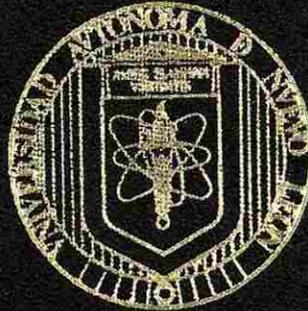


UNIVERSIDAD AUTONOMA DE NUEVO LEON
FACULTAD DE INGENIERIA MECANICA
Y ELECTRICA.



TECNICAS MODERNAS PARA EL ANALISIS
DE ESTABILIDAD TRANSITORIA EN SISTEMAS
ELECTRICOS INTERCONECTADOS MEDIANTE
LA APLICACION DE EQUIVALENTES DINAMICOS

T E S I S

QUE PARA OBTENER EL GRADO DE
DOCTOR EN INGENIERIA ELECTRICA

PRESENTA

JOSE JUAN MANUEL RAMIREZ ARREDONDO

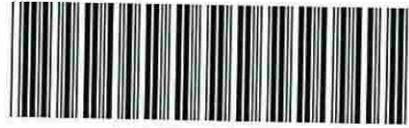
MONTERREY, N. L.

DICIEMBRE 1992

TECNICAS MODERNAS PARA EL ANALISIS
DE ESTABILIDAD TRANSITORIA EN SISTEMAS
ELECTRICOS INTERCONECTADOS MEDIANTE
LA APLICACION DE EQUIVALENTES DINAMICOS

TD
Z5853
.M2
FIME
1992
R3

1992



1020070702



UANL

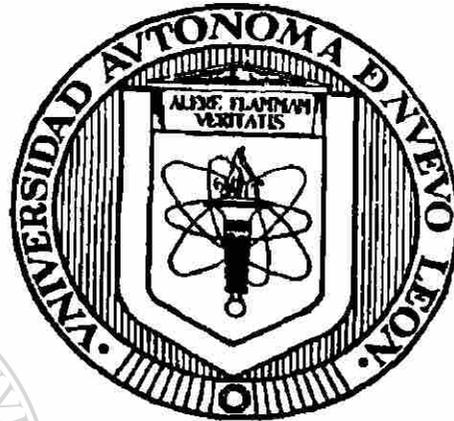
UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN



DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

UNIVERSIDAD AUTONOMA DE NUEVO LEON

FACULTAD DE INGENIERIA MECANICA Y ELECTRICA



**TECNICAS MODERNAS PARA EL ANALISIS DE ESTABILIDAD TRANSITORIA EN
SISTEMAS ELECTRICOS INTERCONECTADOS MEDIANTE LA APLICACION DE
EQUIVALENTES DINAMICOS**

TESIS

**QUE PARA OBTENER EL GRADO DE
DOCTOR EN INGENIERIA ELECTRICA**

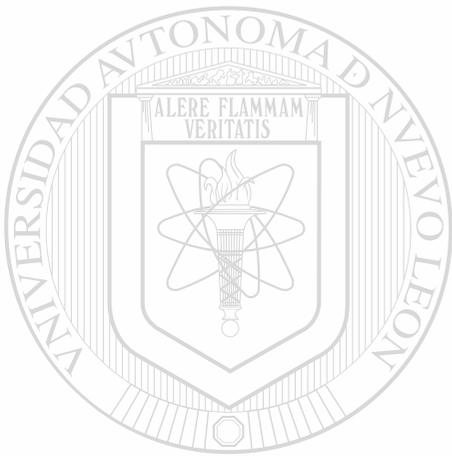
**DIRECCION GENERAL DE BIBLIOTECAS
PRESENTA**

JOSE JUAN MANUEL RAMIREZ ARREDONDO

MONTERREY, N.L.

