencia a la fatiga del elemento mecánico
- S'_e = límite de resistencia a la fatiga de la muestra de viga rotatoria
- k_a = factor de superficie
- k_b = factor de tamaño
- k_c = factor de carga
- k_d = factor de temperatura
- k_e = factor de efectos diversos

Factor de superficie k_a

La superficie de la probeta de la viga rotatoria está perfectamente pulida y recibe un pulimento final en dirección axial para eliminar cualesquiera ralladuras circunferenciales. Los factores de modificación dependen de la calidad del acabado y de la resistencia a la tensión. Para obtener una fórmula para k_a , se examinó un total de 39 puntos de datos para diversos acabados de superficies.

Esta fórmula es:

$$K_a = a S_{ut}^b \quad (4.4)$$

Donde S_{ut} es la resistencia mínima a la tensión ; a y b se encontrarán en la tabla 4-1

TABLA 4-1
Factores de acabado de superficies

ACABADO DE SUPERFICIE	FACTOR a		EXPONENTE b
	Kpsi	Mpa	
Esmerilado (rectificado)	1.34	1.58	-0.085
Maquinado o estirado en frío	2.70	4.51	-0.265
Laminado en caliente	14.4	57.7	-0.718
Forjado	39.9	272.	-0.995

Factor de tamaño k_b

El factor de tamaño se ha evaluado utilizando 133 conjuntos de puntos de datos. Los resultados en los casos de flexión y torsión se pueden expresar como

$$k_b = \begin{cases} \left[\frac{d}{0.3} \right]^{-0.1133} & 0.11 \text{ plg} < d < 2 \text{ plg} \\ \left[\frac{d}{7.62} \right]^{-0.1133} & 2.79\text{mm} \leq d \leq 51 \text{ mm} \end{cases} \quad (4.5)$$

Para tamaños mayores, k_b varía de 0.60 a 0.75 en flexión y torsión.

En el caso de que se aplique carga axial no existe el efecto de tamaño. Por lo tanto, se utiliza $k_b = 1$.

Uno de los problemas que surgen al usar la ecuación (4.5) es qué hacer cuando se utiliza una sección no circular. Es decir, ¿Cuál es el factor de tamaño para una barra rectangular con 6 mm de espesor y 40 mm de ancho?. El método que se aplicará aquí emplea una *dimensión efectiva* d_e , obtenida al igualar el volumen del material sometido a un nivel de esfuerzo igual a, o superior al 95% del esfuerzo máximo, con el mismo volumen de probeta de viga rotatoria. Lo anterior da por resultado que, cuando se igualan estos dos volúmenes, las longitudes se cancelan y necesitan considerarse solamente las áreas. Tratándose de una sección de viga rotatoria, el área de 95% de esfuerzo es la de un anillo que tenga un diámetro exterior d y uno interior igual a $0.95 d$. De este modo designando el área de 95% de esfuerzo como $A_{0.95\sigma}$, se tiene

$$A_{0.95\sigma} = \frac{\pi}{4} [d^2 - (0.95d)^2] = 0.0766d^2 \quad (4.6)$$

Esta ecuación es válida también para un elemento hueco circular rotatorio. En el caso de vigas redondas macizas o huecas no rotatorias, el área de 95% de esfuerzo es dos veces mayor que el área exterior de dos cuerdas paralelas con un espaciamiento de $0.95D$, donde D es el diámetro. Realizando un cálculo exacto, lo anterior da

$$A_{0.95\sigma} = 0.0105 D^2 \quad (a)$$

Cuando se redondea. Haciendo las ecuaciones (4.6) y (a) iguales entre si , podemos resolver para determinar el diámetro efectivo. Esto da

$$D_e = 0.370D \quad (4.7)$$

Que es el tamaño efectivo de la viga redonda correspondiente a una viga maciza o hueca no rotatoria.

Una sección rectangular de dimensiones $h \times b$ tiene $A_{0.95\sigma} = 0.05bh$. Aplicando el mismo método que antes, se tiene

$$d_e = 0.808(hb)^{1/2} \quad (4-8)$$

Estas secciones se encuentran en la figura 4-4 junto con un perfil de canal y una viga de patín ancho.

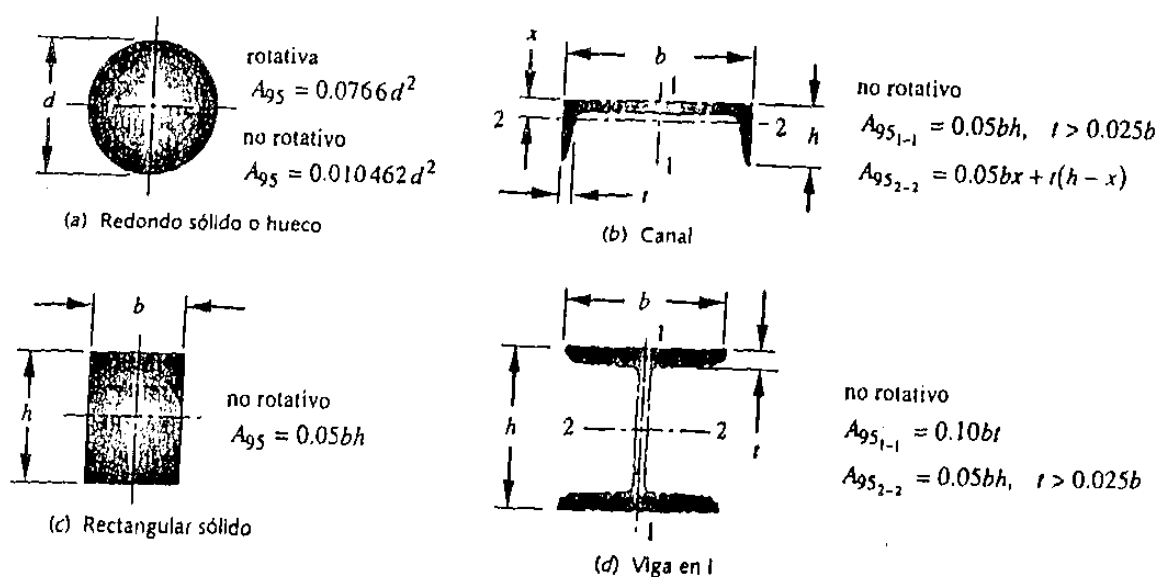


FIGURA 4-4a) barra redonda maciza o hueca; b) canal; c) barra de sección rectangular; d) viga I de patín ancho. Fórmulas para áreas esforzadas al 95% de diversas secciones, cargadas a flexión.

En el caso del canal:

$$A_{0.95\sigma} = \begin{cases} 0.05bh, & t > 0.025b \\ 0.05bx + t(h-x) & \end{cases} \quad \begin{matrix} \text{eje 1-1} \\ \text{eje 2-2} \end{matrix} \quad (4-9)$$

El área de 95% de esfuerzo de la viga I de patín ancho es

$$A_{0.95\sigma} = \begin{cases} 0.10bt & \text{eje 1-1} \\ 0.05bh & t > 0.025b \quad \text{eje 2-2} \end{cases} \quad (4-10)$$

factor de carga k_c

El factor de carga está dado por la ecuación

$$K_c = \begin{cases} 0.923 & \text{carga axial} & S_{ut} \leq 220 \text{kpsi} \quad (1520 \text{ Mpa}) \\ 1 & \text{carga axial} & S_{ut} > 220 \text{Kpsi} \quad (1520 \text{ Mpa}) \\ 1 & \text{flexión} \\ 0.577 & \text{torsión y cortante} \end{cases} \quad (4-11)$$

Aunque aparentemente no hay efecto de tamaño en las probetas ensayadas en las probetas ensayadas en fatiga axial o con inversión, existe una diferencia definitiva entre el límite de fatiga axial y el de flexión invertida. R. W. Landgraf, quien trabaja ahora en la Ford Motor Company, ha formado una extensa colección de datos acerca de la fatiga axial. Estos resultados fueron analizados, lo que dio origen a los valores que se muestran en la ecuación (4-11) en el caso de carga axial.

Un conjunto de 52 puntos de datos, que comparan el límite de fatiga torsional con el límite de fatiga flexionante, produjeron un factor de carga en torsión de 0.565. Mediante el uso de un conjunto de puntos de datos diferente, Mischke obtuvo el resultado $K_c=0.585$. Estos dos resultados están muy próximos al valor de 0.577 que se observa en la ecuación (4-11), que se puede obtener a partir de la teoría de la energía de distorsión.

FACTOR DE TEMPERATURA K_t

A menudo es necesario que los elementos estructurales y de máquinas resistan temperaturas distintas de aquéllas de las que normalmente se obtienen las propiedades mecánicas.

La Fig. 4-5 muestra los efectos de la temperatura sobre las propiedades de tensión de los aceros. Obsérvese que la resistencia que la resistencia a la tensión cambia sólo en una pequeña cantidad hasta que se alcanza una cierta temperatura. En ese punto decae rápidamente. Sin embargo, la resistencia de fluencia disminuye en forma continua a medida que aumenta la temperatura ambiental. Existe un incremento notable de ductilidad, como puede esperarse, a las más altas temperaturas.

Cuando las temperaturas de operación son menores que la temperatura del lugar de trabajo, la fractura por fragilidad de los materiales es una posibilidad latente y debe investigarse antes de empezar a trabajar. Cuando las temperaturas de operación son mayores que la del lugar de trabajo, antes debe investigarse la fluencia porque la resistencia de fluencia disminuye muy rápidamente con la temperatura; como ya se observó en la Fig. 4-5. Cualquier esfuerzo inducirá flujo plástico en un material que opere con altas temperaturas; así que también debe tomarse en cuenta este factor. Por último, quizá resulte cierto que no existe límite de fatiga en materiales que operan con altas temperaturas.

La cantidad limitada de datos de que se dispone indica que el límite de resistencia a la fatiga para aceros aumenta ligeramente cuando se eleva la temperatura y después empieza a disminuir en el orden de los 400 a los 700 °F, que no es diferente del comportamiento que observa la resistencia a la tensión que no es diferente del comportamiento que observa la resistencia a la tensión que se muestra en la Fig. 4-5. Por esta razón es probable que el límite de resistencia a la fatiga esté relacionado con la resistencia a la tensión a temperaturas elevadas en la misma forma que a la temperatura del lugar de trabajo. Por lo tanto, parece muy lógico emplear las mismas relaciones para

anticipar el límite de fatiga a temperaturas elevadas que se utilizan a la temperatura del lugar de trabajo, cuando menos hasta que se disponga de datos más completos. Al menos, esta práctica proporcionará un estándar útil contra el cual se puede comparar el desempeño de diversos materiales.

La tabla 4-2 se obtuvo de la Fig. 4-5 utilizando sólo los datos de la resistencia a la tensión.

Se presentan dos tipos de problemas cuando se toma en cuenta la temperatura. Si se conoce el límite de resistencia a la fatiga de una viga rotatoria a la temperatura del lugar de trabajo (ambiente), entonces úsese

$$K_d = S_T/S_{RT} \quad (4-12)$$

En la tabla 4-2 y procédase como es habitual. Si el límite de resistencia a la fatiga de la viga rotatoria no se conoce, entonces calcúlese éste utilizando la ecuación 4.3 y la resistencia a la tensión corregida por temperatura que se obtuvo con el factor de la tabla 4-2; luego úsese $K_d=1$.

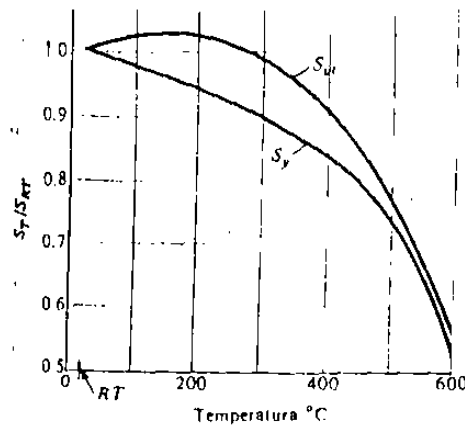


FIG. 4.5.- Gráfica de los resultados de 145 pruebas de 21 aceros al carbono y de aleación, que muestra el efecto de la temperatura de trabajo sobre la resistencia de fluencia S_{yp} y la resistencia última S_{ut} . La ordenada es el cociente de la resistencia a la temperatura de trabajo y la resistencia a la temperatura ambiente. Fuente: E. A. Brandes (Ed.), Smithelís Metals Reference Book, 6ª. Ed., Butterworth, Londres, 1983, págs . 22-128 a 22-131.

TABLA 4-2.- Efecto de la temperatura de operación sobre la resistencia a la tensión del acero.(S_T = resistencia a la tensión a la temperatura de operación; S_{RT} = resistencia a la tensión a la temperatura del lugar de trabajo).

TEMPERATURA, °C	S_T/S_{RT}	TEMPERATURA, °F	S_T/S_{RT}
20	1.000	70	1.000
50	1.010	100	1.008
100	1.020	200	1.020
150	1.025	300	1.024
200	1.020	400	1.018
250	1.000	500	0.995
300	0.975	600	0.963
350	0.927	700	0.927
400	0.922	800	0.872
450	0.840	900	0.797
500	0.766	1000	0.698
550	0.670	1100	0.567
600	0.546		

Factor de efectos diversos K_e

Uno de los motivos para emplear el factor K_e es tomar en cuenta la reducción en el límite de resistencia a la fatiga debida a todos los otros efectos; sin embargo, la verdadera razón de usarlo es que sirve de recordatorio de que deben considerarse dichos efectos, pues no se disponen de valores reales de K_e .

Los *esfuerzos residuales o remanentes* pueden servir para mejorar el límite de resistencia a la fatiga, o bien para afectarlo negativamente. Por lo general, si el esfuerzo remanente en la superficie de un elemento es de compresión, se mejora el límite mencionado. Las fallas por fatiga resultan fallas por tensión o al menos causadas por esfuerzos de tensión y, por consiguiente, todo lo que lo reduzca también disminuirá la posibilidad de una falla por fatiga. Hay operaciones como martillado y laminado en frío, los cuales originan esfuerzos de compresión en la superficie de una pieza y ayudan en gran medida a mejorar el límite de resistencia a la fatiga. Desde luego el material no debe trabajarse en exceso.

