

---

UNIVERSIDAD AUTONOMA DE CHIHUAHUA

**UNIVERSIDAD AUTONOMA DE NUEVO LEON**

FACULTAD DE INGENIERIA CIVIL



ESPESAMIENTO DE LOS LODOS DE UN SEDIMENTADOR  
PRIMARIO POR MEDIO DE HIDROCICLONES EN UNA  
PLANTA DE TRATAMIENTO DE AGUAS  
RESIDUALES DOMESTICAS

Por

HILDA PATRICIA MEDINA CABALLERO

Como Requisito parcial para obtener el Grado de  
MAESTRIA EN CIENCIAS con Especialidad en  
Ingeniería Ambiental

Febrero, 1997,

9 11 13

14 15 16

17 18 19

20 21 22

23 24 25

26 27 28

29 30 31

32 33 34

ESPESAMIENTO DE LOS SEDIMENTOS DE UN SADOOR

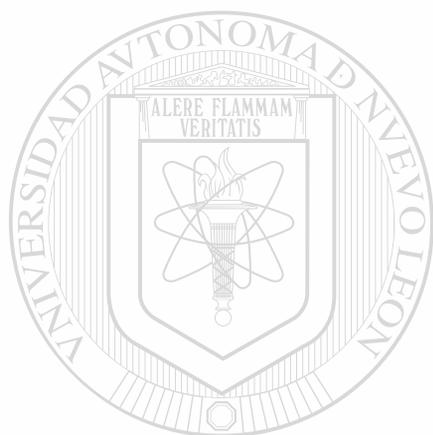
PRIMARIO POR MEDIO DE HIDROCLONES EN UNA

PLANTA DE TRATAMIENTO DE AGUAS

RESIDUALES DOMESTICAS



1080071209



# UANL

---

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN

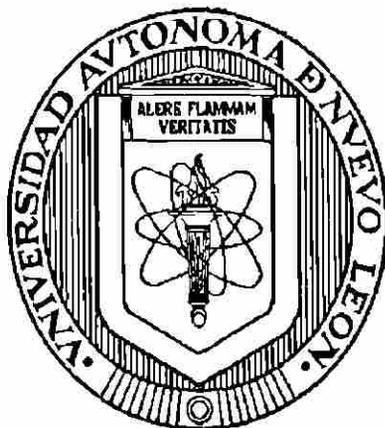


DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

---

UNIVERSIDAD AUTONOMA DE CHIHUAHUA

**UNIVERSIDAD AUTONOMA DE NUEVO LEON**  
FACULTAD DE INGENIERIA CIVIL



**ESPESAMIENTO DE LOS LODOS DE UN SEDIMENTADOR  
PRIMARIO POR MEDIO DE HIDROCICLONES EN UNA  
PLANTA DE TRATAMIENTO DE AGUAS  
RESIDUALES DOMESTICAS**

---

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN

P o r

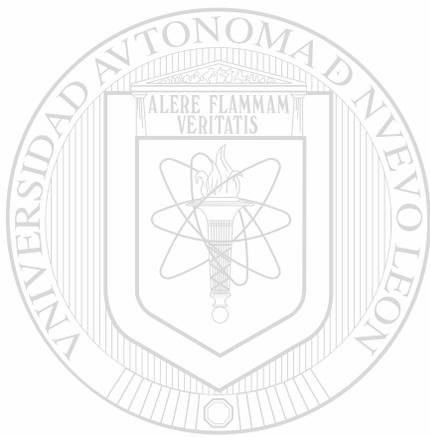
DIRE **HILDA PATRICIA MEDINA CABALLERO** ®

Como requisito parcial para obtener el Grado de  
**MAESTRIA EN CIENCIAS** con Especialidad en  
Ingeniería Ambiental

Febrero, 1997



FM  
T21540  
M4



# UANL

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN

®

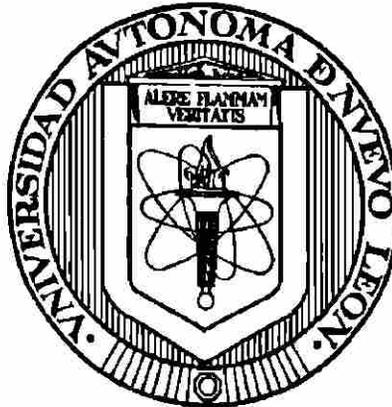
DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS



UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE CHIHUAHUA

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN

FACULTAD DE INGENIERÍA CIVIL



**ESPESAMIENTO DE LOS LODOS DE UN SEDIMENTADOR  
PRIMARIO POR MEDIO DE HIDROCICLONES EN UNA  
PLANTA DE TRATAMIENTO DE AGUAS**

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN

**RESIDUALES DOMÉSTICAS**

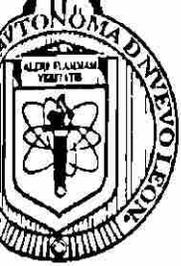
DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

Por

**HILDA PATRICIA MEDINA CABALLERO**

**Como requisito parcial para obtener el Grado de  
MAESTRÍA EN CIENCIAS con Especialidad en  
Ingeniería Ambiental**

**Febrero, 1997**



**UNIVERSIDAD AUTONOMA DE NUEVO LEON**  
**FACULTAD DE INGENIERIA CIVIL**  
**DIVISION DE ESTUDIOS DE POSTGRADO**

**ESPESAMIENTO DE LOS LODOS DE UN SEDIMENTADOR PRIMARIO POR  
MEDIO DE HIDROCICLONES EN UNA PLANTA DE TRATAMIENTO  
DE AGUAS RESIDUALES DOMÉSTICAS**

Presenta : IBQ Hilda Patricia Medina Caballero

Aprobación de la Tesis:



*[Handwritten signature]*

Asesor interno  
Ing. Omar Huerta Granados

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN

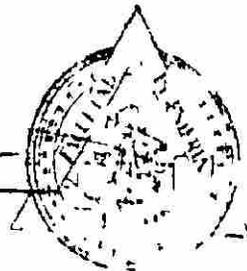
DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

*[Handwritten signature]*

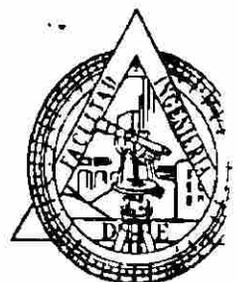
Asesor externo  
Dr. Enrique Ortega Rivas  
Universidad Autónoma de Chihuahua

*[Handwritten signature]*

Secretario de Posgrado  
Ing. Oscar Manuel Robles S.



SECRETARIA DE ESTUDIOS  
DE POSTGRADO





UNIVERSIDAD AUTONOMA DE NUEVO LEON  
 FACULTAD DE INGENIERIA CIVIL  
 DIVISION DE ESTUDIOS DE POSTGRADO  
**COMPROBANTE DE CORRECCION.**

Tesista: Ing. Hilda Patricia Medina Caballero

Tema de la tesis: Espesamiento de los lodos de un sedimentador primario por medio de hidrociclones, en una planta de tratamiento de aguas residuales domésticas.

Este documento certifica la corrección Final del trabajo de tesis arriba indentificado, en los aspectos : ortográfico, metodológico y estilístico.

Recomendaciones adicionales:

Ninguna, en especial.

Nombre y firma de quien corrigió:

(Ramongoria)  
 Arq. Ramón Longoria Ramírez

El Secretario de Postgrado :

(Oscar M. Robles Sanchez)  
 Ing. Oscar M. Robles Sanchez.

Ciudad Universitaria, a 20 de enero de 1997.



San Nicolás de los Garza N.L. a 10 de Febrero de 1997

Ing. Oscar Manuel Robles Sánchez  
Secretario de Posgrado  
Facultad de Ingeniería Civil  
Universidad Autónoma de Nuevo León

Ingeniero Robles

Por medio de la presente me permito solicitarle su autorización para iniciar los trámites correspondientes al examen de grado de mi trabajo de tesis titulado "Espesamiento de los lodos de un sedimentador primario por medio de hidrociclones en una planta de tratamiento de aguas residuales domésticas", como requisito para obtener el grado de Maestro en Ciencias con especialidad en Ingeniería Ambiental

Dicho trabajo ya está terminado y cuenta con las aprobaciones del asesor interno, Ing. Omar Huerta Granados del asesor externo, Dr. Enrique Ortega Rivas (Universidad Autónoma de Chihuahua), así como del Arq. Ramón Longoria, cuyas autorizaciones anexo

Sin otro particular por el momento y agradeciendo su atención prestada a la presente

DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

Atentamente

*Patricia Medina Caballero*

IBQ Hí da Patricia Medina Caballero

OK  
SECRETARIA DE ESTUDIOS  
DE POSGRADO

Ing. Oscar Manuel Robles Sanchez  
Secretario del Instituto de Ingenieria Civil  
U. A. N. L.

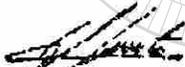
Febrero 10 de 1997

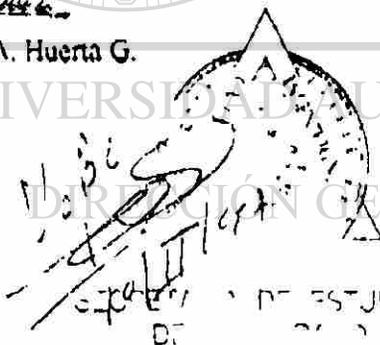
Ing. Robles:

Por medio de la presente hago de su conocimiento que la tesis realizada por el Ing Hilda Patricia Medina Caballero, titulada "Espesamiento de los lodos de un sedimentador primario por medio de hidrociclones en una planta de aguas residuales domesticas" ha sido revisada en forma total cubriendo integramente todos los puntos manifestados en el indice inicial y cuyo texto también ha sido revisado y editado para ser sometido para su evaluacion final.

Sin mas por el momento quedo de usted.

ATENTAMENTE

  
Ing Omar A. Huerta G.

  
DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS  
DE ESTUDIOS



UANL

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN  
DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS





# UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE CHIHUAHUA

Facultad de Ciencias Químicas  
Apdo. 1542-G; Chihuahua, Chih.  
México

Tel.: (14) 139024  
Fax: (14) 144492

27 de Enero de 1997

Ing. Oscar Manuel Robles Sánchez  
Secretario de Posgrado de la  
Facultad de Ingeniería Civil  
Universidad Autónoma de Nuevo León  
Cd. Universitaria. Apdo. Postal 58-F  
San Nicolás de los Garza, N.L.

Estimado Ing. Robles:

Por medio de la presente me permito comunicarle que he concluido la revisión y auscultación detallada de la tesis titulada: "Espesamiento de los Lodos de un Sedimentador Primario por Medio de Hidrociclones en una Planta de Tratamiento de Aguas Residuales Domésticas", presentada por la IBQ Hilda Patricia Medina Caballero. Considero que la citada tesis cumple con los requisitos de calidad necesarios para ser considerada una tesis de grado y personalmente la calificaría como un muy buen trabajo de investigación.

Sin otro particular por el momento me es grato despedirme, poniéndome a sus apreciable órdenes para cualquier aclaración.

Atentamente

Dr. Enrique Ortega Rivas  
Investigador Nacional Nivel I  
Académico Titular "C"

SECRETARÍA DE ESTUDIOS  
DE POSGRADO



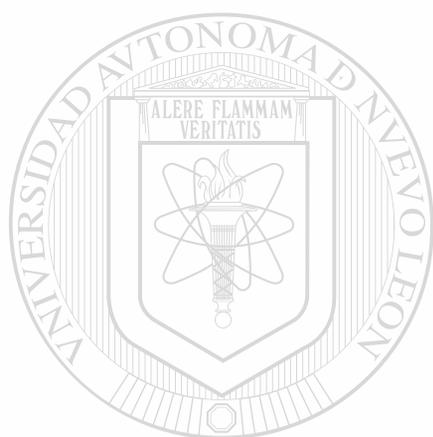
UJANI

**Todo el desarrollo teórico y experimental de esta tesis se realizó en la Universidad Autónoma de Chihuahua, bajo la asesoría del Dr. Enrique Ortega Rivas, en la Secretaría de Investigación y Posgrado de la Facultad de Ciencias Químicas.**

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN



DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS



# UANL

---

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN



DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

**Dedicado en memoria de mi  
padre, Carlos Medina Zárate  
y a mi madre Hilda Caballero  
de Medina como ofrenda de  
agradecimiento**

## **AGRADECIMIENTOS**

---

^ A mi esposo, Javier, por su amor, comprensión y apoyo incondicional

^ A mis hermanos, Jorge, Carlos y Nelly; a mi abuelita Ernestina y tías

^ A la familia Ríos Hernández, que me brindaron un segundo hogar

^ A mi asesor, Dr. Enrique Ortega Rivas, Profesor Investigador de la Facultad de Ciencias Químicas de la Universidad Autónoma de Chihuahua, por confiar en mí para la realización del presente trabajo y por su invaluable ayuda

^ A todo el personal docente, administrativo y de servicios pertenecientes a la Secretaría de Investigación y Posgrado de la Facultad de Ciencias Químicas de la Universidad Autónoma de Chihuahua, por brindarme todas las facilidades para la elaboración de este trabajo. Especialmente a la Dra. Guadalupe Virginia Nevárez M., M.C. Javier H. Gasson L., M.C. Ramón Olivas V., M.C. Ma. Guadalupe Gastélum F., M.C. Armando Quintero R., Dr. Víctor M. Santana R.; al personal de los Laboratorios de Investigación John Dalton y Luis Pasteur, Laboratorios de Análisis Bromatológicos y de Ingeniería Química.

^ Al Ing., Ricardo Burciaga por su ayuda durante la etapa experimental del proyecto

^ A los Ingenieros Javier González Cantú y Soledad Hurtado, de Atlatec Chihuahua, S.A de C.V., por su valiosa colaboración

^ Al Ing. Omar Huerta Granados, por sus consejos durante la revisión de este trabajo

^ A mis compañeros, Angélica, Gabriela, Ma. de los Angeles, Francisco, Mónica, Esther, Sonia, Alicia, Nerla, Elizabeth, Montserrat, Ia, Marco Antonio, Georgina, V. G. Cobian, A. S. Múzquiz, Alejandro, Pedro y Antonio Santillán.

^ A mis maestros

## TABLA DE CONTENIDO

Capítulo	Página
<b>1. INTRODUCCIÓN</b>	<b>1</b>
<b>1.1 Generalidades Acerca del Espesamiento de los Lodos</b>	<b>1</b>
1.1.1 Clasificación de los lodos	3
1.1.2 Métodos de Espesamiento	3
<b>1.2 Actividades Correspondientes al Presente Trabajo</b>	<b>5</b>
<b>2. PRINCIPIOS TEÓRICOS Y DE OPERACIÓN DE LOS HIDROCICLONES</b>	<b>7</b>
<b>2.1 Aspectos Generales y Usos de los Hidrociclones</b>	<b>7</b>
<b>2.2 Principio de Operación de los Hidrociclones</b>	<b>10</b>
<b>2.3 Características de Funcionamiento</b>	<b>12</b>
<b>2.3.1 Punto de Corte</b>	<b>12</b>
<b>2.3.1.1 Análisis de las Partículas por Tamaños</b>	<b>13</b>
2.3.1.1.1 Representación Gráfica de los Tamaños de las Partículas	13
2.3.1.1.2 Representación Matemática de las Distribuciones de las Partículas por Tamaños	18
2.3.1.1.3 Métodos para Medir los Tamaños de las Partículas	24
<b>2.3.1.2 Eficiencia del Proceso de Separación</b>	<b>29</b>
2.3.1.2.1 Eficiencia Total, $E_T$	29
2.3.1.2.2 Eficiencia Reducida Total, $E'_T$	31
2.3.1.2.3 Eficiencia Parcial, $E_p$	33
2.3.1.2.4 Nivel de Eficiencia, $G(x)$	34
2.3.1.2.5 Nivel Reducido de Eficiencia, $G'(x)$	36
2.3.1.2.6 Punto de Corte, $X_{50}$	39
2.3.1.2.7 Punto de Corte Reducido, $X'_{50}$	40
2.3.1.2.8 Límite Aproximado de la Separación, $X_{98}$	41
2.3.1.2.9 Índice de Exactitud de la Separación, $H_{25/75}$	41
<b>2.3.1.3 Obtención del Punto de Corte a Partir de la Evaluación de la Curva de Eficiencia</b>	<b>42</b>

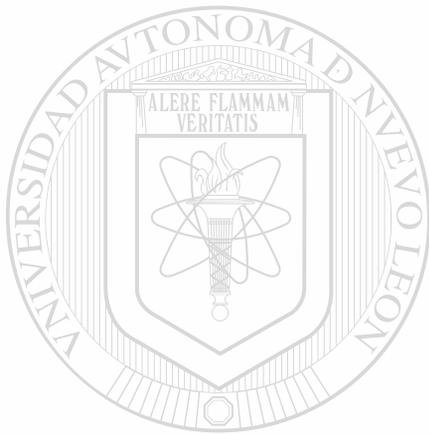
## Capítulo

## Página

	2.3.1.3.1 Método Gráfico Sugerido por Trawinsky	42
	2.3.1.3.2 Método Analítico Propuesto por Svarovsky	45
	2.3.1.4 Métodos Alternativos para el Cálculo del Punto de Corte	46
	2.3.1.4.1 Método Rápido Desarrollado por Trawinsky	46
	2.3.1.4.2 Método Alternativo Presentado por Svarovsky	50
	2.3.1.4.3 Método Nuevo Desarrollado por Svarovsky que no Requiere la Medición de los Flujos	51
	2.3.1.4.4 Cálculo del Punto de Corte a Través de una Relación Lineal Obtenida por Doheim y Colaboradores	53
	2.3.1.4.5 Correlaciones que no Consideran la Concentración de la Alimentación para la Evaluación del Punto de Corte	54
	2.3.1.4.6 Correlaciones que Toman en Cuenta la Concentración de la Alimentación para la Evaluación del Punto de Corte	56
	2.3.2 Capacidad de un Hidrociclón	57
2.4	Efecto de las Variables de Operación y de Diseño en el Funcionamiento de un Hidrociclón	58
	2.4.1 Variables de Operación	58
	2.4.2 Variables de Diseño	60
2.5	Diseño y Selección de Hidrociclones	60
	2.5.1 Escalamiento Adimensional	62
	2.5.1.1 Definición de los Grupos Adimensionales Involucrados	62
	2.5.1.2 Escalamiento a Concentraciones Bajas	66
	2.5.1.3 Escalamiento para Concentraciones Altas	67
	2.5.1.4 Consideraciones para el Comportamiento no Newtoniano	68
	2.5.1.4.1 Fluidos Newtonianos y no Newtonianos	68
	2.5.1.4.2 Expresión del Número de Reynolds para Fluidos no Newtonianos	72

Capítulo	Página
2.5.1.4.3 Dedución de la Expresión para el Coeficiente de Rozamiento $C_D$ Dentro de la Región de Flujo Laminar	75
2.5.1.4.4 Dedución de la Ecuación de la Velocidad Terminal de Sedimentación	76
2.5.1.4.5 Ecuación Generalizada para el Número de Stokes	78
2.5.1.5 Modelos Empíricos	80
<b>3. MATERIALES Y MÉTODOS</b>	<b>83</b>
3.1 Caracterización Reológica de los Lodos Primarios	85
3.1.1 Medición de Viscosidad, Velocidad de Deformación y Esfuerzo Cortante	85
3.1.2 Análisis de Datos	85
3.2 Determinación de Sólidos Totales en Lodos	86
3.3 Determinación del Peso Específico de los Lodos	87
3.4 Obtención del Modelo de Escalamiento Adimensional	88
3.4.1 Análisis de Regresión Lineal Múltiple	88
<b>4. RESULTADOS Y DISCUSIÓN</b>	<b>90</b>
4.1 Caracterización Reológica de los Lodos Primarios	90
4.1.1 Análisis de Regresión no Lineal	91
4.2 Obtención de las Correlaciones del Modelo de Escalamiento Adimensional para Hidrociclones a Partir de las Muestras de Lodos Primarios	103
4.2.1 Cálculo de los Grupos Adimensionales Involucrados	103
4.2.1.1 Número de Reynolds	103
4.2.1.2 Número de Euler	104
4.2.1.3 Número de Stokes	104
4.2.2 Elección de las Ecuaciones a Utilizar de los Modelos de Escalamiento Adimensional	104
4.2.3 Análisis de Regresión Lineal Múltiple	105
4.2.3.1 Análisis de Regresión Lineal Múltiple para la Función $Eu=f(Re^*, C_f)$	105
4.2.3.2 Análisis de Regresión Lineal Múltiple para la Función $R_f=f[(D_w/D_c), Eu]$	110
4.2.3.2.1 Segundo Análisis de Regresión Lineal Múltiple para la Función $R_f=f[(D_w/D_c), Eu]$	112

<b>Capítulo</b>	<b>Página</b>
4.2.3.2.2	116
de la Función $R_f=f[(D_v/D_c),Re^*,C_f]$	
4.2.3.2.3	117
de la función $R_f=f[(D_v/D_c),Re^*]$	
4.2.3.3	120
Correlación que Involucra el Punto de Corte	
4.2.4	126
Correlaciones Obtenidas	
4.3	129
Eficiencia del Proceso de Separación	
5. CONCLUSIONES	135
REFERENCIAS	139



# UANL

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN

®

DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

## LISTA DE FIGURAS

<b>Figura</b>	<b>Página</b>
1. Esquema de las Partes de un Hidrociclón	11
2. Patrón de Flujo en un Hidrociclón	12
3. Escala de Probabilidad	15
4. Esquema que Muestra la Relación entre las Distribuciones de Frecuencias no Acumuladas y las Acumuladas	16
5. Histograma y Gráficas Acumuladas	17
6. Ejemplos de Medianas del Tamaño de Partícula Expresadas en Número y en Masa	19
7. Función de Error	21
8. Esquema de un Separador	30
9. Curva de Nivel de Eficiencia, donde $G(x)$ es la Función que Representa el Nivel de Eficiencia	35
10. Curva de Eficiencia y Curva Reducida de Eficiencia para un Hidrociclón	37
11. Curva de Nivel de Eficiencia para el Caso de una Separación Ideal	40
12. Distribuciones por Tamaños de las Tres Corrientes, Mostrándose Varios Diámetros de Referencia	43
13. Ejemplo que Muestra la Forma de Trazar la Curva de Nivel de Eficiencia	44
14. Curva de Eficiencia Reducida y Punto de Corte Reducido	45
15. Diagrama que Muestra la Función $\phi$ y la Forma de Determinar el Punto de Corte	47
16. Gráfica de la Función $\phi$ en la cual se Observa un Máximo en $X=10$ micrones	49
17. Definición de Viscosidad	69
18. Gráfica de Esfuerzo Cortante Frente al Gradiente de Velocidad para Fluidos Newtonianos y no Newtonianos	70
19. Curva de Flujo General	73
20. Fuerzas que Actúan sobre una Partícula que cae a Través de un Fluido	76
21. Esquema del Equipo Experimental	84
22. Gráfica que Muestra la Tendencia de la Viscosidad en Función de la Velocidad de Corte	91
23. Diagrama de Esfuerzo Cortante vs. Velocidad de Corte para $T=22.5^{\circ}\text{C}$	92
24. Diagrama de Esfuerzo Cortante vs. Velocidad de Corte para $T=25^{\circ}\text{C}$	93

<b>Figura</b>	<b>Página</b>
25. Diagrama de Esfuerzo Cortante vs. Velocidad de Corte para T=24.5°C	93
26. Diagrama de Esfuerzo Cortante vs. Velocidad de Corte para T=25°C	93
27. Diagrama de Esfuerzo Cortante vs. Velocidad de Corte para T=25°C	94
28. Diagrama de Esfuerzo Cortante vs. Velocidad de Corte para T=25°C	94
29. Diagrama de Esfuerzo Cortante vs. Velocidad de Corte para T=25°C	94
30. Diagrama de Esfuerzo Cortante vs. Velocidad de Corte para T=19.3°C	95
31. Diagrama de Esfuerzo Cortante vs. Velocidad de Corte para T=19°C	95
32. Diagrama de Esfuerzo Cortante vs. Velocidad de Corte para T=19.9°C	95
33. Diagrama de Esfuerzo Cortante vs. Velocidad de Corte para T=20.2°C	96
34. Diagrama de Esfuerzo Cortante vs. Velocidad de Corte para T=19.6°C	96
35. Diagrama de Esfuerzo Cortante vs. Velocidad de Corte para T=18.3°C	96
36. Diagrama de Esfuerzo Cortante vs. Velocidad de Corte para T=18°C	97
37. Diagrama de Esfuerzo Cortante vs. Velocidad de Corte para T=20.5°C	97
38. Diagrama de Esfuerzo Cortante vs. Velocidad de Corte para T=18.8°C	97
39. Diagrama de Esfuerzo Cortante vs. Velocidad de Corte para T=19.5°C	98
40. Diagrama de Esfuerzo Cortante vs. Velocidad de Corte para T=18.4°C	98
41. Diagrama de Esfuerzo Cortante vs. Velocidad de Corte para T=18.8°C	98
42. Diagrama de Esfuerzo Cortante vs. Velocidad de Corte para T=20.6°C	99
43. Diagrama de Esfuerzo Cortante vs. Velocidad de Corte para T=21°C	99
44. Diagrama de Esfuerzo Cortante vs. Velocidad de Corte para T=19.8°C	99
45. Diagrama de Esfuerzo Cortante vs. Velocidad de Corte para T=18.2°C	100

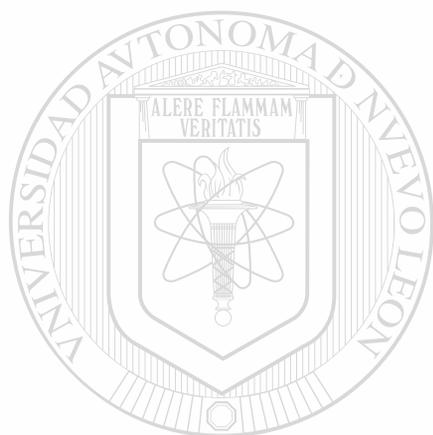
<b>Figura</b>	<b>Página</b>
46. Gráfica de Probabilidad Normal de Residuales para la Ec.(4-4)	109
47. Gráficas de Residuales para la Ec.(4-4)	110
48. Gráfica de Residuales de Probabilidad Normal para la Ec.(4-6)	114
49. Gráficas de Residuales para la Ec.(4-6)	115
50. Gráfica de Residuales de Probabilidad Normal para la Ec.(4-9)	119
51. Gráficas de Residuales para la Ec.(4-9)	120
52. Algunas Distribuciones por Tamaños Ajustadas con la Función Log-normal	123
53. Correlación entre el producto $Stk_{50} \sqrt{Eu}$ y $C_f$ Reportada en (Svarovsky,1992)	124
54. Gráfica que Muestra la Relación entre el Producto $Stk_{50} \sqrt{Eu}$ y la Concentración de la Alimentación $C_f$ Obtenida Experimentalmente	125
55. Gráficas de Residuales para la Ecuación $Stk_{50} \sqrt{Eu} = -0.000054085 C_f + 0.03861791$	126
56. Comparación entre los Valores Obtenidos Experimentalmente y los Valores Predichos por el Modelo	127
57. Gráfica que Muestra la Correlación entre los Números Adimensionales $Eu$ y $Re^*$ dada por la Ec.(4-4) para Concentraciones entre 0.4 y 2.4% Expresadas en Volumen	128
58. Gráficas que Muestran las Correlaciones entre $R_f$ y el Número Adimensional $Re^*$ dada por la Ec.(4-9)	128

## LISTA DE TABLAS

<b>Tabla</b>	<b>Página</b>
1. Valores de la Función $erf(z)$	22
2. Análisis por Tamaños de las Partículas Presentes en los dos Efluentes del Hidrociclón	48
3. Cálculo de la Función $\phi$	49
4. Correlaciones que no Toman en Cuenta la Concentración de los Sólidos en la Alimentación para la Evaluación del Punto de Corte	55
5. Correlaciones que sí Consideran la Concentración de los Sólidos en la Alimentación para la Evaluación del Punto de Corte	56
6. Familias de Hidrociclones Geométricamente Similares	62
7. Valores para el Factor de Corrección por Temperatura $F$	88
8. Valores de los Parámetros Reológicos $k, n$ Obtenidos del Análisis de Regresión no Lineal	101
9. Valores de los Coeficientes de Determinación $R^2$ y de Correlación $R$ Obtenidos para cada Experimento	102
10. Análisis de Varianza para la Significación de la Regresión	107
11. ANOVA para la Significación de los Coeficientes Individuales de Regresión	107
12. Valor Extremo	108
13. ANOVA para Probar la Significación de la Regresión	111
14. ANOVA para la Significación de los Coeficientes Individuales de Regresión	111
15. ANOVA para Probar la Significación de la Regresión	113
16. ANOVA para la Significación de los Coeficientes Individuales de Regresión	113
17. ANOVA para Probar la Significación de la Regresión	116
18. ANOVA para la Significación de los Coeficientes Individuales de Regresión	117
19. ANOVA para Probar la Significación de la Regresión	119
20. ANOVA para la Significación de los Coeficientes Individuales de Regresión	119
21. Puntos de Corte Experimentales	121
22. Resumen del Análisis de Regresión no Lineal Realizado a las Distribuciones por Tamaños de las Partículas Presentes en los Lodos Alimentados al Hidrociclón	122
23. Resumen de los Valores de los Parámetros Obtenidos	127
24. Diseño Factorial Completo $2^3$ con 2 Réplicas	130

**Tabla****Página**

25. Análisis de Varianza para el Experimento Factorial $3^2$	131
26. Valores de F para Varios Niveles de Significancia $\alpha$	131
27. Concentraciones Obtenidas Usando $D_u=0.5$ cm	133
28. Concentraciones Obtenidas Usando $D_u=1.0$ cm	134



# UANL

---

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN



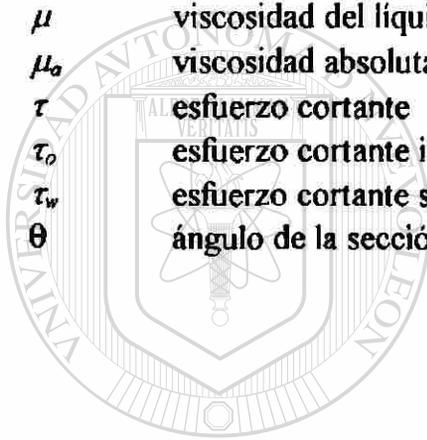
DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

## SIMBOLOS

$a$	constante
$A$	área de la sección transversal del hidrociclón
$b_0$	constante
$b_1$	constante
$b_2$	constante
$C_D$	coeficiente de rozamiento
$C_f$	concentración de sólidos (% vol) alimentados
$C_o$	concentración de sólidos (% vol) en el efluente superior
$C_u$	concentración de sólidos (% vol) en el efluente inferior
$Cw_f$	concentración de sólidos (% peso) alimentados
$Cw_o$	concentración de sólidos (% peso) en el efluente superior
$Cw_u$	concentración de sólidos (% peso) en el efluente inferior
$df$	grados de libertad
$D$	diámetro de la tubería
$D_c$	diámetro del cuerpo del ciclón
$D_i$	diámetro de entrada
$D_o$	diámetro del conducto superior de salida
$D_u$	diámetro de la boquilla de salida del espesado
$E_p$	eficiencia parcial
$E_T$	eficiencia total
$E'_T$	eficiencia reducida total
$Eu$	número de Euler
$f$	coeficiente de fricción de Fanning
$F$	parámetro estadístico (prueba F)
$F_D$	fuerza de rozamiento
$F'_G$	fuerza externa
$F_B$	fuerza de flotación o empuje
$f(x)$	distribución de frecuencias
$F(x)$	distribución de frecuencias acumuladas
$F_c(x)$	porcentaje acumulado "menor que" de los sólidos separados
$F_f(x)$	porcentaje acumulado "menor que" de los sólidos no separados
$g$	aceleración de la gravedad
$G(x)$	función que representa el nivel de eficiencia
$G'(x)$	función que representa el nivel reducido de eficiencia
$h$	distancia entre la superficie del líquido y el extremo inferior de la pipeta
$H$	profundidad del tanque
$H_{25/75}$	índice de exactitud de la separación
$k$	constante de la ecuación de esfuerzo cortante vs. velocidad de deformación
$K'$	índice de consistencia de flujo
$l$	longitud del formador del vórtice

$L$	longitud del hidrociclón
$L_1$	longitud de la sección cilíndrica
$L_t$	longitud de la tubería
$m$	parámetro de forma
$M$	cantidad de sólidos en la alimentación
$M_c$	cantidad de sólidos en el espesado
$MS$	flujo másico de los sólidos alimentados
$MS_c$	flujo másico de los sólidos separados
$MS_f$	flujo másico de los sólidos no separados
$n$	pendiente de la ecuación linealizada para fluidos que siguen la ley de la potencia
$n'$	índice de comportamiento de flujo
$O$	flujo volumétrico de la suspensión en el efluente superior
$p$	probabilidad de que los coeficientes de la ecuación tengan valor de cero
$Q$	flujo volumétrico de la suspensión alimentada
$r$	coeficiente de correlación
$R$	coeficiente de correlación múltiple
$R^2$	coeficiente de determinación múltiple
$R_f$	fracción del flujo volumétrico alimentado que sale a través del efluente inferior
$Re$	número de Reynolds
$Re^*$	número de Reynolds para fluidos que siguen la ley de la potencia
$Re_p$	número de Reynolds de la partícula
$RS_U$	recuperación de sólidos en el efluente inferior
$Stk$	número de Stokes
$Stk^*$	número de Stokes para fluidos que siguen la ley de la potencia
$Stk^*_{50}(R)$	número de Stokes basado en el punto reducido de corte
$t$	tiempo
$t_d$	tiempo de retención
$t_s$	tiempo de sedimentación
$T$	probabilidad para cada intervalo de tamaño de partículas
$u$	velocidad del fluido dentro del hidrociclón
$U$	flujo volumétrico de la suspensión en el efluente inferior
$v$	velocidad lineal del fluido
$v_g$	velocidad de sedimentación debido a la fuerza de gravedad
$v_r$	velocidad relativa partícula-fluido
$v_t$	velocidad tangencial
$V$	volumen de retención
$V_p$	volumen de la partícula
$w$	velocidad angular
$W$	ancho del tanque
$\bar{x}_a$	media de la distribución normal
$x$	tamaño de partícula
$x_g$	mediana de la distribución log-normal
$X_{50}$	punto de corte
$X'_{50}$	punto de corte reducido

$X_{98}$	límite aproximado de la separación
$X_{máx}$	tamaño máximo de partícula
$y$	variable dependiente
$\bar{y}$	promedio de las variables de respuesta experimentales
$\hat{y}$	variables de respuesta predichas por el modelo
$y_i$	variables de respuesta experimentales
$\Delta p$	caída de presión
$\rho$	densidad específica del líquido
$\rho_f$	densidad de la suspensión
$\rho_s$	densidad específica de los sólidos
$\phi$	coeficiente de viscosidad para fluidos que siguen la ley de la potencia
$\dot{\phi}$	velocidad de corte o de deformación
$\sigma$	desviación estándar de la distribución normal
$\sigma_g$	desviación estándar de la distribución log-normal
$\mu$	viscosidad del líquido
$\mu_a$	viscosidad absoluta
$\tau$	esfuerzo cortante
$\tau_0$	esfuerzo cortante inicial
$\tau_w$	esfuerzo cortante sobre la pared de la tubería
$\theta$	ángulo de la sección cónica del hidrociclón



UANL

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN



DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

# CAPITULO 1

## INTRODUCCION

### 1.1 Generalidades Acerca del Espesamiento de los Lodos

Durante las diversas etapas del tratamiento de las aguas residuales se genera una gran cantidad de desechos como son: basura, arena y lodos; los cuales deben ser tratados y dispuestos en forma adecuada; sin embargo, de todos estos desechos, los lodos son los que presentan un mayor problema, ya que por lo regular se generan cantidades considerables a lo largo de los diferentes procesos de tratamiento del agua. Los lodos contienen la mayor parte de las sustancias que le dan al agua el carácter de contaminante, razón por la cual el tratamiento de ellos requiere de una serie de procesos para que puedan ser dispuestos en forma adecuada o puedan ser reutilizados sin que constituyan un peligro para el medio ambiente o para la salud de los humanos.

Generalmente, los lodos contienen una gran cantidad de agua, que puede variar desde un 92% hasta casi un 99%, dependiendo de la operación o proceso que los genera; por lo tanto, una de las primeras etapas en su tratamiento es el espesamiento, cuya finalidad es reducir el volumen de los lodos a tratar, mediante la remoción de una parte de su fracción líquida. Supongamos que se tienen unos lodos cuya concentración de sólidos es del 2%, y los espesamos hasta lograr un contenido de sólidos del 4%; a simple vista, pudiéramos pensar que el aumento en la concentración de sólidos es muy pequeño, ya que los lodos espesados todavía contienen una cantidad considerable de agua (96%),

sin embargo, al concentrarlos desde un 2% hasta un 4% de sólidos, estamos disminuyendo aproximadamente a la mitad el volumen de dichos lodos. Las ventajas de la reducción en el volumen de los lodos mediante el proceso de espesamiento pueden observarse durante las etapas posteriores de su tratamiento, tales como digestión, desaguado, secado y combustión; desde los siguientes puntos de vista: (1) capacidad de los tanques y equipo requerido, (2) cantidad de sustancias químicas necesarias para el acondicionamiento del lodo y (3) requerimientos de calor en los digestores y de combustible durante la incineración. En algunas ocasiones los lodos son tratados en una planta aparte, localizada a una distancia considerable de la planta de tratamiento de aguas residuales, por lo que se hace necesario transportar el lodo mediante tuberías, y la disminución en el volumen de los lodos a transportar puede reflejarse en una reducción en el tamaño de la tubería necesaria y en ahorros en los costos de bombeo. La disminución en el volumen de los lodos también puede ser significativa cuando los lodos tienen que ser transportados mediante carros tanque para su aplicación directa en el terreno [Metcalf & Eddy, 1991].

El espesamiento de los lodos se puede llevar a cabo en unidades especialmente diseñadas para ese propósito o en los clarificadores primarios y en los tanques de digestión. Generalmente las plantas de tratamiento de gran capacidad son las que pueden justificar los costos adicionales que implican las unidades de espesamiento por separado.

### 1.1.1 Clasificación de los Lodos

Durante las diferentes etapas del tratamiento de las aguas residuales se producen diversos tipos de lodos, que se clasifican frecuentemente de acuerdo con su origen; en lodos primarios, secundarios y terciarios.

Los lodos primarios son aquellos que se obtienen en los sedimentadores primarios como resultado de la separación física de la fracción sedimentable del agua residual. Este tipo de lodos contiene generalmente los sólidos inorgánicos y la fracción más pesada (gruesa) de los coloides inorgánicos que se encuentran en el agua residual; además, poseen una porción considerable de la DBO del influente; por tanto, tienden a volverse anaeróbicos con rapidez y pueden ocasionar problemas de olores si no se les aísla y trata en forma adecuada.

Los lodos secundarios están compuestos principalmente de la biomasa producida durante el tratamiento biológico del agua. Las características de estos lodos dependen del tipo de proceso biológico en el cual son producidos (filtro percolador, lodos activados, etc.), razón por la que son conocidos también como lodos biológicos.

Los lodos terciarios o químicos son los que se generan durante los tratamientos terciarios del agua residual, como resultado de la precipitación de los sólidos disueltos mediante la adición de alguna sustancia química.

### 1.1.2 Métodos de Espesamiento

El espesamiento de los lodos generalmente se realiza por medios físicos:

- ♦ Por gravedad

- ♦ Por flotación
- ♦ Por centrifugación

El espesamiento por gravedad regularmente se lleva a cabo en tanques llamados espesadores, cuyo diseño y funcionamiento es parecido al de un tanque de sedimentación convencional. Este método es ampliamente utilizado para el espesamiento de lodos primarios o de mezclas de lodos primarios y secundarios.