DICIEMBRE, 1992

TD
25853
oM2
FIME
1992
R3



UANL

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN



DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS



FONDO TESIS

32611

METODOLOGIA PARA EQUIVALENTES DINAMICOS EN ESTUDIOS DE ESTABILIDAD TRANSITORIA

**Los miembros del Comité aprueban la Tesis
Doctoral de Juan Manuel Ramírez Arredondo**

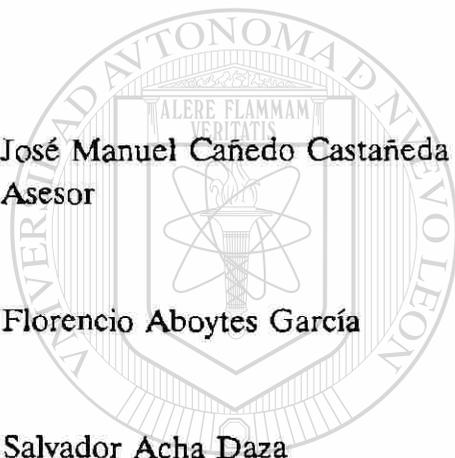
**José Manuel Cañedo Castañeda
Asesor**

Florencio Aboytes García

Salvador Acha Daza

Joaquín Collado Moctezuma

Oscar Leonel Chacón Mondragón



UANL

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN

DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS





Dedicado con todo amor a Lucy porque este trabajo tiene mucho que ver con ella: paciencia, exhortaciones, desvelos y mecanografiado.

UANL

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN



DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

Agradecimientos

Debo agradecer primeramente todo el esfuerzo realizado, el apoyo y comprensión que me ha brindado mi familia a lo largo de los años para la consecución de esta meta.

Asímismo, aprecio sinceramente el cariño y la ayuda recibidos de la familia Flores-Villanueva y la acogida que me ha dado la familia De la Rosa-Delgado.

Además, agradezco

- a los profesores que han influido determinantemente en mi formación profesional: M.C. Victor M. Macías, Dr. Eduardo Arriola, Dr. Florencio Aboytes, Dr. Rafael Kelly, Dr. Joaquín Collado, y muy especialmente al Dr. José Manuel Cañedo C. por su confianza, amistad y asesoría de este trabajo;
- a los profesores del programa doctoral por la dirección de los proyectos y el compartimiento desinteresado de sus conocimientos;
- a todos los compañeros del programa doctoral por la camaradería; especialmente a Luis D. Aréchiga por la ayudota del estado estable; a Alberto Avalos, Jesús Rico y Carlos Pérez por las innumerables horas de máquina; a Ernesto Vázquez, el más grande desfacedor de entuertos del reino;
- al buen Max, Isaías y Regalado por la amistad que me dispensan;
- al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología que me ha apoyado económicamente.®

Índice

Capítulo 1: Introducción

	Pag.
1.1 Motivación	1
1.2 Modelos de orden reducido	4
1.3 Revisión histórica de los métodos para construir modelos de orden reducido	7
1.4 Estructura del trabajo	13

Capítulo 2: Generalidades sobre equivalentes de sistemas eléctricos

2.1 Reducción de modelos en sistemas de potencia	13
2.2 Requerimientos	14
2.3 Equivalentes para el subsistema lineal	22
2.3.1 Equivalente Ward	22
2.3.2 Equivalente rei	24
2.3.3 Equivalente reduc	26
2.4 Equivalentes para el subsistema no-lineal (generadores)	29
2.4.1 Enfoques modales	29
2.4.2 Métodos de coherencia	33
2.4.3 Equivalentes dinámicos estimados	37
2.5 Cargas	39
2.6 Ecuación de oscilación	41
2.7 Perturbaciones	44
2.8 Sistemas equivalentes	46
2.9 Hacia una metodología general	47
2.10 Resumen del capítulo	48

Capítulo 3: Equivalentes de centrales eléctricas

3.1	Generalidades sobre reducción de centrales	50
3.2	Método de las realizaciones balanceadas	51
3.2.1	Algoritmo para obtener una realización balanceada	57
3.3	Reducción del modelo máquina-barra infinita	57
3.3.1	Aplicación de las realizaciones balanceadas	57
3.3.2	Ecuación de oscilaciones equivalente	63
3.3.3	Algoritmo para la ecuación de oscilación equivalente	73
3.3.4	Otros métodos de reducción para sistemas máquina-barra infinita	73
3.4	Reducción de modelos de sistema de excitación	74
3.4.1	Excitador Tipo 1 del IEEE	74
3.4.2	Excitador tipo ST2 del IEEE	79
3.5	Equivalentes de centrales	84
3.5.1	Técnica de ajuste de curvas para agregar generadores	85
3.5.2	Técnica simplificada	87
3.5.3	Agregación de sistemas de excitación	90
3.5.4	Procedimiento para agregar generadores de centrales eléctricas	94
3.5.5	Central eléctrica con tres máquinas	95
3.5.6	Central eléctrica con cuatro máquinas	101
3.6	Resumen del capítulo	105

Capítulo 4: Métodos para determinar equivalentes dinámicos en sistemas eléctricos