Corrosión Es de esperar que, en piezas que funcionan en ambientes corrosivos, ocurra una disminución en su resistencia a la fatiga. Esto sucede, y se debe al ataque o picadura de la superficie a causa del material corrosivo; pero el problema no es tan simple como el determinar el límite de fatiga de una probeta que ha sufrido corrosión. La razón de esto es que la acción corrosiva y el esforzamiento se producen en forma simultánea. Básicamente, esto significa que, después de cierto tiempo, una pieza fallará cuando sea sometida a esfuerzos repetidos en una atmósfera corrosiva. No existe límite de fatiga.

Recubrimiento electrolítico Los recubrimientos metálicos, como los de los procesos de cromado, niquelado o cadmizado, reducen el límite de resistencia a la fatiga hasta en un 50%. En algunos casos la reducción debida a los recubrimientos ha sido tan severa que se ha hecho necesario eliminar el proceso de galvanostegia. El galvanizado (o revestimiento de zinc) no afecta la resistencia a la fatiga. La oxidación anódica de aleaciones ligeras reduce los

límites de fatiga a la flexión hasta 39%, pero no tiene influencia en el límite de fatiga a la torsión.

Metalizado por aspersion Este proceso de recubrimiento origina imperfecciones en la superficie, que pueden ser principio de grietas. Pruebas limitadas han mostrado reducciones de 14% en la resistencia a la fatiga.

Corrosión por apriete (fretage) Este fenómeno es el resultado de movimientos microscópicos en la superficie de piezas mecánicas o estructuras estrechamente ajustadas. Lo anterior ocurre en juntas atornilladas, cojinetes, cubos de ruedas y en todo conjunto de piezas de montaje apretado. El proceso implica cambio de color en la superficie, picadura y eventualmente, fatiga. El factor de corrosión por apriete K_e depende del material de las piezas embonantes en contacto y varía de 0.24 a 0.90.

Concentración del esfuerzo El factor de concentración del esfuerzo en fatiga K_f dado por la ecuación (2-7b) debe utilizarse cuando se diseñe un elemento para evitar la fallar recuérdese que un factor de concentración del esfuerzo no necesita utilizarse con materiales dúctiles cuando éstos soporten sólo cargas estáticas, puesto que la fluencia mitigará la concentración del esfuerzo. Normalmente, este factor se utiliza para incrementar el esfuerzo. Un enfoque utilizado con frecuencia consiste en emplear el factor de efectos diversos K_e como factor de reducción de la resistencia en casos de esta naturaleza, con lo cual sólo se reduce el límite de fatiga. Con este enfoque se define

$$K_e = 1 / K_f \quad (4-13)$$

5.- ESFUERZOS DE TRABAJO PARA CARGAS VARIABLES

En esta sección trataremos de establecer los métodos que se pueden seguir para determinar de manera adecuada los esfuerzos de trabajo en un elemento mecánico cuando esta sujeto a cargas variables. Las cargas pueden ser del tipo alternante, fluctuante o bien, repetidas.

La mayor parte de las fallas en maquinaria y vehículos es el resultado de fatiga por cargas repetidas y es raramente el resultado inesperado de una carga pesada simple. La resistencia en el límite de fatiga S_e para un material es el valor del esfuerzo completamente reversible que un espécimen puede soportar un número ilimitado de tiempo, sin que ocurra fractura por fatiga, por lo cual este valor es de vital importancia para el establecimiento de los esfuerzos de trabajo. El símbolo S_e generalmente se refiere a el esfuerzo determinado por la máquina de viga rotatoria con el espécimen cargado en flexión pura. Algunas veces la prueba es hecha en máquinas que aplican un esfuerzo axial completamente reversible.

5.1.-ANALISIS DE ESFUERZOS EN EL RANGO DE VIDA FINITA

Los aceros con esfuerzos completamente reversibles mayores que S_e fallan después de un número finito de ciclos de inversión de esfuerzo. Para esfuerzo axial reversible, la curva de fatiga o S-N puede ser aproximada como una línea recta, sobre papel Semilog, comenzando con la resistencia última S_{ut} a un ciclo y corriendo a un límite de resistencia a la fatiga S_e a 10 ciclos. Tal curva es mostrada en la Fig. 5.1 (a). Las ecuaciones que relacionan el esfuerzo axial reversible y el número de inversiones N hasta la falla son, por relación de triángulos semejantes tenemos:

$$\frac{S_{ut}-S_e}{\text{Log } 10} = \frac{S_{ut} - S_r}{\log N}$$

Y de esta ecuación despejamos S_r o $\log N$,

$$S_r = S_{ut} - 1/6(\log N)(S_{ut} - S_e) \quad (5.1)$$

$$\circ \log N = \frac{6(S_{ut} - S_r)}{S_{ut} - S_e} \quad (5.2)$$

Para esfuerzo flexionante reversible, la curva S-N puede ser aproximada, como en la fig. 5.1 (b), por una línea recta sobre papel log-log, corriendo desde S_{ut} a 10 ciclos, hasta S_e a 10 ciclos. La ecuación correspondiente para esfuerzo de flexión se obtiene como sigue,

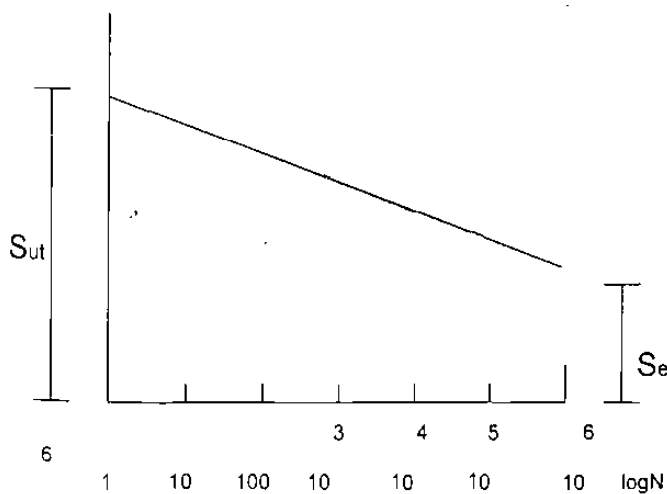
Por la relación de triángulos de la Fig. 5.1 (b), tenemos,

$$\frac{\log S_{ut} - \log S_e}{\log 10^6 - \log 10^3} = \frac{\log S_{ut} - \log S_r}{\log N - \log 10^3}$$

Desarrollando tenemos:

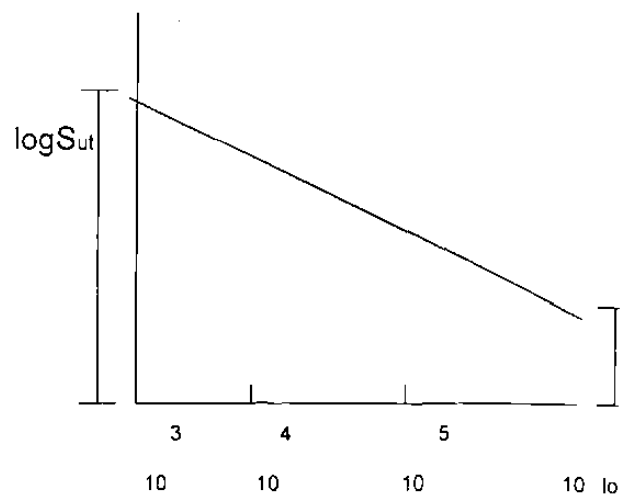
$$\frac{\log S_{ut} - \log S_e}{6 - 3} = \frac{\log S_{ut} - \log S_r}{\log N - \log 10^3}$$

Papel Semi-log



(a) Para esfuerzo axial reversible

Papel log - log



(b) Para esfuerzo flexionante reversit

Fig. 5.1 Aproximación de la curva S-N para rango finito.

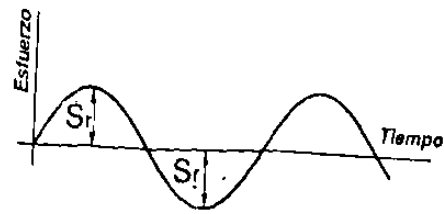


Fig. 5.2 Esfuerzo completamente reversible

$$\frac{1}{3} \log \frac{S_{ut}}{S_e} = \frac{\log S_{ut}/S_r}{\log N/10^3}$$

$$\left[\log \left[\frac{N}{10^3} \right]^{1/3} \log \frac{S_{ut}}{S_e} \right] = \log \frac{S_{ut}}{S_r}$$

$$\frac{S_{ut}}{S_r} = \left[\frac{N}{1000} \right]^{1/3} \log \frac{S_{ut}}{S_e}$$

De esta última ecuación despejamos S_r o N ,

$$S_r = \frac{S_{ut}}{\left[\frac{N}{1000} \right]^{1/3} \log \frac{S_{ut}}{S_e}} \quad (5.3)$$

$$N = 1000 \left[\frac{S_{ut}}{S_r} \right]^{\frac{3}{\log \frac{S_{ut}}{S_e}}} \quad (5.4)$$

5.2.- ESFUERZO COMPLETAMENTE REVERSIBLE

Como ya se indicó, si se sobrepasa el punto de fluencia en determinados puntos de concentración de esfuerzos, bajo carga constante, se produce la fluencia local. Sin embargo, cuando la carga varía no puede obtenerse este alivio y debe aplicarse un factor de concentración de esfuerzos adecuado K_f . La falla bajo este tipo de carga se produce por rotura.

Cuando la carga es alternativa se utiliza como criterio para la determinación del factor de seguridad la resistencia límite de fatiga S_e . Para tal carga, el esfuerzo de trabajo coincide con el esfuerzo variable S_r (ver Fig. 5.2).

Por lo tanto,

$$FS = \frac{S_e}{K_f S_r} \quad (5.5)$$

El factor K_f debe referirse a el punto para el cual el esfuerzo es aplicado.

5.3.- ESFUERZOS ESTABLE Y ALTERNANTE COMBINADOS

Cuando los esfuerzos no son completamente reversibles, pueden ser divididos en una componente promedio S_{av} y una componente variable S_r , tal que el esfuerzo máximo es $S_{av} + S_r$ y el esfuerzo mínimo es $S_{av} - S_r$. Esta variación de esfuerzos es mostrada en la Fig. 5.3.

Las magnitudes relativas de S_{av} y S_r pueden variar sobre amplios límites. Para un esfuerzo variable cero, la falla toma lugar en la resistencia última estática S_{ut} . Para un esfuerzo promedio cero, la falla ocurre en la resistencia límite de fatiga S_e .

En elementos cargados con esfuerzos promedio y variable combinados la falla se produce con valores de esfuerzo situados a lo largo de una línea de falla como es indicado por la Fig. 5.4. Los datos para tal línea no están generalmente disponibles, y se acostumbra usar la aproximación conservativa CD, construida como es mostrada desde la resistencia límite de fatiga S_e a la resistencia en el punto de fluencia S_{yp} . Los esfuerzos sin graficados sobre el diagrama como

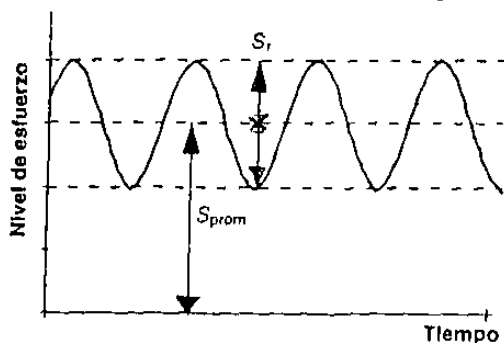


Fig. 5.3 Esfuerzos estable y alternante combinados.

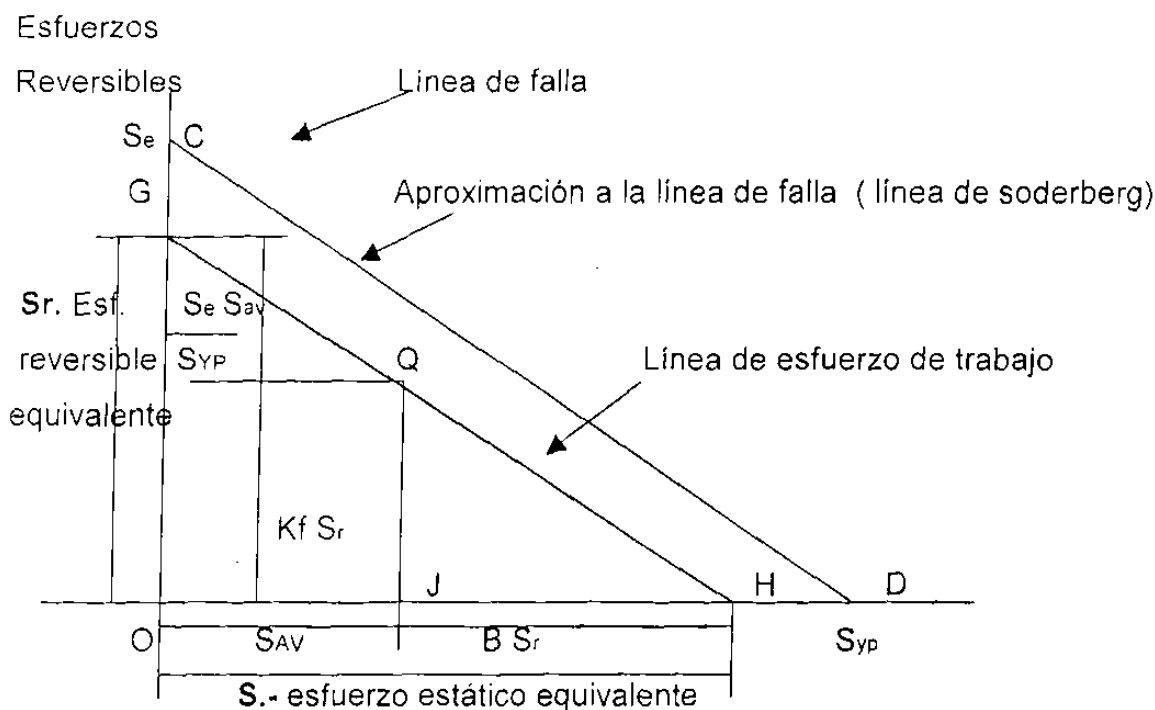


Fig. 5.4 diagrama de Soderberg para esfuerzos fluctuantes .