En el espesamiento por flotación, la separación se realiza introduciendo diminutas burbujas de gas (generalmente aire) en la fase líquida, para que queden atrapadas en las partículas sólidas; la fuerza ascendente (de empuje) del conjunto partícula de lodo-burbuja de aire hace que las partículas floten concentrándose en la superficie. En la mayoría de los casos se utilizan diversas sustancias químicas como coadyuvantes de la flotación. Este tipo de espesamiento es muy eficiente para los lodos provenientes de procesos de tratamiento biológico del tipo de cultivos suspendidos, tales como lodos activados o los lodos de procesos de nitrificación.

Las centrifugas son usadas tanto para el espesamiento como para el desaguado de lodos. El uso de estos equipos con fines de espesamiento se encuentra limitado exclusivamente a los lodos activados. Este método de espesamiento se basa en la sedimentación de las partículas del lodo, mediante la aplicación de fuerzas centrifugas. Los tipos de centrifugas comúnmente usadas para este fin son la del tipo de transportador helicoidal y la de tazón, las cuales operan en forma continua y en forma "batch", respectivamente.

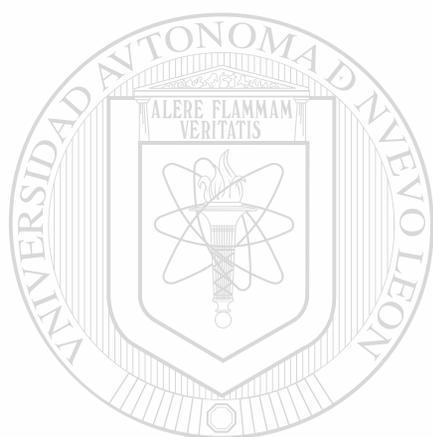
Otra forma de espesar los lodos puede ser usando filtros de tambor rotatorio. Una aportación reciente ha sido el uso de bandas transportadoras (sin fin), la cual se derivó de la aplicación de filtros banda en el desaguado de los lodos. Tanto los tambores rotatorios como las bandas transportadoras sólo se han encontrado adecuadas para concentrar lodos activados.

## 1.2 Actividades Correspondientes al Presente Trabajo

Como se mencionó anteriormente, el espesamiento de los lodos primarios se encuentra limitado al uso de equipos que utilizan la gravedad como fuerza impulsora, los cuales requieren de un espacio considerable de terreno y, además, generan con frecuencia problemas de olores. Por esta razón, se sugiere el uso de hidrociclones como un método alternativo para el espesamiento de los lodos procedentes de los sedimentadores primarios, ya que los hidrociclones requieren de poco espacio, operan en forma continua y con su uso se podría controlar mejor los problemas de olores, al tener el banco de hidrociclones en un lugar cerrado.

En el presente trabajo se utilizó un hidrociclón de 25.4 mm de diámetro para espesar los lodos primarios procedentes de la planta de tratamiento de aguas residuales de la ciudad de Chihuahua, Chih. Las dimensiones restantes del hidrociclón fueron ajustadas a la geometría óptima de Rietema (Rietema, 1961). Los experimentos fueron diseñados considerando tres valores diferentes para la caída de presión y dos diámetros distintos de la boquilla de salida del espesado. La eficiencia del proceso de separación se determinó tomando como base la cantidad de sólidos, además, se calcularon los puntos de corte y se

analizaron los efectos de la concentración, la caída de presión y el diámetro de la boquilla de salida del espesado sobre la eficiencia. También se obtuvieron una serie de correlaciones entre las variables de diseño y las variables de operación de los hidrociclones, las cuales fueron comparadas con las correlaciones que se encuentran reportadas en la bibliografía.



UANL

---

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN



DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

## CAPITULO 2

### PRINCIPIOS TEÓRICOS Y DE OPERACIÓN DE LOS HIDROCICLONES

#### 2.1 Aspectos Generales y Usos de los Hidrociclones

El uso de los hidrociclones para llevar a cabo separaciones sólido-líquido a través de la fuerza centrífuga ha sido explotado en menor cantidad que las centrífugas, a pesar de que los primeros hidrociclones fueron patentados desde 1891; sin embargo, su uso industrial fue evidente hasta después de la Segunda Guerra Mundial. En un principio fueron utilizados únicamente en la industria minera y del papel, y posteriormente su uso se fue ampliando a las industrias química, petroquímica, del cemento, de alimentos, farmacéutica y de aceites; y todavía en la actualidad su uso continúa extendiéndose; sin embargo, a pesar de que se siguen descubriendo nuevas aplicaciones para los hidrociclones, nos encontramos con que la literatura existente sobre ellos todavía es muy escasa; por lo tanto, algunos autores han afirmado que tenemos mucho más por aprender acerca de los hidrociclones que sobre los demás métodos de separación sólido-líquido (Ortega-Rivas, 1989). En los últimos años muchos investigadores se han enfocado en mayor grado a este tipo de separadores, como lo demuestra la organización de un Congreso Internacional sobre Hidrociclones en el Reino Unido, y cuya sexta edición acaba de realizarse a principios del año pasado.

El tamaño típico de los hidrociclones puede variar desde 10 mm hasta 2.5 m de diámetro, la capacidad de las unidades individuales va desde 0.1 a 7200 m<sup>3</sup>/h, y la caída

de presión puede variar entre 0.34 y 6 bares. Debido a la versatilidad que presentan los hidrociclones, las eficiencias alcanzadas, expresadas como punto de corte, pueden ir desde 5 hasta 500  $\mu\text{m}$ .

Las principales ventajas que presenta un hidrociclón son: su construcción no resulta costosa (si la comparamos con el costo de compra de una centrífuga o de un filtro al vacío, por ejemplo), son aparatos simples y que ocupan poco espacio, son fáciles de operar (sin partes móviles), sus tiempos de residencia son cortos y son capaces de separar tamaños de partículas más finos que aquellos que se logran con otros clasificadores mecánicos. Entre algunas de las desventajas están su elevado consumo de energía, su alto grado de desgaste y los problemas de taponamiento que se pueden presentar en unidades pequeñas (Ortega-Rivas, 1989).

Los hidrociclones son aparatos muy versátiles que pueden ser empleados en las siguientes operaciones: clarificación, espesamiento, clasificación, lavado de sólidos a contracorriente, separaciones líquido-líquido y gas-líquido. Algunas aplicaciones de los hidrociclones con fines de clarificación son la recuperación de catalizadores en la industria química y de aceites, la clasificación de partículas abrasivas o de otras partículas finas en suspensiones no acuosas. Un ejemplo típico del uso de hidrociclones como espesadores es para el pre-espesamiento de las suspensiones que van a ser tratadas en filtros al vacío, tamices o centrífugas (Svarovsky, 1984). Para fines de clasificación de sólidos, los hidrociclones son usados para remover las partículas gruesas del producto final (operaciones de desarenado o refinado) o para la eliminación de las partículas finas (operación de lavado). Otras aplicaciones de estos aparatos dentro del área de las

separaciones sólido-líquido son el desaguado de aceites ligeros y la separación de aceite del agua. También han sido utilizados para la separación de burbujas de gas de un líquido; un ejemplo de este caso es la destilación seca del petróleo crudo.

Dentro del área de tratamiento de aguas residuales, desde los años 50, los hidrociclones han sido utilizados para el lavado y desaguado de la arena procedente de los desarenadores. En el año de 1959, se empezaron a utilizar también para desarenar los lodos de los clarificadores primarios. También se ha reportado el uso de hidrociclones para el desarenado de los lodos activados sedimentados en el clarificador secundario. En este caso, se ha encontrado que los hidrociclones son útiles para separar las arenas con tamaños mayores de 40  $\mu\text{m}$ , ayudando con esto a prevenir la abrasión del rotor y los problemas de taponamiento que se pueden presentar cuando se tiene un sistema de espesamiento para los lodos activados por medio de centrifugas de discos (Water Poll. Control Fec., 1980). Los hidrociclones que se han venido utilizando para el desarenado de los lodos primarios están contruidos de acero al carbón o fierro fundido y poseen un revestimiento vaciado resistente a la abrasión, ya sea de caucho natural o sintético (PVC o polipropileno, por ejemplo). El diámetro de estos hidrociclones generalmente oscila entre los 300 mm (12 in.) y los 600 mm (24 in.), siendo el diámetro mínimo utilizado el de 150 mm (6 in.).

## 2.2 Principio de Operación de los Hidrociclones

Los hidrociclones (cyclones especialmente diseñados para líquidos) utilizan la fuerza centrífuga para separar las partículas sólidas de la fase líquida, es decir, se basan en el mismo principio de separación que las centrífugas; sin embargo, a diferencia de éstas últimas, el hidrociclón no posee partes móviles, sino que la fuerza centrífuga se desarrolla a través del movimiento en forma de remolino que adquiere la suspensión.

Un hidrociclón consta de las siguientes partes:

- Una entrada tangencial y una sección cilíndrica (que constituyen la llamada cámara formadora del remolino).
- Una sección cónica adyacente a la sección cilíndrica.
- Un conducto para la salida del efluente superior, el cual generalmente se prolonga dentro de la sección cilíndrica, formando lo que se conoce como formador del vórtice (o formador del remolino).
- Una abertura de descarga (cuyo diámetro puede ser fijo o variable), al final de la sección cónica.

En la figura 1 pueden observarse dichas partes.

El mecanismo de separación sólido-líquido en un hidrociclón se lleva a cabo de la siguiente manera: La suspensión es bombeada tangencialmente a cierta presión dentro de la sección cilíndrica del hidrociclón. La introducción del flujo de alimentación en forma tangencial provoca un patrón de flujo giratorio ( en espiral ) dentro del cuerpo cono-cilíndrico del ciclón. Este movimiento giratorio produce una fuerza centrífuga, la cual provoca que las partículas más pesadas (gruesos) se acumulen a lo largo de la pared

interna del ciclón, formando lo que se conoce como vórtice primario. La abertura localizada en la parte inferior del ciclón evita la descarga de todo el flujo e induce la formación de una corriente en sentido contrario (vórtice secundario), la cual contiene la mayor parte del líquido y los sólidos más ligeros (finos), y sale a través del conducto superior del ciclón. Por otra parte, las partículas más pesadas son descargadas por la boquilla inferior. En la figura 2 puede observarse el patrón de flujo que se desarrolla en un hidrociclón.

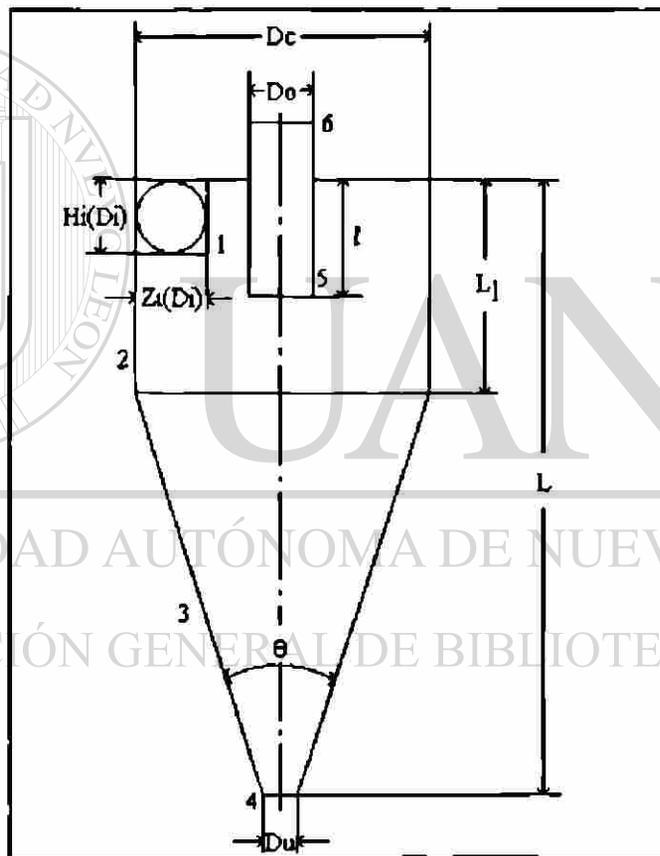


Figura 1. Esquema de las Partes de un Hidrociclón. 1: Entrada Tangencial; 2: Sección Cilíndrica; 3: Sección Cónica; 4: Boquilla Inferior de Salida; 5: Formador del Vórtice; 6: Boquilla Superior de Salida.  $D_c$ : Diámetro del Cuerpo del Ciclón;  $D_o$ : Diámetro del Conducto Superior de Salida;  $D_i$ : Diámetro de Entrada (para Entradas de Forma Rectangular es  $(4H_i Z_i/\pi)^{1/2}$ );  $t$ : Longitud del Formador del Vórtice;  $L_1$ : Longitud de la Sección Cilíndrica;  $L$ : Longitud del Hidrociclón;  $\theta$ : Ángulo de la Sección Cónica;  $D_u$ : Diámetro de la Boquilla de Salida del Espesado (tomada de *Dimensionless Scale-up of Hydrocyclones for Separation of Concentrated Suspensions, PhD Thesis*, por E.Ortega Rivas, University of Bradford, U.K., 1989)

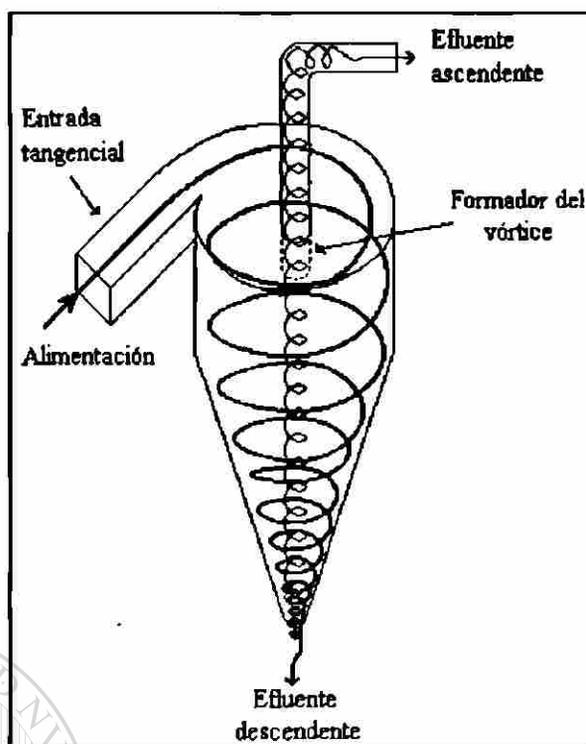


Figura 2. Patrón de Flujo en un Hidrociclón

### 2.3 Características de Funcionamiento

Entre las más importantes condiciones de operación que afectan el funcionamiento de los hidrociclones están el punto de corte ( $X_{50}$ ), la caída de presión ( $\Delta P$ ) y la relación entre los flujos volumétricos del espesado y la alimentación conocida como  $R_f$ .

#### 2.3.1 Punto de Corte

Se ha encontrado que el punto de corte es el parámetro más significativo para expresar la eficiencia en separadores del tipo de los hidrociclones; sin embargo, para comprender el concepto de punto de corte necesitamos tratar por separado los dos temas siguientes: El análisis de las partículas por tamaños y el concepto de eficiencia en separaciones sólido-líquido.

### 2.3.1.1 Análisis de las Partículas por Tamaños.

La fase sólida de un sistema sólido-líquido generalmente está constituida por una gran cantidad de partículas que poseen formas y tamaños muy variados que es necesario identificar y se ha encontrado que el tamaño es la dimensión que mejor las caracteriza.

2.3.1.1.1 Representación Gráfica de los Tamaños de las Partículas. A la presentación en forma estadística de la frecuencia con la que todos los tamaños están presentes en un sistema se le conoce como **distribución de las partículas por tamaños**. En las separaciones sólido-líquido es muy importante conocer dicha distribución, para identificar qué porción de las partículas va a ser separada y así poder obtener la eficiencia de la separación.

Los datos de los tamaños de las partículas de un sistema frecuentemente se representan mediante algún tipo de gráfica X-Y, en las cuales uno de los ejes es utilizado para representar el tamaño de la partícula y el otro eje expresa la cantidad de partículas.

Para representar el tamaño de la partícula generalmente (aunque no siempre) se utiliza el eje horizontal. Pero, ¿qué parámetro va a graficarse en dicho eje? Si las partículas tienen forma esférica es lógico pensar que el diámetro es el parámetro que puede usarse para caracterizar su tamaño; sin embargo, en la práctica se tienen situaciones en las cuales las partículas no son esféricas. En estos casos puede llegar a ser sumamente difícil establecer el parámetro que represente adecuadamente el tamaño de este tipo de partículas. Por ejemplo, para una partícula de forma alargada que es colocada sobre un tamiz, el parámetro que determinará el tamaño de la abertura a través de la cual

pasará será su diámetro, no su longitud. Sin embargo, si se deja sedimentar esta partícula en un fluido de cierta viscosidad, el parámetro más adecuado para expresar su tamaño sería el diámetro de Stokes, que se define como el diámetro equivalente al de una esfera de la misma sustancia que tiene la misma velocidad de caída en dicho fluido.

Es obvio que el diámetro de Stokes para la partícula de forma alargada diferirá considerablemente del diámetro verdadero de dicha partícula; sin embargo, esta diferencia nos puede proporcionar información adicional con respecto a la forma de esta partícula, por lo cual el término conocido como coeficiente de forma es utilizado con frecuencia para correlacionar los tamaños medios de partículas que fueron medidos por dos métodos basados en diferentes principios físicos. El diámetro de Stokes es un parámetro muy útil en las separaciones sólido-líquido, particularmente en aquellas donde el movimiento de la partícula con respecto al fluido es el mecanismo gobernante. Algunos de los parámetros que pueden ser usados para representar el tamaño de partículas no esféricas son el área, el perímetro, los diámetros de Feret y de Martin, las cuerdas máxima y mínima, el diámetro de Stokes equivalente, la abertura del tamiz, entre otros.

Con frecuencia se utiliza el eje horizontal para representar el tamaño de la partícula, y la escala puede ser lineal o logarítmica. La escala logarítmica se utiliza preferentemente cuando la fase sólida abarca un intervalo amplio de tamaños.

El eje vertical es usado generalmente para representar la cantidad de material particulado. Al igual que con el tamaño de la partícula, se tienen varias formas para representar la cantidad de partículas. Las dos más comunes son: en número y en masa. Si los resultados fueron obtenidos de un conteo en el microscopio, es obvio que la forma

más conveniente de expresar la cantidad de partículas es en forma de número. Por otra parte, si los resultados se obtuvieron a partir de un análisis por tamizado, la forma más adecuada para representar la cantidad de partículas sería en términos de masa.

Es importante mencionar que ambas formas de expresar la cantidad de partículas son válidas y de uso muy común; sin embargo, las gráficas pueden ser muy diferentes en apariencia, por lo tanto, es importante que, al representar una distribución de partículas por tamaños, especifiquemos la manera en que se encuentra representada la cantidad de partículas (Stockham, 1979).

La escala para el eje que representa la cantidad de partículas usualmente es lineal, la escala logarítmica es usada sólo en raras ocasiones. Cuando la cantidad de partículas se representa en forma acumulada, es muy común el uso de la llamada escala de probabilidad que se muestra en la figura 3.

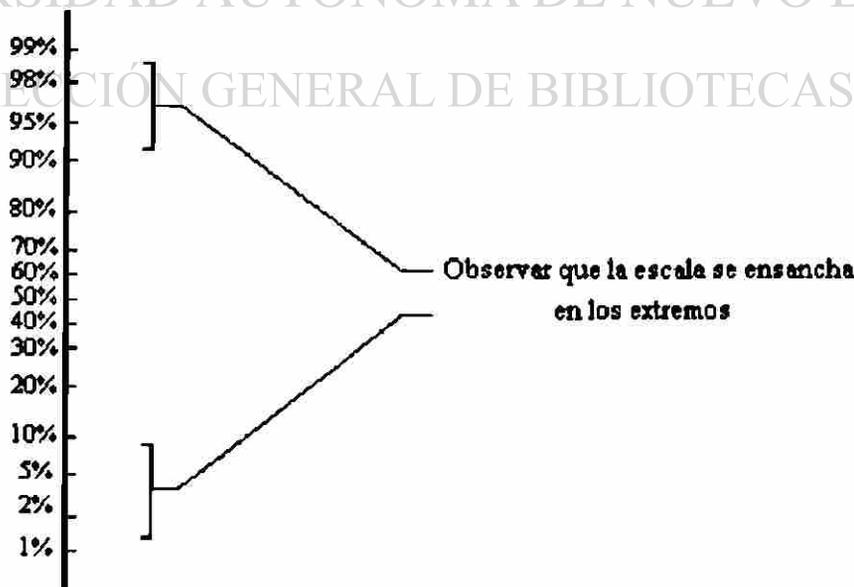


Figura 3. Escala de Probabilidad



Ejemplos de un histograma y de las gráficas acumuladas se pueden observar en la figura 5. La gráfica acumulada que usualmente se utiliza es la de frecuencias acumuladas menor que.

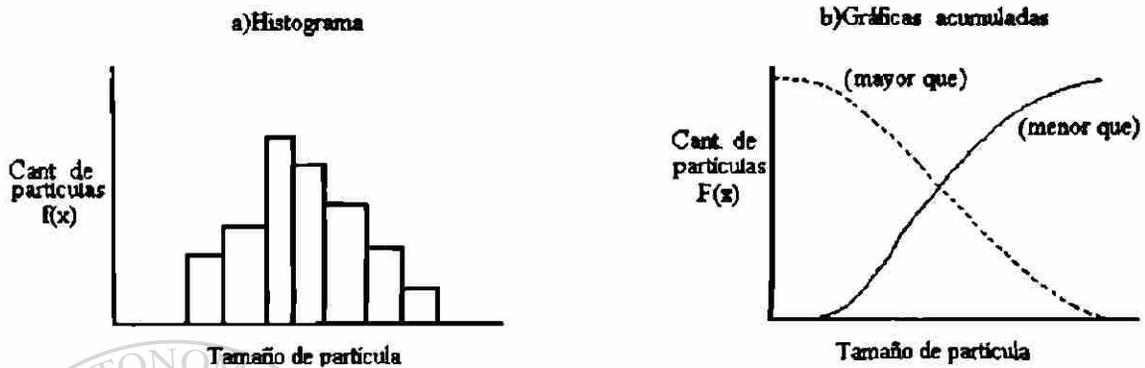


Figura 5. Histograma y Gráficas Acumuladas

En las gráficas acumuladas, es costumbre expresar la cantidad de partículas (eje Y) en forma de porcentaje. En algunas ocasiones se usa una escala lineal, pero es más frecuente utilizar la llamada escala de probabilidad. Este tipo de escala se mostró en la figura 3, y es muy útil para representar los datos de los tamaños de las partículas en la forma de una línea recta.

Aún cuando un sistema incluya un rango amplio de tamaños de partículas, es conveniente utilizar algún tamaño único que caracterice a dicho sistema. Existe un tamaño característico importante que puede obtenerse fácilmente a partir de cualquier gráfica acumulada de una distribución de partículas por tamaños. Se trata de la mediana del tamaño de partícula, y se define como el tamaño para el cual la cantidad de partículas es igual al 50% del total. Si la cantidad de partículas se expresa por medio del número de partículas, entonces el tamaño correspondiente al 50% de partículas se denomina

mediana del tamaño de la partícula expresada en número. Si se utiliza la masa como medida para la cantidad de partículas, la mediana correspondiente estará expresada en términos de masa. La distinción entre ambas medianas (en número y en masa) es muy importante, ya que a menudo difieren en forma considerable; es decir, las gráficas acumuladas expresadas en número y en masa no concuerdan para un mismo sistema de partículas, como se puede observar en la figura 6.

#### 2.3.1.1.2 Representación Matemática de las Distribuciones de las Partículas por Tamaños.

Para fines prácticos, se recomienda ajustar con alguna función analítica los datos de las distribuciones por tamaños que se obtuvieron experimentalmente, para así poder manejar la ecuación obtenida en el tratamiento posterior de los datos. En la literatura especializada pueden encontrarse algunas funciones analíticas que correlacionan la cantidad de material particulado con el tamaño de la partícula. Estas distribuciones pueden clasificarse en relación al número de constantes empíricas (parámetros) que poseen. Existen ecuaciones que contienen desde dos parámetros (un ejemplo es la función de Rosin-Rammler), hasta cinco parámetros (como la función beta de Pearson). Svarovsky (Svarovsky, 1987), encontró que los resultados obtenidos con el uso de ecuaciones con cuatro y cinco parámetros, no mejoraban en forma considerable de los obtenidos con ecuaciones de tres parámetros, por lo cual no se justificaba el aumento en complejidad al utilizar las ecuaciones de cuatro y cinco parámetros para los ajustes, y se inclinaron por el uso de las ecuaciones menos complejas de dos y tres parámetros.

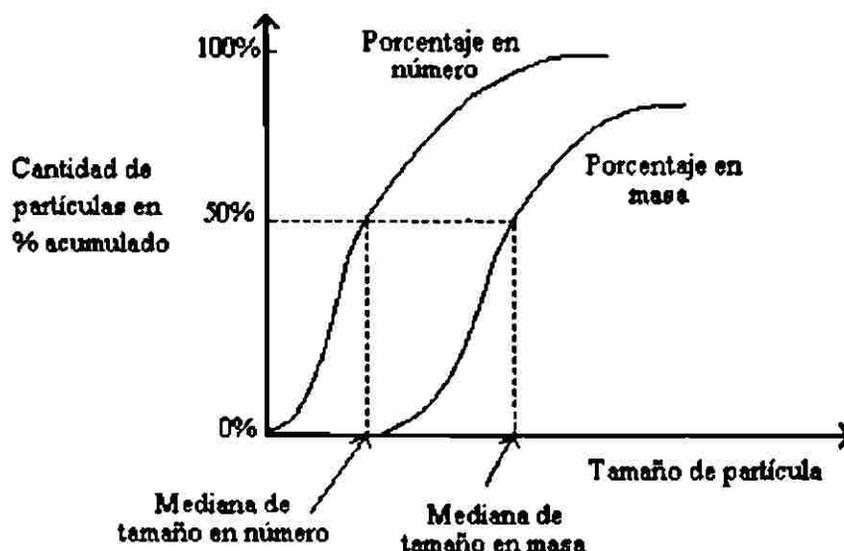


Figura 6. Ejemplos de Medianas del Tamaño de Partícula Expresadas en Número y en Masa

A continuación se presentan algunas de estas funciones analíticas:

① DISTRIBUCION LOG-NORMAL

Es una de las funciones más ampliamente usadas, se trata de una función de dos parámetros que se deriva de la distribución normal. Como sabemos, la distribución normal es una curva en forma de campana (conocida también como curva de Gauss) que consta de dos parámetros, la media,  $\bar{x}_n$ , la cual, debido a la simetría de la curva, coincide con la moda y la mediana; y la desviación estándar,  $\sigma$ , que indica el ancho de la distribución.

Sin embargo, se ha encontrado que las suspensiones y arenillas reales rara vez se ajustan estrechamente a una distribución normal, sino que la mayoría de las distribuciones por tamaños son sesgadas hacia la derecha. Debido a que la **distribución log-normal** presenta este tipo de sesgo, ha sido ampliamente utilizada para representar las distribuciones por tamaños de un sistema de partículas. La función de la distribución log-

normal es obtenida de la ecuación para la distribución normal mediante la sustitución de  $x$  por  $\ln x$ ,  $\bar{x}_g$  por  $\ln x_g$  y  $\sigma$  por  $\ln \sigma_g$ .

Distribución log-normal (presentada como fracción acumulada menor que):

$$F(x) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \operatorname{fer} \left[ \frac{\ln(x/x_g)}{\sqrt{2} \ln \sigma_g} \right] \quad (2-4)$$

donde  $x_g$  es la mediana de la distribución,  $\sigma_g$  es la desviación estándar, y  $\operatorname{fer}$  representa la función de error que se define como:

$$\operatorname{fer}(z) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^z e^{-t^2} dt \quad (2-5)$$

$\operatorname{fer}(z)$  puede evaluarse usando tablas, series, aproximaciones analíticas (Svarovsky, 1992), o por métodos numéricos como se explicará posteriormente.

Los parámetros  $x_g$  y  $\sigma_g$  pueden obtenerse al graficar los valores de la función acumulada,  $F(x)$ , en papel logaritmico de probabilidad, este papel coodenado posee en el eje vertical la escala de probabilidad, y la escala horizontal es logarítmica. El valor de  $x_g$  es igual al valor de la mediana y puede ser leído directamente de la gráfica; la desviación estándar  $\sigma_g$  puede calcularse de la siguiente relación:

$$\sigma_g = \frac{X_{84}}{X_{50}} \quad (2-6)$$

donde  $X_{84}$  es el valor del tamaño que corresponde a un 84% de partículas, y  $X_{50}$  es el valor correspondiente al 50%, es decir el valor de la mediana.

Los parámetros  $x_g$  y  $\sigma_g$  también pueden evaluarse usando algún paquete de *software* de regresión no lineal.

### ➤ Cálculo de la función de error

La función de error  $fer(z)$  se utiliza con frecuencia en cálculos de ingeniería, y se encuentra definida por la integral mencionada anteriormente. En la figura 7 se puede observar la gráfica de esta función.

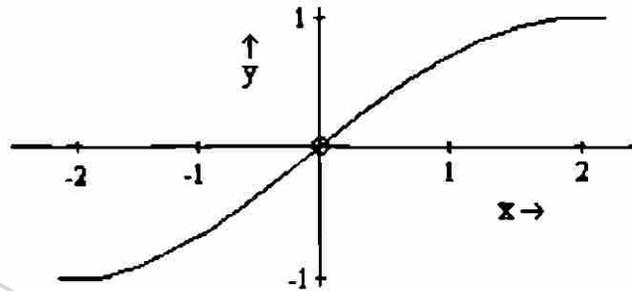


Figura 7. Función de Error

La función de error  $fer(z)$  se puede evaluar ya sea por medio de tablas, series, aproximaciones analíticas o utilizando métodos numéricos.

- Usando tablas

Kreyzig (Kreyzig, 1978) proporciona una tabla con los valores de  $fer(z)$  para diferentes valores de  $z$  (ver TABLA 1).

- Usando series

La función  $fer(z)$  se puede obtener usando una serie infinita para calcular en forma aproximada el valor del integrando. Kreyzig (Kreyzig, 1978) y Spiegel (Spiegel, 1980) reportan las siguientes series:

$$\begin{aligned}
 fer(z) &= \frac{2}{\sqrt{\pi}} \left[ \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{z^{2n+1}}{n!(2n+1)} \right] \\
 &= \frac{2}{\sqrt{\pi}} \left( z - \frac{z^3}{1 \cdot 3} + \frac{z^5}{2! \cdot 5} - \frac{z^7}{3! \cdot 7} + \dots \right)
 \end{aligned}
 \tag{2-7}$$

$$fer(z) \approx 1 - \frac{e^{-z^2}}{\sqrt{\pi}} \left( \frac{1}{z} - \frac{1}{2z^3} + \frac{1 \cdot 3}{2^2 z^5} - \frac{1 \cdot 3 \cdot 5}{2^3 z^7} + \dots \right) \quad (2-8)$$

TABLA 1

VALORES DE LA FUNCIÓN  $erf(z)$  (tomado de *Matemáticas Avanzadas para Ingeniería*, Vol. 2, por E.Kreyszig, Limusa, México, 1978)

$z$	$erf(z)$	$z$	$erf(z)$
0	0.0	2.2	0.9981
0.2	0.2227	2.4	0.9993
0.4	0.4284	2.6	0.9998
0.6	0.6039	2.8	0.9999
0.8	0.7421	3.0	1.0000
1.0	0.8427	3.2	1.0000
1.2	0.9103	3.4	1.0000
1.4	0.9523	3.6	1.0000
1.6	0.9763	3.8	1.0000
1.8	0.9891	4.0	1.0000
2.0	0.9953		

• Aproximaciones analíticas

Para valores de  $z$  grandes se tiene la siguiente aproximación sencilla (Kreyszig, 1978):

$$erf(z) \approx 1 - \frac{1}{z\sqrt{\pi}} e^{-z^2} \quad (2-9)$$

que como puede observarse corresponde al primer término de la serie (2-8) mostrada arriba.

• Métodos numéricos

El valor de la integral de la función de error puede obtenerse también a través de algún método numérico, como el método de Romberg.

② DISTRIBUCIÓN DE ROSIN-RAMMLER

Es una función de dos parámetros cuya expresión como fracción acumulada menor que, es:

$$F(x) = 1 - \exp\left[-\left(\frac{x}{k}\right)^m\right] \quad (2-10)$$

donde  $F(x)$  representa la distribución acumulada menor que (en fracción),  $x$  es el tamaño de la partícula,  $k$  es una constante que proporciona una medida del rango de los tamaños de partícula presentes, y  $m$  es otra constante, característica del material bajo análisis y que nos da una idea de la pendiente de la curva acumulada.

③ DISTRIBUCIÓN DE SCHUHMAN (llamada también de Gates-Gaudin-Schuhmann)

$$F(x) = \left(\frac{x}{k}\right)^m \quad (2-11)$$

donde  $F(x)$  representa el porcentaje acumulado menor que,  $x$  es el tamaño de partícula,  $k$  es un parámetro de tamaño, y  $m$  es un parámetro de distribución.

④ ECUACIÓN DE GAUDIN-MELOY

$$F(x) = 1 - \left(1 - \frac{x}{k}\right)^m \quad (2-12)$$

donde  $F(x)$  representa la fracción acumulada menor que,  $x$  es el tamaño de partícula,  $k$  representa el tamaño máximo ( $X_{m\acute{a}x}$ ) de partícula presente en la distribución, y  $m$  es un parámetro de distribución.

⑤ MODELO DE HARRIS

$$F(x) = 1 - \left[ 1 - \left( \frac{x}{k} \right)^m \right]^r \quad (2-13)$$

donde  $F(x)$  representa la fracción acumulada menor que,  $x$  es el tamaño de la partícula,  $k$  representa el tamaño máximo ( $X_{\text{máx}}$ ) de la distribución de las partículas, y  $m$  es un parámetro relacionado con la pendiente de la gráfica.

⑥ DISTRIBUCIÓN WEIBULL

$$F(x) = 1 - \exp \left[ - \left( \frac{x-a}{k} \right)^m \right] \quad (2-14)$$

en la cual  $F(x)$  representa la fracción acumulada menor que,  $x$  es el tamaño de la partícula,  $k$  es un parámetro de escala,  $m$  es un parámetro de forma, y  $a$  es un parámetro de localización.

2.3.1.1.3 Métodos para Medir los Tamaños de las Partículas. El análisis de las

partículas por tamaños desempeña un papel muy importante al evaluar el funcionamiento de separadores dinámicos como hidrociclones, ciclones de gas o centrífugas. El diámetro de Stokes equivalente, obtenido a partir de métodos de sedimentación o elutriación, es utilizado frecuentemente como la definición más relevante para el tamaño de las partículas (Svarovsky, 1987).

Los métodos existentes para la medición de los tamaños de las partículas son numerosos y han presentado avances importantes en los últimos años. A continuación se hablará brevemente de los métodos más comunes para medir los tamaños de las partículas.

❶ **Métodos de sedimentación.** En los métodos de sedimentación, la distribución del tamaño de las partículas (expresado como diámetro de Stokes) se deduce del estudio de los cambios de concentración que ocurren en una suspensión que se deja sedimentar. El método se basa en la ley de Stokes. Teóricamente, la ley de Stokes solamente es válida para el caso de una esfera; sin embargo, la diferencia entre el volumen de una partícula de forma irregular y el volumen de una esfera equivalente no representa un error significativo, y entre más irregular sea la partícula, menor es la relación entre ambos volúmenes.

Los métodos más comunes que se basan en el principio de sedimentación son:

El método de la pipeta

El hidrómetro

Los métodos de fotosedimentación

Los métodos de difracción de la luz

La balanza de sedimentación

Los métodos que utilizan la fuerza centrífuga

• **Método de la pipeta.** Por el método de la pipeta, los cambios de concentración que ocurren en una suspensión que sedimenta son monitoreados mediante el drenado de volúmenes definidos de muestra con la ayuda de una pipeta. En el año de 1922 este método fue utilizado por primera vez mediante el uso de una pipeta normal de laboratorio; algunos años más tarde, Andreasen desarrolló el aparato que en la actualidad se sigue utilizando. Por esta razón se le conoce como pipeta Andreasen, dicho instrumento consiste de un cilindro graduado de vidrio y una pipeta con una llave de 3

vías para la toma y el drenado de las muestras. El análisis con la pipeta de sedimentación requiere que la concentración de la suspensión se encuentre entre 0.5 y 1% en volumen, para que la ley de Stokes sea válida. Las muestras (de 10 ml.) se deben tomar lentamente (la técnica recomienda que la toma de muestra se realice en un tiempo aproximado de 20 segundos) y la concentración de sólidos en las muestras puede determinarse por gravimetría (Allen, 1981).

Los tamaños de las partículas son calculados a partir de la ley de Stokes, de acuerdo a la velocidad de sedimentación de las partículas presentes en la suspensión:

$$v_g = \frac{X^2(\rho_s - \rho)g}{18\mu} \quad (2-15)$$

donde  $v_g$  es la velocidad de sedimentación debido a la gravedad que caracteriza a las partículas de diámetro  $X$ ;  $\mu$  es la viscosidad del medio líquido en poises;  $\rho_s$  es la densidad específica de los sólidos;  $\rho$  es la densidad específica del líquido; y  $g$  es la aceleración debido a la gravedad en  $\text{cm/s}^2$ .

Si sustituimos  $v_g$  por  $h/t$ , siendo  $h$  la distancia en cm entre la superficie del líquido y el extremo inferior de la pipeta cuando se toma la muestra; y  $t$  el tiempo tomado desde el comienzo del análisis en segundos, la ecuación para calcular el tamaño de las partículas que sedimentan en un tiempo  $t$  quedaría de la siguiente forma:

$$X = \sqrt{\frac{18h\mu}{(\rho_s - \rho)gt}} \quad (2-16)$$

en la cual  $X$  se obtiene en cm.

Por este método es posible determinar tamaños de partícula entre  $0.5 \mu\text{m}$  y  $30 \mu\text{m}$  si se utiliza agua como medio de sedimentación, o tamaños de partícula de hasta  $100 \mu\text{m}$

si se usa etilénglicol. Este instrumento no es recomendable para analizar muestras con tamaños de partícula menores de  $0.5 \mu\text{m}$ , debido a que el tiempo requerido no sería práctico.

•Hidrómetro. El hidrómetro es un aparato utilizado para monitorear los gradientes de densidad que ocurren en una suspensión que está en reposo. Este método es ampliamente usado en estudios de análisis de suelos.

•Métodos de fotosedimentación. Aquí los cambios de concentración son medidos haciendo pasar un haz de luz a través de la suspensión y calculando la opacidad de dicha suspensión. Los métodos ópticos tienen la característica de ser altamente sensibles y de requerir un volumen pequeño de muestra. Debido a que se utilizan concentraciones muy bajas de la suspensión, las partículas se encuentran lo suficientemente apartadas unas de otras y no existe sedimentación impedida.

•Metodos de difracción de la luz. La suspensión a ser caracterizada es bombardeada con un rayo láser. La distribución de energía en el complejo patrón de difracción que se genera es analizado usando una computadora. Las diferentes compañías que fabrican este tipo de equipo ofrecen diversos programas para la transformación de dichos patrones de difracción en datos de tamaños de las partículas. Entre algunos de los instrumentos de este tipo se encuentran el Microtrac fabricado por Leeds & Northrup Co., el granulómetro CILAS, y el analizador de tamaños Malvern.

•Balanza de sedimentación. Con este instrumento, el peso de las partículas finas que sedimentan es medido conforme éstas se acumulan sobre el plato de una balanza que se encuentra colgado en el interior de una suspensión inicialmente homogénea. La

balanza Cahn es un ejemplo de este tipo de instrumento. La técnica es relativamente económica, sin embargo tiende a ser muy lenta debido al tiempo que se requiere para que las partículas más finas sedimenten.