4.1	Equivalente dinámico	107
4.2	Condiciones teóricas sobre coherencia	110
4.2.1	Coherencia geométrica estricta (CGE)	110
4.2.2	Coherencia estricta por sincronización (CES)	114

4.3	Método basado en perturbaciones singulares	116
4.3.1	Resumen del algoritmo	126
4.4	Método modal-coherente	130
4.5	Método de coherencia	139
4.5.1	Potencias acelerantes	144
4.5.2	Respuesta modal	145
4.5.3	Medida de coherencia	150
4.5.4	Algoritmo de agrupación	152
4.5.5	Método de coherencia empleando series de Taylor	153
4.6	Comparación de las técnicas para identificar grupos coherentes	154
4.7	Aplicación a una red de prueba	161
4.7.1	Resultados del método modal-coherente	163
4.7.2	Resultados del método de perturbaciones singulares	165
4.7.3	Resultados del método de coherencia considerando aceleración constante	166
4.7.4	Resultados del método de coherencia utilizando series de Taylor	168
4.8	Índice de agregación	169
4.9	Medidas de distancia	178
4.9.1	Reglas de clasificación	181
4.9.2	DEC's en una zona de contingencia (DECZ)	183
4.10	Algoritmo para la identificación del área intermedia	185
4.11	Metodología propuesta	191
4.12	Resumen del capítulo	195

Capítulo 5: Aplicación de la metodología al Sistema Interconectado Nacional

5.1	Equivalente estático	200
5.2	Reducción de centrales eléctricas	201
5.3	Agrupación de generadores mediante métodos modales	206
5.4	Equivalente para el Area Occidental	209

5.4.1 División de la red en zonas	212
5.4.2 Agrupación de generadores coherentes	213
5.4.3 Análisis modal y simulaciones temporales	218
5.5 Equivalentes para las otras áreas	222
5.5.1 Area Noroeste	222
5.5.2 Area Norte	224
5.5.3 Area Central	226
5.5.4 Area Noreste	227
5.5.5 Area Oriental	229
5.6 Relajamiento del algoritmo	232
5.7 Equivalentes por modo de oscilación	237
5.8 Ejemplificación de la reproducción de modos	239
5.9 Conclusiones del capítulo	243

Capítulo 6: Conclusiones y recomendaciones para trabajos futuros

6.1.1 Conclusiones sobre estudios máquina-barra infinita	245
6.1.2 Conclusiones sobre equivalentes de centrales eléctricas	245
6.1.3 Conclusiones sobre identificación de generadores coherentes	246
6.1.4 Conclusiones de la aplicación de la metodología	249
6.2 Recomendaciones para trabajos futuros	250
6.2.1 Recomendaciones sobre equivalentes de centrales eléctricas	251
6.2.2 Recomendaciones sobre sistemas multimáquina	251
6.3 Aportaciones	253

LISTA DE FIGURAS

- 2.1 División de la red en nodos esenciales y no esenciales
- 2.2 Esquema del equivalente REI
- 2.3 Eliminación de nodos
- 2.4 Representación de las cargas antes de eliminar el nodo S
- 2.5 Carga (P_s , Q_s) distribuida a sus nodos vecinos
- 2.6 Identificación mediante máxima verosimilitud
- 2.7 Función de verosimilitud para un parámetro
- 2.8 Período de interés
- 3.1 Sistema Máquina-Barra Infinita
- 3.2 $\Delta\omega$ ante impulso en T_m
- 3.3 $\Delta\delta$ ante escalón en T_m
- 3.4 $\Delta\omega$ ante escalón en T_m
- 3.5 Desplazamiento angular para los modelos original y equivalente
- 3.6 Par eléctrico modelo original y equivalente
- 3.7 Sistema de excitación Tipo 1 para reguladores de acción continua

- 3.8 Variación de E_{jd} como respuesta a un impulso en el voltaje terminal
- 3.9 E_{fd} ante impulso en el voltaje de referencia
- 3.10 Sistema Tipo ST2. Excitador estático con fuente de alimentación compuesta (de voltaje y corriente)
- 3.10a Modelo reducido del excitador Tipo ST2
- 3.11 Desplazamiento angular para modelo de excitador original y reducido
- 3.12 Voltaje terminal para modelo original y reducido
- 3.13 Ejemplificación del sistema en estudio
- 3.14 Red reducida
- 3.15 Ajuste de curva típico para el excitador equivalente
- 3.16 Modelo de excitador simplificado para una entrada escalón grande
- 3.17 Ejemplificación del sistema en estudio