Coordenadas, el esfuerzo promedio horizontalmente y el esfuerzo variable verticalmente. El factor de concentración de esfuerzos es aplicado solamente a el esfuerzo variable. Si un punto Q es localizado, situado debajo de la aproximación a la línea de falla CD, es considerado seguro para operación continua.

El factor de seguridad puede ser encontrado dibujando una línea GH a través de Q paralela a CD. Todos los puntos sobre GH son así igualmente seguros. Entre ellos se incluye naturalmente el punto H, tal que el FS es igual a OD/OH. El segmento JH puede ser fácilmente evaluado por el triángulo semejantes,

$$\frac{K_f S_r}{JH} = \frac{S_e}{S_{yp}}$$

$$(JH)S_e = K_f S_{yp} S_r \quad \therefore \quad JH = K_f \frac{S_{yp}}{S_e} S_r = B S_r$$

$$\text{Donde,} \quad B = K_f \frac{S_{yp}}{S_e} \quad (5.6)$$

El segmento OH representa el esfuerzo estático ficticio \mathbf{S} , que es equivalente a la carga fluctuante de la fig. 5.3. Tenemos,

$$\mathbf{S} = S_{av} + K_f \frac{S_{yp}}{S_e} S_r \quad (5.7)$$

$$\mathbf{S} = S_{av} + B S_r \quad (5.8)$$

El factor de seguridad puede ahora ser encontrado por la Ec. (3.1) con S_1 reemplazado por S . La ecuación (5.8) es algunas veces llamada la ecuación de sodberg.

El diagrama de falla de la Fig. 5.4, así como las Ecs. (5.7) y (5.8), se aplican igualmente a los esfuerzos de cortante. Es meramente necesario, reemplazar los esfuerzos normales por los correspondientes de cortante. En los cálculos de el valor de B , cuando los datos experimentales son escasos es generalmente necesario suponer que,

$$\frac{S_{syp}}{S_{se}} = \frac{S_{yp}}{S_e} \quad (5.9)$$

Donde S_{syp} y S_{se} son respectivamente el punto de fluencia y límite de resistencia a la fatiga en cortante.

Otra alternativa a la predicción de falla es permitir que la línea desde el eje vertical se extienda hasta el valor de la resistencia ultima del material sobre el eje horizontal, en vez de que sea el esfuerzo o resistencia de fluencia. La línea resultante se conoce cómo línea de goodman en honor de la persona que primero lo propuso.

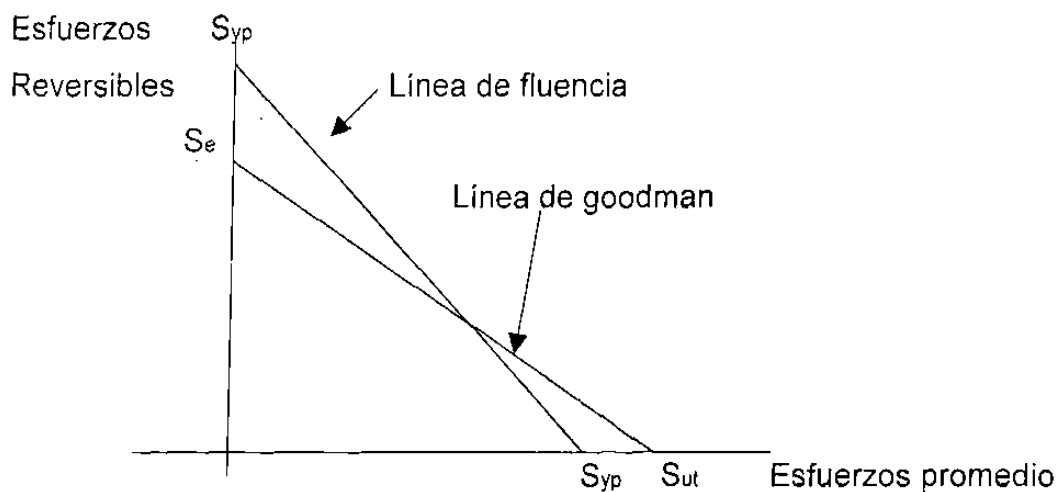


Fig. 5.5 Diagrama de goodman para esfuerzos fluctuantes

$$S_{av} + K_f \frac{S_{ut}}{S_e} S_r \leq \frac{S_{ut}}{FS} \quad (5-10)$$

$$S_{av} + K_f \frac{S_{ut}}{S_e} S_r = S \quad (5-11)$$

Se confirmara con simple observación que la ecuación (5-11) es la línea de soderberg, con la resistencia de fluencia reemplazada por la resistencia ultima, por lo que el criterio de goodman es menos conservador que el de soderberg. La línea de goodman funciona satisfactoriamente hasta que el esfuerzo promedio se acerca al esfuerzo de fluencia. Cuando se llega a esta región , se requiere que la línea de goodman sea modificada imponiendo una línea restrictiva adicional, la cual se dibuja entre la resistencia de fluencia sobre el eje vertical y la resistencia de fluencia sobre el eje horizontal como se ve en la Fig.5-5. Esta línea se conoce como la "línea de fluencia" , y forma la base de la teoría de falla modificada de goodman.

Esta línea se puede representar como sigue:

$$S_{av} + K_f S_r \leq \frac{S_{yp}}{FS} \quad (5-12)$$

$$S_{av} + K_f S_r = S \quad (5-13)$$

Se puede ver que la ecuación (5-13) es la línea de soderberg con S_e reemplazado por la resistencia de fluencia.

Las líneas modificadas de goodman son un poco más difíciles de aplicar ya que se deben revisar dos ecuaciones ; la (5-11) y la (5-13) en vez de una ; sin embargo ésta formulación es un poco menos conservadora que el criterio de soderberg.

Cuando los esfuerzos son de compresión no existe concordancia en cuanto a la forma del diagrama de falla a la izquierda del origen cuando el esfuerzo promedio es de compresión. Gran número de pruebas han indicado que el diagrama no disminuye rápidamente por aumento del esfuerzo de compresión, como sucede con el aumento del esfuerzo promedio de tensión, y un número de formas diferentes para el diagrama a la izquierda de el origen han sido propuestas. El cálculo de los esfuerzos, cuando el esfuerzo promedio es de compresión, puede ser complicado por la posibilidad de pandeo de la pieza y la determinación del valor de el factor de seguridad se hace más difícil.

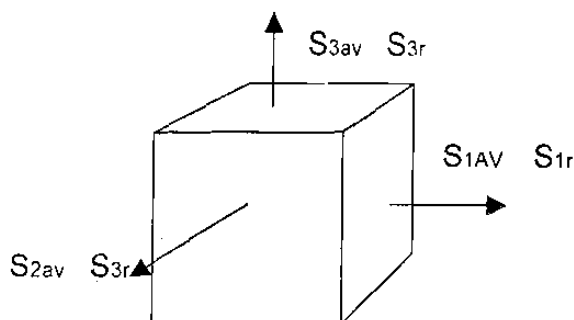


Fig. 5.6.- Elemento con Esfuerzo fluctuantes Combinados.

5.4.-TEORIA DE FALLA DE LA ENERGIA DE DISTORSION PARA ESFUERZOS FLUCTUANTES:

Cuando los esfuerzos son fluctuantes como es mostrado en la Fig. 5.6. la ecuación de Soderberg de los esfuerzos estáticos equivalentes en las tres direcciones de coordenadas.

$$S_1 = S_{1av} + B S_{1r} \quad (5.14)$$

$$S_2 = S_{2ov} + B S_{2r} \quad (5.15)$$

$$S_3 = S_{3av} + B S_{3r} \quad (5.16)$$

Estos pueden ser sustituidos en Ec. (3.12) para encontrar el esfuerzo estático equivalente uni-axial.

$$S^2 = \frac{1}{2} \left[(S_1 - S_2)^2 + (S_2 - S_3)^2 + (S_3 - S_1)^2 \right] \quad (5.17)$$

El esfuerzo S puede ahora ser sustituido en Ec. (3.1) y obtener el factor de seguridad con S_1 reemplazado por S .

Si las cargas dadas incluyen esfuerzos de corte, así como normales, la ecuación de Soderberg puede también ser aplicada a los esfuerzos de corte fluctuantes y encontrar los esfuerzos de corte estático equivalentes. Tenemos por Ec. (3.13)

$$S^2 = \frac{1}{2} \left[(S_x - S_y)^2 + (S_y - S_z)^2 + (S_z - S_x)^2 + 6(S_{xy}^2 + S_{yz}^2 + S_{zx}^2) \right] \quad (5.18)$$

5.5 DAÑO ACUMULATIVO POR FATIGA.

El diagrama de fatiga convencional da la siguiente información: (a)- el máximo esfuerzo reversible (límite de fatiga S_e) al cual el material puede ser sujetado una cantidad infinita de tiempo fuera de falla por fatiga; y (b) el número de ciclos de esfuerzo N , para esfuerzos mayores que S_e , que el material puede soportar, antes de que la falla por fatiga pueda ser esperada.

La curva S-N proporciona la información ya mencionada sólo para esfuerzo completamente reversible. La mayoría de las piezas son cargadas, como en la Fig. 5.3, con esfuerzos componentes promedio y variable. Estos pueden ser reducidos a un esfuerzo equivalente completamente reversible S_r .

Por la Fig. 5.4 todos los puntos sobre la línea GH pueden ser considerados igualmente seguros en fatiga y el segmento OG puede ser tomado como el esfuerzo completamente reversible S_r , equivalente al esfuerzo real $S_{av} \pm S_r$. Por triángulos semejantes

$$\frac{S_r - K_f S_r}{S_{av}} = \frac{S_e}{S_{yp}}$$

$$O \quad S_r = \frac{S_e}{S_{yp}} S_{av} + K_f S_r \quad (5.19)$$

Cuando S_r es mayor que S_e , la operación es en el rango finito y la vida esperada N puede ser obtenida por el diagrama S-N.

Cuando más que un nivel de esfuerzo existe dentro de un ciclo de trabajo, surge la pregunta, como combinar los efectos de los varios esfuerzos de tal manera que obtengamos una estimación de la vida de la pieza antes de que ocurra la falla por fatiga. La curva S-N no contesta esta pregunta directamente.

El ciclo de carga podría ser dividido como es mostrado en la Fig. 5.7, en número de intervalos en cada uno de los cuales los esfuerzos promedio y variable pueden ser considerados constantes para cada porción, el esfuerzo equivalente completamente reversible S_r podría ser calculado por la Ec. (5.19). Estos son ahora aplicados a la curva de fatiga de la Fig. 5.8.

Permitimos que N_1 sea el número de ciclos para la falla, sólo del esfuerzo alternante S_{r1} . Un ciclo de esfuerzo consume $1/N_1$ de la vida de la fatiga, y si estos son n_1 ciclos, para este esfuerzo, el daño proporcional es $D_1 = n_1/N_1$.

Similarmente, si la vida para el esfuerzo S_{r2} es N_2 ciclos, y si para este esfuerzo sólo se aplican n_2 ciclos, el daño proporcional es $D_2 = n_2 / N_2$ y así sucesivamente. Una expresión similar puede escribirse para cada porción del ciclo de esfuerzos. La suma de las porciones constituye la vida entera o la unidad.

$D_1 + D_2 + \dots = 1$, tal que

$$\frac{n_1}{N_1} + \frac{n_2}{N_2} + \dots = 1 \quad (5.20)$$

Esta es conocida como la ecuación Miner's.

Algunas veces el número de ciclos n_1, n_2, \dots , para cada nivel de esfuerzo no son conocidos, el diseñador entonces procura estimar la proporción α de la vida total que tomaría lugar para cada nivel de esfuerzo, si N es la vida real de la pieza, tenemos,

$$\alpha_1 = n_1 / N \quad \text{por lo tanto} \quad n_1 = \alpha_1 N$$

$$\alpha_2 = n_2 / N \quad \text{por lo tanto} \quad n_2 = \alpha_2 N \quad \text{y así sucesivamente,}$$

Sustituyendo en la Ec. (5.20) da,

$$\frac{\alpha_1 N}{N_1} + \frac{\alpha_2 N}{N_2} + \dots = 1$$

Si factorizamos N y la despejamos nos queda,

$$\frac{\alpha_1}{N_1} + \frac{\alpha_2}{N_2} + \dots = 1/N \quad (5.21)$$

En donde :

α_i = proporción del tiempo que le corresponde a cada esfuerzo.

N_i = la duración correspondiente a cada nivel de esfuerzo S_r del ciclo.

N = vida real de la pieza.

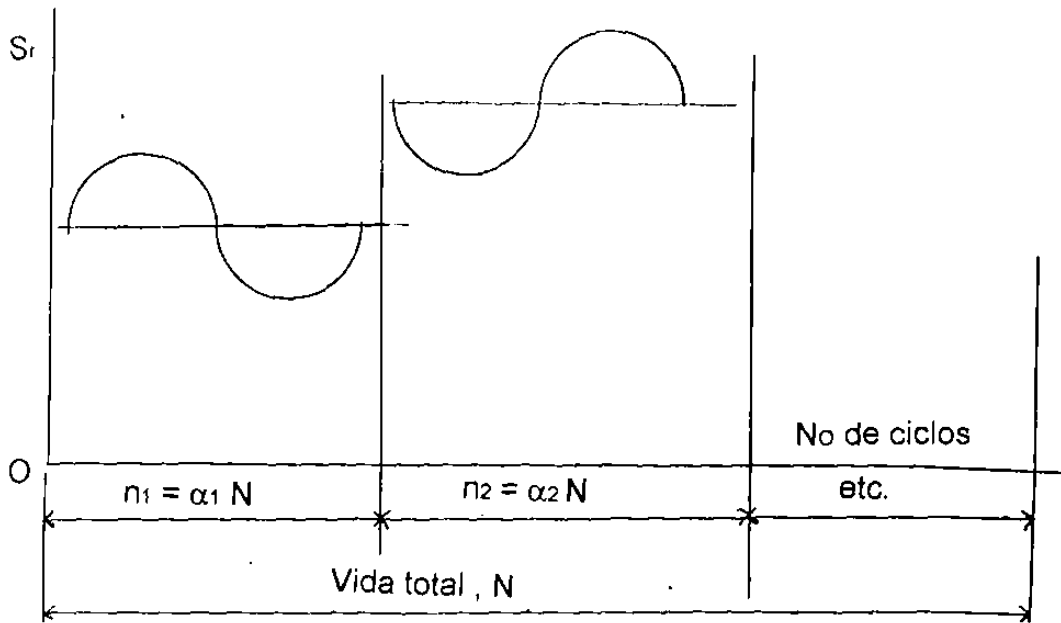


Fig. 5.7 un periodo de programa de carga variable, donde existen varios niveles De esfuerzo.