• Métodos que utilizan la fuerza centrífuga. Para el análisis de las partículas muy finas generalmente se utilizan técnicas de sedimentación por medio de la fuerza centrífuga. El tipo de centrifugas que con frecuencia se usan son las centrifugas de discos, así como también un instrumento desarrollado por Slater y Cohen que es esencialmente una pipeta centrífuga. La distribución por tamaños es calculada a partir de las concentraciones medidas de una serie de muestras drenadas a través del conducto central de drenado a diversos intervalos de tiempo. Ejemplos de aparatos que se basan en esta técnica son el sedimentador centrífugo ICI y el fotosedimentador de centrifuga de discos. Ortega-Rivas y Svarovsky (Ortega-Rivas y Savovsky, 1994) utilizaron con buenos resultados la técnica combinada denominada pipeta-centrifuga para realizar el análisis de suspensiones cuyos tamaños de partícula son muy pequeños y en los que el análisis tradicional con la pipeta no sería viable.

② Métodos a través de una corriente. En estas técnicas, las partículas son examinadas individualmente en una corriente del fluido, y conforme el fluido pasa a través de una zona sensible, la presencia de las partículas es detectada debido a la perturbación que provocan. La llamada zona sensible puede ser monitoreada usando rayos de luz, ondas ultrasónicas o mediciones de resistencia eléctrica. Un aparato ampliamente conocido es el contador Coulter, en el cual el tamaño de la partícula es

deducido a partir del cambio en el voltaje que se produce en una columna de electrólito cuando una partícula pasa a través de la columna.

④ Métodos por tamizado. El tamizado es posiblemente el método más utilizado debido a que es bastante sencillo. En este método se hacen pasar las partículas a través de una serie de tamices de diferentes aberturas, posteriormente se pesan las porciones que quedaron separadas en cada uno de los tamices y se calculan los porcentajes correspondientes a cada tamaño en base a la abertura del tamiz.

⑤ Método a través del microscopio. El análisis de los tamaños por medio del microscopio se hace a través de mediciones directas sobre las imágenes aumentadas de las partículas.

#### 2.3.1.2 Eficiencia del Proceso de Separación.

Al evaluar la eficiencia del proceso de separación se hace necesario considerar que la separación sólido-líquido es un proceso imperfecto. Mientras que el efluente inferior es siempre un lodo húmedo, el efluente superior puede ser considerado como un líquido turbio. Dicha imperfección en el proceso de separación ha provocado la necesidad de expresar la eficiencia en diferentes formas.

2.3.1.2.1 Eficiencia Total,  $E_T$ . La definición más sencilla para la eficiencia de la separación es simplemente la recuperación global en términos de masa, expresada como una fracción del flujo másico que entra al separador:

$$E_T = \frac{\text{Flujo masico de solidos separados}}{\text{Flujo masico de solidos alimentados}} \quad (2-17)$$

de acuerdo a la figura 8 la expresión para la eficiencia total  $E_T$ , sería:

$$E_{\tau} = \frac{MS_c}{MS} \quad (2-18)$$

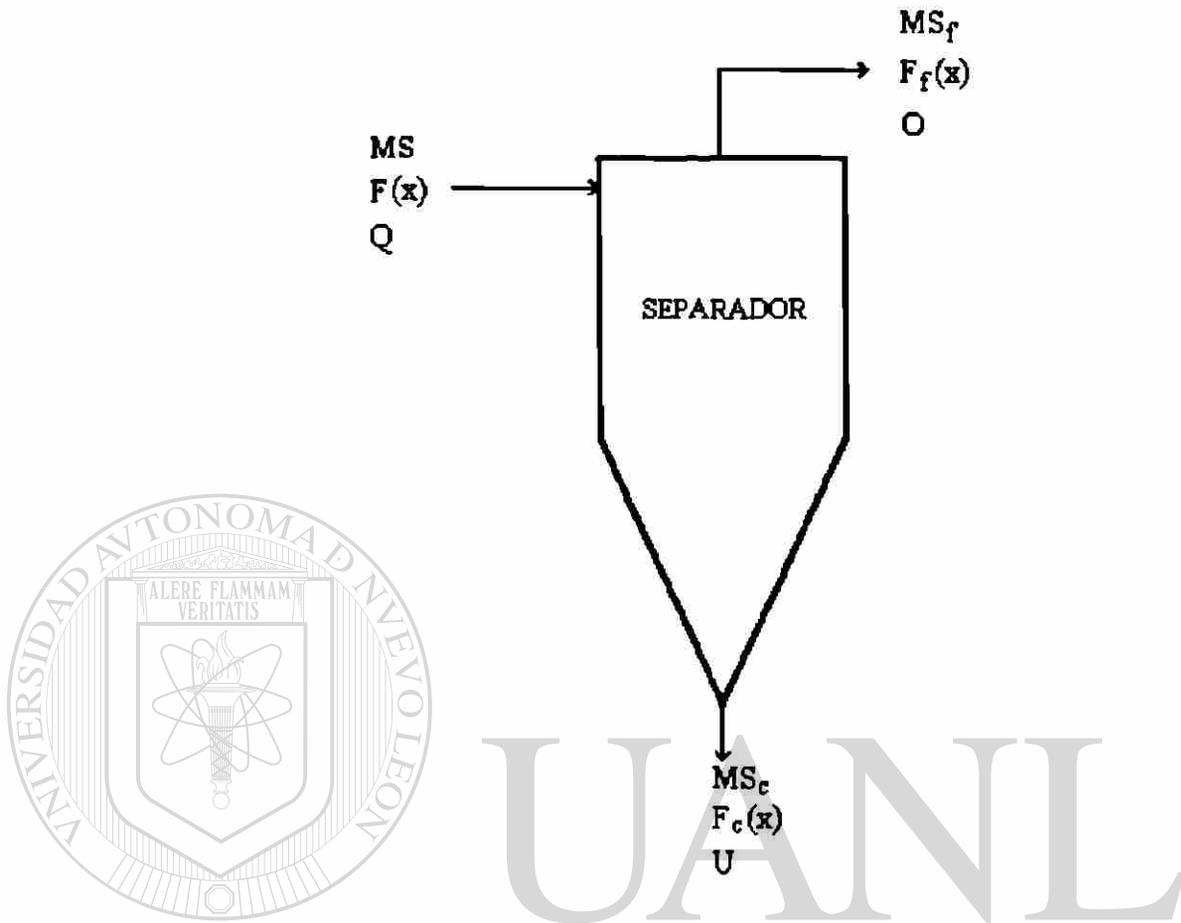


Figura 8. Esquema de un Separador.  $MS$ = Flujo Másico de Sólidos en la Alimentación;  $MS_c$ =Flujo Másico de los Sólidos Separados (Partículas Gruesas) ;  $MS_f$ = Flujo Másico de los Sólidos no Separados (Partículas Finas);  $F(x)$  =Porcentaje Acumulado "Menor que" de los Sólidos Alimentados;  $F_c(x)$ =Porcentaje Acumulado " Menor que " de los Sólidos Separados;  $F_f(x)$ = Porcentaje Acumulado "Menor que" de los Sólidos no Separados;  $Q$ =Flujo Volumétrico de la Suspensión Alimentada;  $U$ =Flujo Volumétrico de la Suspensión del Efluente Inferior;  $O$ =Flujo Volumétrico de la Suspensión del Efluente Superior (tomado de *Dimensionless Scale-up of Hydrocyclones for Separation of Concentrated Suspensions, PhD Thesis*, por Ortega-Rivas, Bradford, 1989).

la cual puede determinarse a partir de dos corrientes cualesquiera de las tres corrientes involucradas ya que se debe cumplir el balance de sólidos alrededor del separador como

lo muestra la ecuación 2-19 (suponiendo que no existe acumulación de sólidos en el separador).

$$MS = MS_c + MS_f \quad (2-19)$$

donde  $MS$ ,  $MS_c$  y  $MS_f$  se encuentran definidas en la figura 8.

2.3.1.2.2 Eficiencia Reducida Total,  $E'_T$ . Como se mencionó al principio de este capítulo, la separación del material sólido en sistemas sólido-líquido y sólido-gas nunca es completa. Siempre existen algunas partículas finas que tienden a escapar con el fluido y algo del fluido descargando junto con los sólidos.

Para ciertos aparatos donde se llevan a cabo separaciones sólido-líquido, como en el caso de los hidrociclones, centrífugas de discos y sedimentadores por gravedad; en los que se tienen efluentes descendentes diluidos y en cantidades apreciables, la eficiencia total definida en la ecuación (2-18) incluye el efecto de la partición del flujo conocido como "flujo muerto". Dicho "flujo muerto" se debe a que las partículas muy finas simplemente siguen el flujo y son repartidas hacia los efluentes inferior y superior en la misma proporción que el fluido. Lo que da como resultado una cierta eficiencia "garantizada" la cual es alcanzada siempre, ya sea que el separador realmente realice la separación de los sólidos o no. En algunas ocasiones, es recomendable sustraer la contribución del flujo muerto y analizar el efecto neto de la separación, con lo cual surge una nueva definición de eficiencia conocida como eficiencia "reducida",  $E'_T$ , que es ampliamente utilizada (Svarovsky, 1979):

$$E'_T = \frac{E_T - R_f}{1 - R_f} \quad (2-20)$$

donde  $R_f$  se define como la fracción del flujo volumétrico alimentado que sale a través del efluente inferior:

$$R_f = \frac{U}{Q} \quad (2-21)$$

La ecuación (2-20) satisface los requisitos para una definición de eficiencia, ya que toma el valor de cero cuando no se alcanza la separación ( $E_T = R_f$ ) y la unidad cuando la separación es completa ( $E_T = 1$ ).

La eficiencia reducida total también puede obtenerse directamente a partir de las concentraciones de sólidos presentes en la alimentación y en el clarificado usando la siguiente fórmula (Svarovsky, 1992):

$$E'_T = 1 - \frac{\text{Concentración de sólidos en el clarificado (en \% vol)}}{\text{Concentración de sólidos en la alimentación (en \% vol)}} \quad (2-22)$$

La eficiencia total depende fuertemente de la distribución por tamaños de las partículas, así como también de otras características de los sólidos alimentados (resistividad, afinidad al agua, etc.); por lo tanto, no es muy adecuado usarla como un criterio general para representar la eficiencia del equipo de separación. Cualquier valor de eficiencia total reportado, ya sea por fabricantes de equipo o en publicaciones técnicas debe ir acompañado de la especificación completa del material de alimentación así como de las condiciones experimentales que se usaron.

Además, la eficiencia total no muestra la distribución de las partículas por tamaños de los sólidos separados (material grueso), ni de los sólidos no separados (material fino).

Sin embargo, el conocimiento de la eficiencia total es esencial para el diseño del equipo que se encuentra después del separador, y su valor puede predecirse a partir de la

curva de eficiencia (ver a continuación) y las condiciones de la alimentación (Svarovsky,1979).

2.3.1.2.3 Eficiencia Parcial,  $E_p$ . La eficiencia total definida anteriormente incluye todos los tamaños de partículas presentes en los sólidos de alimentación. Si por alguna razón, nos es de particular interés la recuperación en términos de masa de un intervalo determinado de tamaños de partícula, a la eficiencia de la separación obtenida para ese rango o intervalo de tamaño (por ejemplo de  $x_1$  a  $x_2$ ) se le denomina eficiencia parcial:

$$E_p = \left( \frac{MS_c}{MS} \right)_{x_1/x_2} \quad (2-23)$$

Un ejemplo en el cual se utiliza el término de eficiencia parcial es en el área de contaminación del aire donde se utiliza la llamada eficiencia “higiénica” para considerar únicamente las partículas que se encuentran dentro del rango de tamaño respirable ( de 0.5 a 5  $\mu\text{m}$ ), que son consideradas como las más peligrosas para el aparato respiratorio humano.

La eficiencia parcial es menos dependiente de la distribución por tamaños y de otras características de los sólidos de alimentación que la eficiencia total. Sin embargo, en muchos casos, todavía es inadecuada como un criterio para determinar la eficiencia de equipo de separación. Por ejemplo, un cierto tamiz puede estar trabajando a una cierta eficiencia con un material determinado y que posee una distribución por tamaños dada, sin embargo, es muy probable que resulte una eficiencia diferente cuando se trabaje con material de otro tipo o que posea una distribución por tamaños distinta.

Mientras menor sea el rango  $(x_1 - x_2)$  en la ecuación (2-23), la eficiencia parcial llega a ser menos dependiente de la distribución de las partículas por tamaños en la alimentación (Svarovsky, 1979).

2.3.1.2.4 Nivel de Eficiencia,  $G(x)$ . Si el intervalo para el tamaño de las partículas en la definición de eficiencia parcial de la ecuación (2-23) llega a ser infinitesimal, la eficiencia obtenida corresponde a un tamaño de partícula único,  $x$ , y es conocida como nivel de eficiencia:

$$G(x) = \left( \frac{MS_c}{MS} \right)_x \quad (2-24)$$

El nivel de eficiencia ha llegado a ser una definición muy útil. Dado que la mayoría de las arenillas y suspensiones que se presentan en la industria consisten de un número infinito de partículas con tamaños muy variados, el nivel de eficiencia de la mayoría de los equipos de separación se presenta como una función continua del tamaño de partícula (Ortega-Rivas, 1989). Para separadores como los hidrociclones, en los cuales las fuerzas de gravedad o inerciales llevan a cabo la separación, generalmente se obtiene una curva en forma de S, denominada **curva de nivel de eficiencia** (figura 9).

Debido a que el valor del nivel de eficiencia tiene carácter de probabilidad, ya que realmente estamos graficando la probabilidad de que cualquier fracción con un tamaño determinado sea distribuida hacia el efluente inferior, la curva de nivel de eficiencia también es conocida como “curva Tromp” o “curva -T” (cabe hacer la aclaración que cuando nos referimos a un tamaño de partícula único, esto realmente corresponde a un intervalo de partículas que poseen tamaños muy similares).

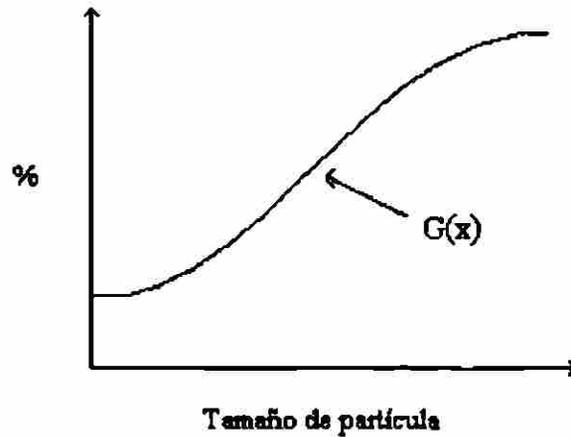


Figura 9. Curva de Nivel de Eficiencia, donde  $G(x)$  es la Función que Representa el Nivel de Eficiencia.

Una curva de nivel de eficiencia para un hidrociclón se deriva del análisis de los tamaños de las partículas presentes en los flujos de alimentación, ascendente y descendente. Trawinsky (Trawinsky, 1977) explica cómo se puede obtener la gráfica de la curva de nivel de eficiencia, de lo cual se hablará más adelante.

La curva de nivel de eficiencia también puede obtenerse a través de expresiones analíticas que involucren las distribuciones por tamaños de las partículas en las corrientes del separador. Dichas ecuaciones, una para cada combinación de las corrientes de material del separador, se deducen de la ecuación (2-24) y del balance de masa en (2-19), y son las siguientes (Svarovsky, 1979):

$$G(x) = E_T \frac{dF_c(x)}{dF(x)} \quad (2-25)$$

$$G(x) = 1 - (1 - E_T) \frac{dF_f(x)}{dF(x)} \quad (2-26)$$

$$\frac{1}{G(x)} = 1 + \left( \frac{1}{E_T} - 1 \right) \frac{dF_f(x)}{dF_c(x)} \quad (2-27)$$

donde  $E_T$  = eficiencia total,  $F(x)$  = porcentaje acumulado "menor que" de las partículas presentes en la alimentación,  $F_f(x)$  = porcentaje acumulado "menor que" de los sólidos en el efluente ascendente (material fino),  $F_g(x)$  = porcentaje acumulado "menor que" en el efluente descendente (material grueso).

Más adelante se describirá el método propuesto por Svarovsky para la obtención de la curva de nivel de eficiencia por medio de las ecuaciones (2-25), (2-26) y (2-27).

Es importante mencionar que las distribuciones por tamaños en las tres ecuaciones anteriores pueden estar expresadas ya sea en masa, en superficie o en número, siempre y cuando ambas distribuciones en cada ecuación se encuentren expresadas con el mismo parámetro.

Debido a la importancia que posee el término de nivel de eficiencia en la predicción del funcionamiento de los hidrociclones, es importante que los análisis de las partículas por tamaños que se realizan para determinar dicho nivel de eficiencia, sean lo más confiables posible (Ortega-Rivas y Svavovsky, 1994).

2.3.1.2.5 Nivel Reducido de Eficiencia,  $G'(x)$ . Cuando se trabaja con efluentes descendentes diluidos y de volumen considerable, el efecto de la partición del flujo (o "flujo muerto") nos modifica la forma de la curva de eficiencia y hace parecer como si el separador trabajara mejor de lo que realmente trabaja. Un ejemplo de lo anterior se da en la figura 10, que muestra una curva de nivel de eficiencia típica de un hidrociclón. Se puede observar que la curva no parte del origen, sino que tiene un intercepto; de hecho, la eficiencia finita aparente para las partículas con un tamaño próximo a cero, es igual a la

relación  $R_f$  (ecuación 2-21), debido a que las partículas muy finas simplemente siguen el flujo y son repartidas por el separador en la misma proporción que el fluido.

De tal modo, que para remover este efecto de la definición de eficiencia y poder hacer comparaciones más cercanas a la realidad entre los equipos, la curva de nivel de eficiencia es “reducida” (de la misma forma que la eficiencia total) sustrayendo el efecto del flujo muerto de la definición de nivel de eficiencia:

$$G'(x) = \frac{G(x) - R_f}{1 - R_f} \quad (2-28)$$

De esta manera, la curva es forzada a pasar por el origen, como indica la curva punteada de la figura 10.

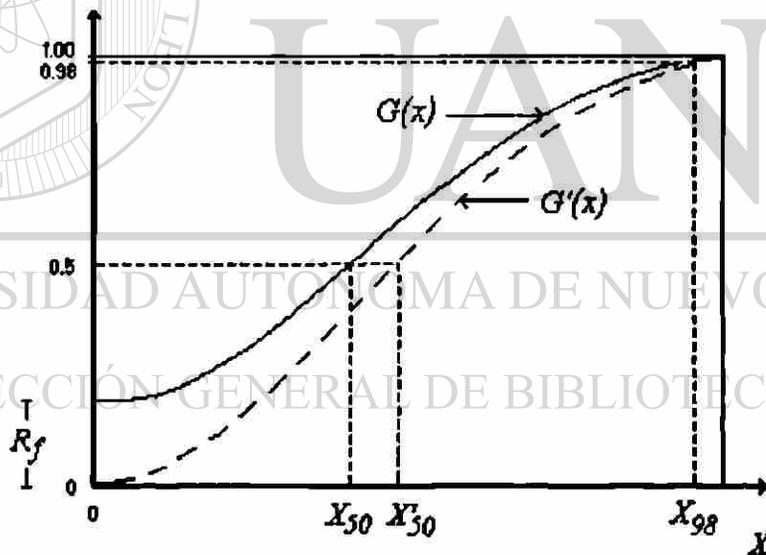


Figura 10. Curva de Eficiencia y Curva Reducida de Eficiencia para un Hidrociclón.

Es importante mencionar que las relaciones básicas entre la eficiencia total y el nivel de eficiencia en las ecuaciones (2-25), (2-26) y (2-27) se mantienen para el caso de las eficiencias reducidas  $G'(x)$ .

De los tres tipos de eficiencias gravimétricas que se han mencionado (eficiencia total, parcial y nivel de eficiencia), el nivel de eficiencia es el menos dependiente de la distribución por tamaños de los sólidos de prueba, razón por la cual se considera como el término más adecuado para describir en forma general el funcionamiento de un separador. Sin embargo, sólo describe la dependencia de tamaño del proceso de separación y no toma en cuenta alguna otra característica del sólido, diferente del tamaño, que también podría influir en el proceso de separación. En algunos casos, mediante la selección adecuada del parámetro para expresar el tamaño de partícula más relevante para el proceso de separación, podemos incorporar otras propiedades del sólido dentro del mismo tamaño de partícula. Por ejemplo, siempre que la dinámica de la partícula sea el mecanismo gobernante del separador (como en el caso de los hidrociclones o centrífugas de sedimentación), el diámetro de Stokes puede ser seleccionado como el tamaño de partícula más relevante, medido a través de un proceso de separación por sedimentación. El diámetro de Stokes obtenido de este modo, incorpora los efectos de densidad y forma de la partícula, viscosidad del fluido sobre las interacciones partícula-fluido, dentro de la región de validez de la ley de Stokes (Svarovsky,1979).

Una vez que se conoce la curva de nivel de eficiencia para una serie determinada de condiciones de operación tales como velocidad de flujo, concentración de sólidos en la alimentación o cualquier otra variable que afecte el funcionamiento del separador, es posible predecir la eficiencia total esperada para una alimentación particular a través de la siguiente relación (Svarovsky,1987):

$$E_T = \int_0^1 G(x) \cdot dF(x) \quad (2-29)$$

Además de predecir la eficiencia total, la curva de nivel de eficiencia también es útil para la determinación de las distribuciones por tamaños de los sólidos en las dos corrientes de salida (los efluentes ascendente y descendente).

La curva de nivel de eficiencia describe en forma adecuada la eficiencia para diversos tipos de separadores sólido-líquido (como hidrociclones, centrifugas, separadores por gravedad), sin embargo, el expresar el nivel de eficiencia en forma de gráfica, como una tabla de valores o por medio de una función analítica, a menudo resulta inapropiada para mostrar correlaciones contra las diversas variables de operación o cuando se quiere hacer una comparación entre equipo. Tales situaciones requieren de un número único e independiente de la distribución por tamaños en la alimentación como parámetro de eficiencia (Svarovsky, 1979), el cual se ha denominado punto de corte.

2.3.1.2.6 Punto de Corte,  $X_{50}$ . La experiencia ha mostrado que el punto de corte es el único parámetro que proporciona información sobre la capacidad de separación de un hidrociclón. El punto de corte es el tamaño de partícula para el cual la curva de nivel de eficiencia muestra un valor de 50%. En otras palabras, las partículas cuyo tamaño sea igual al punto de corte tendrán un 50% de probabilidad de ser separadas; o dicho de forma más práctica, todas las partículas con tamaño superior al punto de corte generalmente saldrán en el efluente inferior, mientras que aquellas que se encuentren por debajo del punto de corte normalmente irán en el efluente superior del hidrociclón (Ortega-Rivas, 1989). La figura 11 muestra cómo se vería la curva de nivel de eficiencia

si ocurriera una partición exacta en el separador. Sin embargo, tal división exacta no ocurre, sino que en la realidad lo que se tiene es una cierta gama de eficiencias de separación hacia ambos lados del punto de corte, lo cual conduce al concepto de nivel de eficiencia visto anteriormente.

Con fundamento a lo anterior podemos concluir que: el punto de corte es obtenido a partir de la curva de nivel de eficiencia; pero debido a que los cálculos y el trazo de la gráfica de la curva de eficiencia completa es una tarea que consume una gran cantidad de tiempo, varios investigadores, como Trawinsky (Trawinsky,1977), Svarovsky (Svarovsky,1979) y Doheim y colaboradores (Doheim et al,1981) , han propuesto formas alternativas para determinar el punto de corte. Tales métodos alternativos se explicarán posteriormente.

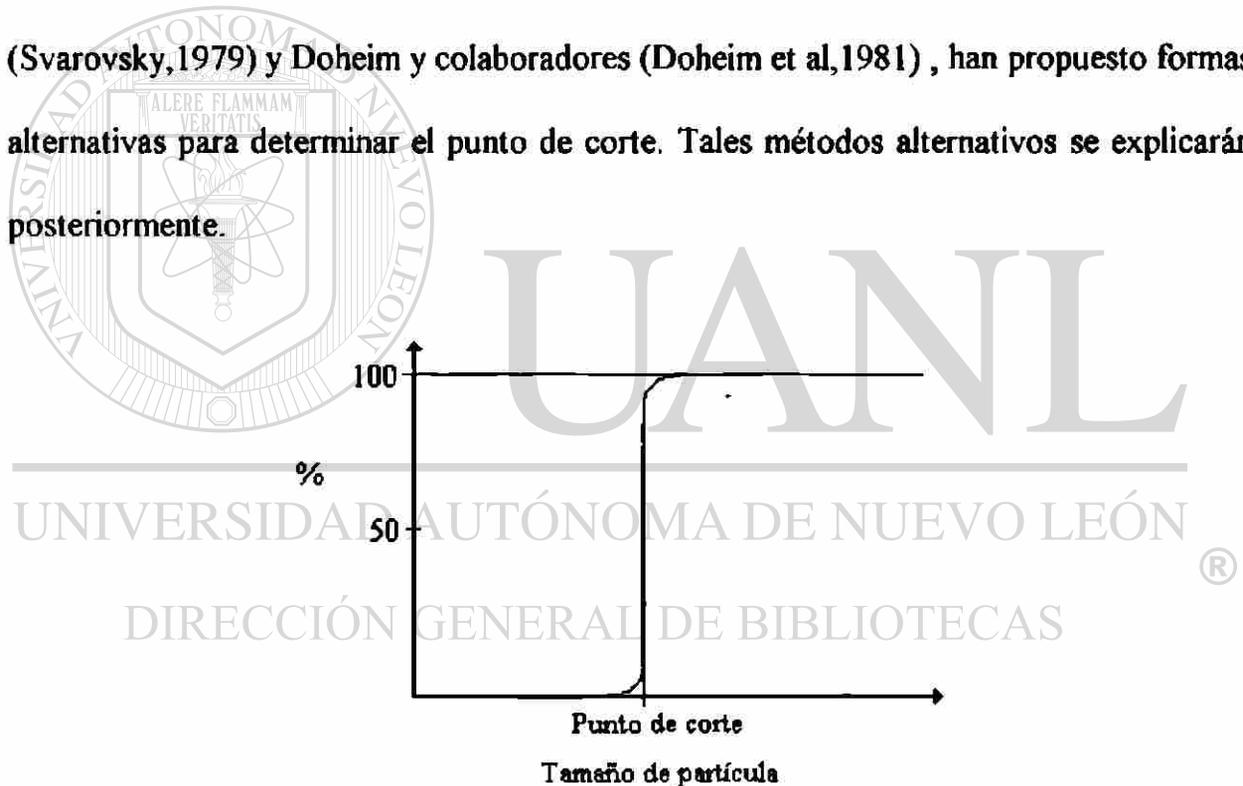


Figura 11. Curva de Nivel de Eficiencia para el caso de una Separación Ideal (tomado de "Hydrocyclones", por H. F. Trawinsky, en D.B. Purchas (Eds.), *Solid/Liquid Separation Equipment Scale-up*, Uplands Press Ltd., U.K., 1977)

2.3.1.2.7 Punto de Corte Reducido,  $X'_{50}$ . El punto de corte definido previamente fue obtenido de la curva de nivel de eficiencia, la cual, como ya se ha mencionado, no

pasa por el origen; de tal modo que si en la práctica se desea asegurar el funcionamiento de los hidrociclones, es recomendable utilizar una curva reducida de eficiencia. El tamaño de partícula que corresponde al 50 % de eficiencia en dicha curva se conoce como punto de corte reducido [ $G'(X'_{50})= 0.50$ ] y se representa por  $X'_{50}$  (ver figura 10).

2.3.1.2.8 Límite Aproximado de la Separación,  $X_{98}$ . La máxima eficiencia obtenible relacionada con el tamaño de la partícula sería el tamaño de partícula mínimo con un 100% de probabilidad de ser reportado en el efluente inferior. Dicho tamaño se podría obtener a partir de la gráfica, extrapolando la parte final de la curva hacia el eje horizontal. En la práctica se ha comprobado que la eficiencia máxima real solo puede ser del 98%, y el tamaño mínimo correspondiente a esa eficiencia se encuentra representado por  $X_{98}$ , que se conoce como límite aproximado de la separación (figura 10).

2.3.1.2.9 Índice de Exactitud de la Separación,  $H_{25/75}$ . La cantidad de material no separado, por ejemplo, las partículas finas presentes en el efluente inferior y el material grueso en el efluente superior, es controlado por la forma de la curva de nivel de eficiencia. Suponiendo una separación ideal, no habría material sin separar si la curva de nivel de eficiencia fuese una función con eficiencia cero para  $X < X_{50}$  y 100% de eficiencia para  $X > X_{50}$  (figura 2-11). En la realidad, sin embargo, el nivel de eficiencia varía continuamente desde 0 hasta 100% (figuras 9 y 10) y la exactitud o agudeza del proceso de separación puede relacionarse con la forma de la curva. Si se conoce la curva de nivel de eficiencia, es posible realizar comparaciones de la exactitud en la separación entre equipos diferentes graficando  $G(x)$  contra el parámetro adimensional  $X/X_{50}$  y

comparando las curvas “normalizadas” resultantes. Si un solo parámetro va a ser asignado para definir la pendiente de la curva, es recomendable que dicho parámetro sea expresado de manera adimensional y que además, sea independiente de la escala del tamaño de la partícula.

La definición más sencilla para la exactitud de la separación es la pendiente de la tangente en la gráfica lineal de la curva normalizada del nivel de eficiencia para  $X_{50}$ , también se puede usar una relación de dos tamaños que correspondan a dos porcentajes diferentes y 50% equidistantes sobre la curva de nivel de eficiencia, por ejemplo, para 25% y 75%:

$$H_{25/75} = \frac{X_{25}}{X_{75}} \quad (2-30)$$

Este parámetro se denomina índice de exactitud de la separación.

### 2.3.1.3 Obtención del Punto de Corte a Partir de la Evaluación de la Curva de Eficiencia.

Básicamente existen dos formas de obtener el punto de corte, una de ellas es, como se ha mencionado con anterioridad, obteniendo primero la curva de eficiencia, y a partir de esta curva leer el valor del punto de corte. A continuación se explicarán el método gráfico desarrollado por Trawinsky para la obtención de la curva de eficiencia (Trawinsky,1977), y el método que propone Svarovsky (Svarovsky,1987).

#### 2.3.1.3.1 Método Gráfico Sugerido por Trawinsky en (Trawinsky,1977).

Trawinsky desarrolló un método para obtener gráficamente la curva de nivel de eficiencia a partir de las distribuciones acumuladas de los tamaños de las partículas de cada una de

las corrientes del hidrociclón, como se puede ver en la figura 12. En dicha figura se trazaron líneas verticales para una serie de valores de diámetros de partícula ( $d_1$ ,  $d_2$ , etc.) y además se marcaron las intersecciones de dichas líneas con las tres curvas (la del efluente ascendente, la alimentación, y la correspondiente al efluente descendente), lo cual proporciona una serie de valores de porcentajes acumulados (o fracciones acumuladas) para el efluente ascendente,  $R_{O1}$ ,  $R_{O2}$ , etc.; para el efluente descendente,  $R_{U1}$ ,  $R_{U2}$ , etc. y para la corriente de alimentación,  $R_{F1}$ ,  $R_{F2}$ , etc.

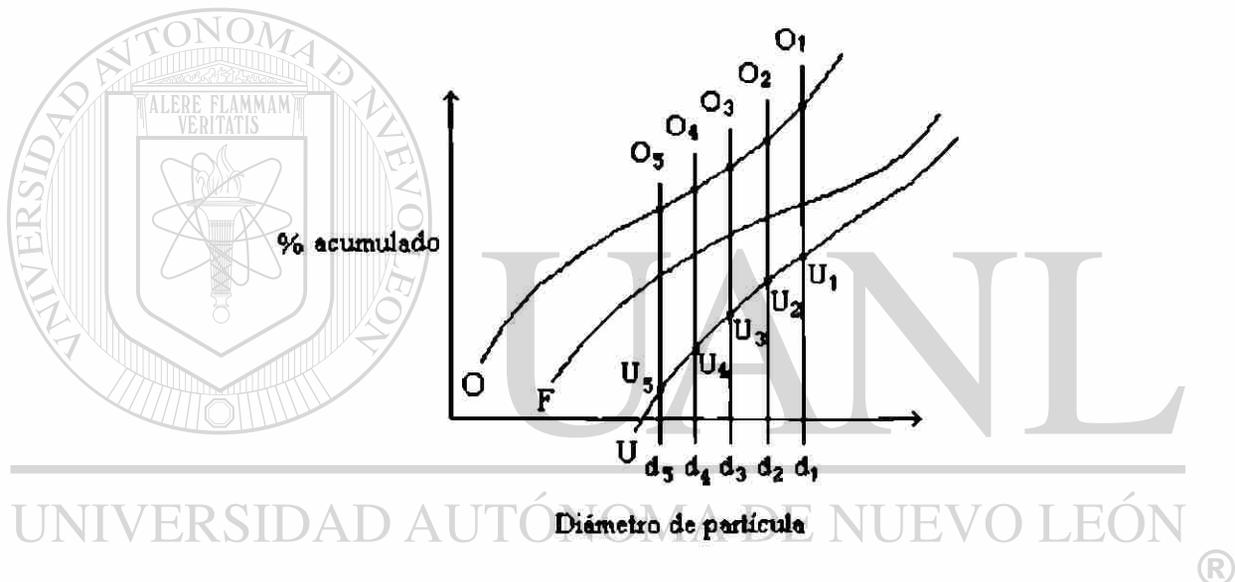


Figura 12. Distribuciones por Tamaños de las tres Corrientes, Mostrándose Varios Diámetros de Referencia (tomada de "Hydrocyclones", por H.F. Trawinsky, en D.B. Purchas (Eds.), *Solid/Liquid Separation Equipment Scale-up*, UplandsPress Ltd., U.K., 1977)

El valor de la probabilidad  $T$  para cada intervalo de tamaños de partículas,  $d_i$  y  $d_{i+1}$ , se calcula mediante la siguiente expresión:

$$T_i = \frac{\Delta R_{U_i}}{\Delta R_{U_i} + \xi \cdot \Delta R_{O_i}} \quad (2-31)$$

donde

$$\begin{aligned} \Delta R_{U_i} &= R_{U_i} - R_{U_{i+1}} \\ \Delta R_{O_i} &= R_{O_i} - R_{O_{i+1}} \end{aligned} \quad (2-32)$$

$$\xi = \frac{1 - \theta}{\theta} \quad (2-33)$$

en la cual  $\theta = \frac{\text{masa de sólidos secos en el efluente inferior}}{\text{masa de sólidos secos en la alimentación}}$  (2-34)

y  $\theta$  representa la fracción de los sólidos secos alimentados que se distribuyen hacia el efluente inferior.

Con la ecuación (2-31) se calcula una serie de valores para  $T_i$ , los cuales se grafican contra los correspondientes valores de los diámetros de partícula. Posteriormente se traza una curva uniendo los puntos medios de los rectángulos trazados en la gráfica, obteniéndose de esta forma la curva de nivel de eficiencia como se muestra en la fig. 13.

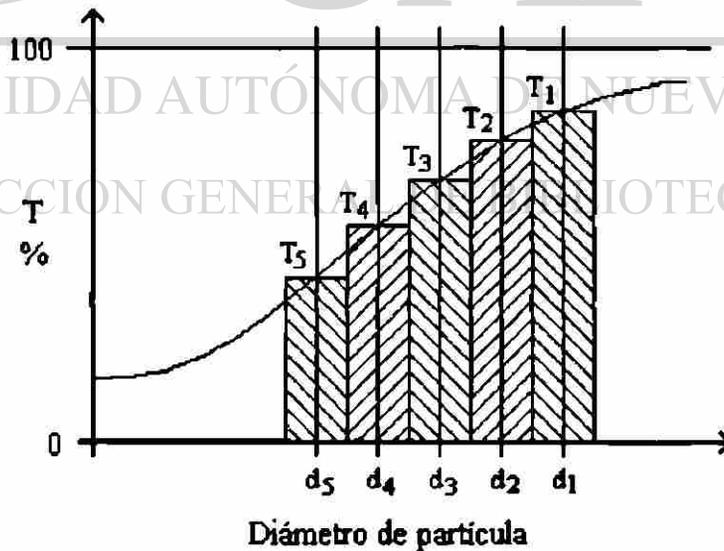


Figura 13. Ejemplo que Muestra la Forma de Trazar la Curva de Nivel de Eficiencia (tomado de "Hydrocyclones", por H. F. Trawinsky, en D. B. Purchas (Eds.), *Solid/Liquid Separation Equipment Scale-up*, Uplands Press Ltd., U.K., 1977)

Una vez que se tiene trazada la curva de nivel de eficiencia, es posible obtener el punto de corte a partir del valor que corresponda a un 50% de probabilidad en la gráfica de dicha curva (figura 14).

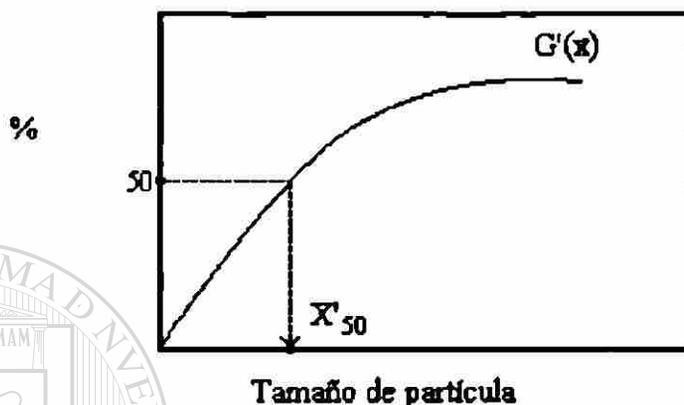


Figura 14. Curva de Eficiencia Reducida y Punto de Corte Reducido.

2.3.1.3.2 Método Analítico Propuesto por Svarovsky (Svarovsky,1992). Por este método, las distribuciones de las partículas por tamaños de los dos efluentes de salida son ajustadas con seis diferentes funciones analíticas, y el modelo que ajuste mejor para cada flujo de salida, es utilizado para el cálculo de la curva de nivel de eficiencia.

El primer paso es realizar el análisis por tamaños de las partículas presentes en las dos corrientes de salida del hidrociclón. Posteriormente se procede a ajustar las distribuciones por tamaños experimentales mediante las funciones analíticas presentadas en el punto 2.3.1.1.2 (función log- normal, distribución de Rosin- Rammler, etc.) y se elige el modelo con el que se obtenga el mejor ajuste para cada uno de los flujos. La curva reducida de eficiencia se calcula a partir de la siguiente expresión matemática:

$$\frac{1}{G'(x)} = 1 + \left( \frac{1}{E'_T} - 1 \right) \frac{dF_f(x)}{dF_c(x)} \quad (2-35)$$

en la que  $E'_T$  es la eficiencia reducida total que se definió en el punto 2.3.1.2.2. La relación  $dF_f(x)/dF_c(x)$  es obtenida a partir de la derivada de las ecuaciones con las cuales se representaron las distribuciones por tamaños de las partículas presentes en los efluentes ascendente y descendente del hidrociclón.

Como podemos observar, la función (2-35) es la ecuación (2-27) pero expresada para la eficiencia en su forma reducida.

Una vez que se tiene la curva reducida de eficiencia, es posible leer el punto de corte reducido  $X'_{(50)}$ .

#### 2.3.1.4 Métodos Alternativos para el Cálculo del Punto de Corte.

Debido a que los cálculos y el trazo de la curva de nivel de eficiencia completa son muy laboriosos y consumen una cantidad considerable de tiempo, se han desarrollado varios métodos alternativos para poder calcular el punto de corte sin necesidad de trazar la curva completa de eficiencia.