- 3.18 Caso I. Desplazamiento angular ante falla en la barra infinita
- 3.19 Caso I. Voltaje terminal ante falla en la barra infinita
- 3.20 Caso I. Flujo en la línea
- 3.21 Caso II. Desplazamiento angular para máquinas individuales y equivalente
- 3.22 Caso II. Voltaje terminal para máquinas individuales y equivalente
- 3.23 Caso II. Flujo en la línea
- 4.1 Grupo externo de dos generadores (a) antes y (b) después de agregar los nodos terminales generadores
- 4.2 Area de aceleración equivalente
- 4.3 Sistema de prueba Nueva Inglaterra con 39 nodos
- 4.4 Comportamiento de los estados que representan generadores coherentes
- 4.5 Curva de estimación del grado de agregación para el sistema de Nueva Inglaterra
- 4.6 Diagrama esquemático del algoritmo para dividir la red
- 5.1 Diagrama unifilar para la central equivalente
- 5.2 Agregación de generadores
- 5.3 Equivalente Occidental. Flujo MNZ-400 - SLM-400
- 5.4 Equivalente Occidental. Flujo CPT-161 - CBN-13
- 5.5 Equivalente Occidental. Angulo SLM-UD1
- 5.6 Equivalente Occidental. Angulo SAU-UD2
- 5.7 Equivalente Noroeste. Flujo MZD-U1 - MZD-230
- 5.8 Equivalente Norte. Angulo de la máquina LED-U1
- 5.9 Equivalente Central. Flujo IXT-150 - TNG-150
- 5.10 Equivalente Noreste. Angulo de la máquina MTY-U1
- 5.11 Equivalente Sureste. Angulo de la máquina MZT-U1
- 5.12 División de la red para una falla en MTY1-115
- 5.13 División de la red para una falla en RIB-230
- 5.14 Flujo HUI-U1 - HUI-230
- 5.15 Flujo FAM-138 - MTY1-115
- 5.16 Modo BRT-U1 - EFU-U1 - TPO-U1

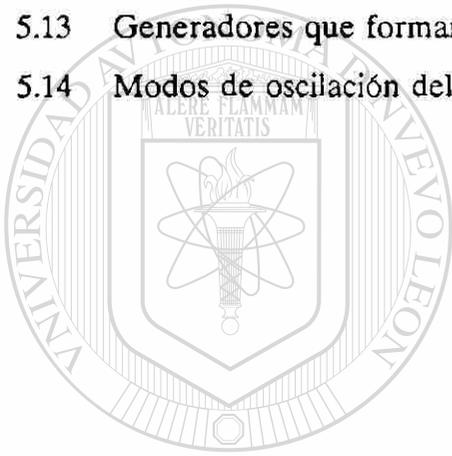
LISTA DE TABLAS

- 3.1 Parámetros del generador
- 3.2 Sistema Máquina-Barra Infinita
- 3.3 Eigenvalores preservados al reducir el modelo original
- 3.4 Parámetros del excitador
- 3.5 Valores característicos para modelo de excitador Tipo 1
- 3.6 Análisis modal
- 3.7 Parámetros para el excitador ST2
- 3.8 Análisis modal para excitador Tipo ST2
- 3.9 Caso I. Parámetros de máquinas
- 3.10 Caso I. Parámetros de excitadores Tipo 1
- 3.11 Caso II. Parámetros de máquinas
- 3.12 Caso II. Parámetros de excitadores Tipo I
- 3.13 Análisis modal Caso I. Máquinas no-reguladas
- 3.14 Caso II. Análisis modal 4 generadores no regulados
- 4.1 Agregación de generadores para disturbio general

- 4.2 Agregación de generadores para un disturbio en las máquinas 1, 8, 9 y 10
- 4.3 Valores singulares de las matrices H , W_c , W_o para el sistema de Nueva Inglaterra
- 4.4 Valores singulares de H para niveles de agregación 0, 1, 2 y 3
- 4.5 Parte imaginaria de los eigenvalores del sistema de Nueva Inglaterra para los niveles de agregación 0, 1, 2 y 3
- 4.6 Cálculo de DEC
- 4.7 DEC para la red de Nueva Inglaterra al considerar falla en el nodo 29
- 5.1 Datos de Máquinas del Sistema Interconectado Nacional. Base 100 MVA
- 5.2 Grupos coherentes según el método de perturbaciones singulares
- 5.3 Grupos coherentes de acuerdo con el método modal-coherente
- 5.4 Generadores que forman el Area Occidental
- 5.5 Clasificación de grupos coherentes. Método de coherencia por serie de Taylor. Falla

en nodo 123(VDR-230)