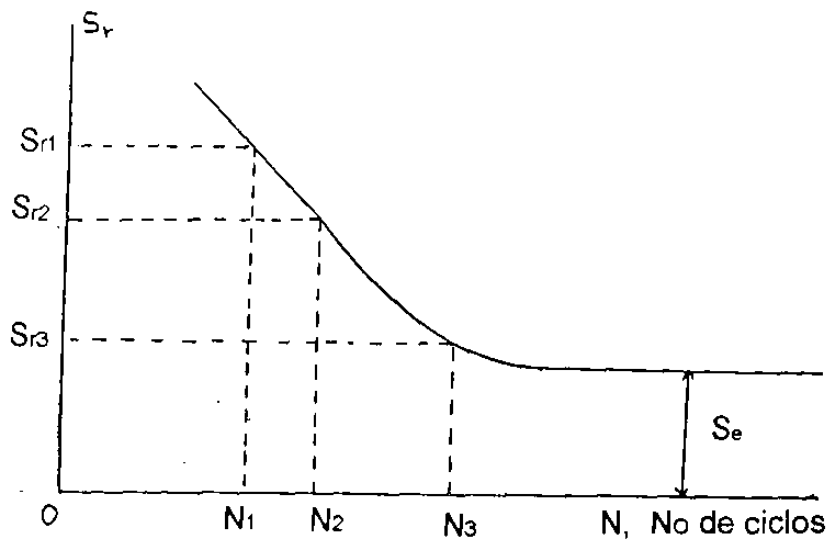


FIG. 5.8 Curva de falla para esfuerzo completamente reversible.

6.- CONCLUSIONES

En este trabajo se han presentado las metodologías más empleadas para establecer los esfuerzos de trabajo, tanto para materiales dúctiles como para materiales frágiles. Algunas de las teorías presentadas no son exclusivamente aplicables sólo para materiales del tipo ferroso; por ejemplo las teorías para cargas estáticas también pueden ser aplicadas a los materiales no ferrosos como por ejemplo el cobre y el aluminio.

Las teorías de falla más usadas para el caso de cargas estáticas, para materiales dúctiles son la teoría de falla del cortante máximo y la teoría de falla de la energía de distorsión ; es importante tener presente que la teoría de falla del cortante máximo es más conservadora que la teoría de la energía de distorsión pero esta última da resultados más precisos.

En el caso de materiales frágiles , la teoría de falla del esfuerzo normal máximo es recomendada, cuando los esfuerzos principales aplicados son del mismo signo. En el caso de esfuerzos en dos direcciones pero de signos contrarios es utilizada la teoría de coulomb-mohr.

El estudio de las fallas por fatiga y como prevenirlas es más complicado que el diseñar para cargas estáticas, de hecho es algo que todavía esta en estudio y los datos que en la actualidad se tienen , son el resultado de múltiples ensayos de laboratorio e investigaciones; por lo que los datos con los que se cuenta, se deben de tomar como una guía, nos indican que consideraciones son buenas y cuales no lo son en cuanto al diseño de elementos, contra fallas por fatiga.

Los métodos de análisis de falla por fatiga son una combinación de ingeniería y ciencia, pues a menudo ésta no puede proporcionar las respuestas que se necesitan y , sin embargo , deben seguir haciéndose aviones para que vuelen sin peligro , y un automóvil debe fabricarse con una confiabilidad que asegure una vida larga, sin averías y , al mismo tiempo , produzca utilidades a los accionistas de la industria. El caso de la fatiga es similar. La ciencia todavía no ha podido explicar completamente el mecanismo real de la fatiga , pero el

ingeniero que seguir creando cosas que no fallen. En cierto sentido, éste es un ejemplo clásico del verdadero significado de la ingeniería, en contraste con el de la ciencia. Los ingenieros emplean la ciencia para resolver sus problemas, si es factible utilizarla; pero lo sea o no, debe resolverse el problema y, cualquiera que sea la forma que tome la solución, en estas condiciones se denomina ingeniería .

Cuando se diseñan elementos sujetos a cargas variables es necesario recordar que las teorías presentadas son para materiales del tipo ferroso ,ya que algunos materiales no ferrosos como el aluminio , el magnesio, el cobre, las aleaciones de níquel, algunos aceros inoxidables , etc.; no tienen un límite de fatiga; éstos muestran curvas S-N que al incrementarse N siguen reduciéndose. Para estos casos criterios de diseño como es la línea de soderberg, la línea de goodman, no pueden ser aplicadas al no existir un límite de fatiga. Los criterios de goodman y de soderberg son los más aplicados pero no debemos de olvidar que el criterio de soderberg da resultados más conservadores y se carga más a la seguridad que el criterio de goodman, puesto que soderberg utiliza como resistencia límite para la falla el punto de fluencia del material y el criterio de goodman utiliza la resistencia ultima.

7.- SÍNTESIS

En este trabajo se han estudiado las metodologías más empleadas para diseñar elementos de máquina tanto para cargas estáticas como para cargas dinámicas. Al desarrollar reglas generales que puedan ser usadas por el diseñador como guía, los materiales son supuestos que poseen las propiedades idealizadas de elasticidad perfecta, homogeneidad e isotropía y los esfuerzos son supuestos que están dentro del rango elástico.

Lo ideal es que, al diseñar un elemento de máquina, se disponga de los resultados de una buena cantidad de ensayos de resistencia, realizados con el material particular elegido para el diseño y las pruebas deberán efectuarse, exactamente bajo las mismas condiciones de carga a que estaría expuesto el elemento durante el servicio. En muchos casos de diseño no se justifica hacer una gran cantidad de pruebas del material debido al costo de las mismas por lo que se requieren métodos en los que el ingeniero de diseño o proyectista dispondrá únicamente de datos publicados referentes a valores de resistencia de fluencia, resistencia última y porcentaje de elongación, obtenidos de una prueba de tensión simple, esperándose que con ésta información, se diseñen elementos tomando en cuenta cargas estáticas y dinámicas, altas y bajas temperaturas, tamaños grandes y pequeños de piezas. Por lo anterior; podemos decir que el problema fundamental al diseñar elementos de máquina, estriba en utilizar los datos de ensayo a tensión simple y relacionarlos con la resistencia de la pieza, con independencia del estado de esfuerzo o de las condiciones de carga.

En el capítulo tres se han presentado varias teorías de falla para materiales sometidos a la acción de cargas estáticas. Dos de estas teorías parecen adecuarse mejor a los datos experimentales.

La teoría de la energía de distorsión, también conocida como teoría Von Mises, es mejor para materiales dúctiles y uniformes, cuya resistencia a compresión y a tensión son más o menos la misma y cuya resistencia a cortante es menor que su resistencia a tensión. Se considera que estos

materiales fallan por esfuerzo cortante, y la teoría de energía de distorsión prevé mejor su falla.

Los materiales no uniformes y frágiles, como el hierro fundido suelen tener resistencias a tensión muy inferiores a sus resistencias a compresión, y sus resistencias a cortante quedan en un término medio entre estos dos valores. Son más débiles a tensión. La teoría de coulomb-mohr puede ser usada para predecir su falla. Obsérvese que cuando las cargas no son estáticas, sino que varían con el tiempo, entonces ninguna de estas teorías es apropiada para describir la falla.

El capítulo cuatro se enfoca al estudio de la fatiga de los materiales. El proceso de falla por fatiga empieza en una pequeña grieta, la cual puede dar inicio en una discontinuidad, tal como un cambio de sección, un chavetero, un cuñero, etc. ; pudiendo empezar en lugares menos obvios como rayaduras superficiales en el material. Una vez formada la grieta esta empieza a crecer y el área esforzada disminuye en tamaño hasta que se presenta la falla repentina, por lo que la falla se caracteriza por dos áreas distintas de falla, una es debido al crecimiento progresivo de la grieta y la otra es debido a la ruptura repentina.

Para determinar las propiedades de los materiales bajo la acción de cargas de fatiga se somete al material a esfuerzos reversibles de magnitudes especificadas, hasta que la probeta se fractura; con ésta serie de pruebas se obtiene el diagrama S-N , el cual se hace en papel log-log.

El límite de fatiga del material es el máximo es el máximo esfuerzo reversible que puede ser aplicado a un material sin que la falla ocurra. Los valores de esfuerzo mayores que el limite de fatiga se llaman resistencia de fatiga y a cada valor le corresponde una vida N en ciclos de inversión del esfuerzo.

Para estimar la resistencia de los materiales bajo condiciones de cargas dinámicas , se utilizan guías prácticas y aproximaciones. Si hay disponibles datos de prueba específicos de resistencia a la fatiga del material seleccionado, deberá utilizarse siempre esta información, con preferencia a alguna estimación calculada. Ante la carencia de datos de prueba específicos, se puede estimar la resistencia a la fatiga sin corregir, como un porcentaje de la resistencia máxima

a tensión. En cualquier caso la resistencia a la fatiga sin corregir es disminuida entonces de acuerdo con conjunto de factores, para tomar en consideración las diferencias entre la pieza real y el espécimen de prueba a partir del cual se midió la resistencia máxima.

En el capítulo cinco se estudian metodologías para el establecimiento de esfuerzos de trabajo para cargas variables tanto para esfuerzos completamente reversibles como para esfuerzos fluctuantes. Para el manejo de los esfuerzos fluctuantes es necesario dividirlo en dos componentes un valor promedio de características estáticas y otra componente que se alterna con respecto al promedio. Las teorías más empleadas para esfuerzos fluctuantes son el criterio de Soderberg y el criterio de Goodman. El criterio de Soderberg es más conservador, ya que se basa en la resistencia de fluencia del material y el criterio de Goodman es menos conservador porque utiliza la resistencia última del material. En otras secciones estudiamos cómo determinar la vida de fatiga de una pieza, cuando está sometida a un esfuerzo tal que tendrá una vida finita, y como aplicar la teoría de falla de la energía de distorsión cuando los esfuerzos son fluctuantes.

Finalizamos en el capítulo seis haciendo algunas conclusiones y recomendaciones generales, referidas a los temas anteriormente señalados.

8.- BIBLIOGRAFÍA

1.- MECANICA DE MATERIALES

Por K. P. Arges y Aubrey E. Palmer
Ed. C.E.C.S.A. Segunda edición.

2.- DISEÑO DE MÁQUINAS

Por Robert L. Norton
Ed. Prentice Hall, Pearson. 1999.

3.- DISEÑO EN INGENIERIA MECANICA

Por Joseph Eduard Shigley y charles r. Mischke
Ed. Mcgraw – Hill , 5ª. Ed. 1990.

4.- MECHANICAL DESIGN ANALYSIS

Por M. F. Spotts
Ed. Prentice Hall, ED. 1964

5.- ELEMENTOS DE MÁQUINAS

Por M. F. Spotts y T. E. Shoup
Ed. Prentice Hall, Septima edición. 1999.

6.- PROYECTO DE ELEMENTOS DE MAQUINAS

Por M. F. Spotts
Ed. Reverté, S. A. 1974.

ANEXOS

LISTA DE FIGURAS

- Fig.2.1.- Diagrama esfuerzo-Deformación Pág. 8
- Fig. 2.2 Método para obtener el límite elástico aparente de Johnson. Pág. 11
- Fig. 2.3 Método de la mínima deformación permanente para obtener la resistencia a la cadencia. Pág. 12
- Fig. 2.4 (a) y 2.4(b). Diagramas tensión – deformación para material frágil y material dúctil. Pág. 14
- Fig. 2.5 Estricción de una probeta de acero dúctil a la tensión. Pág. 15
- Fig. 2.6 Módulo de resiliencia por la curva esfuerzo – deformación. Pág. 18
- Fig. 2.7 Concentración de esfuerzos para una barra cargada a tensión y con agujero. Pág. 22
- Fig. 2.22 y 2.23 Diagramas de sensibilidad a la muesca para acero y aleaciones de aluminio. Pág. 22
- Fig. 2.8 a 2.21 Factores de concentración de esfuerzos K_t . Págs. 23 a la 29.
- Fig. 3.1 Esfuerzos y círculos de mohr para tensión o compresión simple. Pág.33
- Fig. 3.2 Condición de esfuerzos para materiales en cortante . Pág.35
- Fig. 3.3 Esfuerzos de cortante máxima para tri-dimensional. Pág. 38
- Fig. 3.4 Esfuerzos principales en el elemento. Pág. 40
- Fig. 3.5 Cargas para la energía de distorsión. Pág. 41
- Fig. 3.6 Elipse de energía de distorsión en dos dimensiones. Pág. 50
- Fig. 3.7 El hexágono de la teoría del esfuerzo cortante máximo en dos dimensiones, inscrito dentro de la elipse de energía de distorsión. Pág. 51
- Fig. 3.8 La teoría del esfuerzo normal máximo. Impropia para materiales dúctiles en el segundo y cuarto cuadrante. Pág. 52
- Fig. 3.9 Datos experimentales de falla a tensión superpuestos en tres teorías de falla .Pág. 53
- Fig.3.10 Probeta de ensayo a la tensión de acero dúctil, fracturada. Pág. 56.
- Fig. 3.11 Probeta de fundición de hierro frágil, después de la fractura. Pág. 56.
- Fig. 3.12 Probeta de ensayo a la torsión de acero dúctil y material frágil. Pág.56.

Fig. 3.13 Círculos de mohr para materiales quebradizos. A compresión y a tensión. Pág. 57.

Fig. 3.14 Círculos de mohr para materiales quebradizos. Teoría de coulomb-mohr. Pág. 58.