2.3.1.4.1 Método Rápido Desarrollado por Trawinsky (Trawinsky,1977). Este método utiliza la ecuación (2-31) reescrita en forma diferencial:

$$T = \frac{dR_U}{dR_U + \xi \cdot dR_O} \quad (2-36)$$

Por definición, en el punto de corte  $T= 0.5$  . Por lo tanto,

$$\frac{dR_U}{dR_U + \xi \cdot dR_O} = \frac{1}{2}$$

$$2 dR_U - dR_U + \xi \cdot dR_O$$

$$2 dR_U - dR_U - \xi \cdot dR_O = 0$$

$$dR_U - \xi \cdot dR_O = 0$$

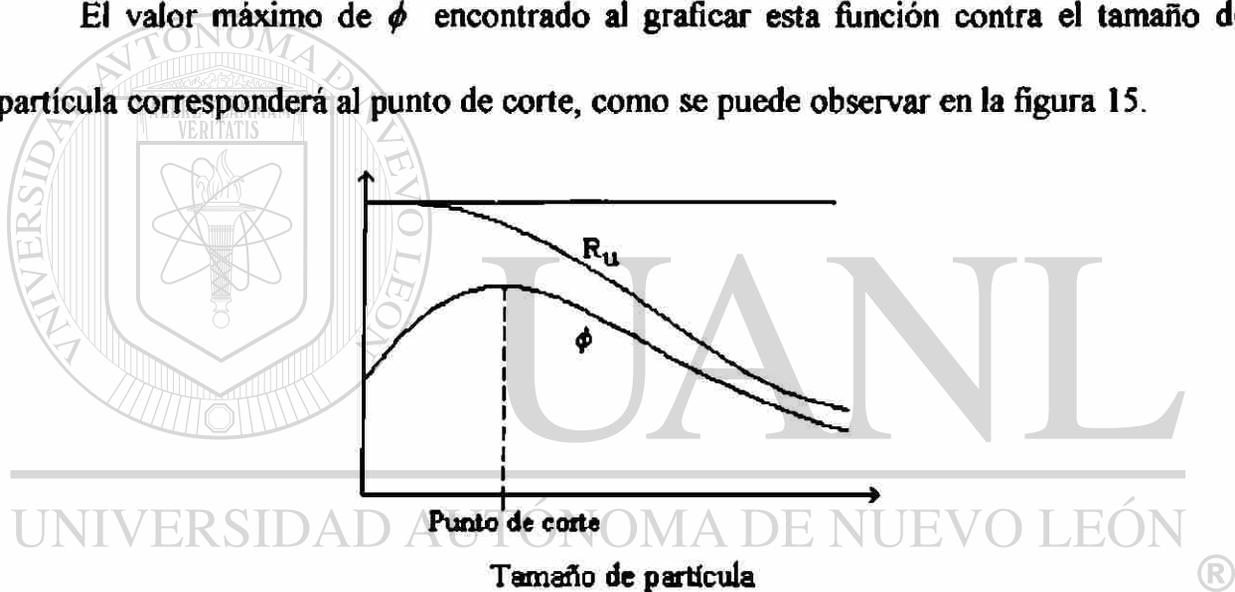
obteniéndose,

$$dR_U - \xi \cdot dR_O = d(R_U - \xi \cdot R_O) = d\phi = 0 \quad (2-37)$$

donde

$$\phi = R_U - \xi \cdot R_O \quad (2-38)$$

El valor máximo de  $\phi$  encontrado al graficar esta función contra el tamaño de partícula corresponderá al punto de corte, como se puede observar en la figura 15.



DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

Figura 15. Diagrama que Muestra la Función  $\phi$  y la Forma de Determinar el Punto de Corte. ( $R_U$  = Fracción Acumulada "Mayor que" Retenida por el Tamiz, para el Efluente Inferior).

Este método, a pesar de su simplicidad es bastante exacto. Los pasos que se requieren para calcular la curva  $\phi$  se resumirán a continuación:

1. Calcular  $\xi$  por medio de la ecuación (2-33)
2. Calcular el producto  $\xi \cdot \theta$  para una serie de valores de  $R_O$ .
3. Restar  $\xi \cdot \theta$  de los datos correspondientes de  $R_O$  para obtener los valores de  $\phi$ .

A continuación se muestra un ejemplo del cálculo rápido del punto de corte tomado de (Trawinsky, 1977).

**EJEMPLO:**

**Datos:**

El valor de la fracción de recolección en masa es,  $\theta = 0.25$

La tabla siguiente muestra los resultados del análisis de las partículas por tamaños (por medio de tamices), obtenido de muestras procedentes de las dos corrientes de salida de un hidrociclón.

**TABLA 2**  
**ANÁLISIS POR TAMAÑOS DE LAS PARTÍCULAS PRESENTES EN LOS DOS EFLUENTES DEL HIDROCICLÓN**

Diámetro de partícula	$R_o$	$R_u$
5	19	86.5
7	9.5	80
10	4.5	69
15	1.5	53
20	0.7	42
25	0.35	33

$R_o$  = fracción acumulada retenida sobre el tamiz (efluente superior)

$R_u$  = fracción acumulada retenida sobre el tamiz (efluente inferior)

Nota: El diámetro de partícula está dado en micrones

**Solución:**

1) A partir del valor de  $\theta$  se calcula el factor  $\xi$ :

$$\xi = \frac{1 - \theta}{\theta} = \frac{1 - 0.25}{0.25}$$

$$\xi = 3.00$$

2) Se calcula la función  $\phi$  para los diversos valores de  $R_O$  y  $R_U$ , como se muestra en la siguiente tabla:

**TABLA 3**  
**CÁLCULO DE LA FUNCIÓN  $\phi$**

Diám. partícula (micrones)	$R_O$	$R_U$	$\xi \cdot R_O$	$R_U - \xi \cdot R_O = \phi$
5	19	86.5	57	31.5
7	9.5	80	28.5	51.5
10	4.5	69	13.5	55.5
15	1.5	53	4.5	48.5
20	0.7	42	2.1	39.9
25	0.35	33	1.05	32

3) Se grafica la función  $\phi$  calculada en la última columna como se muestra en la figura 16, observándose que la curva alcanza un máximo en  $X = 10$  micrones, por lo tanto, ese es el valor del punto de corte.

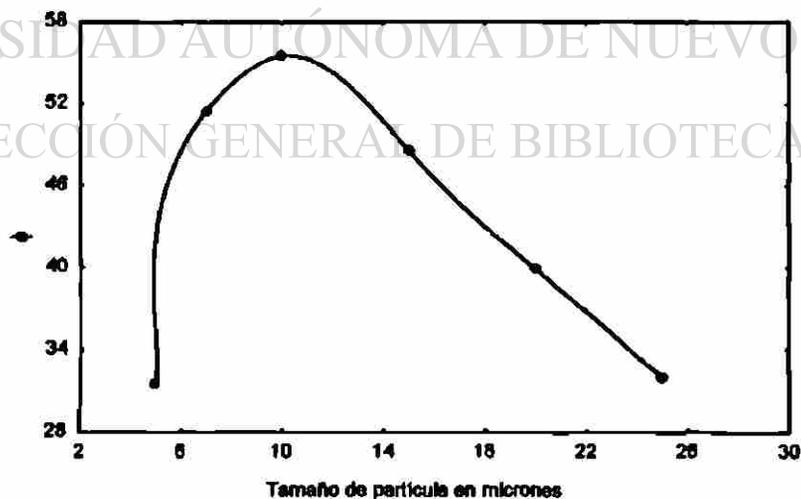


Figura 16. Gráfica de la Función  $\phi$  en la cual se Observa un Máximo en  $X=10$  micrones.

2.3.1.4.2 Método Alternativo Presentado por Svarovsky (Svarovsky,1979).

Svarovsky presenta un método similar para calcular el punto de corte basado en la suposición anterior dada por Trawinsky. Es decir, considerando que  $G(x)$  en la ecuación (2-25) es igual a 0.5,

$$G(x) = E_T \frac{dF_c(x)}{dF(x)} = \frac{1}{2} \quad (2-39)$$

puede demostrarse que el tamaño de corte  $X_{50}$  corresponde al punto en el cual una gráfica de  $(F - 2 \cdot E_T \cdot F_c)$

$$\frac{d}{dx} [(F - 2 \cdot E_T \cdot F_c)] = 0 \quad (2-40)$$

presenta un máximo.

Las ecuaciones para las combinaciones alternativas de las corrientes de salida en el separador correspondientes a las ecuaciones (2-26) y (2-27) dan como resultado las siguientes funciones:

$$\frac{d}{dx} [(F - 2(1 - E_T)F_f)] = 0 \quad (2-41)$$

y DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

$$\frac{d}{dx} \left[ F_c - \frac{1 - E_T}{E_T} F_f \right] = 0 \quad (2-42)$$

Las ecuaciones (2-40), (2-41) y (2-42) se calculan a partir de las distribuciones por tamaños de los sólidos de dos de las corrientes y la eficiencia total, una vez calculados los valores de la función se procede a encontrar el máximo.

**2.3.1.4.3 Método Nuevo Desarrollado por Svarovsky (Svarovsky,1992) que no Requiere la Medición de los Flujos.**

En este método Svarovsky describe un método experimental novedoso y simple para obtener el punto de corte reducido y la curva reducida de eficiencia de un hidrociclón. Como se vio en el punto 2.3.1.3, los métodos convencionales requieren del muestreo de por lo menos dos de las corrientes involucradas, seguido de los análisis de las partículas por tamaños (y las determinaciones de concentración) de dichas muestras, también requieren la medición de los flujos volumétricos para poder calcular la relación  $R_f$ . Las curvas de eficiencia obtenidas por los métodos convencionales se encuentran sujetas a grandes variaciones aleatorias debido a que los errores de los muestreos, de los análisis por tamaños de las partículas y de las determinaciones de concentración se propagan hasta el resultado final.

Esta nueva técnica presenta la ventaja de que solo requiere determinar la distribución por tamaños para la suspensión de alimentación, y ésta se hace una sola vez para una serie de experimentos, además, elimina la necesidad de muestrear las tres corrientes del separador y de medir sus flujos volumétricos.

Este método se basa en la suposición de que la curvas reducidas de eficiencia de los hidrociclones pueden ser ajustadas por medio de la función log-normal en su forma acumulada:

$$G'(x) = 0.5 + 0.5 \operatorname{erf} \left[ \frac{\ln x - \ln X'_{50}}{\sqrt{2 \ln \sigma}} \right] \quad (2-43)$$

donde  $X'_{50}$  es el punto de corte reducido,  $\sigma_r$  es la desviación estándar de  $G'(x)$ ,  $x$  es el tamaño de las partículas (variable independiente), y  $erf$  es la función de error definida en la ecuación (2-5).

A su vez, como ya se ha visto, las distribuciones por tamaños de las partículas presentes en la alimentación  $F(x)$  con frecuencia también se aproximan a la distribución log-normal que se definió en la ecuación 2-4, por lo tanto, Svarovsky establece que la eficiencia reducida total puede predecirse a partir de  $G'(x)$  y  $F(x)$  mediante la integración de la ecuación (2-44) y sustituyendo las ecuaciones (2-4) y (2-43), obteniéndose la expresión para  $E'_T$  que se presenta en la ecuación 2-45.

$$E'_T = \int_0^1 G'(x) dF \quad (2-44)$$

$$E'_T = 0.5 + 0.5erf \left[ \frac{\ln x_g - \ln X'_{50}}{\sqrt{2} \sqrt{(\ln^2 \sigma_g + \ln^2 \sigma_s)}} \right] \quad (2-45)$$

Anteriormente también se vio que la eficiencia reducida total puede evaluarse directamente a partir de las concentraciones de sólidos de la alimentación  $C_f$  y del effluente superior  $C_o$  (consultar fórmula 2-22), lo cual no requiere el cálculo del valor de la relación de flujo  $R_f$ .

$$E'_T = 1 - \frac{C_o}{C_f} \quad (2-46)$$

La combinación de las ecuaciones (2-45) y (2-46) proporciona la expresión en la que se basa este método:

$$1 - \frac{C_o}{C_f} = 0.5 + 0.5 \operatorname{erf} \left[ \frac{\ln x_g - \ln X'_{50}}{\sqrt{2} \sqrt{(\ln^2 \sigma_g + \ln^2 \sigma_s)}} \right] \quad (2-47)$$

Por medio de la ecuación anterior, es posible evaluar el punto de corte reducido  $X'_{50}$  a partir de los valores de  $x_g$  y  $\sigma_g$  que se obtuvieron del ajuste de las distribuciones de las partículas de la alimentación, y monitoreando las dos concentraciones  $C_o$  y  $C_f$ . Como una ecuación no es suficiente para calcular los dos parámetros desconocidos  $X'_{50}$  y  $\sigma_g$ , debemos generar una segunda ecuación, esto se puede lograr repitiendo el experimento variando ligeramente la caída de presión, y determinando las concentraciones  $C_o$  y  $C_f$  para esta segunda condición. Se supondrá que el valor de  $\sigma_s$  no varía con un cambio pequeño en la caída de presión. Estos cálculos pueden llevarse a cabo por medio con la ayuda de una computadora.

#### 2.3.1.4.4 Cálculo del Punto de Corte a Través de una Relación Lineal Obtenida por Doheim y Colaboradores (Doheim et al, 1985).

El control del proceso de clasificación mediante hidrociclones que se lleva a cabo durante el procesamiento de algunos minerales requiere de un método para determinar en forma rápida el punto reducido de corte, por lo cual Doheim y colaboradores realizaron un estudio mediante el cual obtuvieron una ecuación lineal sencilla que relaciona la recuperación de sólidos en el efluente inferior con el punto de corte reducido:

$$X'_{50} = 195.466 - 1.786 \cdot RS_U \quad (2-48)$$

en la cual,

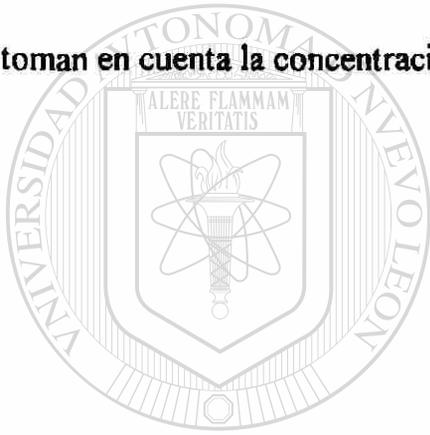
$RS_U$  = recuperación de sólidos en el efluente inferior (% peso de sólidos en el efluente inferior)

$X'_{50}$  = punto de corte reducido, en micrones

Dicha ecuación fue obtenida a partir de suspensiones con concentraciones altas de sólidos en la alimentación ( entre 10 y 40% en vol.) y que presentaban distribuciones por tamaños amplias.

#### 2.3.1.4.5 Correlaciones que no Consideran la Concentración de la Alimentación para la Evaluación del Punto de Corte

Varios autores han propuesto diversas correlaciones para evaluar el punto de corte, algunas de ellas son empíricas y otras son teóricas. Algunas de las correlaciones que no toman en cuenta la concentración de la alimentación se muestran en la tabla 4.



UANL

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN



DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

TABLA 4

**CORRELACIONES QUE NO TOMAN EN CUENTA LA CONCENTRACIÓN DE LOS SÓLIDOS EN LA ALIMENTACIÓN PARA LA EVALUACIÓN DEL PUNTO DE CORTE** (adaptada de *Dimensionless Scale-up of Hydrocyclones for Separation of Concentrated Suspensions, PhD Thesis*, por E. Ortega Rivas, University of Bradford, U.K., 1989)

FUENTE	CORRELACION	CONSIDERACIONES
Bradley	$X_{50} = \left[ \frac{18\mu m(1-R_f)}{16LQ(r_s-r)} \right]^2 \left[ \frac{2.3D_o}{D_c} \right]^n \left[ \frac{D_i^2}{\alpha} \right]$	$Q$ - flujo volumétrico $D_o, D_c, D_i$ son las dimensiones definidas en la fig.2-1. $\alpha$ y $n$ son constantes empíricas que dependen del diseño del ciclón y las propiedades del fluido.
Bradley y Pulling	$X'_{50} = \left[ \frac{3(0.38)^n D_i^2}{\alpha} \right] \left[ \frac{\mu(1-R_f) \tan(\theta/2)}{D_c Q(\rho_s - \rho)} \right]^{\frac{1}{2}}$	$n$ es el exponente de $R$ en la distribución empírica de velocidad tangencial $\alpha$ es el coeficiente de pérdida de velocidad a la entrada
Dahlstrom	$X_{50} = \frac{C(D_o \cdot D_i)^{0.68}}{Q^{0.53}} \left[ \frac{1.73}{\rho_s - \rho} \right]^{\frac{1}{2}}$	$C$ es una constante, sensible a cambios considerables en las dimensiones del ciclón. Condiciones: long.sección cilíndrica long.secc. cónica; $3'' < D_c < 14''$ ; conc. sól. menores de 20% (en peso).
Matschke y Dahlstrom	$X_{50} = \frac{87.2(D_o \cdot D_i)^{0.65}}{Q^{0.6}} \left[ \frac{1}{\rho_s - \rho} \right]^{\frac{1}{2}}$	Matschke y Dahlstrom modificaron la ecuación ant. dada por Dahlstrom para hacerla aplicable a ciclones de diámetro pequeño cuyo ángulo en la sección cónica sea de $10^\circ$ .
Yoshioka y Ito	$X_{50} = 0.2 D_c^{0.1} D_i^{0.6} D_o^{0.8} \left[ \frac{\mu}{Q(\rho_s - \rho)} \right]^{\frac{1}{2}}$	Esta ecuación se expresa en el SI de unidades La constante 0.2 fue determinada experimentalmente
Haas et al.	$X_{50} = 5 \times 10^3 \left[ \frac{D_c \cdot \mu}{\Delta P^{1/2} (\rho_s - \rho)} \right]^{\frac{1}{2}}$	$X_{50}$ está dado en micrones $D_c$ en pulgadas $\mu$ en lb/plg <sup>2</sup> $\rho_s$ y $\rho$ en lb/pt <sup>3</sup> $\Delta P$ en pies de fluido
De Gelder	$X_o = D_o \left[ \frac{0.349 \text{Re}(D_c - k \cdot D_o)}{D_i} \right] \left[ \frac{\rho_s - 1}{\rho} \right]^{\frac{1}{2}}$	$Re$ es el número de Reynolds $X_o$ es el diámetro de partícula que no fue recolectado, por ejemplo con una eficiencia centrífuga de 0% $k$ es una constante que es igual a $D_i^2 / D_o \cdot D_c$
Lilge y Platt	$X'_{50} = \frac{0.304 D_c^{1.5}}{d_1^{0.87} 1 - (1 d_2)^{0.8}} \left[ \frac{\mu(1-R_f) \tan(\theta/2)}{(\rho_s - \rho)Q} \right]^{\frac{1}{2}}$	$d_1 = D_c / D_i$ ó $d_1 = D_c / \sqrt{4A_i / \pi}$ para entradas no circulares; $d_2$ es la relación de diámetro del cono al ancho de la entrada (para entradas no circulares)
Trawinsky	$X_{50} = k_1 \left[ \frac{18\mu}{(\rho_s - \rho)g} \right]^{0.5} \left[ \frac{k_2 D_i (gH)^{0.5} D_c}{4\pi dH} \right]^{0.5}$	$k_1, k_2$ - constantes $H$ = caída de presión en metros de agua
Lynch y Rao	$\log X'_{50} = D_o / 26 - D_i / 35 + \Delta P / 107 - Q_o / 52 + K$	$X'_{50}$ está en micrones; $D_o$ y $D_i$ en pulgadas; $Q_o$ (flujo másico de líquido en el efluente superior) en ton/hr; y $K$ depende del material y del hidrociclón

2.3.1.4.6 Correlaciones que Toman en Cuenta la Concentración de los Sólidos en la Alimentación para el Cálculo del Punto de Corte.

TABLA 5

**CORRELACIONES QUE SÍ CONSIDERAN LA CONCENTRACIÓN DE LOS SÓLIDOS EN LA ALIMENTACIÓN PARA LA EVALUACIÓN DEL PUNTO DE CORTE** (adaptada de *Dimensionless Scale-up of Hydrocyclones for Separation of Concentrated Suspensions, PhD Thesis, por E.Ortega Rivas, University of Bradford, U.K., 1989*)

FUENTE	CORRELACIÓN	CONSIDERACIONES
Lynch & Rao	$\log X'_{50} = .04D_o - .0576D_u + .0366D_i + .0299C_w - .0001Q$	$C_w$ : conc. de la alimentación ( en peso ) $X'_{50}, D_o, D_u, D_i$ [=] cm $Q$     litros/seg.
Paneskar & Sarma	$\frac{X_{max}}{D_c} = 45 \times 10^4 \left[ \frac{D_o^{.08} D_c}{D_i^{.11} D_u^{.07}} \right] \left[ \frac{X_{max} \cdot v_i}{\nu} \right]^{.04} \left[ \frac{v_i}{g \cdot D_c} \right]^{.04} C_w^*$	$\nu$ : viscosidad cinemática del líquido $v_i$ : veloc. de entrada de la alimentación $C_w^*$ =conc. de la alimentación [=] masa de sólidos/ masa de material
Schubert & Neesse	$X_{50} = 2.69 k_d \left[ \frac{\mu \cdot D_c \cdot \ln [0.91 (D_o \cdot D_u)^3]}{(\rho_s - \rho)(1 - C_v)^3 (\Delta P)^{1/2}} \right]^{1/2}$ donde $k_d = \left[ 220 X_s \left( \frac{\rho_s - \rho}{D_c} \right)^{1/2} \right]^m$	$m$ : 5D para $D_c < 0.1$ m. y 0.5 para $D_c > 0.1$ m. $X_s$ : mediana de tamaño del material de alimentación expresada en masa
Plitt	$X'_{50} = \frac{50.5 D_c^{.046} D_i^{.06} D_o^{.121} \mu^{.12} \exp(0.063 C_v)}{D_u^{.071} (L-1)^{.38} Q^{.45} (\rho_s - \rho)^{.12}}$	$C_v$ [=] % en volumen; $X'_{50}$ [   ] m; $D_c, D_i, D_o, D_u, L, l$ [=] cm; $Q$ [=] l/min; $\rho_s, \rho$ [=] g/ml; $\mu$ [=] cp
Svarovsky	$\frac{X_{50}}{D_c} = k_1 \left[ \frac{\mu \cdot D_c}{Q(\rho_s - \rho)} \right]^{1/2} (1 - R_f)^{1/2} \exp(k_2 \cdot C_v)$	$k_1$ : 0.034-0.036; $k_2$ : 3.1-3.23 (para unidades simples) $k_1$ : 0.46; $k_2$ : 2.30 (unidades múltiples)
Pecanha & Massarani	$\frac{X_{50}}{D_c} = k_1 \left[ \frac{\mu \cdot D_c}{Q(\rho_s - \rho)} \right]^{1/2} \exp(k_2 \cdot C_v)$	$k_1$ - 0.056; $k_2$ - 4.0 dimensionalmente consistente
Auterburn	$X'_{50} = (2.84 D_c^{.066}) \left( \frac{53 - C_v^{-.143}}{53} \right) (3.27 \Delta P^{.028}) \left( \frac{1.65}{\rho_s - \rho} \right)^{1/2}$	Condiciones estándar de geometría y de operación; $\rho_s, \rho$ : densidades específicas de los sólidos y el líquido, respectivamente
Lees	$X'_{50} = k_1 \exp(k_2 \cdot C_v)$	$k_1, k_2$ son constantes para las condiciones de diseño y operación dadas
Doheim, Ibraheim & Ahmed	$X'_{50} = 2.31 D_o^{.0829} D_u^{.063} C_w^{.0312} l^{.0185}$	$C_w$ : concentración de la alimentación (en peso) $X'_{50}$ [=] $\mu$ m; $D_o, D_u, l$ [   ] mm

### 2.3.2 Capacidad de un Hidrociclón.

La capacidad  $Q$  de un hidrociclón depende principalmente de la caída de presión.

La relación existente entre  $Q$  y  $\Delta p$  se deducirá a partir de la teoría desarrollada para el flujo de fluidos a través de una tubería.

La pérdida de presión que ocurre cuando un fluido se desplaza a través de una tubería está dada por

$$\Delta p = k\lambda \rho_f v^2 \quad (2-49)$$

donde  $v$  es la velocidad lineal del fluido,  $\lambda$  es la relación  $L_t/D_t$  (en la cual  $L_t$  y  $D_t$  son la longitud y el diámetro interno de la tubería, respectivamente),  $\rho_f$  es la densidad de la suspensión y  $k$  es el factor de fricción, que depende de la rugosidad y forma de la tubería.

La velocidad puede ser calculada a partir del flujo volumétrico,  $Q$ , y el área de la sección transversal al flujo,  $\pi D_t^2/4$ .

$$v = \frac{Q}{\pi D_t^2 / 4} \quad (2-50)$$

Sustituyendo la expresión anterior en la ecuación (2-49) y reacomodando se obtiene:

$$Q = K_2 \lambda^{-0.5} D_t^2 (\Delta p / \rho_f)^{0.5} \quad (2-51)$$

en la que  $K_2 = (\pi/4)/k^{0.5}$ .

Podemos considerar un hidrociclón como una tubería con un diámetro promedio igual a  $(D_c/D_o)^{0.5}$ , y que posee una sección intermedia con un ensanchamiento y ángulos.

Por lo tanto, la ecuación (2-51) se transforma en la siguiente expresión:

$$Q = K_3 D_c / D_o (\Delta p / \rho_f)^{0.5} \quad (2-52)$$

donde  $K_3 = K_2 \lambda^{-0.5}$ ; los valores para  $K_3$  oscilan entre 0.8 y 1.4 dependiendo de las características dimensionales del hidrociclón.  $Q$  se expresa en  $m^3/h$ ;  $D_c$  y  $D_o$  en cm,  $\Delta p$  en bares y  $\rho_f$  en  $g/cm^3$ .

Trawinsky (Trawinsky,1977) menciona que esta expresión correlaciona en forma adecuada la capacidad con la caída de presión que ocurre en un hidrociclón.

## 2.4 Efecto de las Variables de Operación y de Diseño en el Funcionamiento de un Hidrociclón

El mecanismo de operación de un hidrociclón es bastante complejo, ya que su funcionamiento depende de una amplia gama de factores que son aportados tanto por la suspensión que se intenta separar, como por el diseño del aparato.

### 2.4.1 Variables de Operación.

♦Caída de presión. Para que la suspensión se mueva a través de la unidad debe existir cierta caída de presión. Al aumentar la caída de presión el punto de corte disminuirá, y la eficiencia así como la capacidad de flujo aumentarán, es decir, la recuperación de sólidos obtenida en el espesado se vería elevada, sin embargo, esta medida es antieconómica, ya que se requerirían caídas de presión muy grandes para lograr un aumento significativo en la eficiencia. Además, Trawinsky en (Trawinsky,1977) recomienda usar caídas de presión máximas de 3 bares, y como máximo de 4 bares con hidrociclones de diámetro pequeño.

♦ **Concentración de los sólidos presentes en la alimentación.** Esta es una variable muy importante, la cual tiene efecto sobre la eficiencia del proceso de separación. Se ha observado que la eficiencia disminuye cuando la concentración de sólidos en la alimentación se incrementa; esto se debe a que cuando aumenta la concentración de la alimentación tiene que incrementarse la relación  $R_f$  ( $R_f=U/Q$ ) de tal modo que se permita la descarga de un mayor volumen de sólidos en el espesado, y para lograr esto es preciso aumentar el diámetro de la boquilla inferior de salida. Por esta razón, la mayoría de los hidrociclones se encuentran equipados con orificios de salida del espesado de diámetro variable o con boquillas intercambiables.

♦ **Diferencia de densidades.** Al igual que ocurre con otras técnicas de separación sólido-líquido debe existir una diferencia de densidades entre las fases involucradas para que se lleve a cabo la separación. Si las densidades de la partícula y del fluido son iguales, la fuerza de flotación o de empuje debida a la inmersión de la partícula en el fluido contrarrestará a cualquier fuerza externa (de gravedad o centrífuga) por grande que sea, y la partícula no se podrá mover en el seno del fluido. Cuanto mayor sea la diferencia de densidad, tanto más eficaz será el proceso de separación.

♦ **Viscosidad.** Se ha visto que la viscosidad del medio, así como al reología de la suspensión tienen efecto sobre el funcionamiento de un hidrociclón, como se tratará cuando se hable acerca de los modelos de escalamiento adimensional desarrollados para fluidos con comportamiento newtoniano y no newtoniano.

♦ **Efecto de la rugosidad de las paredes del ciclón.** Los hidrociclones con paredes rugosas muestran eficiencias más bajas que los que poseen paredes lisas, esto se debe

principalmente a que el movimiento del fluido se ve retardado por la rugosidad de las paredes, provocando que disminuya la fuerza centrífuga, la cual tiene efecto sobre la separación.

#### 2.4.2 Variables de Diseño

•Diámetro del ciclón,  $D_c$ . Una de las variables de diseño más importantes es el diámetro de la sección cilíndrica, ya que tiene efecto sobre la eficiencia y sobre la relación  $Q/\Delta\rho$ . Además, las otras dimensiones generalmente se encuentran relacionadas con este diámetro.

•Diámetro de la boquilla de salida del espesado,  $D_u$ . Otra dimensión muy importante es el diámetro de la boquilla de salida del concentrado debido a que controla la relación conocida como  $R_r$ , sin embargo, es difícil predecir con exactitud su tamaño, por lo que es frecuente utilizar boquillas reemplazables o con diámetros ajustables, de tal modo que aunque las condiciones de operación varíen se pueda mantener constante la concentración del espesado.

•Materiales de construcción: Los materiales de construcción más comunes son el acero, aluminio y plásticos como el poliuretano.

### 2.5 Diseño y Selección de Hidrociclones

Generalmente, el diseño y selección de hidrociclones se hace en base a fórmulas analíticas, gráficas especificaciones del fabricante.

Las correlaciones mostradas anteriormente para calcular el punto de corte y la capacidad de los hidrociclones pueden ser utilizadas como una primera aproximación, sin embargo, la mayoría de estas correlaciones podrían no ser aplicables a escala industrial debido a que fueron desarrolladas usando suspensiones de baja concentración y unidades pequeñas, por lo tanto, para la aplicación a nivel industrial se ha propuesto el uso de sistemas de multi-ciclones en paralelo, ya que no sería adecuado diseñar unidades de gran tamaño debido a que también se ha observado que la eficiencia disminuye con el tamaño del ciclón.

Varios autores han desarrollado gráficas o nomogramas para estimar los posibles efectos de las variables de operación sobre el funcionamiento de los hidrociclones, sin embargo, se recomienda usar dichas gráficas sólo como una guía (Ortega-Rivas, 1989).

Debido a que los hidrociclones involucran un gran número de variables durante su funcionamiento, rara vez se pueden hacer generalizaciones sobre sus características de operación, por lo cual la elección basada en relaciones semi-empíricas o modelos se encuentra limitada a las condiciones para las cuales fueron desarrolladas, y solo pueden ser usadas como una aproximación. Basados en lo anterior podemos decir que la tarea de seleccionar un diseño de hidrociclón resulta muy difícil; por esta razón se ha propuesto recientemente un método adimensional (Ortega-Rivas y Svarovsky, 1993). Dicho método consiste en seleccionar una geometría determinada para el hidrociclón, y mediante el uso de una serie de relaciones adimensionales generar correlaciones entre las variables de operación y de diseño.

Mientras que para los ciclones de gas existen varias geometrías, para el caso de los ciclones de líquidos solo se tienen dos familias de hidrociclones geoméricamente similares que han sido ampliamente estudiadas, se trata de las geometrías propuestas por Rietema y Bradley (TABLA 6). Aunque también existen otras geometrías, éstas han sido menos estudiadas.

TABLA 6

FAMILIAS DE HIDROCICLONES GEOMÉTRICAMENTE SIMILARES

Ciclón	$D_i / D_c$	$D_o / D_c$	$t / D_c$	$L_1 / D_c$	$L / D_c$	$\theta$
Rietema	0.28	0.34	0.40	-	5.0	$10^\circ - 20^\circ$
Bradley	1 / 7	1 / 5	1 / 3	1 / 2	-	$9^\circ$

2.5.1 Escalamiento Adimensional

Este procedimiento básicamente consiste en combinar las variables involucradas y agruparlas de tal modo que se tenga el menor número de grupos adimensionales, posteriormente se buscan las correlaciones existentes entre dichos grupos adimensionales tomando como base la teoría existente y los datos experimentales.

2.5.1.1 Definición de los Grupos Adimensionales Involucrados.

Debido a que el funcionamiento de los hidrociclones involucra un gran número de variables, la utilización de grupos adimensionales representa una ventaja obvia.

Para el caso de los hidrociclones, su selección y operación se encuentra basada en la relación que existe entre la capacidad ( $Q$ ) y la caída de presión ( $\Delta p$ ), y entre la eficiencia ( $X'_{50}$ ) y la capacidad ( $Q$ ).

La relación entre caída de presión versus capacidad generalmente se expresa en términos del número de Euler ( $Eu$ ) y el número de Reynolds ( $Re$ ):

$$Eu = f(Re) \quad (2-53)$$

El número de Euler es un factor de pérdida de presión basado en la caída de presión estática  $\Delta p$  a través del ciclón:

$$Eu = 2 \Delta p / \rho u^2 \quad (2-54)$$

donde  $\rho$  es la densidad del fluido.

El número de Reynolds define las características de flujo del sistema, y para el caso de los hidrociclones se puede tomar el diámetro del cuerpo del ciclón,  $D_c$ , como la dimensión característica:

$$Re = \frac{D_c u \rho}{\mu} \quad (2-55)$$

donde  $\mu$  es la viscosidad del medio.

— La relación entre la eficiencia de la separación y la capacidad de flujo no se encuentra influenciada en forma significativa por las variables de operación, y se expresa en términos del punto de corte  $X_{50}$ . Como ya se mencionó, el uso del punto de corte como definición de eficiencia es muy importante, ya que el funcionamiento de los hidrociclones depende fuertemente del tamaño de partícula. Dado que el punto de corte involucra la probabilidad de que un cierto tamaño de partícula sea separado, se hace la suposición de que las partículas se encuentran bajo la influencia de ciertas fuerzas ejercidas en la suspensión. Dichas fuerzas pueden ser analizadas en base a la teoría de la sedimentación, por lo que se utiliza el grupo adimensional conocido como número de Stokes.

La deducción del número de Stokes para el caso de los hidrociclones se realiza a continuación:

Consideremos que se tiene un tanque de longitud  $L$  y ancho  $W$ , por lo tanto, el área de sedimentación sería igual a  $A=LW$ , y si la profundidad de dicho tanque es  $H$ , el volumen de retención será  $V=AH$ . Con un flujo  $Q$  ( $m^3/h$ ) a través del tanque, el tiempo de retención se encuentra dado por:

$$t_d = V / Q \quad (2-56)$$

Las partículas a ser removidas serán aquellas que sedimenten bajo la acción de la gravedad recorriendo la profundidad  $H$  en un tiempo  $t_s$ , donde

$$t_s = H / v_g \quad (2-57)$$

siendo  $v_g$  la velocidad de sedimentación definida en la ecuación (2-15)

Se puede observar que solamente serán removidas aquellas partículas cuyo tiempo de sedimentación  $t_s$  sea menor o igual a  $t_d$ , por lo tanto, haciendo  $t_s = t_d$  es posible definir un "punto de corte" o tamaño de separación de la siguiente manera,

$$H / v_g = V / Q \quad (2-58)$$

despejando  $v_g$

$$v_g = H Q / V \quad (2-59)$$

sustituyendo  $H / V$  por  $1/ A$  la ecuación anterior queda,

$$v_g = Q / A \quad (2-60)$$

igualando las ecuaciones (2-15) y (2-60) podemos obtener una expresión para el tamaño límite de las partículas que sedimentarán,

$$\frac{X^2(\rho_s - \rho)g}{18\mu} = \frac{Q}{A} \quad (2-61)$$

$$X^2 = \frac{18\mu Q}{g(\rho_s - \rho)A} \quad (2-62)$$

Para el caso de la sedimentación centrífuga, la aceleración de la partícula no se produce debido a la fuerza de gravedad, sino que se debe a la fuerza centrífuga, por lo tanto, se sustituye  $g$  por  $R\omega^2$ , que es la expresión para la aceleración producida por una fuerza centrífuga en el movimiento circular, y la ecuación anterior se transforma en:

$$X^2 = \frac{18\mu Q}{R\omega^2(\rho_s - \rho)A} \quad (2-63)$$

Dado que la velocidad angular  $\omega$  es igual a  $v_t/R$ , donde  $v_t$  es la velocidad tangencial y  $R$  representa el radio de giro de la partícula; la ecuación anterior puede expresarse de la siguiente forma

$$X^2 = \frac{18\mu QR}{v_t^2(\rho_s - \rho)A} \quad (2-64)$$

La velocidad radial de sedimentación en un hidrociclón se debe a la aceleración centrífuga, la cual es directamente proporcional al cuadrado de la velocidad tangencial de la partícula e inversamente proporcional al radio de posición de la partícula. Suponiendo que el movimiento tangencial de la partícula no presenta oposición, podemos considerar que la velocidad tangencial de dicha partícula es igual a la componente tangencial de la velocidad del fluido en el mismo punto. Para el mismo régimen de flujo, las velocidades en cualquier punto del flujo del hidrociclón tienen la particularidad de ser proporcionales a la velocidad característica  $u$ ; y los radios de posición son proporcionales al diámetro del ciclón  $D_c$  (Ortega-Rivas, 1989). Teniendo en cuenta tales suposiciones, la ecuación (2-64) se transforma en:

$$X^2 = \frac{18\mu QD_c}{u^2(\rho_s - \rho)A} \quad (2-65)$$

Si consideramos la velocidad superficial en el cuerpo del hidrociclón,  $v$ , como la velocidad característica, y si el flujo volumétrico  $Q$  es igual a  $A \cdot v$ , donde el área  $A$  es igual a  $\pi D_c^2/4$ , obtenemos la siguiente expresión:

$$X^2 = \frac{18\mu D_c}{v(\rho_s - \rho)} \quad (2-66)$$

Rearreglando la ecuación anterior obtenemos el grupo adimensional conocido como número de Stokes:

$$Stk = \frac{X^2(\rho_s - \rho)v}{18\mu D_c} \quad (2-67)$$

Si reemplazamos el parámetro  $X$  por el punto de corte  $X_{50}$ , y por el punto reducido de corte  $X'_{50}$  ó  $X_{50}(R)$ , obtendremos las ecuaciones (2-68) y (2-69), respectivamente.

$$Stk_{50} = \frac{(X_{50})^2(\rho_s - \rho)v}{18\mu D_c} \quad (2-68)$$

$$Stk_{50}(R) = \frac{(X'_{50})^2(\rho_s - \rho)v}{18\mu D_c} \quad (2-69)$$

### 2.5.1.2 Escalamiento a Concentraciones Bajas.

A bajas concentraciones de sólidos, el patrón de flujo en un hidrociclón no es afectado por la presencia de partículas en el flujo, y la interacción partícula-partícula se puede considerar despreciable. Además, debido a que solo se reportan pocas partículas en el efluente inferior, la relación  $R_f$  es pequeña, por lo tanto, podemos suponer que dicha relación no tiene efecto sobre el punto de corte. Del análisis dimensional y las teorías de

separación en hidrociclones se han obtenido dos expresiones que relacionan los tres números adimensionales mencionados anteriormente:

$$Stk \cdot Eu = cte \quad (2-70)$$

y

$$Eu = K_p (Re)^{n_p} \quad (2-71)$$

donde  $cte$ ,  $K_p$  y  $n_p$  son constantes determinadas experimentalmente para una familia de hidrociclones geoméricamente similares; Svarovsky (Svarovsky,1984) establece que el valor del exponente  $n_p$  generalmente se encuentra entre 0.2 y 0.4.