- 5.6 Grupos coherentes. Método de coherencia por acc. cte. Falla en nodo 123 (VDR-230). Tolerancia = 5°
- 5.7 Generadores que componen el equivalente occidental
- 5.8 Modos de oscilación para el sistema equivalente occidental
- 5.9 Generadores que forman el área Noroeste
- 5.10 Generadores que forman el área Norte
- 5.11 Generadores que forman el área Central
- 5.12 Generadores que forman el área Noreste
- 5.13 Generadores que forman el área Sureste
- 5.14 Modos de oscilación del SIN



UANL

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN



DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

Resumen

Este trabajo aborda la problemática de la obtención de equivalentes dinámicos para estudios de estabilidad transitoria en sistemas eléctricos de potencia.

Para los generadores que forman una central eléctrica, los parámetros del generador y transformador equivalentes se calculan con las expresiones propuestas, las cuales son fáciles de aplicar, de cálculo rápido y directo. Con la agrupación de generadores de una central se disminuye la cantidad de ecuaciones a resolver.

Los modelos del generador y sistemas de excitación son reducidos de orden utilizando la técnica de realizaciones balanceadas y de la ecuación de oscilación equivalente.

La metodología propuesta para reducir el orden de los modelos matemáticos del generador y sistemas de control calcula índices que permiten estimar la calidad de la reducción del modelo y/o la agregación.

Se presentan resultados de aplicación de las técnicas de reducción de modelos y de agregación de generadores de una central eléctrica.

Se analizan en detalle diversas técnicas para la agregación de generadores y la determinación de coherencia e identificación de las zonas de estudio. Las técnicas analizadas son matemáticamente formales, se incluyen adaptaciones y se clarifican conceptos importantes para la aplicación en sistemas eléctricos de potencia.

Se propone una metodología que combina las ventajas de técnicas modales, modal-coherente y de coherencia. Se utilizan medidas de distancia electromecánica para la determinación de zonas intermedias y externas. Esta metodología se aplica para la obtención de equivalentes dinámicos con resultados satisfactorios.

Finalmente, aplicando la metodología propuesta, se obtienen equivalentes dinámicos para las Areas de Control de Energía del Sistema Interconectado Nacional. Se hace un análisis modal de la red y se reproducen modos de oscilación específicos.

CAPITULO 1

INTRODUCCION

1.1 Motivación

La energía es el motor que impulsa a la sociedad moderna. La mayor cantidad de energía utilizada, se suministra en forma de energía eléctrica limpia, confiable y directamente, transformable en calor, luz y fuerza motriz. Debido a la creciente demanda de energía eléctrica se han construido redes eléctricas complejas alrededor del mundo.

La operación exitosa de un sistema de potencia depende en gran medida de la capacidad de los ingenieros para proporcionar un servicio confiable e ininterrumpido a los consumidores. La confiabilidad del suministro de potencia implica más que la mera disponibilidad de la energía. Idealmente, a los consumidores se les debe proporcionar energía eléctrica a frecuencia y voltaje constantes. En términos prácticos esto significa que tanto el voltaje como la frecuencia deben mantenerse dentro de tolerancias pequeñas, de modo que el equipo de los usuarios pueda operar satisfactoriamente. Por ejemplo, una caída de voltaje del 10-15% o una reducción de la frecuencia del sistema 1-2 Hertz puede conducir al frenado de motores. Así, la calidad del servicio puede describirse mediante: a) control de la frecuencia dentro de tolerancias; b) control de voltaje dentro de tolerancias; c) continuidad del servicio.

En el pasado, las compañías eléctricas eran sistemas aislados operados como entidades individuales. Con el paso del tiempo, se extendieron hasta cubrir grandes áreas geográficas. Por otro lado, el incremento de demanda y la búsqueda en la economía de la operación favorecieron la interconexión entre sistemas de potencia vecinos, ayudando a compartir reservas y a suministrar asistencia mutua en casos de emergencia.

La ventaja económica de la interconexión es que se comparten los requerimientos de reserva para enfrentar cambios de carga súbitos e inesperados. La interconexión también permite tomar ventaja de las fuentes de energía más económicas, y puede resultar más barato comprar energía que utilizar los propios recursos durante ciertos períodos de tiempo.