Fig.4.1. Probeta para la máquina de ensayos de viga rotatoria de R.R. More. Pág. 66

Fig. 4.2. Diagrama S-N para acero. Pág. 66

Fig. 4.3 Gráfica de límites de fatiga en función de resistencias a la tensión, con base en resultados de pruebas reales para un gran número de hierros y aceros forjados. Pág. 70

Fig. 4.4 Fórmulas para áreas esforzadas al 95% de esfuerzos máximo ; de diversas secciones , cargadas a flexión. Pág. 74

Fig. 4.5 Gráfica de los resultados de 145 pruebas de 21 aceros al carbono y de aleación que muestran el efecto de las temperaturas de trabajo, sobre la resistencia de fluencia y la resistencia última Pág. 78

Fig. 5.1 Aproximación de la curva S-N para rango de vida finito. Pág. 82

Fig. 5.2 Esfuerzo completamente reversible. Pág. 83

Fig. 5.3 Esfuerzo estable y alternante combinados. Pág. 85

Fig. 5.4 Diagrama de soderberg para esfuerzos fluctuantes. Pág. 85

Fig. 5.5 Diagrama de goodman para esfuerzos fluctuantes. Pág. 87

Fig. 5.6 Elemento con esfuerzos fluctuantes combinados. Pág. 89

Fig. 5.7 Un periodo de programa de de carga variable , donde existen varios niveles de esfuerzo. Pág. 94

Fig. 5.8 Curva de falla para esfuerzo completamente reversible. Pág. 94

LISTA DE TABLAS

Tabla 3-1. Comparación de los atributos de varias teorías de falla. Pág. 49

Tabla 4-1. Factores de acabado de superficie. Pág. 72

Tabla 4-2. Efecto de la temperatura de operación sobre la resistencia a la tensión del acero. Pág. 78

Tabla A-1. Composición promedio del hierro fundido. Pág. 106

Tabla A-2. Propiedades mecánicas de aceros típicos al carbono. Pág. 107

Tabla A-3. Resistencia de los hierros fundidos grises. Pág. 107

LISTA DE SÍMBOLOS

- A Área
- b Base
- D daño proporcional causado en una pieza con varios niveles de esfuerzo.
- d Diámetro.
- E módulo de elasticidad.
- ϵ Deformación unitaria.
- FS Factor de seguridad.
- h Altura.
- Kf Factor de concentración de esfuerzos para el caso de fatiga.
- Kt Factor de concentración de esfuerzos teórico o geométrico.
- Ka Factor de modificación por acabado superficial.
- Kb Factor de modificación por tamaño.
- Kc Factor de modificación por carga.
- Kd Factor de modificación por temperatura.
- Ke Factor de modificación por efectos diversos.
- L Longitud
- MR Modulo de resiliencia.
- N Ciclos de vida de una pieza.
- n Ciclos aplicados de un total, en el caso del daño acumulativo por fatiga.
- q Sensibilidad a las muescas o cambios de sección.
- r Radio.
- S Esfuerzo normal.
- S** Esfuerzo equivalente en tensión simple.
- S₁, S₂, S₃ Esfuerzos principales.
- S_{1d}, S_{2d}, S_{3d} Esfuerzos componentes que causan distorsión.
- Sv Esfuerzos que causan cambio de volumen.

- S_x Esfuerzo normal en dirección x.
- S_y Esfuerzo normal en dirección y.
- S_{ut} Resistencia última a la tensión.
- S_{uc} Resistencia última a la compresión.
- S_{yp} Resistencia de fluencia o cadencia.
- S_{syp} Resistencia de fluencia en cortante.
- S_{xy} Esfuerzo cortante, en el caso de un estado general de esfuerzos.
- S_{smax} Esfuerzo cortante máximo.
- S_s Esfuerzo cortante puro.
- S_e Límite de resistencia a la fatiga.
- S_T Resistencia a la tensión a la temperatura de operación.
- S_{RT} Resistencia a la tensión a la temperatura del lugar de trabajo.
- S_r Esfuerzo reversible.
- S_r** Esfuerzo reversible equivalente, a un esfuerzo fluctuante.
- S_{av} Esfuerzo promedio.
- U Energía de deformación.
- U_v Energía de cambio de volumen.
- U_d Energía de distorsión.
- μ Relación de poisson.
- α Proporción del tiempo de duración que le corresponde a cada esfuerzo en el caso de un ciclo con varios niveles de esfuerzo.

Sistema de numeración de los aceros

El **UNS** (Unified Numbering System for Metals and Alloys) emplea una letra prefijo para designar el material. Por ejemplo : G, para el carbono y los aceros de aleación ; A, para las aleaciones de aluminio ; C, para aleaciones a base de cobre; y S , para aceros inoxidable o resistentes a la corrosión.

En el caso de los aceros , los dos números que siguen al prefijo literal indican la composición, excluyendo el contenido de carbono. Algunas de las composiciones utilizadas en los aceros son :

G10	Carbono simple
G11	Carbono de corte libre con mayor cantidad de azufre o Fósforo.
G41	Cromo - molibdeno
G43	Níquel - cromo - molibdeno
G46	Níquel - molibdeno
G61	Cromo - Vanadio
G87	Cromo - Níquel - Molibdeno
G92	Manganeso - Silicio

El segundo par de números indica el contenido aproximado de carbono (en centésimas de 1%). Por lo tanto, un acero G10400 es un acero carbono simple con un contenido de carbono de 0.37 a 0.44% (o sea , aproximadamente 0.40%).

El quinto número después del prefijo se utiliza para casos especiales.

La tabla A-2, nos da las propiedades mecánicas de algunos aceros.

Fundición de hierro

La fundición de hierro o hierro gris se caracteriza por su alto porcentaje de carbono y silicio. El hierro gris es el material de construcción más extensamente usado. Es barato, fácil de colar y fácil de maquinar. Aunque es fuerte en compresión, la fundición de hierro tiene la desventaja de ser débil en tensión. Cuando una fundición debe soportar grandes cargas de tensión, algunos otros materiales, tales como la fundición aleada de hierro, el hierro maleable o la fundición de acero, se utilizan para este fin. La fundición de hierro es notable por su falta de ductilidad; el alargamiento para un espécimen estándar de tensión es usualmente menos del 1%. Los esfuerzos generados durante el enfriamiento pueden ser relevados y la maquinabilidad puede mejorar mediante un recocido. Para cuerpos de configuración complicada, las fundiciones tienen ventajas inherentes sobre los productos compuestos o fabricados.

Es practica general clasificar a las fundiciones de hierro en función de su resistencia a la tensión. Algunas propiedades de las fundiciones de hierro se muestran en la tabla A-3. al menos que el cliente especifique otra cosa, las composiciones adecuadas para satisfacer los requisitos de resistencia son seleccionados por la fundidora. El costo del hierro se incrementa con el aumento de la resistencia.

TABLA A-1.- COMPOSICION PROMEDIO DEL HIERRO FUNDIDO

Carbono	2.00- 4.00%
Silicio	0.50- 3.00%
Manganeso	0.20- 1.00%
Fósforo	0.05- 0.80%
Azufre	0.04- 0.15%
Hierro	Restante

Tabla A-2.- Propiedades mecánicas de aceros típicos al carbono.

(HR) , aceros rolados en caliente; (CD) , aceros estirados en frío.

1	2	3	4	5	6	7	8
UNS NÚM.	SAE Y/O AISI NO.	PROCESAMIENTO	RESISTENCIA ÚLTIMA, MPa (kpsi)	RESISTENCIA DE FLUENCIA, MPa (kpsi)	ELONGACIÓN EN 2 in, %	REDUCCIÓN EN ÁREA %	DUREZA BRINELL
G10060	1006	HR	300 (43)	170 (24)	30	55	86
		CD	330 (48)	280 (41)	20	45	95
G10100	1010	HR	320 (47)	180 (26)	28	50	95
		CD	370 (53)	300 (44)	20	40	105
G10150	1015	HR	340 (50)	190 (27.5)	28	50	101
		CD	390 (56)	320 (47)	18	40	111
G10180	1018	HR	400 (58)	220 (32)	25	50	116
		CD	440 (64)	370 (54)	15	40	126
G10200	1020	HR	380 (55)	210 (30)	25	50	111
		CD	470 (68)	390 (57)	15	40	131
G10300	1030	HR	470 (68)	260 (37.5)	20	42	137
		CD	520 (76)	440 (64)	12	35	149
G10350	1035	HR	500 (72)	270 (39.5)	18	40	143
		CD	550 (80)	460 (67)	12	35	163
G10400	1040	HR	520 (76)	290 (42)	18	40	149
		CD	590 (85)	490 (71)	12	35	170
G10450	1045	HR	570 (82)	310 (45)	16	40	163
		CD	630 (91)	530 (77)	12	35	179
G10500	1050	HR	620 (90)	340 (49.5)	15	35	179
		CD	690 (100)	580 (84)	10	30	197
G10600	1060	HR	680 (98)	370 (54)	12	30	201
G10800	1080	HR	770 (112)	420 (61.5)	10	25	229
G10950	1095	HR	830 (120)	460 (66)	10	25	248

Fuente: 1986 SAE Handbook, p. 2.15.

Tabla A-3.- Resistencia de los hierros fundidos grises

Clase núm.	Resistencia mínima a la tensión psi	Carga transversal promedio ¹	Resistencia a la compresión ¹ psi	Resistencia cortante promedio psi	Módulo de elasticidad psi	Dureza Brinell	Espesor mínimo usual de pared in
20	20,000	1,800	80,000	32,500	11,600,000	110	1/8
25	25,000	2,000	100,000	34,000	14,200,000	140	1/8
30	30,000	2,200	110,000	41,000	14,500,000	170	1/4
35	35,000	2,400	125,000	49,000	16,000,000	200	3/8
40	40,000	2,600	135,000	52,000	18,100,000	230	1/2
50	50,000	3,000	160,000	64,000	22,600,000	250	1/2
60	60,000	3,400	150,000	60,000	19,900,000	275	3/4

* Para unidades SI, divida los valores del esfuerzo entre 145, que es el factor de conversión de psi a MPa.

¹ Espécimen de 1.2 in de diámetro, soportes a 18 in, carga en el centro.² Sujeto a variaciones de hasta ± 10 por ciento

EJEMPLOS RESUELTOS REFERIDOS A LOS CAPITULOS

3, 4, Y 5

EJEMPLO 3.1

Un material es sometido a los esfuerzos $S_x = 20\,000$ PSI, $S_y = 4\,000$ PSI y $S_{xy} = 6\,000$ PSI. El material tiene una resistencia de fluencia $S_{YP} = 40\,000$ PSI en tensión.

Encontrar el valor mínimo para el FS por la teoría de falla del cortante máximo.

SOLUCION:

Por las ecuaciones del círculo de Mohr, calculamos los esfuerzos principales.

$$S_1 = \frac{S_x + S_y}{2} + \sqrt{\left(\frac{S_x - S_y}{2}\right)^2 + S_{xy}^2}$$

$$S_1 = \frac{2400}{2} + \sqrt{(8000)^2 + (6000)^2}$$

$$S_1 = 12\,000 + 10\,000 = 22\,000 \text{ psi}$$

$$S_2 = 12\,000 - 10\,000 = 2\,000 \text{ psi}$$

Por Ec. (3.7),

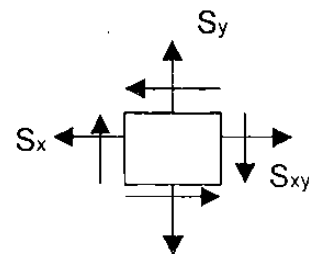
$$S_s = \frac{1}{2} (S_1 - S_2) = \frac{1}{2} (22\,000 - 2\,000) = 10\,000 \text{ psi}$$

Por Ec. (3.8),

$$S_s = \frac{1}{2} (S_2 - S_3) = \frac{1}{2} (2\,000 - 0) = 1\,000 \text{ psi}$$

Por Ec. (3.9),

$$S_s = \frac{1}{2} (S_3 - S_1) = \frac{1}{2} (0 - 22\,000) = -11\,000 \text{ psi}$$



estado gen. de esfuerzos en dos direcciones.

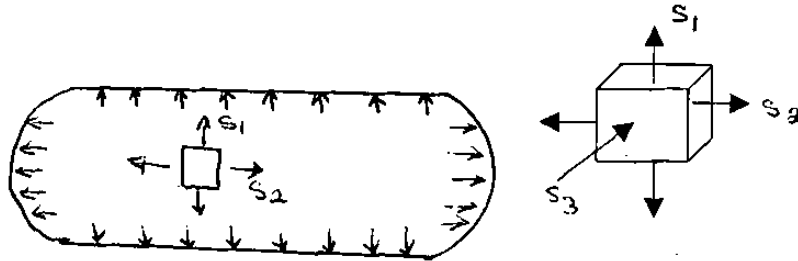
El mínimo factor de seguridad es determinado por el mayor esfuerzo de corte ,
tenemos por Ec. (3.6)

$$FS = \frac{1/2S_{yp}}{S_s} = \frac{20\,000}{11\,000} = 1.82 \text{ (respuesta)}$$

Ejemplo 3.2

Un tubo de pared delgada con sus extremos cerrados tiene un diámetro interior de 2 plg. Y un espesor de pared de 0.05 plg. Es sujetado a una presión interna de un fluido de 1800 psi. El material tiene una resistencia de fluencia $S_{yp} = 60\,000$ psi. Encontrar el mínimo factor de seguridad para un elemento sobre la superficie interior del tubo.

SOLUCION:



Esfuerzo circunferencial,

$$S_1 = \frac{P_r}{t} = \frac{1\,800 \times 1}{0.05} = 36\,000 \text{ psi, tensión}$$

Esfuerzo longitudinal,

$$S_2 = \frac{P_r}{2t} = \frac{1\,800 \times 1}{2 \times 0.05} = 18\,000 \text{ psi, tensión}$$

y el tercer esfuerzo es ,

$$S_3 = P = -1\,800 \text{ psi, compresión}$$

Por Ec. (3.7),

$$S_s = \frac{1}{2} (S_1 - S_2) = \frac{1}{2} (36\,000 - 18\,000) = 9\,000 \text{ psi}$$

Por Ec. (3.8),

$$S_s = \frac{1}{2} (S_2 - S_3) = \frac{1}{2} (18\,000 + 1\,800) = 9\,900 \text{ psi}$$

Por Ec. (3.9),

$$S_s = \frac{1}{2} (S_3 - S_1) = \frac{1}{2} (-1\,800 - 36\,000) = -18\,000 \text{ psi}$$

Por Ec. (3.6),

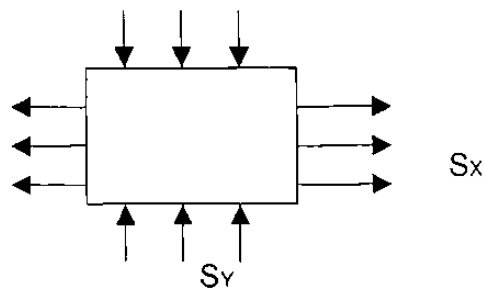
$$FS = \frac{1/2S_{YP}}{S_s} = \frac{30\,000}{18\,900} = 1.59 \text{ (respuesta)}$$

EJEMPLO 3.3

Una placa rectangular tiene esfuerzos normales actuando sobre los bordes.