### 2.5.1.3 Escalamiento para Concentraciones Altas.

Cuando se trabaja con concentraciones altas, la cantidad de sólidos que se reportan en el efluente inferior es considerable, por lo tanto, la relación  $R_f$  se incrementa y no podemos seguir suponiendo que  $R_f$  no ejerce influencia sobre el punto de corte. Por esta razón, la concentración de la alimentación  $C_f$ , tiene que incluirse en los modelos adimensionales que se desarrollen para concentraciones altas. Considerando lo anterior, Svarosky y Marasinghe han desarrollado la siguiente expresión:

$$Stk_{30}(R) = k_1(1 - R_f) \exp(k_2 C_f) \quad (2-72)$$

en la cual  $Stk_{30}(R)$  involucra al punto reducido de corte;  $R_f$  es la relación de los flujos volumétricos inferior y de alimentación; y  $k_1$ ,  $k_2$  son constantes empíricas que dependen de la configuración del hidrociclón y de las propiedades de las partículas sólidas.

### 2.5.1.4 Consideraciones para el Comportamiento no Newtoniano

Todas las ecuaciones mencionadas hasta el momento son aplicables a fluidos cuyo comportamiento reológico es newtoniano, sin embargo, muchas de las suspensiones reales que se utilizan en la industria presentan un comportamiento no newtoniano, como sabemos, en este tipo de fluidos la viscosidad no es constante, por lo tanto, su comportamiento de flujo debe evaluarse por otros medios. Lo anterior hace necesario que se incluyan los parámetros que tomen en cuenta el carácter no newtoniano de las suspensiones en los grupos adimensionales ya mencionados. Antes de describir las ecuaciones desarrolladas para el caso de fluidos no newtonianos se describirá brevemente la clasificación de los fluidos en base a su comportamiento reológico.

2.5.1.4.1 Fluidos Newtonianos y no Newtonianos. La viscosidad es una medida de la fricción interna que experimenta un fluido debido a la atracción molecular, la cual hace que el fluido presente cierta resistencia a fluir. Dicha fricción se hace evidente cuando una capa de fluido es forzada a moverse en relación a otra capa; mientras más grande sea la fricción, mayor será la cantidad de fuerza requerida para causar este movimiento, la cual se denomina *fuerza de cizalla o de corte*; por lo tanto, los fluidos con alta viscosidad requerirán una fuerza mayor para moverse que los fluidos de viscosidad menor.

Isaac Newton definió la viscosidad por medio del diagrama que se presenta en la figura 17. En esta figura se muestran dos placas paralelas de fluido con la misma área  $A$ , las cuales se encuentran separadas por una distancia  $\alpha x$  y que se mueven en la misma dirección pero a velocidades diferentes  $u_1$  y  $u_2$ ; Newton supuso que la fuerza requerida

para mantener esta diferencia de velocidades era proporcional a la diferencia de velocidad a través del líquido o gradiente de velocidad:

$$\frac{F}{A} = \mu \frac{du}{dx} \tag{2-73}$$

donde  $\mu$  es constante para un fluido determinado y se conoce como *viscosidad*.

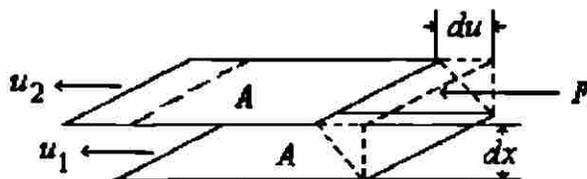


Figura 17. Definición de Viscosidad.

El gradiente de velocidad,  $du/dx$ ; es una medida de la velocidad a la cual las capas intermedias de fluido se mueven con respecto a las otras y nos describe el cizallamiento o corte que el líquido experimenta, por esta razón se le denomina *velocidad de deformación*,  $\dot{\phi}$ , y sus unidades son segundos<sup>-1</sup>. El término  $F/A$  indica la fuerza por unidad de área que se requiere para producir la acción de cizallamiento, denominado esfuerzo cortante,  $\tau$ . Usando los términos anteriores, la viscosidad puede definirse matemáticamente a través de la siguiente fórmula:

$$\mu = \frac{\tau}{\dot{\phi}} \tag{2-73a}$$

Newton supuso que la viscosidad de una sustancia es independiente de la velocidad de deformación, a una temperatura dada. A continuación veremos que esta suposición no siempre se cumple (Brookfield Instruments).

El hecho de que en cada punto de un fluido que se encuentra en movimiento exista un esfuerzo cortante y una variación del mismo, sugiere que estas magnitudes pueden relacionarse. El acoplamiento entre las mismas y las distintas formas que puede tomar la relación entre ellas, constituye el tema de la reología (McCabe y Smith, 1981).

El tipo de comportamiento de flujo que Newton supuso para todos los fluidos se conoce como "Newtoniano". Sin embargo, éste es solo uno de los diferentes tipos de comportamientos que podemos encontrar. La gráfica de un fluido newtoniano se encuentra representada por la recta 1 de la figura 18. Dicha recta nos muestra que la relación entre esfuerzo cortante y velocidad de deformación es una línea recta, y que la viscosidad permanece constante para diferentes valores de la velocidad de deformación:

$$\tau = \mu_a \dot{\phi} \quad (2-74)$$

donde la constante de proporcionalidad  $\mu_a$  se conoce como viscosidad absoluta. Ejemplos de dichos fluidos son los gases, las soluciones verdaderas y los líquidos no coloidales.

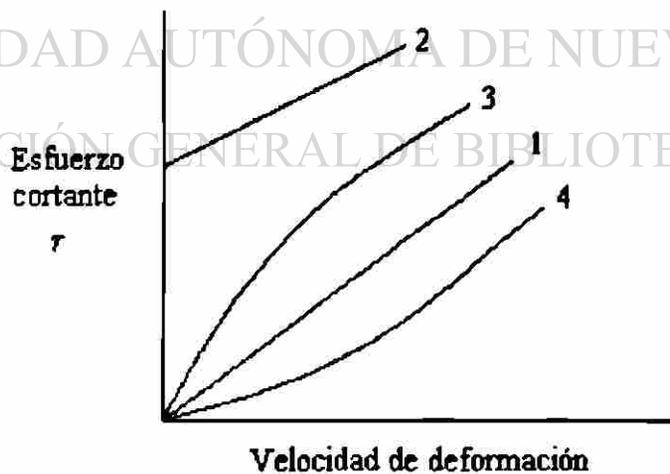


Figura 18. Gráfica de Esfuerzo Cortante Frente al Gradiente de Velocidad para Fluidos Newtonianos y no Newtonianos (1, Newtoniano; 2, Plástico de Bingham; 3, Pseudoplástico; 4, Dilatante).

Las curvas restantes de la figura 18 representan el comportamiento reológico de los fluidos llamados no newtonianos. Estos se definen en términos generales como aquellos fluidos en los que la relación esfuerzo cortante-velocidad de deformación no es constante; es decir, cuando la velocidad de deformación cambia, el esfuerzo cortante no varía en la misma proporción; por lo tanto, la viscosidad de dichos fluidos variará con la velocidad de deformación. Existen varios tipos de comportamiento no newtoniano, basados en la manera en que la viscosidad del fluido cambia con las variaciones en la velocidad de deformación. Los tipos más comunes de fluidos no newtonianos (independientes del tiempo) son:

**Plásticos de Bingham.** - Este tipo de fluidos se comportarán como un sólido bajo condiciones estáticas; para que comiencen a fluir se les deberá aplicar una cierta cantidad de fuerza,  $\tau_o$ , y entonces fluyen linealmente para esfuerzos mayores que  $\tau_o$ ; la curva 2 representa el caso de este tipo de fluidos conocidos como plásticos de Bingham, cuya ecuación reológica es la siguiente:

$$\tau = \tau_o + K \dot{\gamma} \quad (2-75)$$

en la que  $K$  es una constante. Podemos mencionar como ejemplos de fluidos plásticos de Bingham, las suspensiones de roca en agua, la pasta de dientes y la salsa catsup.

**Pseudoplásticos.** - La curva 3 representa un fluido pseudoplástico, este tipo de fluidos mostrará un decremento en la viscosidad conforme la velocidad de deformación aumenta. Entre los ejemplos más comunes de este tipo de fluidos están las suspensiones de pulpa de papel o pigmentos y las pinturas.

**Dilatantes.**- Los materiales dilatantes presentan un comportamiento reológico opuesto a los pseudoplásticos. La curva 4 nos muestra la forma típica de la curva de flujo en la que se puede observar que la viscosidad se incrementa con la velocidad de deformación. Este tipo de fluidos son menos comunes que los pseudoplásticos, pero se puede observar en fluidos que contienen altos niveles de sólidos sin flocular, como las suspensiones de almidón o mica en agua, arenas movedizas y arena de playa (Perry y Green,1984). Los fluidos pseudoplásticos y dilatantes siguen frecuentemente una ley potencial, llamada también ecuación de Ostwald-de Waele,

$$\tau = K(\dot{\gamma})^n \quad (2-76)$$

si graficamos la expresión anterior en coordenadas logarítmicas la curva de flujo toma la forma de una línea recta, donde  $n$  representa la pendiente y  $K$  es el valor de la intersección de la recta con el eje de las ordenadas en  $\dot{\gamma} = 1$ .

#### 2.5.1.4.2 Expresión del Número de Reynolds para Fluidos no Newtonianos. A

partir de la teoría del flujo de fluidos a través de tuberías y suponiendo que el flujo del fluido se debe principalmente a las fuerzas viscosas, se utilizará la ecuación de Poiseuille, la cual muestra el comportamiento existente entre el esfuerzo cortante sobre la pared de la tubería,  $\tau_w = D \Delta p / 4L_t$ , y la relación  $8u/D$ ; donde  $D$  es el diámetro de la tubería,  $\Delta p$  es la caída de presión,  $L_t$  es la longitud de la tubería,  $u$  es la velocidad media del fluido. En la figura 19 se muestra una curva típica. Para aquellos fluidos a los que se aplica la ley de la potencia, de la ecuación teórica del flujo se obtiene la siguiente expresión:

$$\tau_w = \frac{D\Delta p}{4L_t} = K \left( \frac{8u}{D} \right)^n \quad (2-77)$$

donde  $n'$  es la pendiente de la línea que se obtiene al representar gráficamente  $D \Delta p/4L_t$  en función de  $8u/D$  en coordenadas logarítmicas y se denomina índice de comportamiento de flujo; para el caso de fluidos pseudoplásticos tenemos que  $n' < 1$ , para los dilatantes  $n' > 1$ , y para los fluidos newtonianos  $n' = 1$ . El término  $K'$ , índice de consistencia de flujo, es el valor de  $D \Delta p/4L_t$  para  $8u/D = 1$ . En el caso de fluidos newtonianos,  $K' = \mu$ .

Para aquellos fluidos donde se aplica la ecuación (2-77),  $K'$  y  $n'$  se pueden determinar con ayuda de un viscosímetro rotacional. La constante  $K'$  puede relacionarse con el parámetro  $K$  de la ecuación (2-76), en (Perry y Green, 1984) se menciona que ha sido demostrado para muchos fluidos que  $n' = n$  y  $K'$  se puede obtener por medio de la siguiente fórmula,

$$K' = K \left( \frac{3n + 1}{4n} \right)^n \quad (2-78)$$

donde  $K$  y  $n$  se obtienen de la ecuación (2-76).

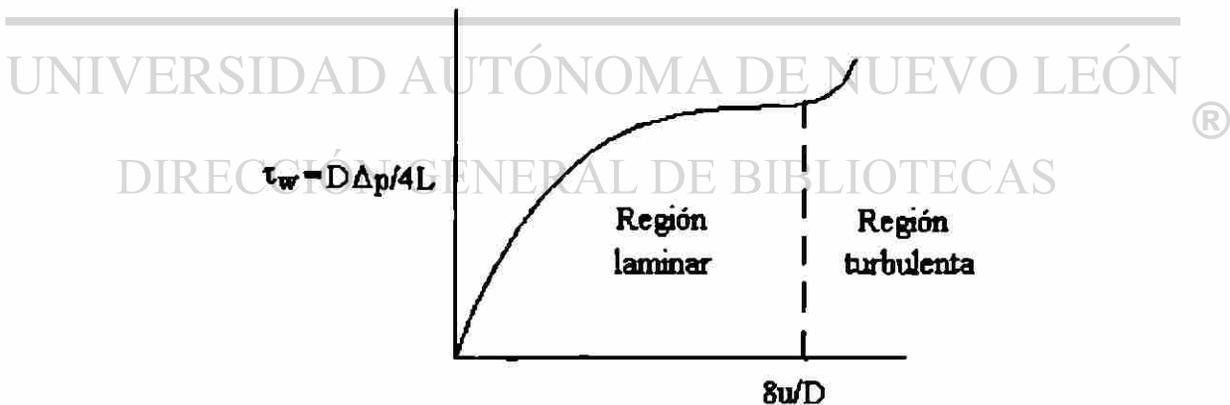


Figura 19. Curva de Flujo General

Para encontrar la expresión que defina un número de Reynolds aplicable a fluidos puramente viscosos que se encuentren bajo condiciones de flujo laminar usaremos la

ecuación (2-77) para sustituir  $\tau_w$  en la definición del factor de Fanning (ecuación 2-79)

que comúnmente conocemos:

$$f = \frac{\tau_w}{\rho u^2 / 2} \quad (2-79)$$

$$f = \frac{K \left( \frac{8u}{D} \right)^{n'}}{\rho u^2 / 2} \quad (2-80)$$

obteniéndose,

$$f = \frac{16 \phi}{D^{n'} u^{2-n'} \rho} \quad (2-81)$$

donde  $\phi = K' 8^{n'-1}$  que se denomina coeficiente de viscosidad para fluidos que siguen la ley de la potencia, y todas las demás variables ya fueron definidas anteriormente.

Suponiendo que  $f = 16 / \text{Re}$ , obtenemos una expresión generalizada para el número de Reynolds:

$$\text{Re}^* = \frac{D^{n'} u^{2-n'} \rho}{\phi} \quad (2-82)$$

Para fluidos newtonianos  $n'=1$ ,  $K' = \mu$ , de tal manera que  $\phi$  se reduce a  $\mu$ , y el número de Reynolds generalizado  $\text{Re}^*$  se transforma en la expresión comúnmente conocida para el número de Reynolds  $\frac{Du\rho}{\mu}$ , lo cual muestra que la expresión anterior es un caso particular de la ecuación (2-82).

### 2.5.1.4.3 Deducción de la Expresión para el Coeficiente de Rozamiento $C_D$ Dentro de la Región de Flujo Laminar.

Recordaremos que cuando una partícula se mueve a través de un fluido existe una fuerza de rozamiento que actúa sobre dicha partícula oponiéndose a su movimiento; dicha fuerza de rozamiento  $F_D$  puede expresarse de la siguiente forma:

$$F_D = C_D A \frac{\rho v_r^2}{2} \quad (2-83)$$

en la cual  $v_r$  es la velocidad relativa partícula-fluido,  $\rho$  es la densidad del fluido,  $A$  es el área proyectada de la partícula en la dirección del movimiento y  $C_D$  es el coeficiente de proporcionalidad denominado coeficiente de rozamiento. Se ha encontrado por medio del análisis dimensional que el coeficiente de rozamiento de un sólido liso en un fluido no compresible depende del número de Reynolds y de los factores de forma que sean necesarios. Para partículas esféricas que se mueven a través de un fluido se define el siguiente número de Reynolds:

$$Re_p = \frac{X v_r \rho}{\mu} \quad (2-84)$$

donde  $Re_p$  es el número de Reynolds de las partículas,  $X$  es el diámetro de la partícula, y las demás variables ya han sido definidas con anterioridad.

Para números de Reynolds bajos, la fuerza de rozamiento que actúa sobre una esfera cumple la ecuación conocida como ley de Stokes, que se expresa como

$$F_D = 3 \pi \mu v_r X \quad (2-85)$$

Al combinar las ecuaciones (2-83), (2-84) y (2-85) podemos obtener la expresión del coeficiente de rozamiento para la región de flujo laminar. Igualando primero las ecuaciones (2-83) y (2-85) tendremos que,

$$C_D = \frac{6\pi\mu X}{A\rho v_r} \quad (2-86)$$

y sustituyendo  $A = \pi X^2 / 4$ ,

$$C_D = \frac{24\mu}{X\rho v_r} \quad (2-87)$$

reemplazando  $1/Re_p$  por  $\frac{\mu}{X\rho v_r}$  se obtiene finalmente

$$C_D = \frac{24}{Re_p} \quad (2-88)$$

#### 2.5.1.4.4 Deducción de la Ecuación para la Velocidad Terminal de Sedimentación.

Recordaremos que cuando una partícula se mueve a través de un fluido actúan sobre ésta tres fuerzas: 1) una fuerza externa, de gravedad o centrífuga,  $F_G$ ; 2) la fuerza de flotación o de empuje,  $F_B$  y 3) la fuerza de rozamiento,  $F_D$ , definida en la ecuación (2-83) (ver figura 20). Donde las dos primeras se definen:

$$F_G = \rho_s g V_p \quad (2-89)$$

$$F_B = \rho g V_p \quad (2-90)$$

siendo  $V_p$  el volumen de la partícula y  $\rho_s$  es la densidad de los sólidos.

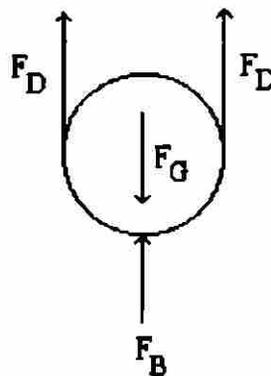


Figura 20. Fuerzas que Actúan sobre una Partícula que cae a Través de un Fluido.

Newton demostró que cuando una partícula cae dentro de un fluido en reposo, ésta sufre una aceleración hasta que la fuerza de rozamiento iguala a la fuerza gravitacional de la partícula.

La fuerza impulsora que provoca la aceleración de la partícula está dada por la diferencia entre la fuerza gravitacional y la fuerza de empuje:

$$F_G - F_B = (\rho_s - \rho)g V_p \quad (2-91)$$

Cuando la fuerza de rozamiento se iguala con dicha fuerza impulsora, la partícula se mueve con una velocidad constante denominada velocidad terminal de sedimentación,  $v_g$ ,

$$F_G - F_B = F_D \quad (2-92)$$

$$(\rho_s - \rho)gV_p = \frac{C_D A_p \rho v_g^2}{2} \quad (2-93)$$

despejando la velocidad  $v_g$  tenemos

$$v_g = \left[ \frac{2(\rho_s - \rho)g V_p}{C_D \rho A_p} \right]^{1/2} \quad (2-94)$$

Para partículas de forma esférica con diámetro  $X$ , la relación  $V_p / A_p$  queda de la siguiente forma:

$$\frac{V_p}{A_p} = \frac{4/3\pi(X/2)^3}{\pi(X/2)^2} = \frac{2}{3}X \quad (2-95)$$

Sustituyendo la relación anterior en la ecuación (2-94) obtenemos

$$v_g = \left[ \frac{4g(\rho_s - \rho)X}{3C_D \rho} \right]^{1/2} \quad (2-96)$$

Si sustituimos la ecuación que anteriormente se obtuvo para el coeficiente de rozamiento  $C_D$  (ecuación 2-88), y la expresión (2-84) para el número de Reynolds de las partículas,  $Re_p$ , la ecuación anterior se transforma en la expresión (2-15) conocida como ley de Stokes:

$$v_s = \frac{g(\rho_s - \rho)X^2}{18\mu} \quad (2-15)$$

2.5.1.4.5 Ecuación Generalizada para el Número de Stokes. Para el caso de fluidos no newtonianos, el coeficiente de rozamiento  $C_D$  puede ser expresado en forma similar a la ecuación (2-88) quedando de la siguiente forma (Ortega-Rivas, 1989):

$$C_D = \frac{24}{Re_p^*} \quad (2-97)$$

donde  $Re_p^*$  representa a un número de Reynolds generalizado similar al que se definió en la ecuación (2-82), para este caso, la dimensión característica es el diámetro de la

partícula  $X$ ,  $\rho = K'(3)^{n'-1}$ , y  $K'$  se define como  $K \left( \frac{2n'+1}{3n'} \right)^{n'}$ .

Ortega-Rivas [1989] muestra la siguiente correlación para obtener el coeficiente de rozamiento aproximado para fluidos no newtonianos,

$$C_D = \left[ \frac{24}{Re_p^{*\alpha_1}} \left( \frac{24}{Re_p^{*\alpha_2}} + \alpha_3 \right) \right]^{1/2} \quad (Re_p^* < 500) \quad (2-98)$$

donde las constantes alfa tienen los siguientes valores:  $\alpha_1=1.1$ ,  $\alpha_2=0.9$  y  $\alpha_3=7.5$ .

La velocidad terminal de sedimentación para fluidos no newtonianos ( $Re_p^* < 500$ ) se puede obtener igualando la ecuación anterior con la forma generalizada para el

coeficiente de rozamiento que se obtiene despejando  $C_D$  de la ecuación (2-96). Posteriormente, se sustituye la expresión para el número de Reynolds (ecuación 2-82), lo cual conduce a

$$\left[ \frac{g X^{n'+1} (\rho_s - \rho)}{18 \phi} \right]^2 = v_g^{2n'} + \frac{\alpha_3}{24} \left[ \frac{\rho X^{n'}}{\phi} \right]^{\alpha_3} v_g^{2n' + \alpha_3(2-n')} \quad (2-99)$$

Para números de Reynolds pequeños (menores de 0.1), el segundo término del lado derecho de la ecuación (2-99) puede despreciarse. Simplificando y despejando  $v_g$  queda

$$v_g = \left[ \frac{g X^{n'+1} (\rho_s - \rho)}{18 \phi} \right]^{1/n'} \quad (Re_p^* < 0.1) \quad (2-100)$$

Para el caso de fluidos newtonianos  $n'=1$ , de tal modo que  $\phi$  se convierte en  $\mu$ , y la ecuación (2-100) se transforma en la expresión conocida de la ley de Stokes mostrada en (2-15).

Para obtener la expresión del número de Stokes aplicable a fluidos no newtonianos, se procede a igualar la expresión (2-100) con la relación (2-60), y despejando  $X^{n'+1}$  queda la siguiente expresión

$$X^{n'+1} = \frac{18 \phi Q^{n'}}{g(\rho_s - \rho) A^{n'}} \quad (2-101)$$

Considerando la aceleración debido a la fuerza centrífuga, sustituyendo  $Q$  y  $A$ , y reacomodando términos de manera similar que como se realizó en las ecuaciones (2-63) a (2-69) obtenemos la expresión del número de Stokes para sistemas no newtonianos:

$$Stk^* = \frac{X^{n'+1} (\rho_s - \rho) v^{2-n'}}{18 \phi D_c} \quad (2-102)$$

Podemos notar que para el caso de fluidos newtonianos la expresión anterior se reduce a la expresión que se dio en (2-67).

Y reemplazando el tamaño de la partícula por el punto reducido de corte  $X'_{50}$  o  $X_{50}(R)$  obtenemos

$$Stk^*_{50}(R) = \frac{[X_{50}(R)]^{n+1} (\rho_s - \rho) v^{2-n'}}{18\mu D_c} \quad (2-103)$$

### 2.5.1.5 Modelos Empíricos.

Tomando como base las teorías existentes sobre separación varios investigadores han podido concluir que el producto entre el número de Stokes y el número de Euler es constante para una familia de hidrociclones geoméricamente similares. Antunes y Medronho (Antunes y Medronho, 1989) mencionan que a partir del trabajo experimental se ha podido mostrar que el producto  $Stk_{50} \cdot Eu$  es función de la relación  $R_f$  y de la concentración en la alimentación  $C_f$ , además anteriormente ya se ha investigado que este producto depende del diseño del ciclón, pero no se ve afectado por la relación  $D_i / D_c$ . De esta manera, el modelo obtenido por Antunes y Medronho, aplicable a hidrociclones que siguen la geometría de Rietema y que trabajan con bajas concentraciones de sólidos en la alimentación (hasta 10% en volumen) está formado por las siguientes correlaciones:

$$Stk_{50} \cdot Eu = 0.0474 [\ln(1/R_f)]^{0.742} \exp(8.96 C_f) \quad (2-104)$$

$$Eu = 71 Re^{-0.116} (D_i/D_c)^{-1.3} \exp(-2.12 C_f) \quad (2-105)$$

$$R_f = 1218 (D_u/D_c)^{4.75} Eu^{-0.30} \quad (2-106)$$

donde  $R_f$  es la relación definida anteriormente;  $C_f$  es la concentración de sólidos en la alimentación expresada en % vol;  $D_u$  y  $D_c$  son los diámetros de la boquilla inferior y del cuerpo del ciclón, respectivamente.

Tomando como base estas ecuaciones es posible diseñar y predecir el funcionamiento de los hidrociclones que siguen la geometría de Rietema. Es importante mencionar que, cuando se quiere diseñar un hidrociclón, este modelo es capaz de proporcionar no solamente el diámetro del ciclón, sino también el diámetro de la boquilla de salida del espesado que se requiere para una determinada condición de operación.

Además, Antunes y Medronho también desarrollaron un modelo similar al anterior, pero aplicable a hidrociclones que tienen la geometría de Bradley, abarcando el mismo rango de concentraciones para la alimentación (hasta 10% en volumen).

Ortega-Rivas y Svarovsky (Ortega-Rivas y Svarovsky, 1993) propusieron un modelo para suspensiones con concentraciones altas y que tienen comportamiento no newtoniano. Estos investigadores abarcaron un rango de concentraciones entre 5 y 25% en volumen y utilizaron hidrociclones con la geometría propuesta por Rietema, obteniendo las siguientes correlaciones:

$$[Stk^*_{50}(R)] \cdot Eu = 0.006 [\ln(1/R_f)]^{2.37} \exp(6.84 C_f) \quad (2-107)$$

$$Eu = 1686 (Re^*)^{-0.035} \exp(-3.39 C_f) \quad (2-108)$$

$$R_f = 32.8 (D_u / D_c)^{1.53} (Re^*)^{-0.34} \exp(3.70 C_f) \quad (2-109)$$

en las cuales los números de Stokes y de Reynolds involucran los parámetros que consideran el carácter no newtoniano de las suspensiones definidas en la sección anterior.

Estas ecuaciones permiten el diseño y escalamiento confiable de hidrociclones que trabajan con fluidos que siguen la ley de la potencia del tipo conocido como dilatantes, y cuyas concentraciones en la alimentación van hasta el 25% en volumen. Para el caso de suspensiones con comportamiento newtoniano, el modelo anterior se reduce a las definiciones comúnmente conocidas, por lo cual los autores concluyen que el modelo es ampliamente aplicable.

También ha sido propuesta otra relación adimensional basada en el efecto de la distribución por tamaños de la alimentación sobre el punto de corte:

$$[Stk^*_{50}(R)]\sqrt{Eu} = 2.8 \times 10^{-6} \left[ \frac{x_g}{D_c} \left( \frac{\rho_m}{\rho_s - \rho} \right)^{\frac{1}{2}} \right]^{-0.55} [\ln(1/R_f)]^{2.44} (1 - C_f)^{-5.15} \quad (2-110)$$

donde  $x_g$  es la mediana de tamaño presente en la alimentación (expresada en masa);  $\rho_m$  es la densidad de la suspensión, y las demás variables ya han sido definidas previamente (Ortega-Rivas, 1989).

## CAPITULO 3

### MATERIALES Y METODOS

Las corridas experimentales se realizaron utilizando un hidrociclón de 25.4 mm de diámetro cuya geometría se ajustaba a las proporciones óptimas propuestas por Rietema (consultar TABLA 6). Los experimentos fueron diseñados considerando tres valores para la caída de presión y dos diámetros diferentes para la boquilla de salida del espesado. Los valores usados para la caída de presión fueron de 1, 2 y 3 kg/cm<sup>2</sup>, y se contaba con 2 boquillas reemplazables para el orificio de salida del concentrado, cuyos diámetros eran de 1 y 0.5 cm. El diseño factorial dio como resultado una serie de 23 experimentos (diseño factorial completo 3×2), incluyendo cuatro réplicas para cada tratamiento, excepto para el primer tratamiento, del cual solo se hicieron tres réplicas. Los experimentos se realizaron tomando muestras diarias de los lodos procedentes del sedimentador primario de la Planta Norte de Tratamiento de Aguas Residuales de la ciudad de Chihuahua.

En la figura 21 se muestra el esquema del equipo que se utilizó, cuyo hidrociclón es de manufactura local, es decir, no es de patente. Dicho equipo está constituido por un colector del cual se bombea la suspensión por medio de una bomba centrífuga, hacia el hidrociclón. Se tiene también un manómetro y dos válvulas manuales. La caída de presión deseada se logra abriendo o cerrando las válvulas. Los efluentes superior e inferior son

descargados nuevamente hacia el tanque, al igual que el fluido, el cual es recirculado por medio de la línea de "by-pass".

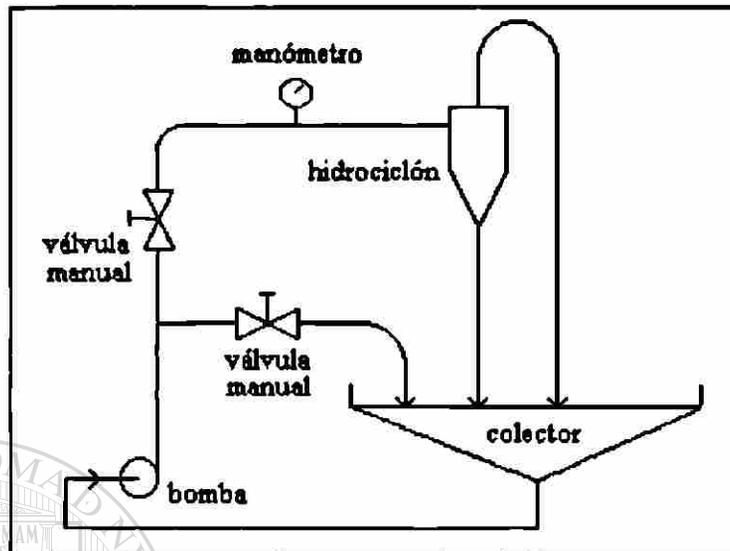


Figura 21. Esquema del Equipo Experimental.

En cada corrida se midieron los flujos máscicos del espesado y del clarificado a través de la recolección de muestra durante un tiempo determinado, dicha técnica sólo requiere de un cronómetro, una balanza y de recipientes previamente pesados. El flujo máscico se determina mediante la siguiente fórmula:

$$F. \text{ máscico} = \frac{\text{Peso del recipiente con muestra} - \text{Peso del recipiente}}{\text{tiempo de recolección}} \quad (3-1)$$

Conjuntamente, se tomaron muestras de los 2 efluentes del hidrociclón, así como de la suspensión de alimentación, para poder determinar las concentraciones y densidades de las tres corrientes. Además, para determinar qué tipo de comportamiento reológico presentaban los lodos primarios, con la ayuda de un viscosímetro rotacional fueron elaboradas las gráficas de esfuerzo cortante versus velocidad de corte de los lodos de alimentación para cada experimento.

### 3.1 Caracterización Reológica de los Lodos Primarios

#### 3.1.1 Medición de Viscosidad, Velocidad de Deformación y Esfuerzo Cortante.

Las gráficas de esfuerzo cortante versus velocidad de deformación fueron obtenidas directamente a partir de 26 pares de datos que se adquirieron del análisis de las muestras de lodos primarios en un viscosímetro rotacional Brookfield HBDV-III, de Brookfield Instruments. Este tipo de viscosímetro mide la fuerza de torsión que se requiere para hacer girar una broca con un disco, paleta o cilindro sumergido en el fluido; la broca es movida por un motor sincrónico a través de un resorte calibrado, y la desviación del resorte es mostrada en una pantalla digital (Brookfield Instr.). Las mediciones de velocidad de deformación, esfuerzo cortante y viscosidad se hicieron para diversos valores de velocidad de rotación (RPM) de la broca.

#### 3.1.2 Análisis de Datos

Para llevar a cabo los análisis de regresión no lineal se utilizó el paquete de computadora *Statistica* para *Windows* versión 4.2, el cual realiza la estimación de los parámetros de los modelos no lineales por medio del método cuasi-Newton. Este método numérico se basa en el cálculo de las derivadas parciales de segundo orden de la función de pérdida para determinar la tendencia de los parámetros de una iteración a otra, y así poder encontrar los valores de los parámetros que minimicen dicha función (Ayuda del software STATISTICA).

### 3.2 Determinación de Sólidos Totales en Lodos

Se siguió la técnica para la determinación de sólidos totales en muestras semisólidas que viene en la decimoctava edición del manual “Standard Methods for the Examination of Water and Wastewater” (APHA,AWWA,1992). Es importante mencionar que no existe Norma Oficial Mexicana para este procedimiento:

**Material:**

- a) Placas de evaporación de 100 ml de capacidad
- b) Desecador
- c) Estufa de secado para operaciones a 103-105 °C
- d) Balanza analítica

**Procedimiento:**

**Preparación de las placas de evaporación.-** Colocar las placas en la estufa de secado a una temperatura de 103-105 °C durante una hora. Dejar que se enfrien en el desecador hasta que estén a temperatura ambiente y pesarlas.

**Análisis de la muestra.-** Si la muestra tiene la característica de fluir con facilidad se debe agitar para homogeneizarla, se coloca de 25 a 50 g de muestra en la placa de evaporación y se anota el peso. La técnica menciona que se deben evaporar hasta sequedad en un baño María, y después colocarlas en la estufa de secado durante una hora; sin embargo, debido a que la cantidad de muestras que se trabajaban por día era muy grande y no se disponía de suficientes aparatos para realizar la evaporación a baño María, se optó por dejar las muestras en la estufa de secado a una temperatura entre 103-105 °C durante toda la noche. Después se dejaban enfriar y se pesaban.

Cálculos:

$$\% \text{ solidos totales} = \frac{(A - B) \times 100}{C - B} \quad (3-2)$$

donde ,

$A$ = peso del residuo seco + el peso de la placa, en mg.

$B$ = peso de la placa, en mg.

$C$ = peso de la muestra húmeda + placa, en mg.

### 3.3 Determinación del Peso Específico de los Lodos

Para determinar el peso específico, el manual "Standard Methods for the Examination of Water and Wastewater" (APHA, AWWA, 1992) se basa en el principio de que el peso específico relativo de un lodo es la relación que existe entre las masas de iguales volúmenes de un lodo y de agua destilada; por lo cual es determinado comparando las masas de un volumen conocido de una muestra homogénea de lodo a una cierta temperatura con la masa del mismo volumen de agua destilada a 4°C.

Material:

Un matraz o frasco que permita colocar un volumen determinado de muestra.

Procedimiento:

Tomar la temperatura de la muestra. Pesar el matraz vacío y anotar su peso,  $W$ .

Llenar el matraz con un volumen determinado de muestra y pesar,  $S$ . Llenar el matraz con el mismo volumen de agua destilada, pesar y anotar su peso,  $R$ .

Cálculos:

$$\text{Peso específico relativo}_{T/4^{\circ}\text{C}} = \frac{S - W}{R - W} \times F \quad (3-3)$$

donde  $F$  es un factor de corrección por temperatura cuyos valores se dan en la tabla 7.

TABLA 7

VALORES PARA EL FACTOR DE CORRECCIÓN POR TEMPERATURA  $F$   
 (tomada de *Standard Methods for the Examination of Water and Wastewater*, 18th ed., APHA,AWWA,WEF, 1992)

Temperatura en °C	Factor de corrección por temperatura $F$
15	0.9991
20	0.9982
25	0.9975
30	0.9957
35	0.9941
40	0.9922
45	0.9903

### 3.4 Obtención del Modelo de Escalamiento Adimensional

#### 3.4.1 Análisis de Regresión Lineal Múltiple

Las ecuaciones que constituyen el modelo de escalamiento adimensional para

hidrociclones son funciones que podemos representar con la siguiente fórmula general:

$$y = a (x_1)^{b_1} (x_2)^{b_2} \dots (x_n)^{b_n} \quad (3-4)$$

podemos observar que la ecuación anterior es no lineal, sin embargo, puede ser expresada

como una línea recta mediante una transformación logarítmica:

$$\ln y = \ln a + b_1 \ln x_1 + b_2 \ln x_2 + \dots + b_n \ln x_n \quad (3-5)$$

Y a partir de las funciones linealizadas es posible evaluar con facilidad los parámetros  $a$ ,  $b_1$ ,  $b_2$ , ...  $b_n$  por medio de un análisis de regresión lineal múltiple. Dicho análisis de regresión se realizó a través del paquete computacional STATISTICA para Windows versión 4.2. La evaluación del ajuste de los modelos lineales obtenidos se hizo analizando los resultados de los coeficientes de determinación múltiple  $R^2$  y correlación múltiple  $R$ , del análisis de varianza y del análisis de los residuales.

$$R^2 = \frac{\text{Suma de cuadrados debido a la regresión}}{\text{Suma de cuadrados total}} = \frac{\sum(\hat{y}_i - \bar{y})^2}{\sum(y_i - \bar{y})^2} \quad (3-6)$$

$R^2$  = coeficiente de determinación múltiple (expresa la cantidad de variabilidad en los datos que es explicada por el modelo de regresión)

$y_i$  = variables de respuesta experimentales

$\bar{y}$  = promedio de las variables de respuesta experimentales

$\hat{y}_i$  = variables de respuesta predichas por el modelo ajustado

$$R = \sqrt{R^2} \quad (3-7)$$

$R$  = coeficiente de correlación múltiple entre la variable dependiente "y" y el conjunto de variables regresoras  $x_1, x_2, \dots, x_k$ ; es decir, el coeficiente  $R$  es una medida de la asociación lineal entre "y" y " $x_1, x_2, \dots, x_k$ ".

## **CAPITULO 4**

### **RESULTADOS Y DISCUSIÓN**

Uno de los objetivos principales del presente estudio fue comparar las variables involucradas en el modelo de escalamiento adimensional anteriormente mencionado utilizando datos experimentales correspondientes a suspensiones “reales”, es decir, con suspensiones no preparadas en el laboratorio, y mostrar si las correlaciones obtenidas coinciden con las que se encuentran reportadas en la bibliografía. Para poder llevar a cabo lo anterior primeramente se procedió a determinar qué tipo de comportamiento reológico seguían los lodos primarios utilizados, para así poder elegir las ecuaciones adecuadas del modelo de escalamiento adimensional a seguir.

Otro punto importante de este trabajo lo fue la evaluación de la eficiencia de los hidrociclones para llevar a cabo el espesamiento de los lodos primarios, en función de la concentración de los lodos iniciales y la concentración de los lodos espesados que se obtuvieron.

#### **4.1 Caracterización Reológica de los Lodos Primarios**

Los reogramas de los lodos primarios fueron obtenidos por medio del viscosímetro rotacional Brookfield DV-III, modelo HBDV-III; usando la broca ULA del Adaptador UL. Para cada experimento se analizaron por duplicado muestras de los lodos alimentados al hidrociclón.

Se observó que la viscosidad de los lodos no era constante, sino que disminuía al aumentar la velocidad de corte, como lo muestra la figura 22, por lo cual se pensó que el comportamiento reológico de los lodos primarios podría ser del tipo pseudoplástico. Para confirmar la suposición anterior una vez obtenidos los datos de esfuerzo cortante  $\tau$  y velocidad de deformación  $\dot{\phi}$ , se hicieron los reogramas de los lodos primarios y se procedió a realizar el análisis de regresión no lineal para ajustar los datos de cada experimento por medio de la ecuación reológica (2-76) que caracteriza a los fluidos dilatantes y pseudoplásticos, para estimar los parámetros  $k$ ,  $n$  de dicha ecuación y de los valores del parámetro  $n$  obtenidos de la regresión confirmar si los lodos analizados son pseudoplásticos.

$$\tau = K(\dot{\phi})^n$$

(2-76)

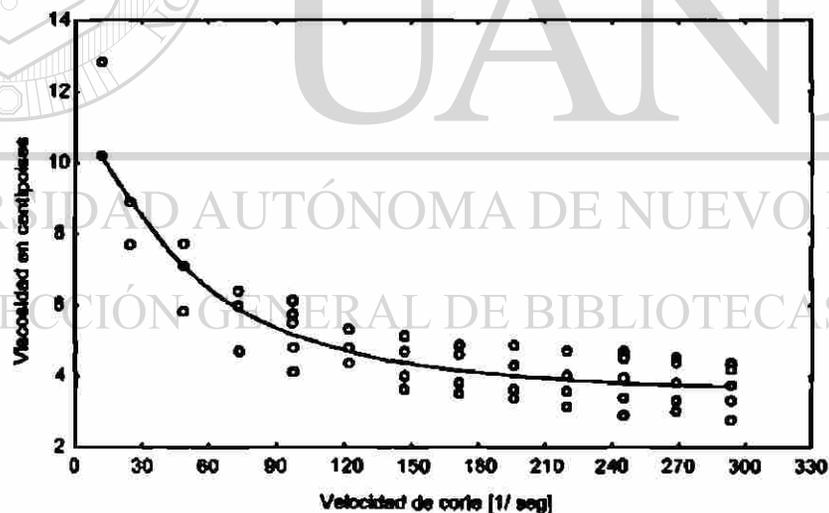


Figura 22. Gráfica que Muestra la Tendencia de la Viscosidad en Función de la Velocidad de Corte.