$S_y = -0.8 S_x$. El factor de seguridad por la teoría de la energía de distorsión es igual a 3. Encontrar el FS por la teoría de falla del cortante máximo.

SOLUCION:



Como

$$S_{xy} = 0 \quad ; \quad S_x = S_1$$

$$S_y = S_2 = -0.8 S_x$$

Por la Ec. (3.13), de la energía de distorsión,

$$S = S_1^2 + S_2^2 - S_1 S_2$$

$$S = S_x^2 + (-0.8 S_x)^2 - S_x (-0.8 S_x)$$

$$S = S_x^2 + 0.64 S_x^2 + 0.8 S_x^2$$

$$S = 2.44 S_x^2$$

$$S = 1.56 S_x$$

Y como $FS = 3$ para energía de distorsión, tenemos,

$$S = \frac{S_{yp}}{FS} = \frac{S_{yp}}{3}$$

$$1.56 S_x = 1/3 S_{yp}$$

$$S_{yp} = (1.56 S_x) 3 = 4.68 S_x$$

Cortante máximo,

$$S_s = \frac{1}{2} (S_1 - S_2) = \frac{1}{2} [S_x - (-0.8S_x)] = \frac{1}{2}(1.8 S_x)$$

$$S_s = 0.9 S_x$$

Para cortante máximo tenemos,

$$FS = \frac{S_{syp}}{S_s}$$

$$S_{syp} = \frac{1}{2} S_{yp} = \frac{1}{2} (4.68 S_x)$$

$$S_{syp} = 2.34 S_x$$

$$FS = \frac{2.34 S_x}{0.9 S_x} = 2.6 \quad (\text{RESPUESTA})$$

EJEMPLO 3.4

Una placa de acero de 12 plg X 12 plg tiene esfuerzos normales sobre los cuatro lados. El esfuerzo $S_1 = S_x = 12\,000$ psi de tensión.

El aumento en longitud en la dirección X es 0.006 plg. Si el FS = 2.5 por la teoría de falla del cortante máximo, encontrar el FS cuando es calculado por la teoría de falla de la energía de distorsión .

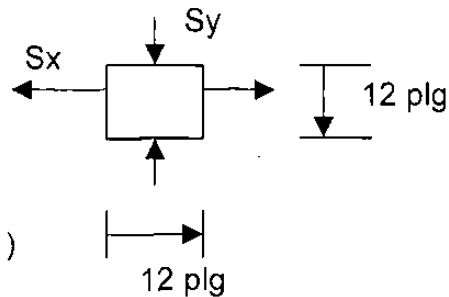
SOLUCION:

$$S_1 = S_x = 12\,000 \text{ psi}$$

$$\Delta X = 0.006 \text{ plg}$$

$$\text{FS} = 2.5 \text{ (teoría del cortante máximo)}$$

$$\text{FS} = ? \text{ (teoría de la energía de distorsión)}$$



$$\text{Acero } E = 30 \times 10^6 \text{ psi}$$

$$\mu = 0.3$$

La deformación unitaria es,

$$\epsilon_x = \frac{\Delta x}{X} = \frac{0.006}{12} = 0.0005$$

Por la ecuación de la ley de Hooke, para esfuerzos en dos direcciones el esfuerzo en dirección X es ,

$$S_x = \frac{E}{1 - \mu^2} (\epsilon_x + \mu \epsilon_y)$$

Despejemos ε_y ,

$$S_x(1 - \mu^2) = E (\varepsilon_x + \mu\varepsilon_y)$$

$$\frac{S_x(1 - \mu^2)}{E} - \varepsilon_x = \mu \varepsilon_y$$

$$\varepsilon_y = \frac{S_x(1 - \mu^2)}{E\mu} - \frac{\varepsilon_x}{\mu}$$

Sustituimos los valores correspondientes,

$$\varepsilon_y = \frac{12\,000(1 - 0.3^2)}{30 \times 10^6 (0.3)} - \frac{0.0005}{0.3}$$

$$\varepsilon_y = 0.0012 - 0.0016$$

$$\varepsilon_y = -0.0004 \text{ plg}$$

Ahora, también por la ley de Hooke, el esfuerzo S_y es,

$$S_y = \frac{E}{1 - \mu^2} (\varepsilon_y + \mu\varepsilon_x) = \frac{30 \times 10^6}{0.91} \left[-0.00046 + 0.3(0.0005) \right]$$

$$S_y = -10.21 \times 10^3 \text{ psi}$$

Como $S_{xy} = 0$, también $S_y = S_z$

Por la ecuación de la energía de distorsión, Ec. (3.13), encontramos el esfuerzo equivalente en una sola dirección

$$S = \sqrt{S_1^2 + S_2^2 - S_1 S_2}$$

$$S = \sqrt{(12\,000)^2 + (-10.21 \times 10^3)^2 - (12\,000)(-10.21 \times 10^3)}$$

$$s = 19\,255.23 \text{ psi}$$

Por la teoría de falla del cortante máximo, sabemos que,

$$S_s = \frac{1}{2} (S_1 - S_2) = \frac{1}{2} \left[12\,000 - (-10.2 \times 10^3) \right]$$

$$S_s = 11\,105 \text{ psi}$$

Por ecuación (3.5), tenemos,

$$FS = \frac{0.5 S_{yp}}{S_s}$$

Despejamos S_{yp} ,

$$S_{yp} = \frac{S_s FS}{0.5} = \frac{11\,105 \times 2.5}{0.5}$$

$$S_{yp} = 55\,525 \text{ psi}$$

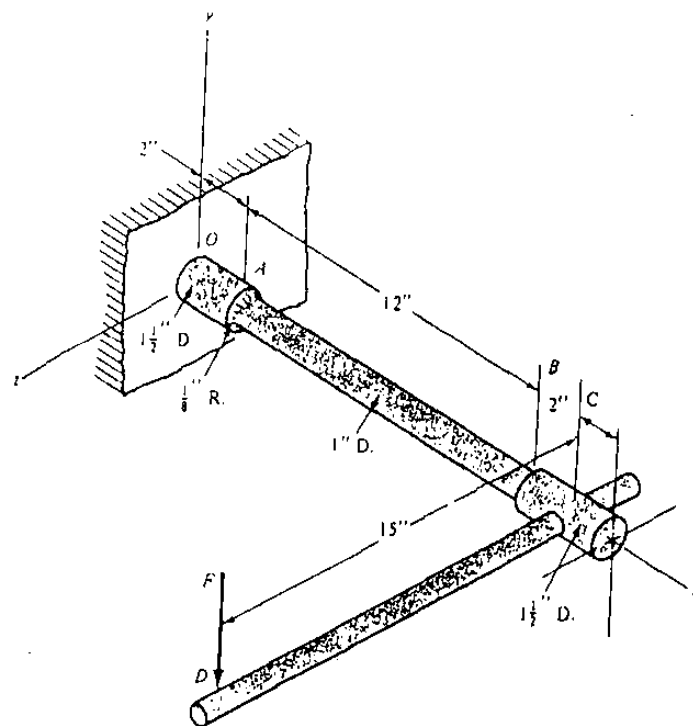
Y por la ecuación (3.1),

$$FS = \frac{S_{yp}}{s} = \frac{55\,525}{19\,255.23}$$

$$FS = 2.88 \quad (\text{Respuesta})$$

EJEMPLO 3.5

Una fuerza F , aplicada en D , cerca del extremo de una palanca de 15 plg de longitud, como se ilustra en la figura, ocasiona determinados esfuerzos en la barra en voladizo $OABC$. Esta barra esta hecha de un acero UNS G10350 y ha sido forjada, maquinada, tratada térmicamente y revenida a 800° F , el cual tiene una resistencia de fluencia de 81000 psi. Que carga F producira fluencia en la barra?



SOLUCION:

Como es un material ductil, no sera necesario tomar en cuenta la concentración de esfuerzos.

Los cálculos se basan en la menor sección transversal.

El momento de torsión es,

$$T = F (15)$$

El momento de flexión es,

$$M = F (14)$$

Los esfuerzos por torsión y flexión son,

$$\text{Por torsión } S_{xy} = \frac{T r}{J} \qquad j = \frac{\pi d}{32}$$

$$S_{xy} = \frac{16 T}{\pi d} = \frac{16(15)F}{\pi(1)} = 76.394 F$$

Por flexión

$$S_x = \frac{MC}{I} \qquad I = \frac{\pi d^4}{64}$$

$$S_x = \frac{32M}{\pi d^3} = \frac{32(14)F}{\pi(1)^3} = 142.602 F$$

Los esfuerzos principales se calculan por las ecuaciones del círculo de Mohr,

$$S_{1,2} = \frac{S_x + S_y}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{S_x - S_y}{2}\right)^2 + S_{xy}^2}$$

$$S_{1,2} = \frac{142.602F}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{142.602F}{2}\right)^2 + (76.394F)^2}$$

$$S_1 = 71.301F + 104.5F$$

$$S_1 = 175.8F$$

$$S_2 = 71.301F - 104.5 F$$

$$S_2 = -33.199 F$$

Por la teoría de falla de la energía de distorsión:

$$S^2 = S_1^2 + S_2^2 - S_1 S_2$$

$$S = \sqrt{(175.8F)^2 + (-33.199F)^2 - (175.8F)(-33.199F)}$$

$$S = 194.53 F$$

Para que se produzca fluencia el FS debe ser igual a una y así

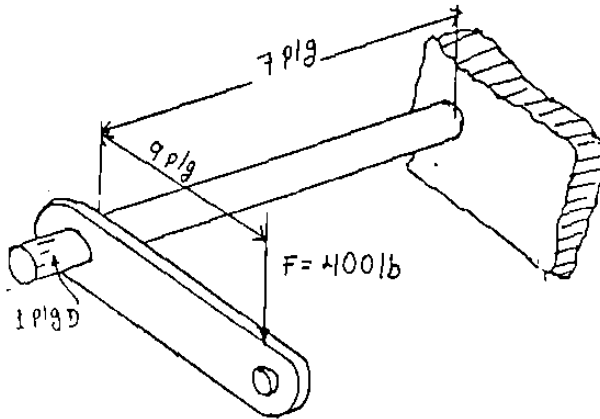
$S = S_{yp}$ Por Ec. (3.1), tenemos,

$$FS = \frac{S_{yp}}{S}$$

$$194.53 F = 81\,000 \quad \text{Por lo tanto } F = 416.3 \text{ lb} \quad (\text{respuesta}).$$

EJEMPLO 3.6

Una palanca sometida a una fuerza estática vertical hacia abajo de 400 lb, esta montada en una barra de de 1 PLG de diámetro, como se indica



a) Halle los esfuerzos críticos en la barra circular.

SOLUCION:

$$T = (400)(9) = 6300 \text{ lb-plg}$$

$$M = (400)(7) = 2800 \text{ lb-plg}$$

Esfuerzos por torsión y flexión

$$\text{Tension } S_{xy} = \frac{Tr}{J} = \frac{16T}{\pi d^3} = \frac{(16)(3600)}{\pi(1)^3}$$

$$S_{xy} = 18\,334.65 \text{ psi (respuesta)}$$

$$\text{Flexion } S_x = \frac{MC}{I} = \frac{32M}{\pi d^3} = \frac{(32)(2800)}{\pi(1)^3}$$

$$S_x = 28\,520.56 \text{ psi (respuesta)}$$

b) Esta barra es de acero con una resistencia de fluencia de 94 000 psi . Con base en la carga estática, encuentre el FS por medio de la teoría de la energía de distorsión.

SOLUCION:

Los esfuerzos principales se calculan como siguen,

$$S_{1,2} = \frac{S_x + S_y}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{S_x - S_y}{2}\right)^2 + S_{xy}^2}$$

$$S_1 = \frac{28\,520.56}{2} + \sqrt{\left(\frac{28\,520.56}{2}\right)^2 + (18\,334.65)^2}$$

$$S_1 = 14\,260.28 + 23\,227.46$$

$$S_1 = 37\,487.74 \text{ psi}$$

$$S_2 = 14\,260.28 - 23\,227.46$$

$$S_2 = -8967.18 \text{ psi}$$

Por la teoría de la energía de distorsión, Ec. (3.13)

$$S^2 = S_1 + S_2 - S_1 S_2 = (37\,487.74)^2 + (-8967.18)^2 - (37487.74)(-8967.18)$$

$$S^2 = 1.8219 \times 10^9$$

Por Ec. (3.1), tenemos,

$$FS = \frac{S_{yp}}{S} = \frac{94\,000}{42\,683.72}$$

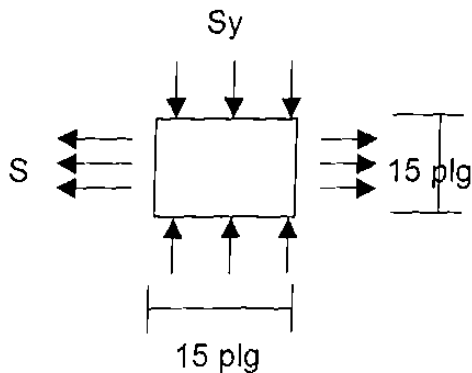
$$FS = 2.20 \text{ (respuesta)}$$

EJEMPLO 3.7

Una placa de acero tiene esfuerzos normales actuando sobre los cuatro bordes; S_x es tensión y S_y es compresión. La disminución de longitud en la dirección y es 0.0115 PLG. El FS por la teoría de falla del cortante máximo es igual a 2. El material tiene un $S_{yp} = 60\ 000$ PSI en tensión simple.

Encontrar los valores de los esfuerzos aplicados:

SOLUCION:



$$E_y = 0.0115$$

$$FS = 2 \text{ (teoría del cortante máximo)}$$

$$S_{yp} = 60\ 000 \text{ psi}$$

$$S_x = ? \quad , \quad S_y = ?$$

$$\text{Acero } \mu = 0.3 \quad , \quad E = 30 \times 10^6 \text{ psi}$$

La deformación unitaria en la dirección y es,

$$E_y = \frac{\Delta y}{Y} = \frac{-0.0115}{.15} = -0.0007667$$

Por la teoría de falla del cortante máximo,

$$S_s = \frac{0.5 S_{yp}}{FS} = \frac{0.5 (60\ 000)}{2}$$

$$S_s = 15\ 000 \text{ psi}$$

$$S_s = \frac{1}{2}(S_x - S_y)$$

$$S_x - S_y = 30\ 000$$

$$S_x = 30\ 000 + S_y$$

Por la ley de Hooke

$$\epsilon_y = 1/E (S_y - \mu S_x)$$

$$\epsilon_y E = S_y - \mu S_x = S_y - 0.3(30\,000 + S_y)$$

$$\epsilon_y E = S_y - 9\,000 - 0.3 S_y$$

$$- 0.0007667 (30 \times 10^6) = 0.75 S_y - 9\,000$$

$$S_y = -20\,000 \text{ psi (respuesta)}$$

$$S_x = 10\,000 \text{ psi (respuesta)}$$

EJEMPLO 4.1

Estimar el límite de fatiga de una barra de acero AISI 1035 de 32 mm de diámetro, que tiene acabado a máquina y fue tratada térmicamente a una resistencia de tensión mínima de 710 Mpa.

SOLUCION.

De ecuación (4.1) tenemos :

$$S'_e = 0.504 S_{ut} \quad S_{ut} \leq 1400 \text{ Mpa}$$

Para la probeta de viga rotatoria

$$S'_e = 0.504(710) = 357.84 \text{ Mpa}$$

Ahora para encontrar el límite de fatiga de la barra. Por ec. (4.3) :

$$S_e = K_a K_b K_c K_d K_e S'_e$$

Para el factor de acabado superficial tenemos, por ec. (4.4):

$$K_a = a S_{ut}^b \quad \text{donde :} \quad \begin{array}{ll} a = 4.51 & \text{de la tabla 4-1} \\ b = -0.265 & \text{para acabado a máquina.} \end{array}$$

$$K_a = 4.51(710)^{-0.265} = 0.791$$

Por tamaño de ec. (4.5) :

$$K_b = \left(\frac{d}{7.62} \right)^{-0.1133} \quad 2.79 \text{ mm} \leq d \leq 51 \text{ mm}$$

$$K_b = \left(\frac{32}{7.62} \right)^{-0.1133} = 0.84$$

Si la barra trabaja a flexión $K_c = 1$

Si no existen altas temperaturas $K_d = 1$

Como no existen concentraciones de esfuerzos $K_e = 1$

$$S_e = (0.791)(0.84)(1)(1)(1)(357.84) = 237.7 \text{ Mpa. (solución).}$$

EJEMPLO 4.2

Se consideran dos tipos de aceros para manufacturar bielas de conexión forjadas. Uno es acero AISI 4340 Cr-Mo-Ni, que se puede tratar térmicamente a una resistencia de tensión mínima de 260 Kipsi. El otro material es acero AISI 1040 al carbono ordinario con una resistencia última a la tensión de 113 Kipsi. Si cada biela tendrá un tamaño de $\frac{3}{4}$ de plg., ¿ Existe alguna ventaja al usar el acero de aleación ¿ ¿ porque ¿.

SOLUCION:

El material de aleación es más caro que el acero al carbono ordinario. Existiría ventaja de usar el más caro siempre y cuando el límite de fatiga de la biela fabricada de ese material fuera mayor que el límite de fatiga de la biela fabricada con el material de acero al carbono simple, que es más barato.

Para el material de aleación $S_{ut} = 260$ Kipsi.

De la ec. (4.1) :

$$S'_e = 100 \text{ Kipsi} \quad S_{ut} > 200 \text{ Kipsi}$$

El límite de fatiga de la biela es , por la ec. (4.3) :

$$S_e = K_a K_b K_c K_d K_e S'_e$$

Por ec. (4.4) :

$$K_a = \frac{1}{a} S_{ut}^b \quad \text{donde : } a = 39.9 \quad \text{de tabla 4-1, para forjado.}$$

$$b = -0.995$$

$$-0.995$$

$$K_a = \frac{1}{39.9(39.9)^{-0.995}} = 0.157$$

$$-0.1133$$

Por ec. (4.5) : $K_b = (d/0.3)^{-0.1133}$ $0.11 \text{ plg} \leq d \leq 2 \text{ plg}$

$$-0.1133$$

$$K_b = (0.75/0.3)^{-0.1133} = 0.90$$

Si la biela trabaja con carga axial por ec. (4-11) :

$K_c = 1$ si $S_{ut} > 220$ Kipsi ; como es en este caso.

Como no nos indican que existan altas temperaturas:

$K_d = 1$

Como tampoco nos indican que existan concentración de esfuerzos:

$K_e = 1$

El límite de fatiga de esta biela es :

$$S_e = (0.157)(0.90)(1)(1)(1)(100) = 14.13 \text{ Kipsi.}$$

Para la biela de acero al carbono se hacen los mismos pasos y tenemos:

$S_{ut} = 113$ Kipsi

De ecuación (4.1) : $S'_e = 0.504 S_{ut}$ $S_{ut} \leq 200$ Kipsi

$$S'_e = 0.504(113) = 56.952 \text{ Kipsi}$$

$$b \quad -0.995$$

$$K_a = a S_{ut}^b = 39.9(113)^{-0.995} = 0.361$$

$K_b = 0.90$ igual que la biela del material anterior

$K_c = 0.923$ para carga axial y $S_{ut} \leq 220$ Kipsi

$K_d = 1$ por no existir altas temperaturas

$K_e = 1$ por no existir concentración de esfuerzos

El límite de fatiga de la biela de este material es :

$$S_e = (0.361)(0.90)(0.923)(1)(1)(56.95) = 29.85 \text{ Kipsi.}$$

No existe ventaja al usar el material más caro , porque el límite de fatiga de la biela fabricada de ese material es menor que el de la biela fabricada con el material más barato.

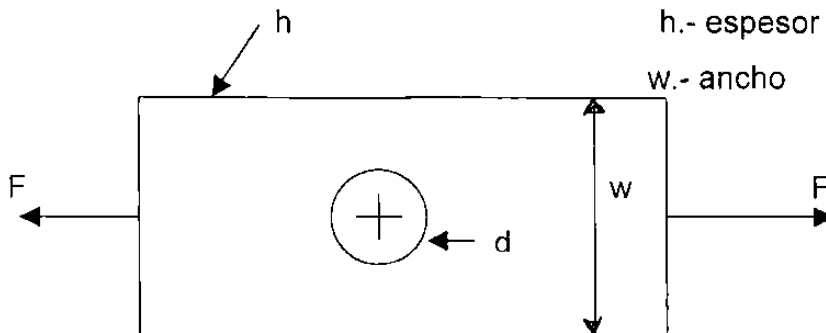
EJEMPLO 4.3

Una barra rectangular se corta de una lámina de acero AISI 1018 estirada en frío. La barra mide 60mm de ancho por 10mm de espesor y tiene un agujero de 12mm de diámetro en el centro. La barra soporta una carga de fatiga con inversión por fuerzas axiales F uniformemente distribuidas a todo lo ancho. Con base en un factor de seguridad de 1.8, determine la fuerza máxima admisible F que se puede aplicar.

d.- diámetro = 12 mm

h.- espesor = 10 mm

w.- ancho = 60 mm



SOLUCION:

De la tabla A-2 para este acero $S_{ut} = 440 \text{ Mpa}$.

De la ec. (4.1) para $S_{ut} \leq 1400 \text{ Mpa}$

$$S'_e = 0.504 S_{ut} = 0.504(440) = 221076 \text{ Mpa}$$

El límite de fatiga para la placa, por ec. (4.3)

$$S'_e = K_a K_b K_c K_d K_e S'_e$$

Por ec. (4.4) se obtiene el factor de modificación por acabado superficial:

$$K_a = a S_{ut}^b \quad \text{donde: } a = 4.51 \quad \text{de tabla 4-1, para estirado en frío.}$$

$$b = -0.265$$

$$-0.265$$

$$K_a = 4.51(440)^{-0.265} = 0.89$$

El factor de tamaño $K_b = 1$ para carga axial.

El factor de modificación por carga, por ec. (4.11):

$K_c = 0.923$ para carga axial y $S_{ut} \leq 1520$ Mpa.

Como no existen altas temperaturas $K_d = 1$.

Por concentración de esfuerzos, el factor de modificación es, por la ec.(4.13)

$$K_e = 1/K_f$$

Donde : $K_f = 1 + q(K_t - 1)$ $q = 0.82$ de fig. 2-22

$K_t = 2.51$ de fig. 2-20 con $d/w = 12/60 = 0.2$

$$K_f = 1 + 0.82(2.51 - 1) = 2.23$$

$$K_e = 1/2.23 = 0.448$$

El limite de fatiga de la placa es :

$$S_e = (0.89)(1)(0.923)(1)(0.448)(221.76) = 81.61 \text{ Mpa.}$$

La falla puede ocurrir donde se encuentra el orificio. El esfuerzo es un esfuerzo reversible S_r por carga axial

$$S_r = \frac{F}{A} \quad \text{donde: } A = (w-d)h \quad 2$$

$$A = (60-12)(10) = 480 \text{ mm}^2$$

El factor de seguridad es :

$$FS = \frac{S_e}{S_r} = 1.8 \quad \text{por lo tanto} \quad S_r = \frac{S_e}{FS}$$

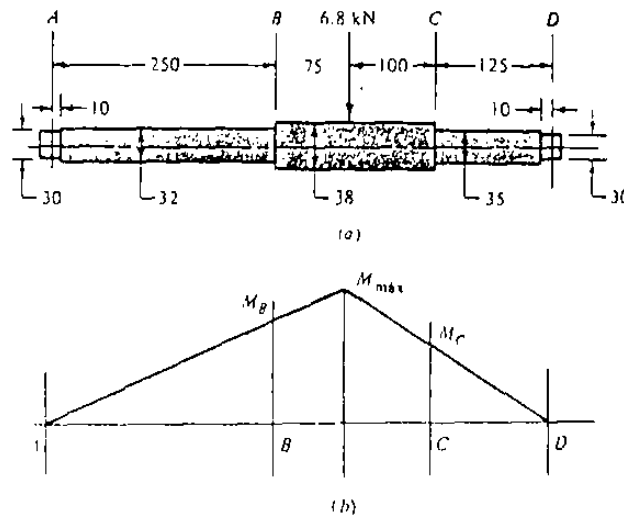
$$\frac{F}{A} = \frac{S_e}{FS} \quad \text{por lo tanto} \quad F = \frac{S_e A}{FS}$$

$$F = \frac{(81.61 \times 10^6 \text{ N/m}^2)(480 \times 10^{-6} \text{ m}^2)}{1.8} = 21\,762.6 \text{ N}$$

$$F = 21.76 \text{ KN} \quad (\text{Respuesta})$$

EJEMPLO 4.4

En la Fig. (a), se muestra un eje rotatorio apoyado en cojinetes de bolas en A y D. Dicho eje soporta una carga no rotatoria F. Se desea evaluar la duración de este elemento.



a) Eje de transmisión rotatorio con carga vertical; estacionaria; todas las dimensiones están expresadas en milímetros y todos los enlaces tienen 3 mm de radio. El material es acero AISI 1050 estirado en frío y con acabado a máquina. b) Diagrama de momento flexionante.

SOLUCION:

En la Fig. (b) se ve que probablemente ocurra una falla en B y no en C, o bien en el punto de momento máximo. Al punto B corresponde menor sección transversal, mayor momento flexionante y mayor factor de concentración de esfuerzos que a C, y la ubicación del momento máximo tiene un tamaño mayor y no presenta factor de concentración de esfuerzo.

El problema se resolverá determinando primero la resistencia en el punto B, puesto que probablemente será distinta en otros puntos. Después se comparará su valor con el del esfuerzo en B.