#### 4.1.1 Análisis de Regresión no Lineal.

Software utilizado: *Statistica* para ambiente *Windows* versión 4.2.

**Datos:**

Variable dependiente: Esfuerzo cortante en Pascales

Variable independiente: Velocidad de deformación en 1/seg

Función a ajustar:  $\text{Esfuerzo} = k \cdot \text{velocidad}^n$

Número de parámetros a ser estimados: 2

Función de pérdida =  $(\text{OBS}-\text{PRED})^2$ , donde OBS son los valores observados experimentalmente y PRED son los valores predichos por la ecuación de regresión.

Criterio de convergencia: 0.0001000

Método de estimación: cuasi-Newton

Valores iniciales: 0.1 para todos los parámetros

Tamaño del paso inicial: 0.50 para todos los parámetros

A continuación se muestran las gráficas con los ajustes obtenidos para cada experimento:

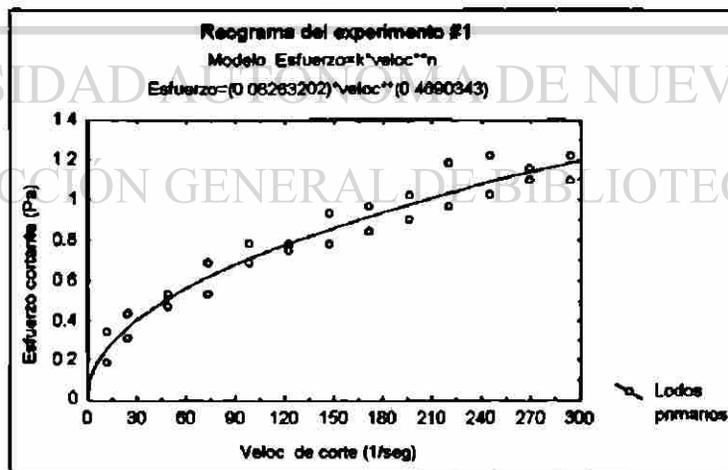


Figura 23. Diagrama de Esfuerzo Cortante vs. Velocidad de Corte para  $T=22.5^{\circ}\text{C}$ .

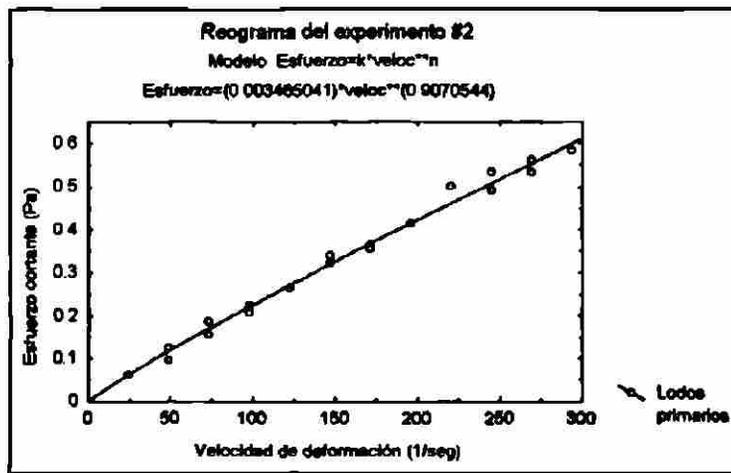


Figura 24. Diagrama de Esfuerzo Cortante vs. Velocidad de Corte para T=25°C.

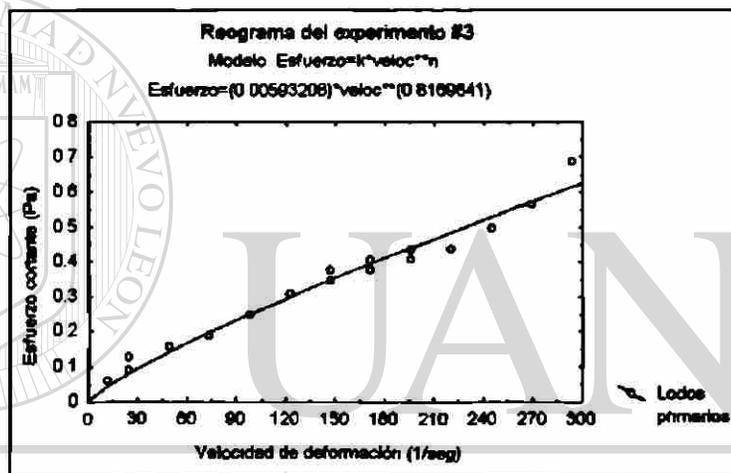


Figura 25. Diagrama de Esfuerzo Cortante vs. Velocidad de Corte para T=24.5°C.®

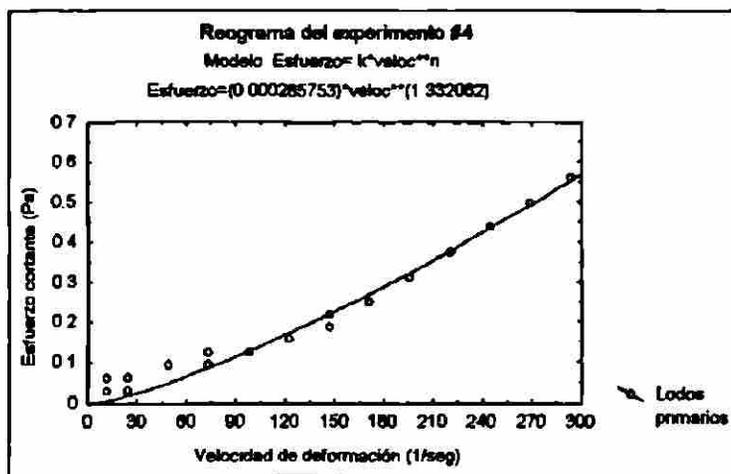


Figura 26. Diagrama de Esfuerzo Cortante vs. Velocidad de Corte para T=25°C.

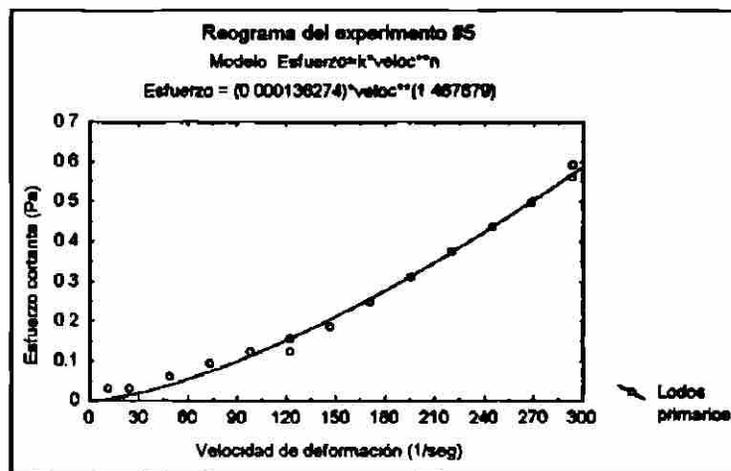


Figura 27. Diagrama de Esfuerzo Cortante vs. Velocidad de Corte para T=25°C.

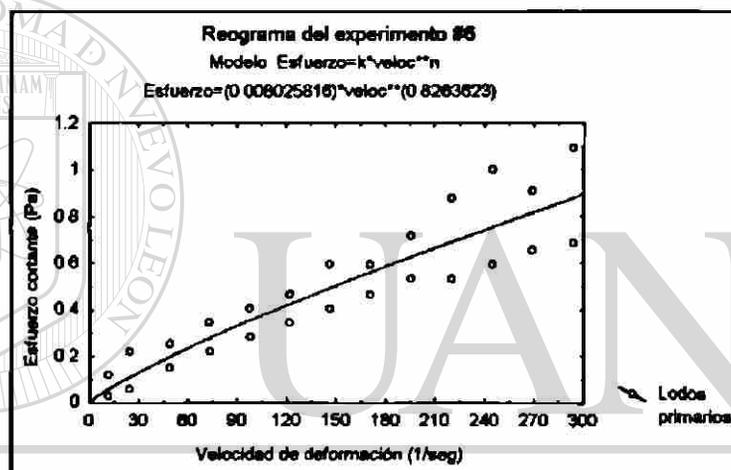


Figura 28. Diagrama de Esfuerzo Cortante vs. Velocidad de Corte para T=25°C. ®

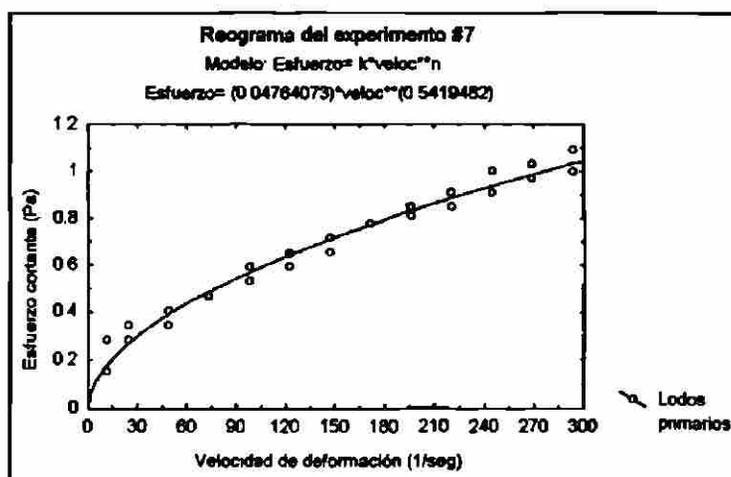


Figura 29. Diagrama de Esfuerzo Cortante vs. Velocidad de Corte para T=25°C.

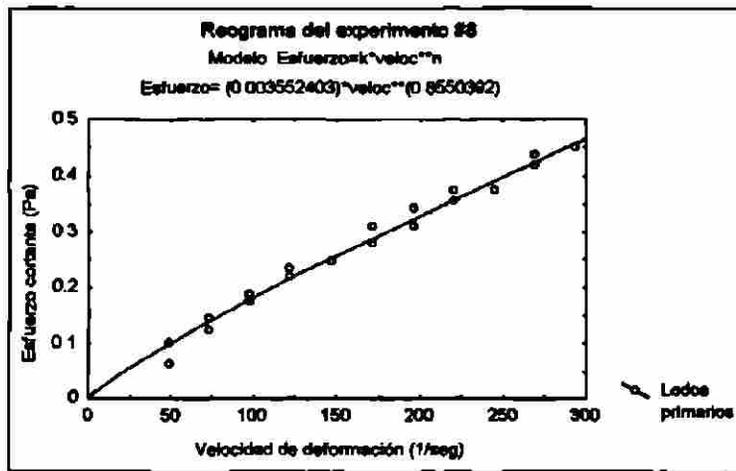


Figura 30. Diagrama de Esfuerzo Cortante vs. Velocidad de Corte para T=19.3°C.

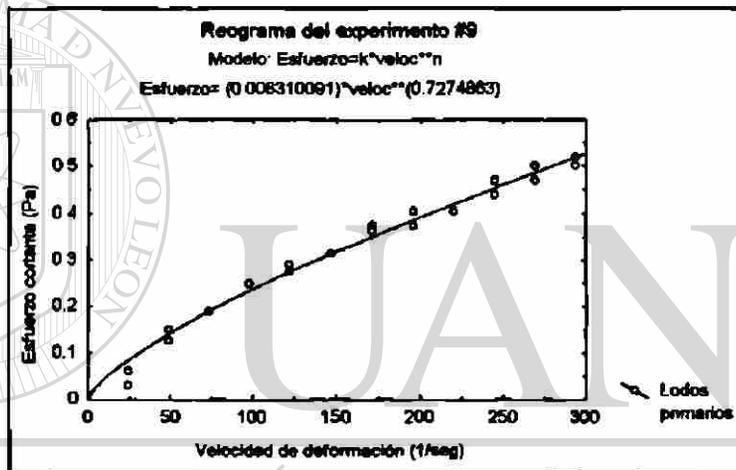


Figura 31. Diagrama de Esfuerzo Cortante vs. Velocidad de Corte para T=19°C.®

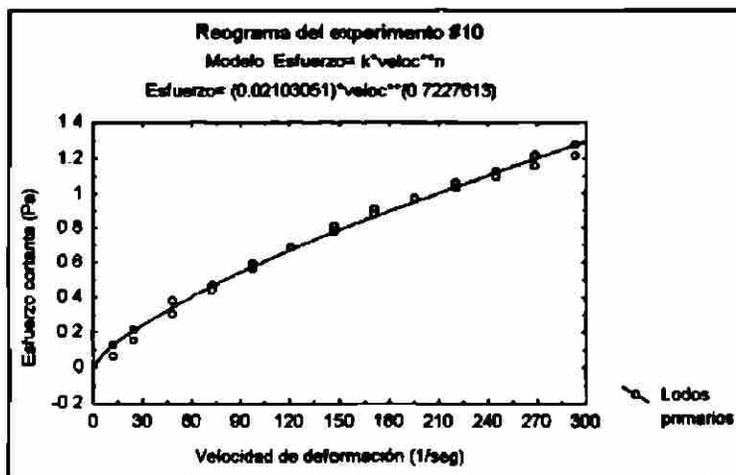


Figura 32. Diagrama de Esfuerzo Cortante vs. Velocidad de Corte para T=19.9°C.

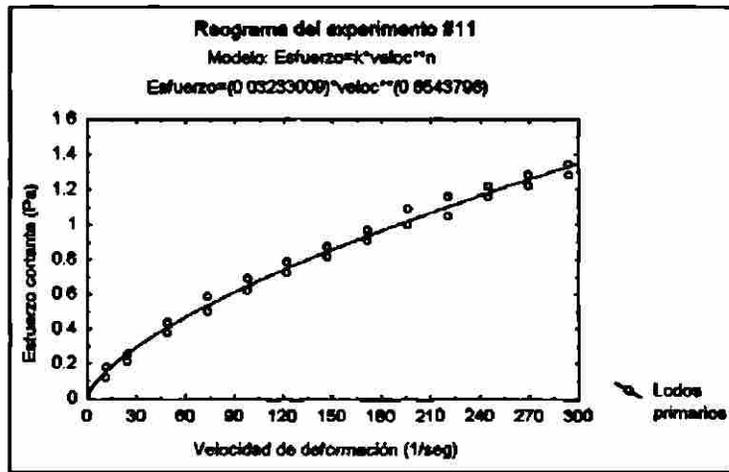


Figura 33. Diagrama de Esfuerzo Cortante vs. Velocidad de Corte para T=20.2°C.

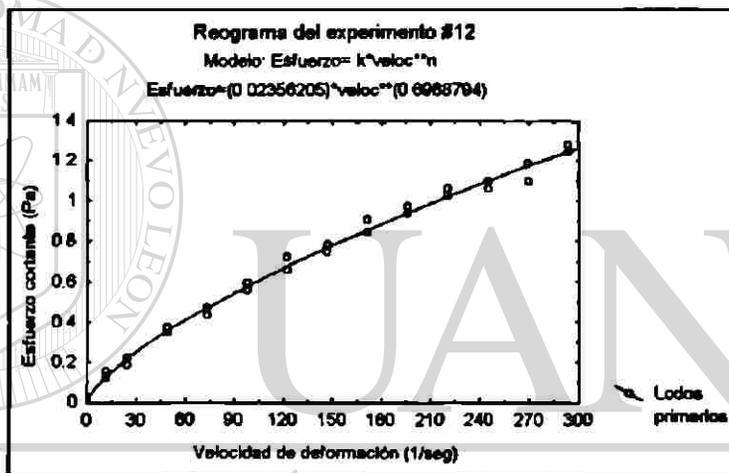


Figura 34. Diagrama de Esfuerzo Cortante vs. Velocidad de Corte para T=19.6°C.®

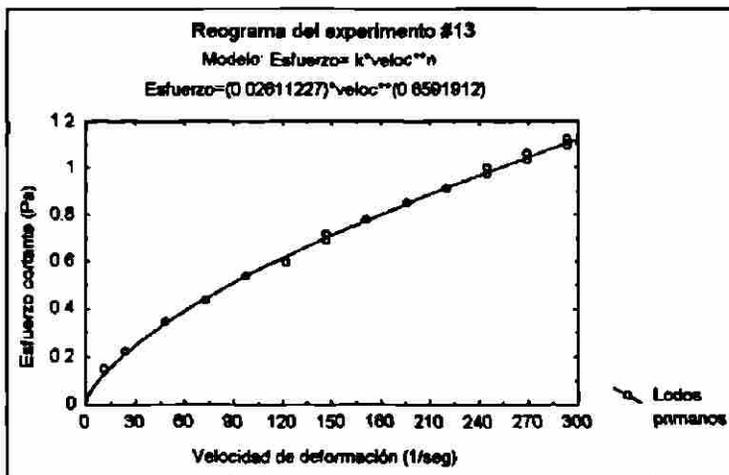


Figura 35. Diagrama de Esfuerzo Cortante vs. Velocidad de Corte para T=18.3°C.

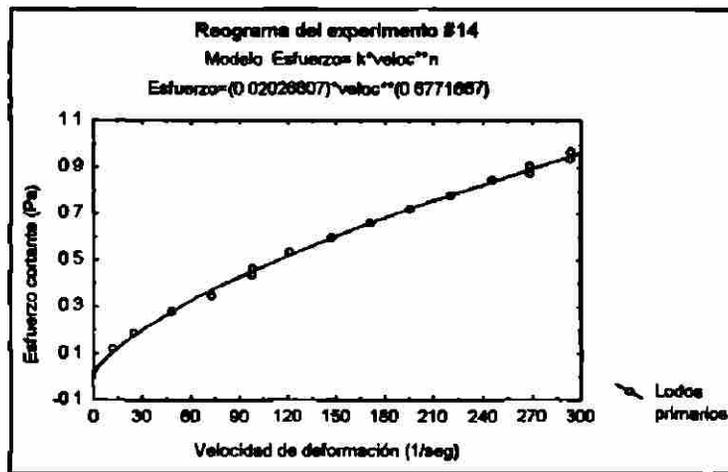


Figura 36. Diagrama de Esfuerzo Cortante vs. Velocidad de Corte para T=18°C.

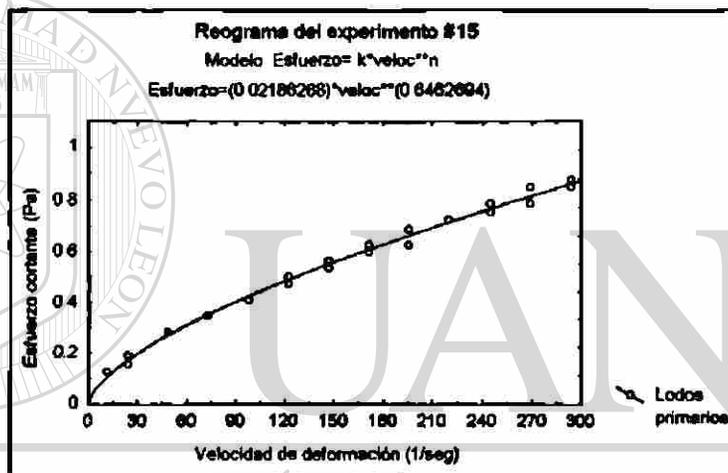


Figura 37. Diagrama de Esfuerzo Cortante vs. Velocidad de Corte para T=20.5°C.®

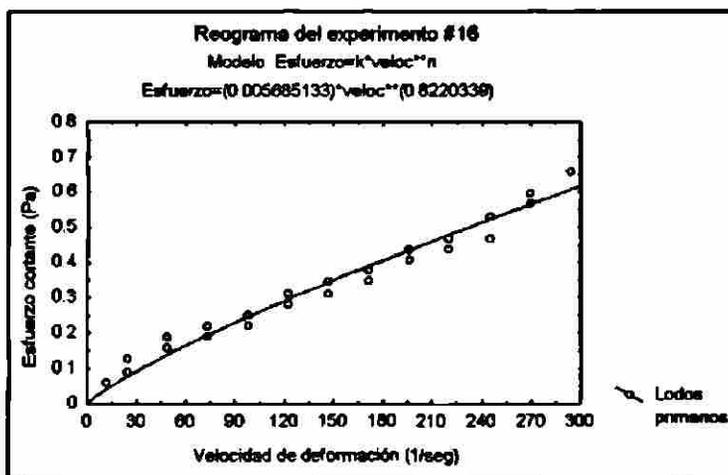


Figura 38. Diagrama de Esfuerzo Cortante vs. Velocidad de Corte para T=18.8°C.

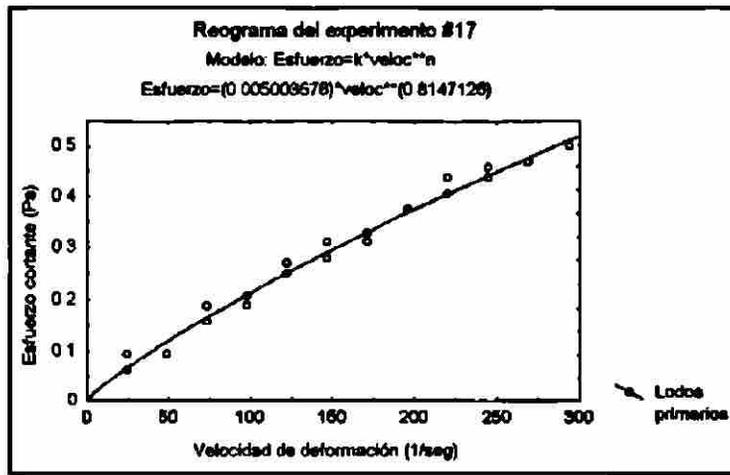


Figura 39. Diagrama de Esfuerzo Cortante vs. Velocidad de Corte para T=19.5°C.

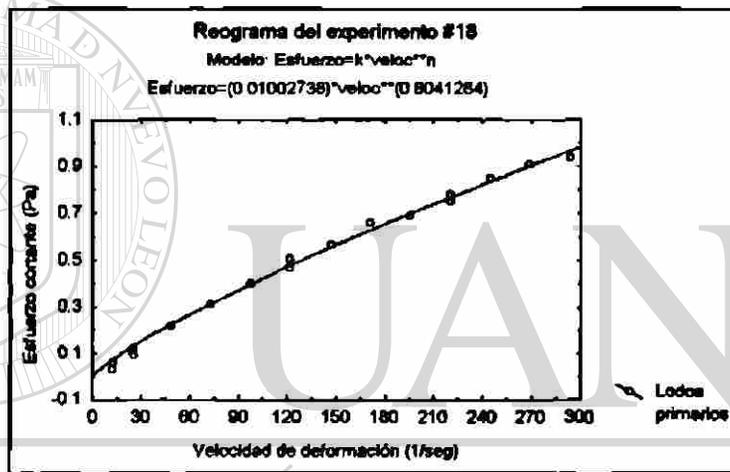


Figura 40. Diagrama de Esfuerzo Cortante vs. Velocidad de Corte para T=18.4°C.®

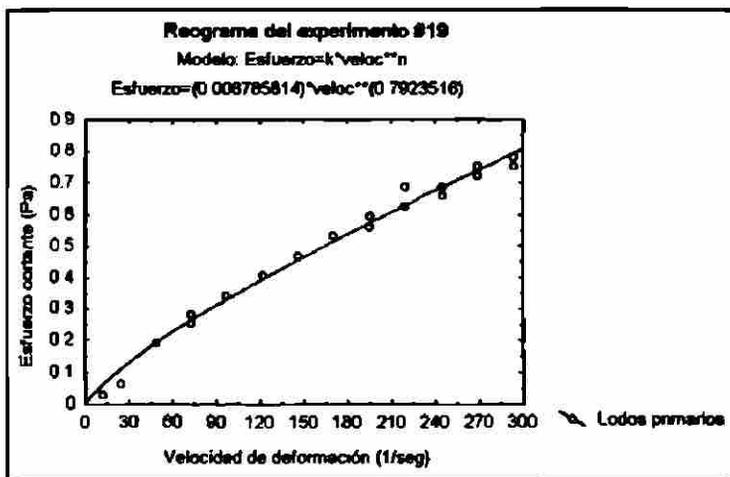


Figura 41. Diagrama de Esfuerzo Cortante vs. Velocidad de Corte para T=18.8°C.

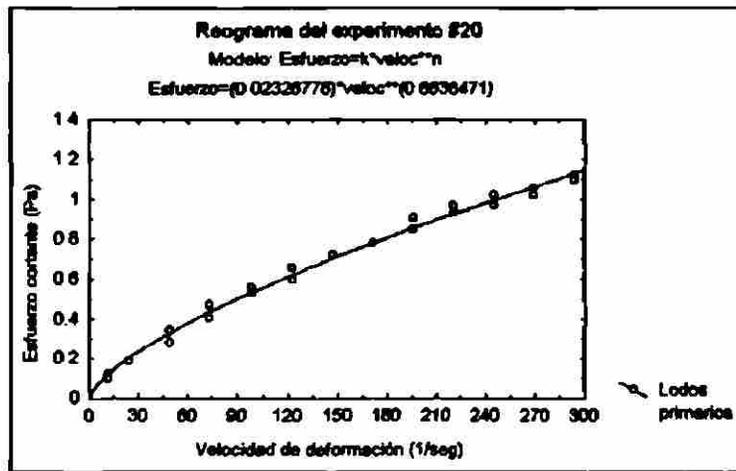


Figura 42. Diagrama de Esfuerzo Cortante vs. Velocidad de Corte para T=20.6°C.

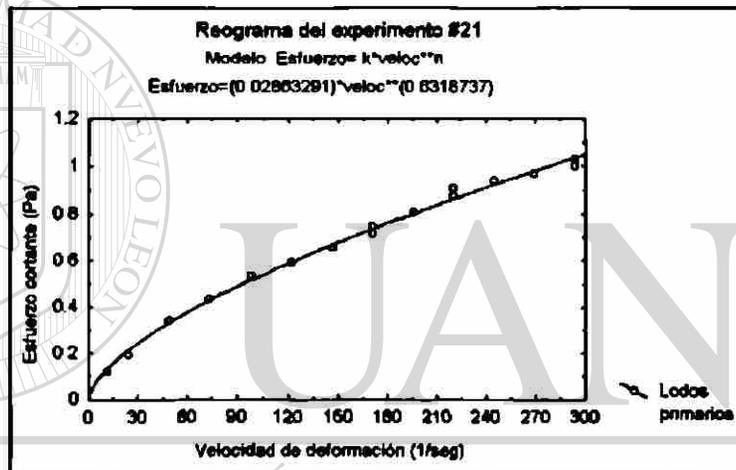


Figura 43. Diagrama de Esfuerzo Cortante vs. Velocidad de Corte para T=21°C.®

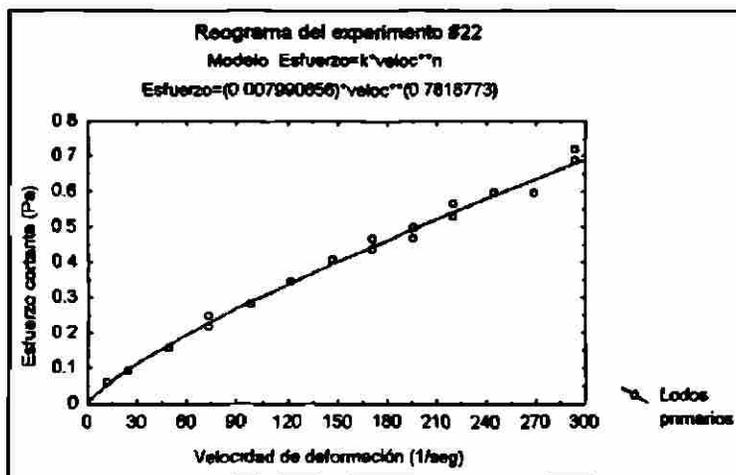


Figura 44. Diagrama de Esfuerzo Cortante vs. Velocidad de Corte para T=19.8°C.

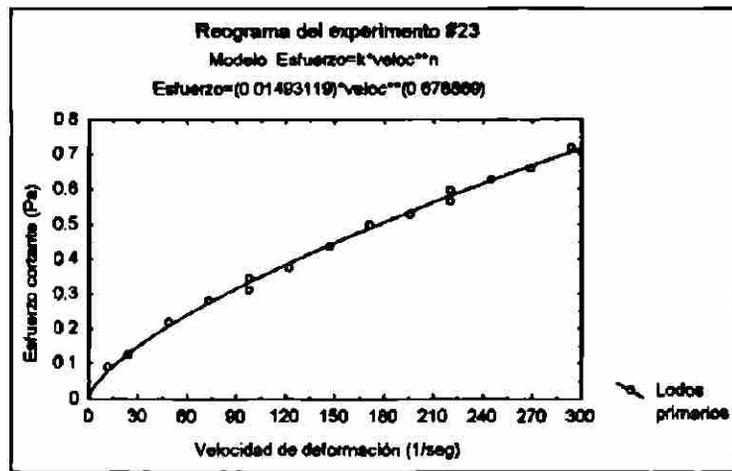


Figura 45. Diagrama de Esfuerzo Cortante vs. Velocidad de Corte para T=18.2°C.

La mayoría de las suspensiones de lodos primarios analizados presentaron un comportamiento reológico de tipo pseudoplástico, como se puede observar en las curvas obtenidas de los reogramas (figuras 23 a 45), las cuales muestran el comportamiento típico de un fluido no newtoniano (curva 3) que se vio en la figura 18 y además, el valor del parámetro "n" fue menor de 1.0 para casi todas las muestras (TABLA 8); teniendo como excepciones los experimentos 4 y 5, en los que el parámetro "n" obtenido fue mayor de 1.0 y cuyas gráficas de esfuerzo cortante versus velocidad de deformación muestran un comportamiento de tipo dilatante, es importante notar que las concentraciones de las muestras con este tipo de comportamiento (dilatante) eran muy bajas (alrededor del 0.2% en volumen), lo cual pudo haber contribuido a dicho comportamiento.

TABLA 8

VALORES DE LOS PARÁMETROS REOLÓGICOS  $k$ ,  $n$  OBTENIDOS DEL ANÁLISIS DE REGRESIÓN NO LINEAL

Exp. No.	$C_f$ (% vol)	$k$	$n$	Comportamiento reológico del lodo
1	1.3877	0.082632	0.469034	Pseudoplástico
2	0.8975	0.003465	0.907054	Pseudoplástico
3	1.3777	0.005932	0.816964	Pseudoplástico
4	0.1902	0.000286	1.332062	Dilatante
5	0.1879	0.000136	1.467679	Dilatante
6	1.8847	0.008026	0.826362	Pseudoplástico
7	1.9688	0.047641	0.541948	Pseudoplástico
8	1.0945	0.003552	0.855039	Pseudoplástico
9	1.0521	0.008310	0.727486	Pseudoplástico
10	2.3213	0.021030	0.722761	Pseudoplástico
11	2.3958	0.032330	0.654380	Pseudoplástico
12	2.0500	0.023562	0.698879	Pseudoplástico
13	1.9763	0.026112	0.659191	Pseudoplástico
14	1.7122	0.020268	0.677167	Pseudoplástico
15	1.6735	0.021863	0.646269	Pseudoplástico
16	0.4050	0.005685	0.822034	Pseudoplástico
17	0.4537	0.005004	0.814713	Pseudoplástico
18	1.6573	0.010027	0.804128	Pseudoplástico
19	1.5834	0.008786	0.792352	Pseudoplástico
20	2.0263	0.023268	0.683647	Pseudoplástico
21	2.1118	0.028633	0.631874	Pseudoplástico
22	1.1516	0.007991	0.781877	Pseudoplástico
23	1.1358	0.014931	0.678869	Pseudoplástico

donde  $C_f$  representa la concentración de los lodos expresada en % volumen.

En la tabla 9 se muestran los valores de los coeficientes de determinación  $R^2$  y de correlación  $R$  para cada experimento.

Los valores de los coeficientes de determinación  $R^2$  indican en términos generales, que un porcentaje elevado de la variabilidad de los datos (arriba del 97%, excepto para el

experimento No.6, cuyo  $R^2$  fue de 83%) es tomado en cuenta por los modelos de regresión obtenidos. Además, los valores de los coeficientes de correlación R confirman el buen grado de ajuste de los modelos, ya que todos resultaron ser mayores de 0.9.

TABLA 9

VALORES DE LOS COEFICIENTES DE DETERMINACIÓN  $R^2$  Y DE CORRELACIÓN R OBTENIDOS PARA CADA EXPERIMENTO

Exp. No.	k	n	$R^2$	R
1	0.082632	0.469034	0.9417	0.9704
2	0.003465	0.907054	0.9913	0.9957
3	0.005932	0.816964	0.9718	0.9858
4	0.000286	1.332062	0.9817	0.9908
5	0.000136	1.467679	0.9923	0.9961
6	0.008026	0.826362	0.8273	0.9096
7	0.047641	0.541948	0.9724	0.9886
8	0.003552	0.855039	0.9852	0.9926
9	0.008310	0.727486	0.9834	0.9917
10	0.021030	0.722761	0.9937	0.9968
11	0.032330	0.654380	0.9894	0.9947
12	0.023562	0.698879	0.9935	0.9968
13	0.026112	0.659191	0.9981	0.9990
14	0.020268	0.677167	0.9978	0.9989
15	0.021863	0.646269	0.9941	0.9971
16	0.005685	0.822034	0.9721	0.9860
17	0.005004	0.814713	0.9868	0.9934
18	0.010027	0.804128	0.9957	0.9979
19	0.008786	0.792352	0.9894	0.9947
20	0.023268	0.683647	0.9929	0.9964
21	0.028633	0.631874	0.9963	0.9981
22	0.007991	0.781877	0.9922	0.9961
23	0.014931	0.678869	0.9971	0.9986

## 4.2 Obtención de las Correlaciones del Modelo de Escalamiento Adimensional para Hidrociclones a Partir de las Muestras de Lodos Primarios

### 4.2.1 Cálculo de los Grupos Adimensionales Involucrados

#### 4.2.1.1 Número de Reynolds.

Debido al hecho de que los lodos primarios analizados mostraron un comportamiento reológico del tipo pseudoplástico, se usó la expresión para el número de Reynolds modificado que se mostró en la ecuación (2-82)

$$Re^* = \frac{D^{n'} u^2 \rho}{\phi} \quad (2-82)$$

en la cual  $n'$  fue descrito como el índice de comportamiento de flujo y representa la pendiente de la recta que se obtiene al graficar los datos de esfuerzo cortante versus velocidad de corte sobre coordenadas logarítmicas, y que en el presente trabajo fue evaluado a partir del ajuste de la ecuación (2-76) por medio de un programa computacional de regresión no lineal (sección 4.1.1).  $\phi$  se conoce como el coeficiente de viscosidad para fluidos que siguen la ley de la potencia y puede expresarse de la siguiente forma:

$$\phi = K' (8)^{n'-1} \quad (4-1)$$

donde la constante  $K'$  es el índice de consistencia del fluido, el cual, como se vio en el capítulo 2, se puede relacionar con la constante  $K$  que aparece en la ecuación de la ley de la potencia (2-76) por medio de la fórmula:

$$K' = K \left( \frac{3n+1}{4n} \right)^n \quad (2-78)$$

#### 4.2.1.2 Número de Euler

El número de Euler se calculará a partir de la expresión dada en (2-54):

$$Eu = 2 \Delta p / \rho u^2 \quad (2-54)$$

en la que todas las variables involucradas ya fueron descritas en el capítulo 2.

#### 4.2.1.3 Número de Stokes

La expresión para determinar el número de Stokes para fluidos no newtonianos que siguen la ley de la potencia es la ecuación (2-103):

$$Stk_{50}^*(R) = \frac{[X_{50}(R)]^{n+1} (\rho_s - \rho) v^2}{18 \phi D_c} \quad (2-103)$$

#### 4.2.2 Elección de las Ecuaciones a Utilizar de los Modelos de Escalamiento Adimensional

Una serie de 23 experimentos fueron realizados usando lodos primarios cuya concentración oscilaba entre 0.5 y 2.4% en volumen, de los cuales se descartaron los experimentos 4 y 5 ya que no mostraron un comportamiento reológico del tipo pseudoplástico. Debido a que las concentraciones de los lodos primarios eran bajas se procedió a aplicar las ecuaciones generales del modelo de escalamiento adimensional para concentraciones bajas, pero utilizando los parámetros que involucran el carácter no newtoniano:

$$Eu = a (Re^*)^{b1} (D_r/D_c)^{b2} \exp(b3 C_f) \quad (4-2)$$

$$R_f = a (D_r/D_c)^{b1} Eu^{b2} \quad (4-3)$$

Para la serie de experimentos realizados no se variaron las dimensiones de los diámetros del cuerpo cilíndrico ( $D_c$ ) y de entrada del ciclón ( $D_i$ ), por lo que la relación ( $D_i/D_c$ ) es constante, y la ecuación (4-2) se reduce a:

$$Eu = a' (Re^*)^{b_1} \exp(b_2 C_f) \quad (4-2a)$$

la cual es similar a la forma general de la expresión (2-108) que corresponde al modelo de escalamiento para concentraciones altas:

$$Eu = a (Re^*)^{b_1} \exp(b_2 C_f) \quad (4-2b)$$

A continuación se muestran los análisis de regresión lineal múltiple que se llevaron a cabo para estimar los parámetros  $a$ ,  $b_1$ ,  $b_2$  de las ecuaciones (4-2b) y (4-3).

### 4.2.3 Análisis de Regresión Lineal Múltiple

Para llevar a cabo los análisis de regresión lineal múltiple se utilizó el paquete de computadora *Statistica* para ambiente *Windows* versión 4.2. El número de datos utilizados fue de 21, ya que las suspensiones de los experimentos 4 y 5 presentaron un comportamiento reológico del tipo dilatante (ver tabla 8).

#### DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

#### 4.2.3.1 Análisis de Regresión Lineal Múltiple para la Función $Eu=f(Re^*, C_f)$

$$Eu = a (Re^*)^{b_1} \exp(b_2 C_f) \quad (4-2b)$$

Datos:

Función lineal a ajustar:  $Y = b_0 + b_1 X_1 + b_2 X_2$

donde  $Y = \ln Eu$ ,  $b_0 = \ln a$ ,  $X_1 = \ln Re^*$ ,  $X_2 = C_f$ .

Variable dependiente:  $Y$

Variables independientes:  $X_1$ ,  $X_2$ .