Cálculo de reacciones:

$$\sum M_A = 0$$

$$R_D (550 \text{ mm}) - (6.8 \text{ KN})(325 \text{ mm}) = 0$$

$$R_D = \frac{(6.8 \text{ KN})(325 \text{ mm})}{550 \text{ mm}} = 4.01 \text{ KN}$$

$$+\uparrow \sum F_Y = 0 ; \quad R_D + R_A - 6.8 \text{ KN} = 0$$

$$R_A = 6.8 \text{ KN} - 4.01 \text{ KN} = 2.79 \text{ KN}$$

$$M_B = R_A (250 \text{ mm}) = (2.79 \times 10^3 \text{ N})(250 \times 10^{-3} \text{ m}) = 697.5 \text{ N}\cdot\text{m}$$

En la tabla A-2 se obtiene $S_{ut} = 690 \text{ Mpa}$ y $S_{yp} = 580 \text{ Mpa}$. Por lo tanto,

$$S'_e = 0.504(690) = 347.8 \text{ Mpa}$$

Utilizando la ec. (4.4) con $a = 4.51$ y $b = -0.265$, el factor de superficie resulta ser,

$$K_a = a S'_e{}^b = 4.51(347.8)^{-0.265} = 0.798$$

El factor de tamaño se determina a partir de la ecuación (4.5), y es

$$K_b = \left(\frac{d}{7.62} \right)^{-0.1133} = \left(\frac{32}{7.62} \right)^{-0.1133} = 0.850$$

Para determinar el factor de concentración de esfuerzos, en la fig. 2-9 se entra con los valores

$$D/d = 38/32 = 1.1875 \quad \text{y} \quad r/d = 3/32 = 0.09375$$

Y se obtiene $K_t = 1.65$. En la fig. 2-22 se obtiene $q = 0.82$, que corresponde a $r = 3 \text{ mm}$ y $S_{ut} = 690 \text{ Mpa}$. Utilizando la ec. (2.5) se obtiene

$$K_f = 1 + q(K_t - 1) = 1 + 0.82(1.65 - 1) = 1.53$$

Se pide determinar la duración de un material dúctil, así que optamos por usar la ecuación (4.13), que trata a la concentración de esfuerzo como un efecto de reducción de la resistencia a la fatiga. Por lo tanto,

$$K_e = 1/K_f = 1/1.53 = 0.654$$

Los factores modificadores restantes tienen valor igual a la unidad, y de este modo la ecuación (4.3) produce

$$S_e = (0.798)(0.850)(0.654)(347.8) = 154.3 \text{ Mpa.}$$

El paso siguiente consiste en determinar el esfuerzo en el punto B, el cual es un esfuerzo reversible por flexión,

$$S_r = \frac{MC}{I} \quad C = d/2$$

$$I = \pi d^4/64$$

$$S_r = \frac{32 M}{\pi d^3} = \frac{32(697.5)}{\pi (0.032)^3} = 216.8 \text{ Mpa}$$

Este esfuerzo es mayor que el límite de de resistencia a la fatiga ; así , la pieza sólo tendrá una duración finita. Recurriendo a la ecuación (5.4), se obtiene,

$$N = 1000 \left(\frac{S_{ut}}{S_r} \right)^{\frac{3}{\log S_{ut}/S_e}} = 1000 \left(\frac{690}{216.8} \right)^{4.61} = 207\,903.13 \text{ ciclos (respuesta)}$$

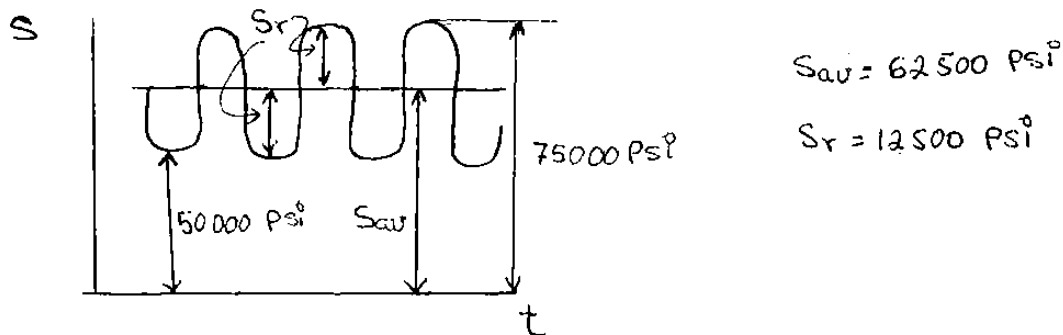
$$\frac{3}{\log S_{ut}/S_e} = \frac{3}{\log (690/154.3)} = 4.61$$

EJEMPLO 5.1

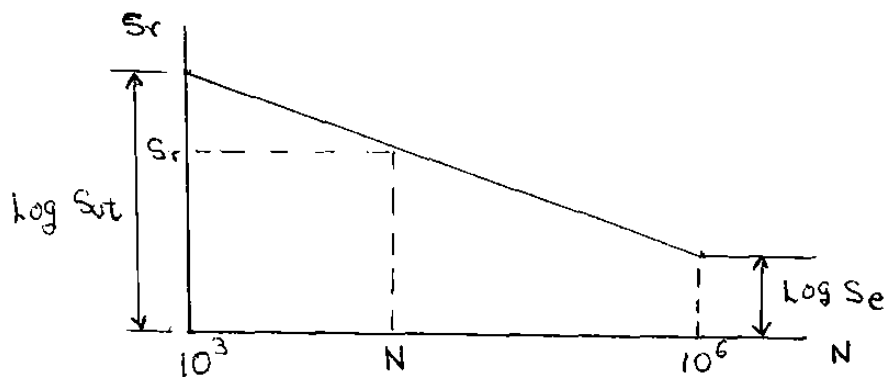
Un material es sometido a un esfuerzo de flexión que varía entre 50 000 PSI y 75 000 PSI. $S_{ut} = 90\,000$ PSI a $N = 10$, $S_e = 50\,000$ PSI a $N = 10^6$, y $S_{yp} = 75\,000$ PSI.

$K_t = 1.4$ con un radio de muesca de $1/16$ plg. Encontrar el número de ciclos de esfuerzo esperados, antes de la falla por fatiga.

SOLUCION: Diagrama del esfuerzo de flexión variable es,



El diagrama S-N es,



De la fig. 2-22 tenemos, con $r = 1/16 = 0.0625$ plg. y $S_{ut} = 90\,000$ PSI $q = 0.77$ y con la ec.(2.5) tenemos, $K_f = 1 + q(K_t - 1) = 1 + 0.77(1.4 - 1)$
 $K_f = 1.308$.

Mediante la ecuación (5.19), encontramos el esfuerzo alternante equivalente al fluctuante S_r ,

$$S_r = \frac{S_e}{S_{yp}} S_{av} + K_f S_r = \frac{50}{75} \times 62\,500 + 1.308 \times 12\,500$$

$$S_r = 58\,016 \text{ PSI}$$

Como el esfuerzo reversible equivalente S_r es mayor que el límite de resistencia a la fatiga del material, tendrá una vida finita.

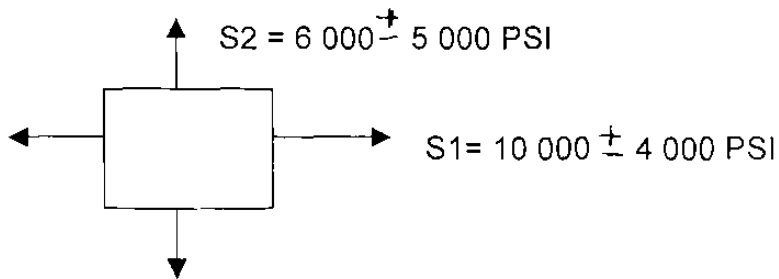
Con la ecuación (5.4), calculamos los ciclos de vida , N ,

$$N = 1000 \left(\frac{S_{ut}}{S_r} \right)^{\frac{3}{\log(S_{ut}/S_e)}} = 1000 \left(\frac{90\,000}{58\,016} \right)^{11.52} = 157\,326 \text{ ciclos. (respuesta)}$$

$$\frac{3}{\log(S_{ut}/S_e)} = \frac{3}{\log(90/50)} = 11.75$$

EJEMPLO 5.2

Un material está sujeto a los siguientes esfuerzos :



Donde $S_3 = 0$.

La resistencia de fluencia $S_{yp} = 60\,000 \text{ PSI}$ y el límite de resistencia a la fatiga $S_e = 40\,000 \text{ PSI}$. $K_f = 1$.

Encontrar el factor de seguridad por la teoría de falla de la energía de distorsión.

SOLUCION :

Primero encontraremos los esfuerzos estáticos equivalentes en cada dirección.

$$B = K_f \frac{S_{yp}}{S_e} = \frac{60}{40} = 1.5$$

Por ec.(5.8) , $S = S_{av} + BS_r$

$$S_1 = 10\,000 + 1.5 \times 4\,000 = 16\,000 \text{ PSI}$$

$$S_2 = 6\,000 + 1.5 \times 5\,000 = 13\,500 \text{ PSI}$$

Y por ec. (5.17), se determina el esfuerzo único en tensión simple, equivalente a los esfuerzos en dos direcciones.

$$S = \frac{1}{2} \left[\left(S_1 - S_2 \right)^2 + \left(S_2 - S_3 \right)^2 + \left(S_3 - S_1 \right)^2 \right]$$

$$S = \frac{1}{2} \left[\left(16\,000 - 13\,500 \right)^2 + \left(13\,500 - 0 \right)^2 + \left(0 - 16\,000 \right)^2 \right]$$

$$S = 14\,900 \text{ PSI}$$

Por ec. (3.1) , $FS = S_{yp} / S$ $FS = 60\,000 / 14\,900 = 4.02$ (Respuesta).

EJEMPLO 5.3

Un material está sujeto al siguiente ciclo o programa de trabajo, con los siguientes esfuerzos flexionantes.

40 000 a 60 000 PSI el 90% de el tiempo

30 000 a 70 000 PSI el 8% de el tiempo

20 000 a 80 000 PSI el 2% de el tiempo

El material tiene una $S_{ut} = 100\ 000$ PSI a $N = 10$ ciclos y $S_e = 50\ 000$ PSI para $N = 10$ ciclos, $K_t = 2.25$ con radio de muesca de 0.065 plg. Encontrar la vida de fatiga esperada en ciclos, considere $S_{yp} = 80\ 000$ PSI.

SOLUCION : Los esfuerzos componentes promedio y variable para cada esfuerzo son,

$$S_1 = 50\ 000 \quad 10\ 000 \text{ PSI el } 90\%$$

$$S_2 = 50\ 000 \quad 20\ 000 \text{ PSI el } 8\%$$

$$S_3 = 50\ 000 \quad 30\ 000 \text{ PSI el } 2\%$$

De la fig. 2-22, tenemos, para $r = 0.065$ y $S_{ut} = 100$ Kpsi . $q = 0.80$.

$$\text{Y con ec. (2.5) } K_f = 1 + q(K_t - 1) = 1 + 0.80(2.25 - 1) = 2.0$$

Utilizando las ec. (5.19) y (5.4), tenemos:

$$S_r = K_f S_r + \frac{S_e}{S_{yp}} S_{av}$$

$$S_{r1} = 2 \times 10\ 000 + \frac{50}{80} \times 50\ 000 = 51\ 250 \text{ PSI}$$

$$N_1 = 1000 \left(\frac{S_{ut}}{S_{r1}} \right)^{3/\log(S_{ut}/S_e)}$$

$$N_1 = 1000 \left(\frac{100\,000}{51\,250} \right)^{3/\log(100/50)} = 1000 \left(\frac{100\,000}{51\,250} \right)^{9.96}$$

$$N_1 = 778\,841 \text{ ciclos.}$$

$$S_{r2} = 2 \times 20\,000 + \frac{50}{80} \times 50\,000 = 71\,250 \text{ PSI}$$

$$N_2 = 1000 \left(\frac{100\,000}{71\,250} \right)^{9.96} = 29\,259 \text{ ciclos}$$

$$S_{r3} = 2 \times 30\,000 + \frac{50}{80} \times 50\,000 = 91\,250 \text{ PSI}$$

$$N_3 = 1000 \left(\frac{100\,000}{91\,250} \right)^{9.96} = 2\,489 \text{ ciclos}$$

Por ec. (5.21) , tenemos la vida de la pieza :

$$\frac{\alpha_1}{N_1} + \frac{\alpha_2}{N_2} + \frac{\alpha_3}{N_3} + \dots = \frac{1}{N}$$

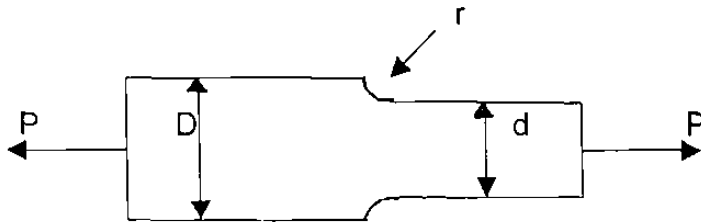
$$\frac{0.9}{778\,841} + \frac{0.08}{29\,259} + \frac{0.02}{2\,489} = \frac{1}{N}$$

$$N = 83\,856 \text{ ciclos (Respuesta).}$$

EJEMPLO 5.4

La placa indicada en la figura mide 0.5 plg. de espesor. La carga varía de 20 000 lb a 10 000 lb.

Las propiedades del material son $S_{yp} = 42\ 000\ \text{PSI}$; $S_e = 24\ 000\ \text{PSI}$. El factor de seguridad con respecto al punto de fluencia vale 2. Encontrar el máximo valor admisible de la anchura D . Suponer que la sensibilidad $q = 1$.



D .- anchura mayor

d .- anchura menor = 3 plg.

h .- espesor = 0.5 plg.

r .- radio del cambio de sección = 0.3 plg.

SOLUCION :

El esfuerzo estático equivalente es, por ec. (3.1):

$$S = S_{yp} / FS = 42\ 000 / 2 = 21\ 000\ \text{PSI}$$

Los esfuerzos deben estar basados en el área menor :

$$A = d \times h = 3 \times 0.5 = 1.5\ \text{plg}^2$$

$$S_{\text{máx}} = 20\ 000 / 1.5 = 13\ 333.33\ \text{PSI}$$

$$S_{\text{mín}} = 10\ 000 / 1.5 = 6\ 666.66\ \text{PSI}$$

$$S_r = \frac{13\ 333.33 - 6\ 666.66}{2} = 3\ 333.33\ \text{PSI}$$

$$S_{av} = 6\ 666.66 + 3\ 333.33 = 10\ 000\ \text{PSI}$$

Ahora , si $q= 1$; $K_f= K_t$.

Y por la ecuación (5.7)

$$S = S_{av} + K_t \frac{S_{yp}}{S_e} S_r$$

$$21\ 000 = 10\ 000 + K_t \frac{42}{24} \times 3\ 333.33$$

Despejamos K_t y tenemos,

$$K_t = \frac{21\ 000 - 10\ 000}{(42/24)(3\ 333.33)} = 1.88$$

En la figura 2-16 entramos con,

$$r/d = 0.1$$

$$K_t = 1.88$$

Obtenemos que D/d aproximadamente vale 1.26

$$D/d = 1.26 \text{ y por lo tanto } D = 1.26d = (1.26)(3) = 3.78 \text{ plg. (Respuesta).}$$

ACERCA DEL AUTOR

Alberto Puerta Rivera.

Es Ingeniero Industrial Mecánico, egresado del Instituto Tecnológico de Culiacán en 1984; realizó estudios de especialista en Sistemas Dinámicos en el CENIDET de Cuernavaca, Morelos en 1994. Es profesor de tiempo completo del Instituto Tecnológico de Culiacán desde 1989, impartiendo las materias de Diseño Mecánico I, Resistencia de Materiales I, Resistencia de Materiales II y Física II a nivel superior. Ha desempeñado los siguientes cargos administrativos; coordinador de la carrera de Ingeniería Mecánica, secretario de la Academia de Ingeniería Mecánica y auxiliar del laboratorio de Ingeniería Mecánica, como instructor en la sección de pruebas destructivas.

También ha colaborado como profesor a nivel profesional técnico en el CONALEP, plantel Culiacán II impartiendo las materias de Circuitos Hidráulicos, Circuitos Neumáticos y Mecánica aplicada.