**Método de estimación de parámetros: Mínimos cuadrados**

**Valores de los parámetros estimados por regresión lineal múltiple:**

$$b_0 = 21.943$$

$$b_1 = -1.542$$

$$b_2 = -1.325$$

Tomando los valores anteriores la ecuación (4-2b) queda de la siguiente forma:

$$Eu = 3.388 \times 10^9 (Re^*)^{-1.542} \exp(-1.325 C_f) \quad (4-4)$$

**Análisis estadístico para la validación del modelo lineal obtenido:**

El ANOVA realizado para probar la significación de la regresión (TABLA 10) indica que al menos una de las variables independientes del modelo lineal es significativa (es decir, su coeficiente  $b_j$  no es cero). Los valores de  $p$  para los coeficientes  $b_1$ ,  $b_2$  del modelo ( $p_1=0.000000$ ,  $p_2=0.001790$  respectivamente) confirman lo anterior al demostrar que tanto  $X_1$  como  $X_2$  tienen un efecto significativo sobre la variable dependiente. Por otra parte, el valor de  $p$  para el intercepto  $b_0$ ,  $p_0= 0.000000$ , muestra que podemos afirmar con bastante seguridad que el valor del intercepto es significativo en nuestro modelo (ver TABLA 11). Además, el coeficiente de correlación múltiple  $R$  dio un valor de 0.9596, lo cual indica que existe una relación lineal entre  $Y$  y las variables independientes  $X_1$ ,  $X_2$ , ya que el valor de dicho coeficiente fue mayor de 0.9. Tomando como base el valor del coeficiente de determinación múltiple  $R^2$  podemos decir que el modelo lineal propuesto explica aproximadamente un 92.06% de la variabilidad total en la respuesta  $Y$ .

TABLA 10

ANÁLISIS DE VARIANZA PARA LA SIGNIFICACIÓN DE LA REGRESIÓN

Effect	Sums of Squares	df	Mean Square	F	p-level
Regress.	143.0908	2	71.54542	104.7193	.000000
Residual	12.2978	18	.68321		
Total	155.3887				

TABLA 11

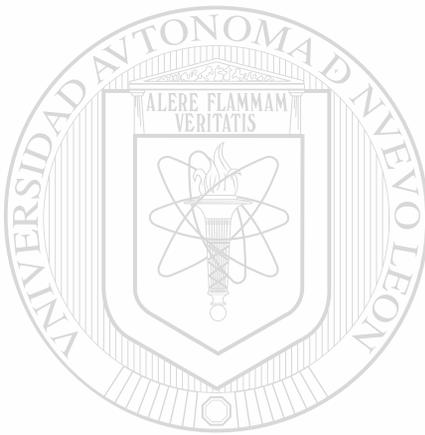
ANOVA PARA LA SIGNIFICACIÓN DE LOS COEFICIENTES INDIVIDUALES DE REGRESIÓN

MULTIPLE REGRESS. R= .95961332 R²= .92085773 Adjusted R²= .91206414 F(2,18)=104.72 p<.00000 Std.Error of estimate: .82657						
N=21	BETA	St. Err. of BETA	B	St. Err. of B	t(18)	p-level
Intercept			21.94314	.963213	22.7812	.000000
X1	-1.04442	.073493	-1.54211	.108515	-14.2111	.000000
X2	-.269016	.073493	-1.32515	.362021	-3.6604	.001790

El análisis de residuales muestra la presencia de un valor extremo, ya que el valor absoluto del residual tipificado para el caso #1 se encuentra alejado de la media de los residuales en más de 2 desviaciones estándar (ver TABLA 12); sin embargo, se tiene que el 95.24% de los residuales tipificados caen dentro del intervalo (-2,+2), de lo cual podemos suponer que los residuales siguen una distribución normal estándar. Con la gráfica de probabilidad normal se verifica que los residuales se distribuyen satisfactoriamente sobre una línea recta sin mostrar una desviación de la distribución

normal (figura 46). Además, las gráficas de residuales (figura 47) muestran un comportamiento aleatorio alrededor de cero.

En conclusión, el experimento demostró que los dos factores de estudio tienen efecto significativo sobre la variable de respuesta, y se obtuvo un modelo para predecir el valor del número de Euler a partir del número de Reynolds y la concentración de la alimentación.



**TABLA 12**  
**VALOR EXTREMO**

MULTIPLE REGRESS.							Outliers			
Case	-5.	-4.	-3.	±2.	3.	4.	5.	Residual	Standard Pred. v.	Standard Residual
1	.	.	.	*	.	.	.	-1.95891	-.722700	-2.36994
Minimum	.	.	.	*	.	.	.	-1.95891	-.722700	-2.36994
Maximum	.	.	.	*	.	.	.	-1.95891	-.722700	-2.36994
Mean	.	.	.	*	.	.	.	-1.95891	-.722700	-2.36994
Median	.	.	.	*	.	.	.	-1.95891	-.722700	-2.36994

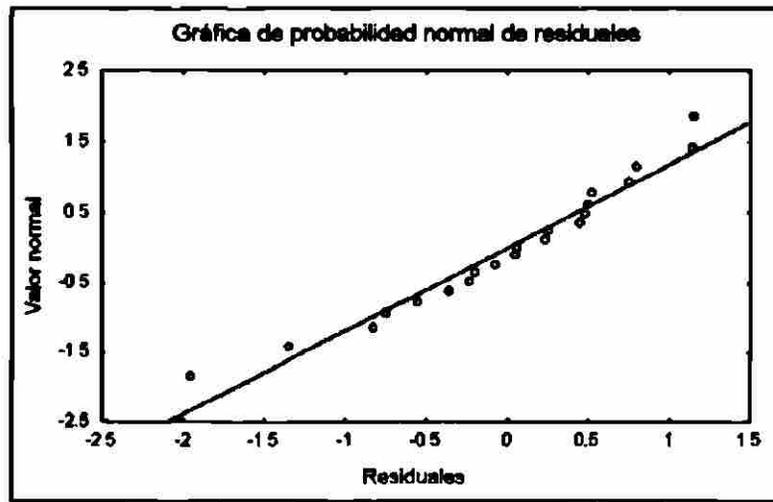
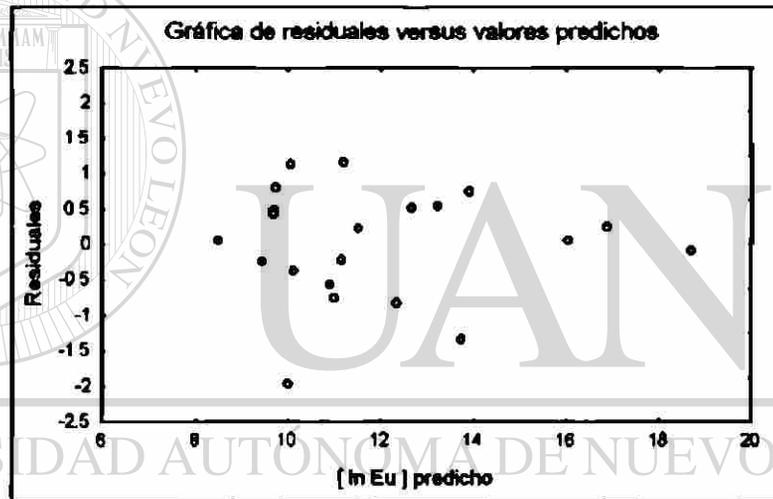
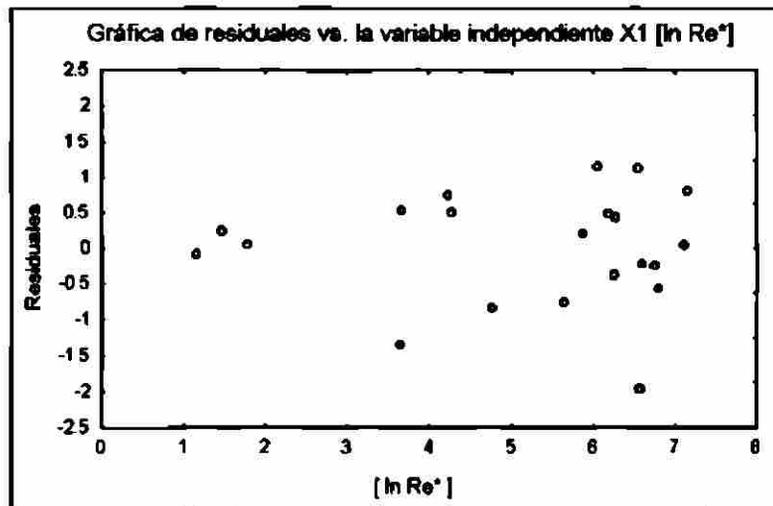


Figura 46. Gráfica de Probabilidad Normal de Residuales para la Ecuación (4-4)

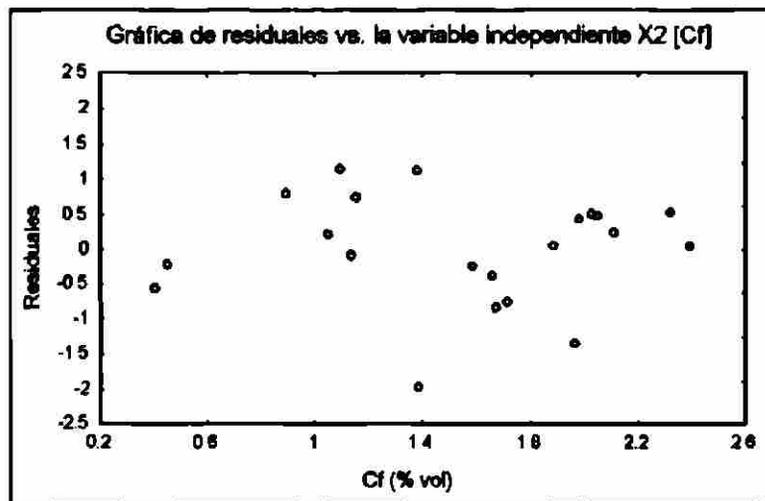


a)



b)

(cont.)



c)

Figura 47. Gráficas de Residuales para la Ec.(4-4). a) Residuales vs. Valores Predichos. b y c) Residuales versus las Variables Independientes  $X_1$  y  $X_2$ .

4.2.3.2 Análisis de Regresión Lineal Múltiple para la Función  $R_f = f[(D_v/D_c), Eu]$

$$R_f = a (D_v/D_c)^{b_1} Eu^{b_2} \tag{4-3}$$

Datos:

Función lineal a ajustar:  $Y = b_0 + b_1 X_1 + b_2 X_2$

donde  $Y = \ln R_f$ ,  $b_0 = \ln a$ ,  $X_1 = \ln (D_v/D_c)$ ,  $X_2 = \ln Eu$

Variable dependiente:  $Y$

Variables independientes:  $X_1, X_2$ .

Método de estimación de parámetros: Mínimos cuadrados

Valores de los parámetros estimados por regresión lineal múltiple:

$$b_0 = 0.522$$

$$b_1 = 3.860$$

$$b_2 = 0.149$$

Análisis estadístico para la validación del modelo lineal obtenido:

De las pruebas realizadas para probar la significación de cada coeficiente de regresión en forma individual (ver TABLA 14), para el intercepto se obtuvo un valor de  $p_0$  de 0.3079 ( $p_0 > 0.05$ ) lo cual nos indica que existe cierta probabilidad (30.79%) de que el coeficiente  $b_0$  sea cero, es decir, que la respuesta sea cero cuando los factores son cero. Con respecto a los otros dos coeficientes del modelo,  $b_1$  y  $b_2$ , se pudo observar que la probabilidad de que el valor de  $b_1$  sea cero fue casi nula (0%) y la probabilidad correspondiente a  $b_2$  fue muy pequeña (0.54%), por lo tanto podemos decir que contamos con suficiente evidencia para decir que las variables independientes  $X_1$  y  $X_2$  contribuyen significativamente al modelo de regresión.

**TABLA 13**  
ANOVA PARA PROBAR LA SIGNIFICACIÓN DE LA REGRESIÓN

Effect	Sums of Squares	df	Mean Square	F	p-level
Regress	27.64305	2	13.82153	58.61731	.000000
Residual	4.24427	18	.23579		
Total	31.88732				

**TABLA 14**

**ANOVA PARA LA SIGNIFICACIÓN DE LOS COEFICIENTES INDIVIDUALES DE REGRESIÓN**

MULTIPLE REGRESS. N=21						
R= .93107357 R <sup>2</sup> = .86689799 Adjusted R <sup>2</sup> = .85210888 F(2,18)=58.617 p<.00000 Std.Error of estimate: .48558						
	BETA	St. Err. of BETA	B	St. Err. of B	t(18)	p-level
Intercpt			.522374	.497792	1.04938	.307889
X1	1.074561	.103853	3.860223	.373079	10.34694	.000000
X2	.328213	.103853	.148681	.047046	3.16036	.005414

Tomando como base los resultados anteriores podemos decir que si  $b_0 = 0$ , entonces el valor del coeficiente  $a$  sería uno, ya que  $\ln a = 0$ , y por tanto la ecuación (4-3) quedaría de la siguiente forma:

$$R_f = (D_u/D_c)^{b_1} E_u^{b_2} \quad (4-5)$$

Por lo que se procedió a realizar nuevamente el análisis de regresión para estimar los parámetros de la ecuación (4-5).

#### 4.2.3.2.1 Segundo Análisis de Regresión Lineal Múltiple para la Función $R_f = f[(D_u/D_c), E_u]$

$$R_f = (D_u/D_c)^{b_1} E_u^{b_2} \quad (4-5)$$

**Datos:**

Función lineal a ajustar:  $Y = b_1 X_1 + b_2 X_2$

donde  $Y = \ln R_f$ ,  $X_1 = \ln (D_u/D_c)$ ,  $X_2 = \ln E_u$

Variable dependiente:  $Y$

Variables independientes:  $X_1, X_2$ .

Método de estimación de parámetros: Mínimos cuadrados

Valores de los parámetros estimados por regresión lineal múltiple:

$$b_1 = 3.747$$

$$b_2 = 0.179$$

Tomando los valores anteriores, la ecuación (4-5) quedaría de la siguiente forma:

$$R_f = (D_u/D_c)^{3.747} E_u^{0.179} \quad (4-6)$$

Análisis estadístico para la validación del modelo lineal obtenido:

En la tabla 16 podemos observar que ambos parámetros ( $b_1$  y  $b_2$ ) son significativos en el modelo de regresión; además, el valor del coeficiente de determinación múltiple nos muestra que aproximadamente un 97.15% de la variabilidad total de Y se explica con las variables incluidas en el modelo, y el coeficiente de correlación múltiple,  $R=0.98$ , mostró que podemos suponer que la relación entre las variables independientes y la variable de respuesta es lineal.

TABLA 15

ANOVA PARA PROBAR LA SIGNIFICACIÓN DE LA REGRESIÓN

Effect	Sums of Squares	df	Mean Square	F	p-level
Regress.	153.3857	2	76.69283	323.5323	.000000
Residual	4.5039	19	.23705		
Total	157.8896				

TABLA 16

ANOVA PARA LA SIGNIFICACIÓN DE LOS COEFICIENTES INDIVIDUALES DE REGRESIÓN

MULTIPLE REGRESS. N=21						
R= .98563393 R²= .97147424 Adjusted R²= .96847153 F(2,19)=323.53 p<.00000 Std. Error of estimate: .48688						
BETA	St. Err. of BETA	B	St. Err. of B	t(19)	p-level	
X1	1.743929	.166658	3.746973	.358078	10.46412	.000000
X2	.797765	.166658	.178824	.037357	4.78684	.000128

El análisis de residuales mostró que no se tiene la presencia de valores extremos, y los residuales no mostraron una desviación del comportamiento normal (figura 48). Las gráficas para las variables independientes  $X_1$  y  $X_2$  (figuras 49b y c) mostraron un

comportamiento satisfactorio de los residuales; sin embargo, la gráfica de los valores predichos (figura 49a) muestra un patrón en forma de U. Dicho patrón se trató de corregir usando regresión por mínimos cuadrados ponderados, pero los residuales obtenidos se desviaban notablemente de la normalidad y los valores de  $R^2$  y R daban muy bajos; por lo que se procedió a utilizar los valores de las desviaciones absolutas en la regresión; sin embargo, tampoco hubo mejora en los resultados obtenidos.

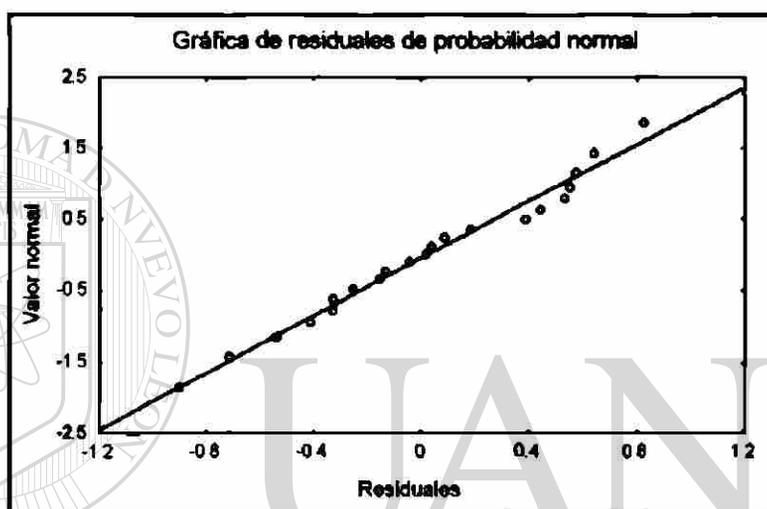
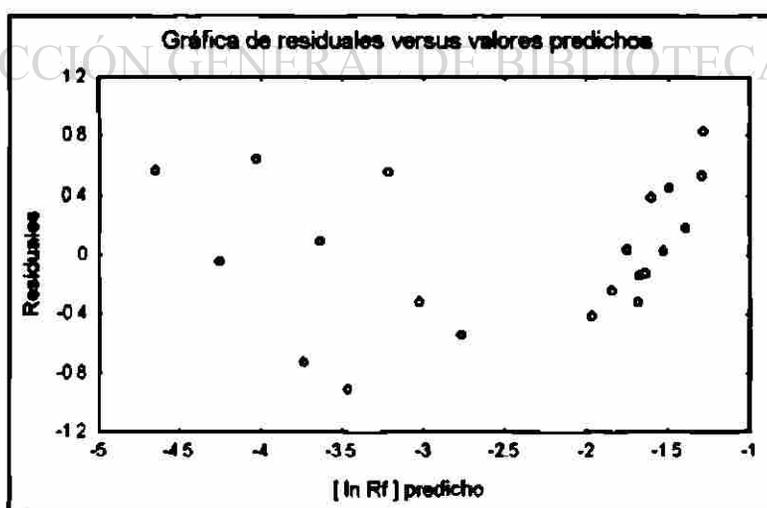
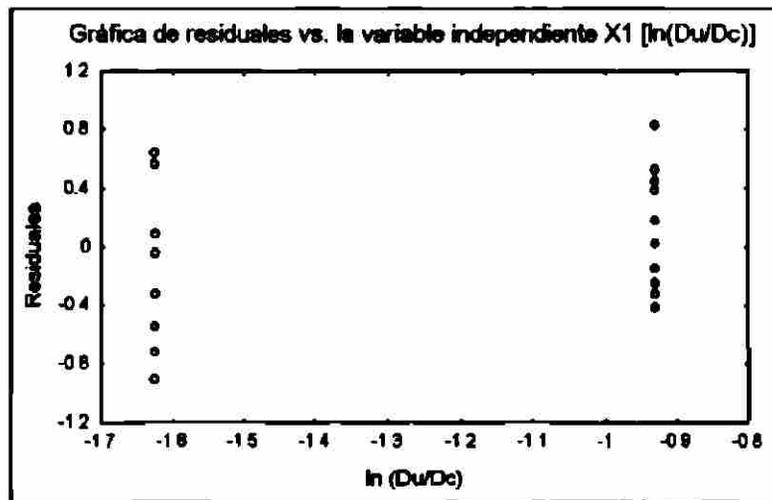


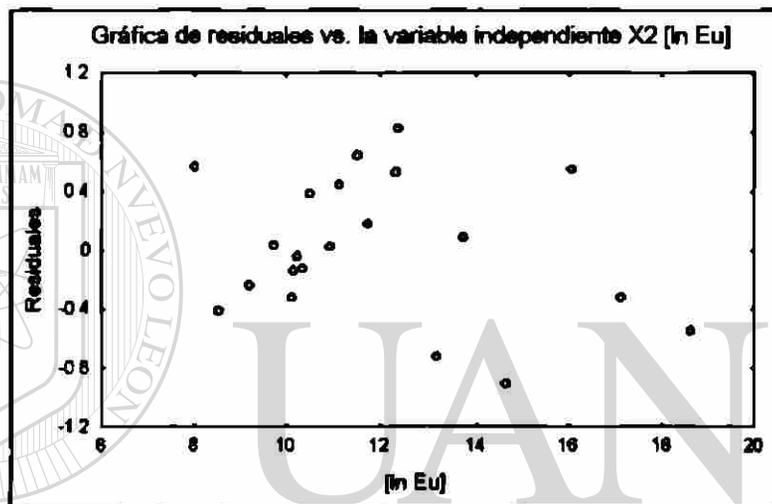
Figura 48. Gráfica de Residuales de Probabilidad Normal para la Ecuación (4-6)



a)  
(cont.)



b)



c)

Figura 49. Gráficas de Residuales para la Ec.(4-6) donde a) Residuales vs. Valores Predichos, b y c) Residuales versus las Variables Independientes  $X_1$  y  $X_2$ .

Debido a lo anterior se pensó que quizá el modelo utilizado no era el adecuado, ya que en la ecuación (4-6) no interviene ningún parámetro que considere el comportamiento no newtoniano que se tiene en las muestras de lodos que se están manejando ya que  $R_f$  aparece solo como función de la relación  $(D_w/D_c)$  y del número de Euler. Por lo tanto, se tomó la decisión de utilizar la ecuación de  $\dot{R}_f$  correspondiente al modelo para concentraciones altas, en la cual interviene el valor del número de Reynolds

modificado que incorpora el carácter no newtoniano de las suspensiones. A continuación se muestra el análisis de regresión realizado para determinar los parámetros de la forma general de la ecuación (2-109).

4.2.3.2.2 Análisis de Regresión Lineal Múltiple de la Función  $R_f=f[(D_v/D_c),Re^*, C_f]$

$$R_f = a (D_v/D_c)^{b_1} (Re^*)^{b_2} \exp(b_3 C_f) \quad (4-7)$$

Datos:

Función lineal a ajustar:  $Y = b_0 + b_1 X_1 + b_2 X_2 + b_3 X_3$

donde  $Y = \ln R_f$ ,  $b_0 = \ln a$ ,  $X_1 = \ln (D_v/D_c)$ ,  $X_2 = \ln (Re^*)$ ,  $X_3 = C_f$

Variable dependiente: Y

Variables independientes:  $X_1, X_2, X_3$

Método de estimación de parámetros: Mínimos cuadrados

Valores de los parámetros estimados por regresión lineal múltiple:

$$b_0 = 4.364$$

$$b_1 = 4.152$$

$$b_2 = -0.285$$

$$b_3 = -0.154$$

Análisis estadístico para la validación del modelo lineal obtenido:

TABLA 17

ANOVA PARA PROBAR LA SIGNIFICACIÓN DE LA REGRESIÓN

Effect	Sums of Squares	df	Mean Square	F	p-level
Regress.	28.16438	3	9.388125	42.86884	.000000
Residual	3.72294	17	.218996		
Total	31.88732				

TABLA 18

ANOVA PARA LA SIGNIFICACIÓN DE LOS COEFICIENTES INDIVIDUALES DE REGRESIÓN

MULTIPLE REGRESS. R= .93981221 R²= .89324699 Adjusted R²= .86264352 F(3,17)=42.869 p< 00000 Std. Error of estimate: .46797						
N=21	BETA	St. Err of BETA	B	St. Err. of B	t(17)	p-level
Intercept			4.364178	.907737	4.80776	.000164
X1	1.155775	.113833	4.151973	.408930	10.15325	.000000
X2	-.425617	.117709	-.284681	.078732	-3.61583	.002134
X3	-.069095	.092315	-.154183	.205997	-.74847	.464404

La prueba para la significación de la regresión (TABLA 17) mostró que existe suficiente evidencia para pensar que al menos una de las variables independientes tiene un efecto significativo sobre la variable de respuesta Y. Los valores de p obtenidos para cada uno de los coeficientes de regresión (TABLA 18) indicaron que las variables independientes X<sub>1</sub> y X<sub>2</sub> son significantes en el modelo (p<sub>1</sub>=0.000000, p<sub>2</sub>=0.002134), al igual que el intercepto de la ecuación (p<sub>0</sub>=0.000164); sin embargo, para el coeficiente b<sub>3</sub> obtuvimos una probabilidad del 46.44% de que su valor sea cero, es decir, se encontró cierta probabilidad de que la variable independiente X<sub>3</sub> (concentración de la suspensión de alimentación) no contribuye significativamente en el modelo propuesto y la ecuación (4-7) quedaría:

$$R_f = a (D_v/D_c)^{b_1} (Re^*)^{b_2} \tag{4-8}$$

Por lo que se realizó la estimación de los parámetros de la ecuación anterior.

4.2.3.2.3 Análisis de Regresión Lineal Múltiple de la Función  $R_f = f[(D_v/D_c), Re^*]$

$$R_f = a (D_v/D_c)^{b_1} (Re^*)^{b_2} \tag{4-8}$$

Datos:

Función lineal a ajustar:  $Y = b_0 + b_1 X_1 + b_2 X_2$

donde  $Y = \ln R_f$ ,  $b_0 = \ln a$ ,  $X_1 = \ln (D_u/D_c)$ ,  $X_2 = \ln (Re^*)$

Variable dependiente: Y

Variables independientes:  $X_1$ ,  $X_2$

Método de estimación de parámetros: Mínimos cuadrados

Valores de los parámetros estimados por regresión lineal múltiple:

$$b_0 = 4.082$$

$$b_1 = 4.182$$

$$b_2 = -0.269$$

Si tomamos los valores anteriores la ecuación (4-5) se transforma en:

$$R_f = 59.236 (D_u/D_c)^{4.182} (Re^*)^{-0.269} \quad (4-9)$$

Análisis estadístico para la validación del modelo lineal obtenido:

Del análisis de varianza para probar la significación de los coeficientes de regresión en forma individual (TABLA 20) se puede observar que los valores de p obtenidos para cada uno de los parámetros son muy pequeños ( $p_0, p_1, p_2 \ll 0.05$ ) por lo que podemos decir que contamos con evidencia suficiente para rechazar la hipótesis de que el valor de dichos coeficientes sea cero. Los coeficientes de determinación y de correlación múltiple ( $R^2=0.8794$  y  $R=0.94$  respectivamente) indicaron un buen grado de ajuste por parte del modelo lineal. Además, no se detectó la presencia de valores extremos ya que todos los residuales se encuentran dentro del intervalo de  $\pm 2$  desviaciones estándar. Y por último, el análisis de residuales (figuras 50 y 51) mostró que teniendo como base los datos experimentales analizados no tenemos fundamentos para decir que tales datos son incorrectos.

Por lo tanto, podemos concluir que la relación  $R_f$  depende del número de Reynolds y del valor de  $D_v/D_c$ , y se puede predecir a partir de la ecuación (4-9).

TABLA 19

ANOVA PARA PROBAR LA SIGNIFICACIÓN DE LA REGRESIÓN

Effect	Sums of Squares	df	Mean Square	F	p-level
Regress.	28.04169	2	14.02085	65.62658	.000000
Residual	3.84563	18	.21365		
Total	31.88732				

TABLA 20

ANOVA PARA LA SIGNIFICACIÓN DE LOS COEFICIENTES INDIVIDUALES DE REGRESIÓN

MULTIPLE REGRESS. R= .93776305 R²= .87939954 Adjusted R²= .86599949 F(2,18)=65.627 p<.00000 Std.Error of estimate: .46222						
N=21	BETA	St. Err. of BETA	B	St. Err. of B	t(18)	p-level
Intercpt			4.081533	.815313	5.00609	.000092
X1	1.164296	.111870	4.182586	.401879	10.40758	.000000
X2	-.401629	.111870	-.268636	.074826	-3.59014	.002093

DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

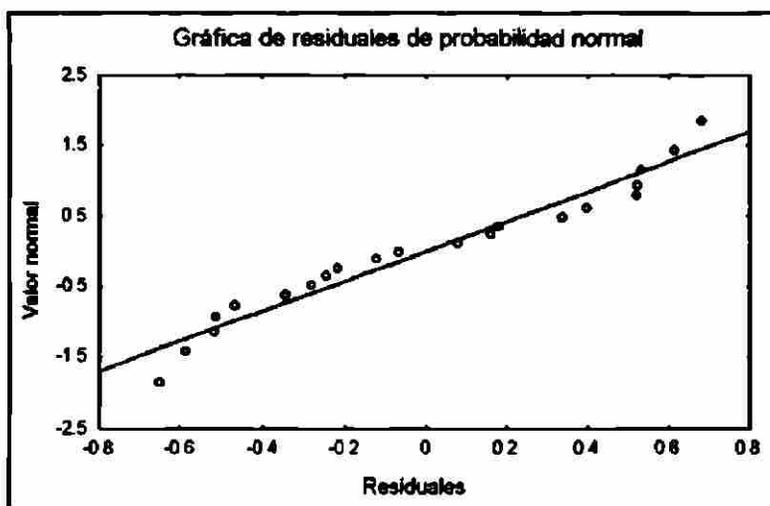
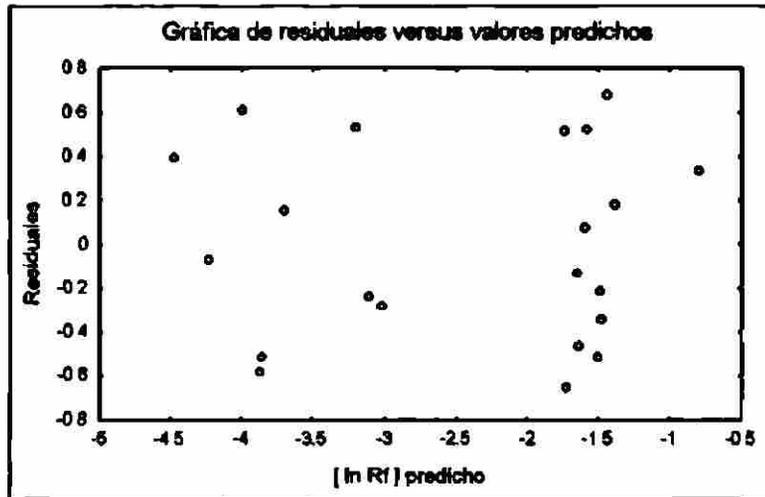
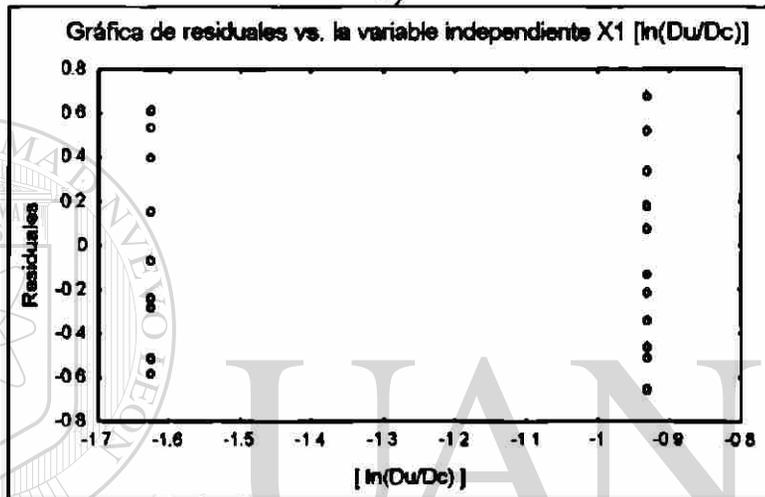


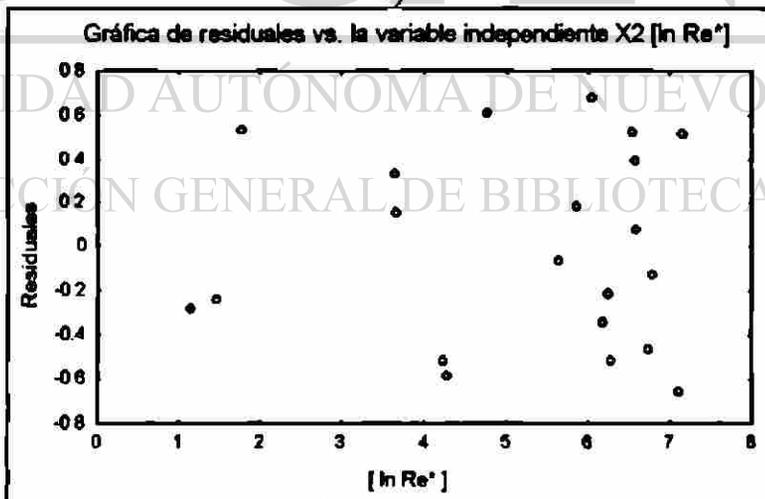
Figura 50. Gráfica de Residuales de Probabilidad Normal para la Ecuación (4-9)



a)



b)

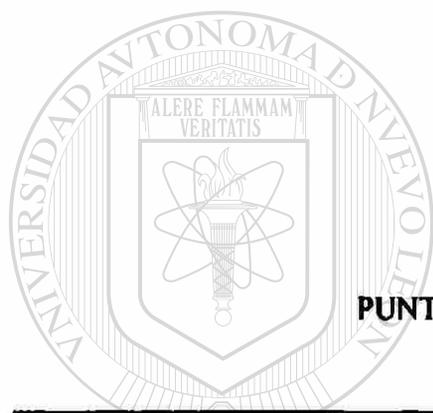


c)

Figura 51. Gráficas de Residuales para la Ec.(4-9) donde a) Residuales vs Valores Predichos; b y c) Residuales versus las Variables Independientes.

4.2.3.3. Correlación que involucra el punto de corte  $X_{50}$ . En la tabla 21 se puede observar una gran variabilidad en los puntos de corte obtenidos, que puede ser atribuida

al hecho de que, por tratarse de una suspensión real, la población de partículas nunca perteneció a un mismo universo; es decir, para cada una de las suspensiones de lodos utilizadas, las distribuciones por tamaños de sus partículas eran muy diferentes. En la tabla 22 se muestran los resultados de las distribuciones de los tamaños de las partículas para los 23 experimentos llevados a cabo. Los análisis de los tamaños se realizaron a través de un método de sedimentación que utiliza un rayo láser para generar un patrón de difracción. Dicho patrón es analizado por una computadora, que transforma los patrones de difracción en datos de tamaños de partículas.



**TABLA 21**  
**PUNTOS DE CORTE EXPERIMENTALES**

Exp. No.	Punto de corte, $X_{50}$ ( $\mu\text{m}$ )	Exp. No.	Punto de corte, $X_{50}$ ( $\mu\text{m}$ )
1	40.54	13	48.14
2	44.65	14	65.84
3	49.41	15	61.38
4	-	16	44.52
5	-	17	57.95
6	72.12	18	73.71
7	52.54	19	76.04
8	39.18	20	52.26
9	35.44	21	113.17
10	82.43	22	54.04
11	127.41	23	69.46
12	44.42		

TABLA 22

RESUMEN DEL ANÁLISIS DE REGRESIÓN NO LINEAL REALIZADO A LAS DISTRIBUCIONES POR TAMAÑOS DE LAS PARTÍCULAS PRESENTES EN LOS LODOS ALIMENTADOS AL HIDROCICLÓN

Exp. No.	$x_g$ ( $\mu\text{m}$ )	$\sigma_g$	Varianza explicada (%)	$R^2$	R	(OBS-PRED) <sup>2</sup>
1	53.87951	4.293196	98.736	0.98736	0.99366	78.2345
2	45.82607	2.790073	96.704	0.96704	0.98338	348.3784
3	49.81949	2.921545	96.737	0.96737	0.98355	325.8179
4	38.03841	2.468610	94.868	0.94868	0.97400	599.8671
5	52.62681	1.719345	98.360	0.98360	0.99177	85.5466
6	66.98187	3.554165	97.888	0.97888	0.98938	183.0093
7	76.77999	3.635573	96.831	0.96831	0.98403	286.6137
8	52.70011	3.094712	97.075	0.97075	0.98526	289.5377
9	57.36413	3.136024	96.803	0.96803	0.98389	327.6547
10	57.30041	3.134495	96.814	0.96814	0.98394	325.8201
11	57.46028	3.142924	96.811	0.96811	0.98392	325.8809
12	67.16645	3.558215	97.876	0.97876	0.98932	184.1421
13	53.28292	3.316666	96.769	0.96769	0.98371	286.3265
14	54.84289	2.434507	96.108	0.96108	0.98035	323.0556
15	58.12691	2.359498	95.892	0.95892	0.97925	373.6830
16	45.78762	2.423003	97.243	0.97243	0.98612	202.8027
17	37.26832	2.862124	96.820	0.96820	0.98397	281.7820
18	50.25785	3.219769	97.001	0.97001	0.98489	272.0460
19	41.83490	2.626212	96.262	0.96262	0.98113	413.5573
20	47.70553	1.804008	97.903	0.97903	0.98946	140.9785
21	37.05412	2.396576	97.869	0.97869	0.98929	230.1504
22	37.76929	2.426625	97.342	0.97342	0.98662	289.7545
23	34.90539	3.136663	98.533	0.98533	0.99264	105.3898

( $x_g$  = mediana de los sólidos presentes en la corriente de alimentación,  $\sigma_g$  = desviación estándar,  $R^2$  = coeficiente de determinación, R = coeficiente de correlación )

Todos los datos de las distribuciones por tamaños fueron ajustados por medio de un análisis de regresión no lineal a la función log-normal en su forma acumulada, para así obtener la mediana y la desviación estándar de cada distribución, y observando los parámetros de cada una de las distribuciones obtenidas se puede notar que los valores de las medianas varían en un rango muy amplio de tamaños (desde 37  $\mu\text{m}$  hasta 76  $\mu\text{m}$ ); al

igual que los valores de las desviaciones estándar, cuyo intervalo se encuentra entre 1.7 y 4.3, lo que confirma la suposición hecha anteriormente con relación a que la población de partículas no es representativa de un mismo universo, es decir, equivaldría al hecho de haber preparado para cada experimento una suspensión con polvo de diferente finura.

En la figura 52 se muestran tres de las curvas ajustadas con la función log-normal.

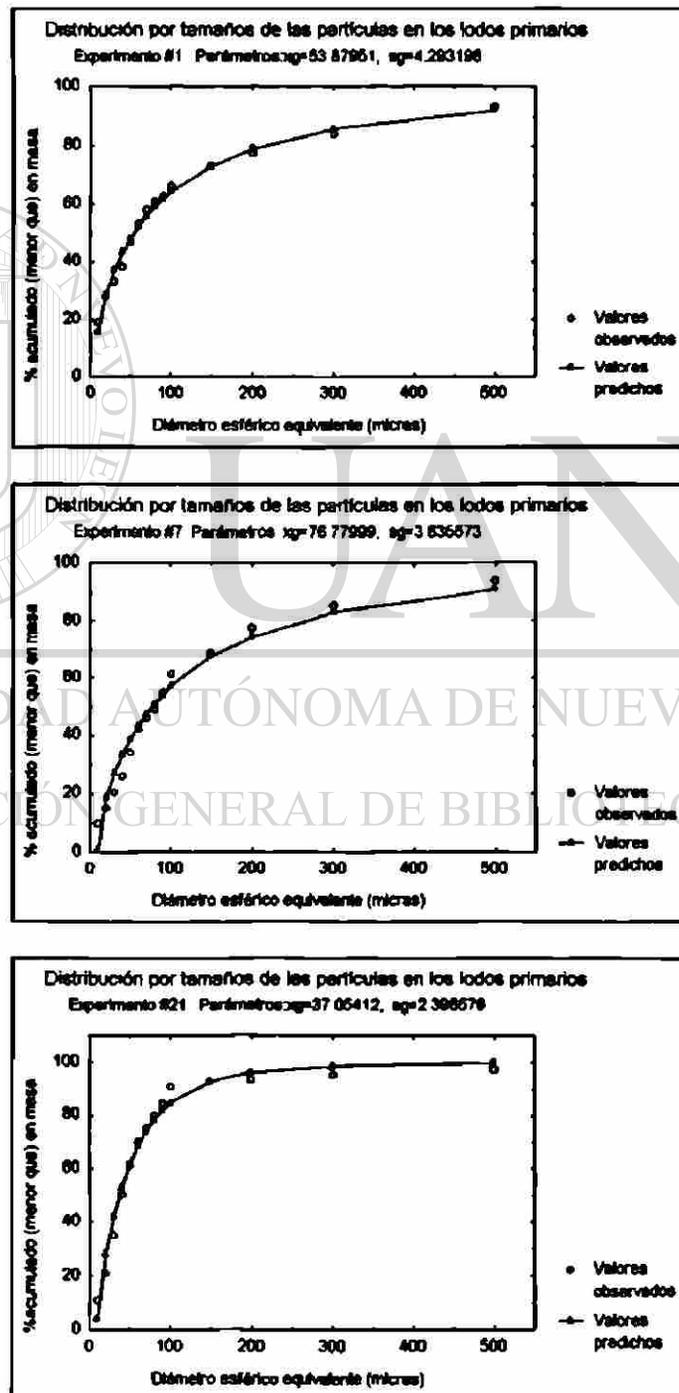


Figura 52. Algunas Distribuciones por Tamaños Ajustadas con la Función log-normal

Debido a la gran variabilidad en los puntos de corte (TABLA 21), no fue posible obtener una correlación satisfactoria para la forma general de las ecuaciones (2-104) y (2-105):

$$Stk_{50} \cdot Eu = a [\ln(1/R_f)]^{b_1} \exp(b_2 \cdot C_f) \quad (4-10)$$

ya que dicha ecuación expresa el  $X_{50}$  en función de la partición del flujo ( $R_f = U/Q$ ), la concentración de la alimentación  $C_f$ , y la caída de presión  $\Delta p$ ; y para los experimentos realizados con los lodos la variabilidad de los puntos de corte no solo es atribuible a estos tres factores, sino también a que las suspensiones no tenían distribuciones homogéneas.

Por tanto, se procedió a calcular el producto  $Stk_{50} \sqrt{Eu}$ , ya que en un artículo (Svarovsky, 1992) se menciona que para el caso de hidrociclones de diámetro pequeño, la relación  $Stk_{50} \sqrt{Eu}$  es función de la concentración de la alimentación  $C_f$ , y dicha correlación sigue un comportamiento exponencial, como se puede observar en la figura 53, y que se representa por la siguiente ecuación:

$$Stk_{50} \sqrt{Eu} = k_1 \exp(k_2 C_f) + k_3 \quad (4-11)$$

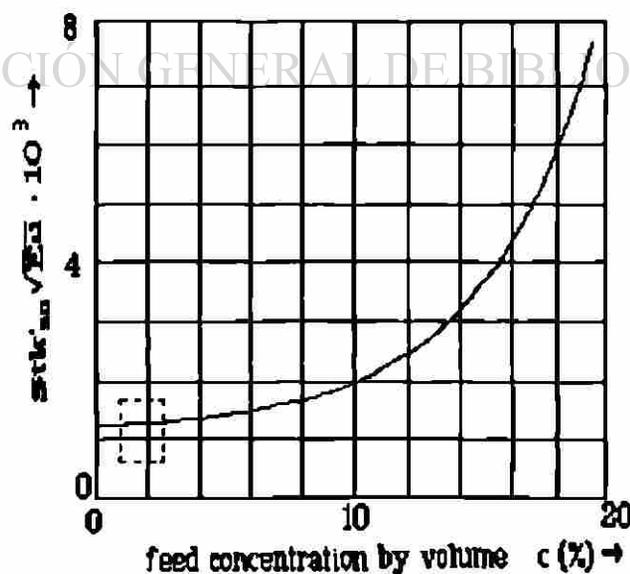


Figura 53. Correlación entre el producto  $Stk_{50} \sqrt{Eu}$  y  $C_f$  reportada en (Svarovsky, 1992).

Los resultados experimentales del producto  $Stk_{50} \sqrt{Eu}$  dieron valores casi constantes para todas las corridas realizadas, como se puede observar en la figura 54, esto se puede interpretar en el sentido de que el rango de concentraciones manejadas en esta investigación fue muy pequeño, ya que se encontraban entre 1 y 2% (en vol) aproximadamente, por tanto, este intervalo corresponde a un rango muy estrecho de la curva de la figura 53, la cual en este intervalo de concentraciones es casi una línea horizontal (véase el cuadro punteado de la figura 53). Debido a esto se procedió a ajustar los resultados a una línea recta, obteniéndose la siguiente ecuación:

$$Stk_{50} \sqrt{Eu} = -0.000054085 C_f + 0.03861791 \quad (4-12)$$

cuya pendiente es muy cercana a cero, lo que confirma la suposición hecha en el párrafo anterior. El análisis de regresión lineal dio un coeficiente de correlación lineal  $r$  de  $-0.71$ , que muestra un grado razonable de ajuste del modelo obtenido, los valores de los residuales fueron muy pequeños, como se ve en las gráficas de la figuras 55, en las que no se aprecia un comportamiento anormal de dichos residuales.

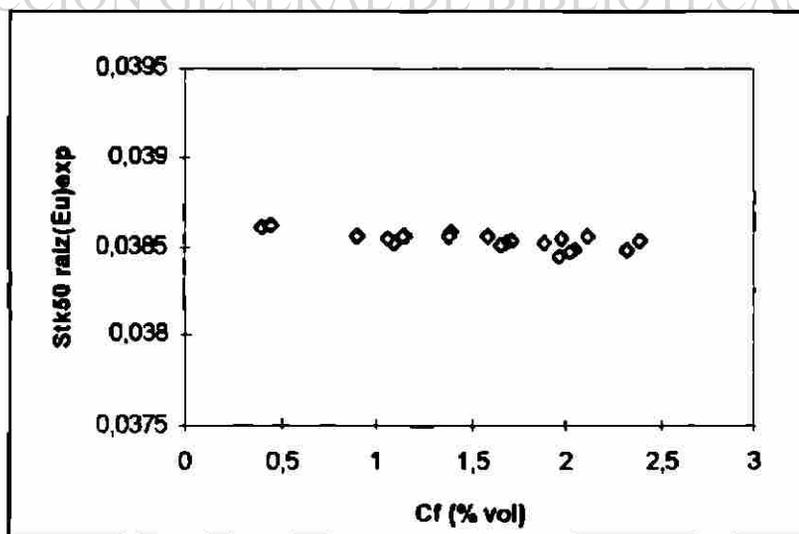


Figura 54. Gráfica que muestra la relación entre el producto  $Stk_{50} \sqrt{Eu}$  y la concentración de la alimentación  $C_f$  obtenida experimentalmente.

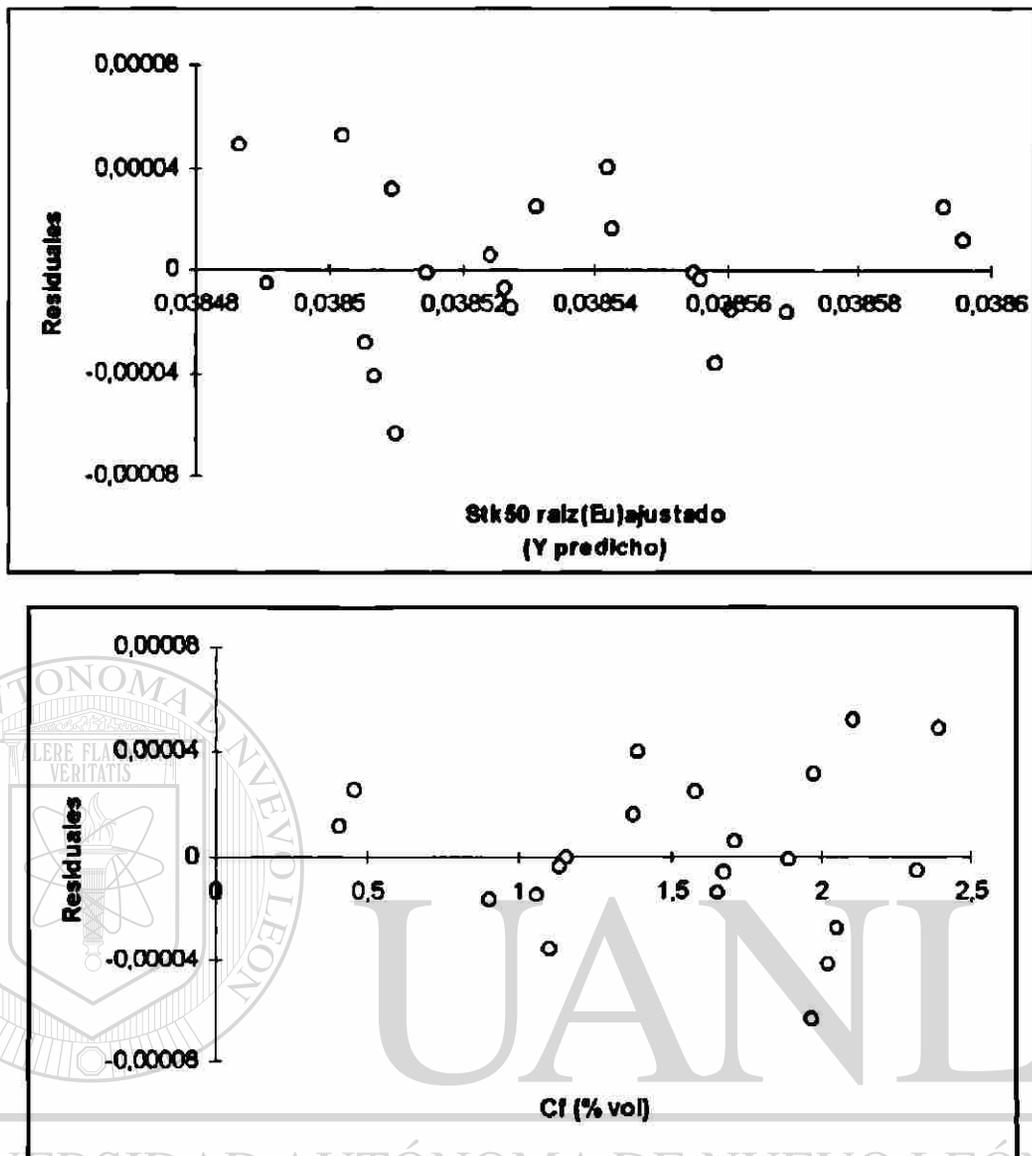


Figura 55. Gráficas de residuales para la ecuación  $Stk_{50} \sqrt{Eu} = -0.000054085 C_f + 0.03861791$

#### 4.2.4 Correlaciones Obtenidas

De los análisis de regresión llevados a cabo anteriormente se obtuvieron las siguientes correlaciones:

$$Eu = 3.388 \times 10^9 (Re^*)^{-1.542} \exp(-1.325 C_f) \quad (4-4)$$

$$R_f = 59.236 (D_w/D_c)^{4.182} (Re^*)^{-0.269} \quad (4-9)$$

No se incluye la correlación para  $Stk_{50} \sqrt{Eu}$  debido a que con el rango de concentraciones  $C_f$  en el que se trabajó solo se abarcó un intervalo muy estrecho de

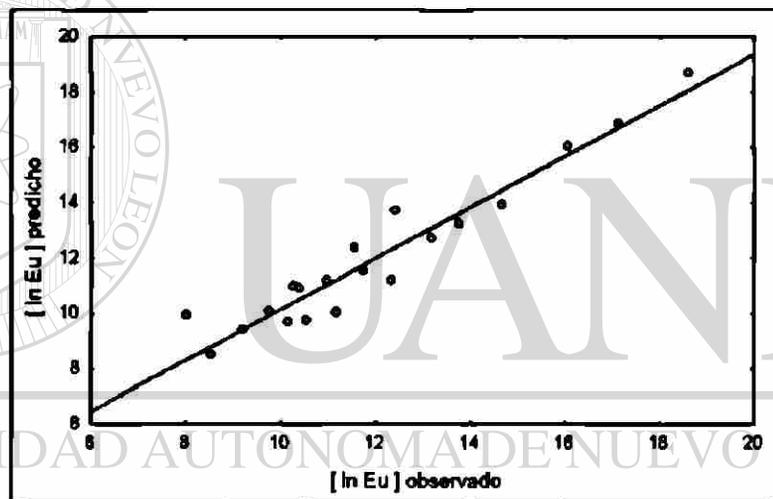
dicha correlación, y como se observa en la figura 53, dicho producto es función únicamente de la concentración.

TABLA 23

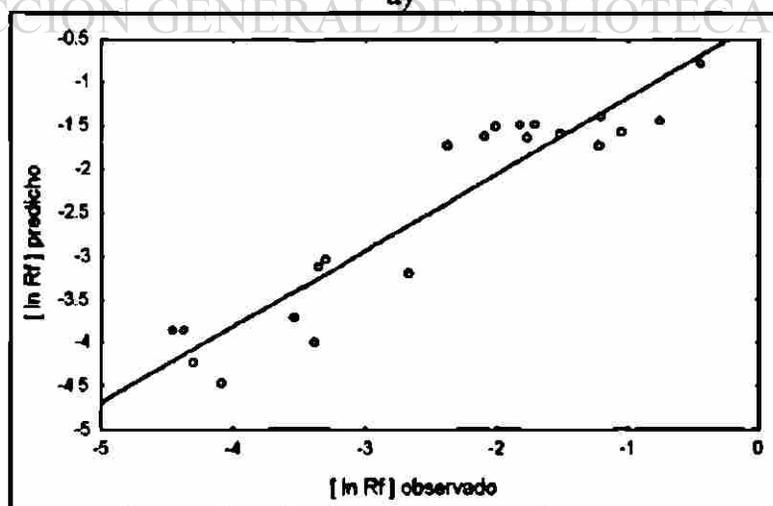
RESUMEN DE LOS VALORES DE LOS PARÁMETROS OBTENIDOS

Ecuación	a	b <sub>1</sub>	b <sub>2</sub>	R <sup>2</sup>
(4-4)	$3.388 \times 10^9$	-1.542	-1.325	0.9209
(4-9)	59.236	4.182	-0.269	0.8794

La figura 56 muestra una comparación entre los valores predichos por los modelos de regresión y los valores observados experimentalmente.



a)



b)

Figura 56. Comparación Entre los Valores Obtenidos Experimentalmente y los Valores Predichos por el Modelo. a) Para *Eu* Usando la Ecuación (4-4) y b) Para *R<sub>f</sub>*, con la Ecuación (4-9).

En las figuras 57 y 58 se muestran las correlaciones obtenidas para  $Eu$  y  $R_f$  a partir de los datos experimentales.

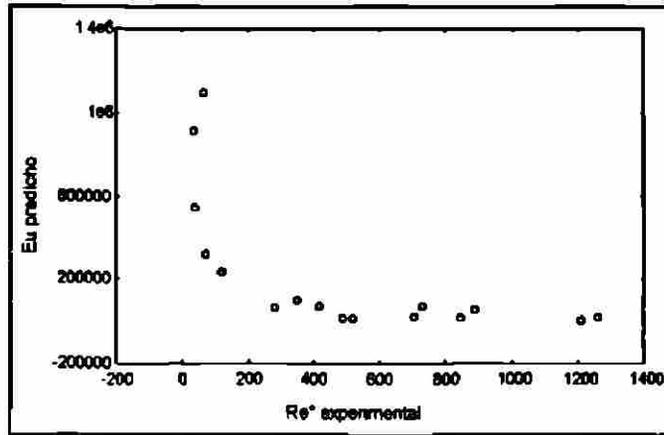
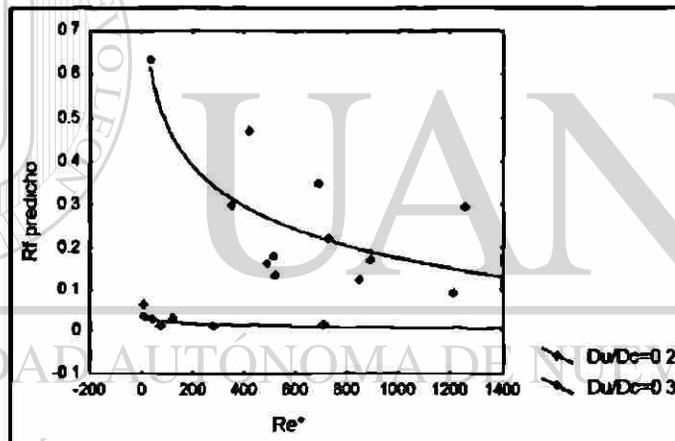
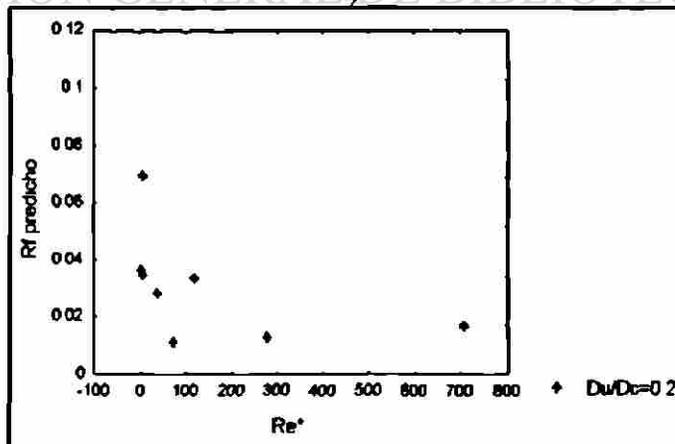


Figura 57. Gráfica que muestra la Correlación entre los Números Adimensionales  $Eu$  y  $Re^*$  dada por la Ecuación (4-4) para concentraciones entre 0.4 y 2.4% expresadas en volumen.



a)



b)

Figura 58. Gráficas que muestran las Correlaciones entre  $R_f$  y el Número Adimensional  $Re^*$  dada por la Ecuación (4-9). NOTA: Para poder observar mejor la correlación cuando  $Du/Dc=0.20$  se muestra en b) la gráfica a otra escala.

Con las ecuaciones (4-4) y (4-9) es posible predecir el funcionamiento de hidrociclones con geometría de Rietema que trabajen con lodos primarios dentro del rango de concentraciones bajas y cuyo comportamiento reológico sea no newtoniano del tipo pseudoplástico.

### 4.3 Eficiencia del Proceso de Separación

Debido a que nuestro objetivo era obtener una suspensión con una mayor concentración de sólidos, el análisis de la eficiencia del proceso de separación sólido-líquido se realizó tomando como parámetro la cantidad de sólidos separados que salían a través del espesado en relación a la cantidad de sólidos presentes en los lodos alimentados al hidrociclón (ecuación 4-10 ). Para probar el efecto de ciertos factores sobre la eficiencia de la operación se diseñó un experimento factorial  $2^3$  con dos réplicas, dando como resultado 16 experimentos (ver TABLA 24). Los factores estudiados fueron la caída de presión  $\Delta p$ , el diámetro de la boquilla de salida del espesado  $D_e$  y la concentración de los lodos alimentados al hidrociclón  $C_f$ , y los valores utilizados para dichos factores fueron 1 y 3  $\text{kg}/\text{cm}^2$  de presión a través del ciclón, boquillas con diámetros de 0.5 y 1 cm; con respecto a las concentraciones de los lodos primarios, ya que éstas se encontraban entre 0.2 y 2.1% (expresadas en volumen), se decidió manejar 2 rangos de concentraciones: 1) mayores ó iguales a 1.6% en volumen y 2) menores de 1.6% vol.

$$Eficiencia = \frac{\text{Sólidos presentes en el espesado}}{\text{Cantidad de sólidos iniciales}} \quad (4-10)$$

TABLA 24

DISEÑO FACTORIAL COMPLETO  $2^3$  CON 2 RÉPLICAS

Corrida	$\Delta p$	$D_u$	$C_f$	Eficiencia (%)
1	-1	-1	-1	14.54
2	+1	-1	-1	29.36
3	-1	+1	-1	20.70
4	+1	+1	-1	42.46
5	-1	-1	+1	17.97
6	+1	-1	+1	22.29
7	-1	+1	+1	18.18
8	+1	+1	+1	37.62
9	-1	-1	-1	13.78
10	+1	-1	-1	28.27
11	-1	+1	-1	23.58
12	+1	+1	-1	53.44
13	-1	-1	+1	29.40
14	+1	-1	+1	18.78
15	-1	+1	+1	31.51
16	+1	+1	+1	27.88

El análisis de varianza para el diseño de 3 factores mencionado se muestra en la

TABLA 25. A partir de los resultados mostrados en dicha tabla podemos decir que tanto la caída de presión,  $\Delta p$ , como el diámetro de la boquilla de salida del espesado,  $D_u$ , tienen un efecto significativo sobre la eficiencia del hidrociclón ( $\alpha < 0.01$ ), en la TABLA 26 se encuentran los valores de F para los niveles de significancia de 0.01, 0.05 y 0.10 obtenidos de las tablas para la distribución F que podemos encontrar en cualquier libro de estadística. Con relación a la concentración de los lodos de alimentación el análisis muestra que existe un leve indicio de un efecto ligero de este factor, ya que la prueba F para la concentración dio un resultado un poco menor del valor crítico del 10%, lo anterior probablemente se deba a que el rango de concentraciones manejado fue muy pequeño y por lo tanto, el efecto de la concentración no pudo ser muy apreciado.

Respecto al efecto de las interacciones podemos observar que la interacción  $\Delta p-C_f$  parece ser la más significativa (el valor de  $\alpha$  está muy cercano a 0.01), la interacción  $\Delta p-D_u$  también mostró tener efecto sobre la eficiencia, y se observó un ligero indicio de que puede haber interacción entre los factores  $D_u-C_f$  ya que el valor de F resultó estar cercano al valor crítico del 10%. Por otra parte, la interacción de los tres factores mostró no ser significativa.

TABLA 25

ANÁLISIS DE VARIANZA PARA EL EXPERIMENTO FACTORIAL  $2^3$

Fuente de variación	Suma de cuadrados	Grados de libertad	Cuadrado medio	F	p
1: $\Delta p$	511.2121	1	511.2121	16.84861	0.002658
2: $D_u$	409.8600	1	409.8600	13.50823	0.005112
3: $C_f$	31.6406	1	31.6406	1.04282	0.333831
12	123.3210	1	123.3210	4.06443	0.074597
13	318.8010	1	318.8010	10.50710	0.010135
23	47.1969	1	47.1969	1.55552	0.243800
123	0.0025000	1	0.0025000	0.000082	0.993000
Residual		9	30.3415		

DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

TABLA 26

VALORES DE F PARA VARIOS NIVELES DE SIGNIFICANCIA  $\alpha$

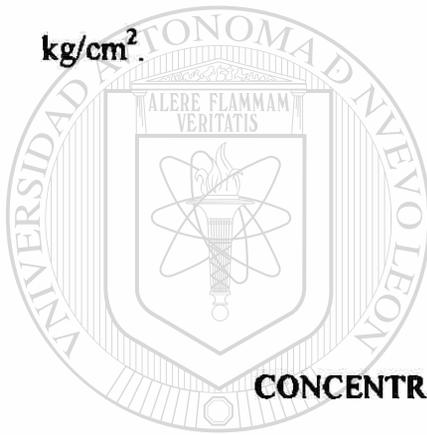
Nivel de significancia $\alpha$	0.01	0.05	0.10
$F_{\alpha,1,9}$	10.56	5.12	3.36

A partir de los resultados de las concentraciones obtenidas para los 23 experimentos realizados en total se pudo observar que cuando se utilizaba la boquilla con diámetro  $D_u$  igual a 0.5 cm el hidrociclón trabajaba como desarenador, ya que en el

efluente inferior se recolectaban arenas acompañadas de un poco de líquido claro, la cual presentaba dificultad para fluir debido a la gran cantidad de gruesos que contenía. Por otra parte, cuando se trabajó con la boquilla de 1 cm de diámetro, la suspensión obtenida en el efluente inferior presentaba la propiedad de fluir con facilidad y no contenía cantidades altas de arenas. Para observar la capacidad espesante de los hidrociclones se presentan los resultados como la recuperación en términos de masa que usa Trawinsky (Trawinsky,1977), ya que la forma usual en la que se expresa la concentración de los lodos de aguas residuales es en un porciento del peso. La relación entre la concentración del espesado y la concentración de la alimentación se muestra en la última columna de las tablas 27 y 28. De estos resultados podemos observar que las relaciones  $C_{w_s}/C_{w_r}$  obtenidas usando el diámetro de 0.5 cm son visiblemente más altas que las correspondientes al diámetro de 1 cm, debido al alto contenido de arenas y el poco líquido que se recolectaba en los efluentes inferiores. Esta mayor capacidad espesante que se presentó con la boquilla de 0.5 cm se puede deber al efecto de la partición del flujo ( $R_f=U/Q$ ), que para dicho diámetro se alejó más del valor de 0.5 (partición 50% a 50%), como se puede observar en la tabla 27, por lo que los sólidos del espesado salieron relativamente secos. Por otra parte, al usar la boquilla de 1 cm dio una partición del flujo más cercana a  $R_f=0.5$  (TABLA 28), así que los sólidos espesados salieron acompañados de una mayor cantidad de líquido. Lo anterior concuerda con lo que dice la teoría, es decir, que el efecto de la partición de flujo es mayor cuando se manejan efluentes descendentes diluidos y de volumen considerable.

Para el caso de los experimentos en los que se usó la boquilla de 1 cm las relaciones  $C_{w_s}/C_{w_r}$  obtenidas fueron más constantes ya que oscilaban entre 1.2 y 2.4, lo cual

significa que se logró aumentar la concentración inicial de los lodos de 1.2 a 2.4 veces. El efecto de la caída de presión puede apreciarse en los resultados de los experimentos 7 y 12 de la tabla 28, en los que la concentración de los lodos alimentados se encuentra alrededor del 3% en peso, en donde la relación  $Cw_o/Cw_f$  para el experimento 12 en el que se usó una caída de presión de 3 kg/cm<sup>2</sup> fue casi el doble ( $Cw_o/Cw_f=2.27$ ) de la que se obtuvo para el experimento 7 en el que se trabajó con 1 kg/cm<sup>2</sup> de presión ( $Cw_o/Cw_f=1.17$ ); en los experimentos 3 y 8 también se puede observar un aumento, aunque en menor proporción, en la relación  $Cw_o/Cw_f$  al incrementar la presión de 2 a 3 kg/cm<sup>2</sup>.



UANL

**TABLA 27**  
**CONCENTRACIONES OBTENIDAS USANDO  $D_o = 0.5$  cm**

Exp. No.	$Cw_f$ (% peso)	$Cw_a$ (% peso)	$Cw_o$ (% peso)	$\Delta p$ (kg/cm <sup>2</sup> )	$R_f = U/Q$	$Cw_o/Cw_f$
1	1.700	13.450	1.480	1.0	0.017	7.91
4	0.270	9.570	0.225	2.0	0.0046	35.44
5	0.255	1.540	0.225	2.0	0.0226	6.04
10	3.130	24.640	2.415	2.0	0.0289	7.87
11	2.960	12.130	2.245	2.0	0.0697	4.10
14	2.255	25.270	1.880	1.0	0.0136	11.21
15	2.285	18.190	1.675	1.0	0.0339	7.96
20	2.910	44.190	2.295	3.0	0.0117	15.19
21	2.545	13.140	2.145	3.0	0.0349	5.16
22	1.590	31.600	1.140	3.0	0.0126	19.87
23	1.595	11.700	1.190	3.0	0.0368	7.34

TABLA 28

CONCENTRACIONES OBTENIDAS USANDO  $D_n = 1.0 \text{ cm}$ 

Exp.No.	$C_{w_f}$ (% peso)	$C_{w_u}$ (% peso)	$C_{w_o}$ (% peso)	$\Delta p$ ( $\text{kg/cm}^2$ )	$R_f =$ $U/Q$	$C_{w_o}/C_{w_f}$
2	1.350	1.930	1.105	3.0	0.296	1.43
3	1.810	2.750	1.300	3.0	0.350	1.52
6	2.545	4.890	2.300	1.0	0.0931	1.92
7	2.965	3.460	2.095	1.0	0.6348	1.17
8	1.715	2.200	1.285	2.0	0.4685	1.28
9	1.550	2.685	1.065	2.0	0.2974	1.73
12	2.910	6.620	2.175	3.0	0.1614	2.27
13	2.515	5.145	2.100	3.0	0.1336	2.04
16	0.590	1.385	0.425	2.0	0.1709	2.35
17	0.565	1.075	0.420	2.0	0.2208	1.90
18	2.290	3.940	1.920	1.0	0.1806	1.72
19	2.010	3.350	1.820	1.0	0.1229	1.67

## **CAPITULO 5**

### **CONCLUSIONES**

En el presente capítulo se hablará acerca de las inferencias que pueden hacerse tomando como base los resultados obtenidos en la presente investigación. En primer término, se hablará acerca del tipo de comportamiento reológico encontrado en los lodos analizados, posteriormente se tratarán las correlaciones obtenidas y, por último, se hablará acerca de la eficiencia del proceso de separación por medio de hidrociclones.

En general sabemos que el comportamiento reológico de los lodos de aguas residuales puede ser muy variado debido a la diversidad en su composición, origen, tipo de tratamiento recibido y a las variaciones en tamaño y naturaleza de la materia particulada de que están formados. Para las concentraciones de sólidos que se manejaron

en este estudio (entre 0.3 y 3.1% en peso) se ha encontrado que el modelo de Ostwald (ley de la potencia) es capaz de describir en forma adecuada el comportamiento reológico de los lodos primarios, el 91.3% de las muestras estudiadas mostró un comportamiento pseudoplástico, mientras que el porcentaje restante (8.7%) reportó un comportamiento dilatante, podría suponerse que éste último se presenta cuando se manejan concentraciones muy bajas (0.25-0.27% peso); sin embargo, esto no puede ser concluyente y requeriría de más estudio. En la bibliografía especializada se puede encontrar que la reología reportada para los lodos de aguas residuales varía ampliamente. Perry (Perry y Green, 1984) menciona que el tipo de comportamiento más común es el de plástico de Bingham, Battistoni y colaboradores (Battistoni et al, 1991) reportan una

tendencia de plástico a pseudoplástico conforme la concentración de sólidos se incrementa para el caso de lodos digeridos en forma anaeróbica. Fair, Geyer y Okun (Fair, Geyer, 1987) mencionan que incluso se han encontrado lodos con comportamiento reológico dependiente el tiempo. Por todo lo anterior, se considera importante el estudio realizado en cuanto a la caracterización reológica de los lodos, ya que a pesar de que en la literatura extranjera podemos encontrar datos, sabemos que las características de las aguas residuales y consecuentemente de los lodos varían ampliamente debido a factores tales como el tipo de agua, la clase de suelo, los hábitos de alimentación, entre otros; y, en consecuencia, estos factores también pueden afectar el comportamiento reológico que presentan los lodos, ocasionando que los resultados muestren diferencias significativas. Además, la mayor parte de la bibliografía abarca el estudio reológico de lodos activados y se tiene poca información en cuanto a los lodos primarios.

Las correlaciones obtenidas (ecuaciones 4-4 y 4-9) en la presente investigación usando suspensiones "reales" (no preparadas en el laboratorio) mostraron un comportamiento similar al que se encuentra reportado en la literatura (Antunes, 1992; Ortega-Rivas y Svarovsky, 1993) con lo cual se confirma la aplicabilidad de los modelos empíricos desarrollados y que consideran el comportamiento no newtoniano de las suspensiones, dichos modelos pueden ser utilizados para el diseño confiable y el escalamiento adimensional de hidrociclones con geometría de Rietema y cuyo comportamiento reológico es del tipo pseudoplástico. La investigación anterior contribuye en forma significativa al área de modelado de separaciones sólido-líquido ya que considera el comportamiento no newtoniano de las suspensiones.

$$Eu = 3.388 \times 10^9 (Re^*)^{-1.542} \exp(-1.325 C_f) \quad (4-4)$$

$$R_f = 59.236 (D_v/D_c)^{4.182} (Re^*)^{-0.269} \quad (4-9)$$

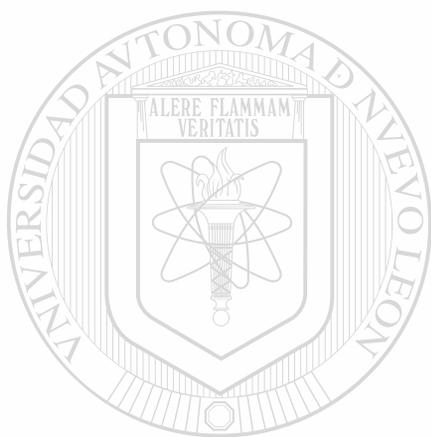
En cuanto al estudio realizado sobre el efecto de factores tales como la caída de presión, el diámetro de la boquilla de salida del espesado y la concentración de la suspensión de alimentación sobre la eficiencia del proceso de separación por medio de hidrociclones, se puede concluir que los tres tienen efecto significativo (Medina y Ortega-Rivas, 1996). Lo anterior coincide con lo que especifica la bibliografía especializada.

Además, se pudo observar que dependiendo del diámetro de la boquilla de salida del espesado se puede determinar el tipo de proceso de separación que se va a realizar, en este caso se observó que con solo cambiar dicho diámetro, el hidrociclón trabajaba como desarenador o como espesador, lo cual comprueba la versatilidad de este tipo de separadores sólido-líquido.

Utilizando hidrociclones como espesadores para los lodos provenientes de los sedimentadores primarios, se logró aumentar la concentración de sólidos en el espesado

1.7 veces, en promedio. El espesamiento y/o desarenado de los lodos primarios mediante hidrociclones puede ser considerado como una opción adicional a los métodos convencionales tomando como base los resultados obtenidos en función de las concentraciones de los lodos espesados; claro está que la decisión dependerá del análisis de factores tales como: la cantidad de lodos a espesar, los requerimientos y los costos del terreno, el consumo de energía, entre otros. Es probable que para una planta pequeña, ésta no sea una opción viable, pero quizá sí lo sea para una planta que maneje grandes volúmenes de lodos, que cuente con una pequeña área de terreno y que requiera de una operación frecuente. Además, como se mencionó al principio, con el uso de hidrociclones

se podrían resolver los problemas de los olores que generalmente se presentan debido a que los lodos primarios se vuelven anaeróbicos con rapidez.



UANL

---

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN

®

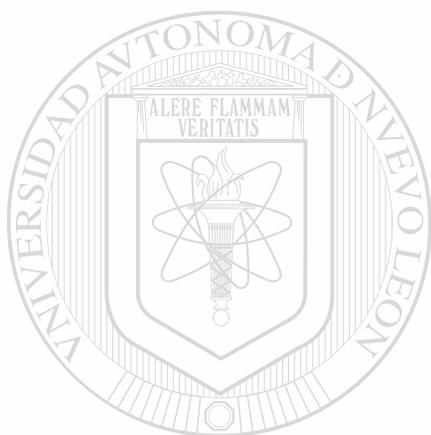
DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

## REFERENCIAS

1. Allen, T. (1981), *Particle Size Measurement*, Chapman & Hall Ltd., London.
2. Antunes, M. and R.A. Medronho (1992), "Bradley Hydrocyclones: Design and Performance Analysis", in L. Svarovsky, and M.T. Thew, (Eds.), *Hydrocyclones: Analysis and Applications*, Kluwer Academic Publishers, Dordrecht, Netherlands.
3. APHA, AWWA, WEF (1992), *Standard Methods for the Examination of Water and Wastewater*, 18<sup>th</sup> ed., Washington.
4. Battistoni, P., G. Fava, F. Cecchi and P. Pavan (1991), "Rheology of Sludge from Semi-dry Anaerobic Digestion of Municipal Solid Waste", *Environmental Technology*, **12**, 897-905.
5. Brookfield Instruments, VISCOSIMETER BROOKFIELD, More Solutions to Sticky Problems. A guide to getting more from your Brookfield Viscosimeter.
6. Constantinides, A. (1987), *Applied Numerical Methods with Personal Computers*, Mc Graw-Hill, Singapore.
7. Davis, M. L., and D. A. Cornwell (1991), *Introduction to Environmental Engineering*, Mc Graw-Hill, Singapore.
8. Doheim, M.A., G.A. Ibrahim and A.A. Ahmed (1985), "Rapid Estimation of Corrected Cut Point in Hydrocyclone Classification Units", *Int. J. of Miner. Process.*, **14**, 149-159.
9. Draper, N. R., and H. Smith (1981), *Applied Regression Analysis*, John Wiley & Sons, New York.
10. Fair, G. M., J. Geyer y D. A. Okun (1987), *Ingeniería Sanitaria y de Aguas Residuales. Vol. I*, Limusa, México.
11. Hines, W.W., y D.C. Montgomery (1988), *Probabilidad y Estadística para Ingeniería y Administración*, CECSA, México.
12. Kreyzig, E. (1978), *Matemáticas Avanzadas para Ingeniería Volumen 2*, Limusa, México.

13. McCabe, W.L. y J.C. Smith (1981), *Operaciones Básicas de Ingeniería Química*, Reverté, España.
14. Medina-Caballero, H., and E. Ortega-Rivas, "Treatment of Primary Sludge from Domestic Wastewaters by Small Diameter Hydrocyclones", 5th World Congress for Particle Technology, July 14-18, 1996, San Diego, Cal., USA.
15. Metcalf & Eddy Inc. (1991), *Wastewater Engineering: Treatment, Disposal and Reuse*, 3th ed., Mc Graw-Hill, USA.
16. Ortega-Rivas, E. (1989), "Dimensionless Scale-Up of Hydrocyclones for Separation of Concentrated Suspensions", *PhD Thesis*, University of Bradford, Bradford, UK.
17. Ortega-Rivas, E., and L. Svarovsky (1993), "On the Completion of a Dimensionless Scale-up Model for Hydrocyclone Separation", *Fluid/Particle Separation J.*, 6 (3), 104-109.
18. Ortega-Rivas, E., and L. Svarovsky (1994), "A Direct Combined Method for Measuring Particle Size Distribution in Obtaining Grade Efficiency Curves", *Powder Handling & Processing*, 6 (4), 401-404.
19. Perry, R.H., D.W. Green (1984), *Perry's Chemical Engineers' Handbook*, 6<sup>th</sup> ed., Mc Graw-Hill, USA.
20. Rietema, K. (1961), *Chem. Eng. Sci.*, 15 (3,4), 298-325.
21. Spiegel, M.R. (1980), *Manual de Fórmulas y Tablas Matemáticas*, Mc Graw-Hill, México.
22. Stockham, J.D., E.G. Fotchman (Eds.) (1979), *Particle Size Analysis*, Ann Arbor Science, Ann Arbor Michigan.
23. Svarovsky, L. (1979), "The Efficiency of Separation Processes", in R.J. Wakeman (Eds.), *Progress in Filtration and Separation*, Elsevier Publ. Co., Amsterdam.
24. Svarovsky, L. (1984), "Hydrocyclones in Chemical Engineering", in Gregory, J. (Eds.), *Solid-Liquid Separation*, Ellis Horwood-Publishers, Chichester, U.K.
25. Svarovsky, L. (1987), "Evaluation of Grade Efficiency Using Multiple Function Curve Fitting of Particle Size Distributions", in P.J. Lloyd (Ed.), *Particle Size Analysis 1985*, John Wiley & Sons, Chichester, U.K.
26. Svarovsky, L. (1992), "A New Method of Testing Hydrocyclone Grade Efficiencies", in L. Svarovsky, and M.T. Thew (Eds), *Hydrocyclones: Analysis and Applications*, Kluwer Academic Publishers, Dordrecht, Netherlands.

27. Trawinsky, H.F. (1977), "Hydrocyclones", in D.B. Purchas (Eds.), *Solid-Liquid Separation Equipment Scale-Up*, Uplands Press Ltd., Croydon, U.K.
28. Water Poll. Control Fed. (1980), *Sludge Thickening. Manual of Practice No. FD-1*, Washington, D.C.
29. Apuntes curso Diseño Estadístico de Experimentos, Instituto Tecnológico de Veracruz, Agosto 1994.
30. Ayuda del Programa *Statistica* versión 4.2 *Windows*.



# UANL

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN



DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