La interconexión puede mejorar la confiabilidad a través del soporte mutuo entre compañías durante emergencias. Sin embargo, este mejoramiento sólo se da si el sistema de transmisión permanece intacto ante tales emergencias. Si los enlaces entre sistemas no son suficientemente fuertes para mantener el sincronismo (generadores con la misma velocidad eléctrica) al ocurrir un disturbio, el sistema interconectado se divide y funcionará como entidades aisladas. Al problema de mantener la operación síncrona de los generadores del sistema de potencia se llama *sincronismo*. El sistema se dice estable si todas las máquinas síncronas interconectadas permanecen en sincronismo después de un disturbio, de otra manera es inestable.

La estabilidad transitoria en sistemas de potencia se ha analizado por muchos años y junto con las restricciones térmicas y de voltaje, es uno de los índices importantes del funcionamiento del sistema de potencia, tanto en la etapa de planificación como en la etapa de operación. En la etapa de planificación se analizan diferentes opciones de localización y selección de equipo con el objeto de minimizar costos y mantener la confiabilidad de la red en el futuro. En esta etapa hay diversas opciones que deben ser estudiadas por lo cual la cantidad de análisis para tomar una decisión puede ser excesiva.

La operación del sistema difiere de la planificación en que el tiempo para una respuesta está limitado y las opciones para tomar una acción son reducidas, los analistas y operadores tienen solo días, horas o minutos para tomar decisiones. Así, resulta crítica una solución rápida y confiable, y puede darse un conflicto entre rapidez de cálculo y precisión de resultados.

La posible implementación del cálculo de estabilidad en tiempo real constituye un problema extremadamente arduo. Es indispensable la utilización de técnicas que reduzcan el tiempo y el esfuerzo de análisis y cálculo, por lo que la rapidez aparece como una cualidad indispensable en la evaluación de la estabilidad transitoria.

Para propósitos de estabilidad en sistemas eléctricos de potencia, se acepta universalmente el enfoque de simulación en el tiempo, debido a que no hay limitaciones en el modelado y se dispone de la respuesta en el tiempo de todas las variables del sistema. Este enfoque requiere de gran cantidad de cálculos que consumen mucho tiempo de cómputo y de interpretación de resultados. De ahí que sea muy importante investigar el problema de la dimensionalidad y la reducción de cálculos.

En el análisis de estabilidad generalmente se utiliza una perturbación crítica desde el punto de vista de seguridad, y se requieren múltiples corridas para obtener datos y tomar decisiones. Esto hace esencial desarrollar técnicas que permitan acelerar el proceso. Existen básicamente dos posibles;

a) El enfoque de hardware, que consiste en utilizar computadoras más potentes y más sofisticadas. Por ejemplo, el empleo de procesadores en paralelo, lo que requeriría de una reformulación adecuada del problema y una modificación drástica de los algoritmos existentes.

b) El enfoque de reducción, que consiste en disminuir los tiempos de cálculo y esfuerzos de análisis al reducir el tamaño del sistema tratado, esto es, construir un sistema equivalente de menor dimensión que garantice una precisión de resultados.

c) Ecléctico, es decir, una combinación de a) y b).

Este trabajo se sitúa dentro del contexto de disminución de tiempo de cálculo y esfuerzo de análisis. Específicamente, es de interés la reducción del número de ecuaciones

diferenciales que representan la dinámica del sistema. Otra línea de investigación se enfoca sobre la reducción del tamaño de la red (equivalentes estáticos).

1.2 Modelos de orden reducido

Históricamente, el análisis de estabilidad transitoria se desarrolló utilizando el modelo clásico de la máquina síncrona, donde sólo se modela la dinámica del rotor. En décadas pasadas se prestó mucha importancia a tratar de reproducir fenómenos de interés mediante simulación. Es así como se desarrollaron modelos de máquina síncrona refinados y sistemas de excitación más elaborados. Parece entonces paradójico que actualmente se dediquen esfuerzos para simplificar tales modelos. Algunas de las razones son las siguientes:

Simplificar el análisis del sistema. Es más sencillo visualizar fenómenos con la menor cantidad de variables posible. Los modelos completos de sistemas físicos complicados generalmente consisten de un gran número de ecuaciones no-lineales. Es común tener cientos de estas ecuaciones para la descripción completa de un sistema de potencia. Esto hace que el modelo sea extremadamente difícil de usar para discernir las interacciones dinámicas básicas que ocurren en el sistema; el análisis y el diseño de controladores pueden llegar a ser virtualmente imposible. Al enorme costo computacional asociado con el manejo de un gran número de ecuaciones, debe agregarse los problemas numéricos que pueden resultar del posible mal condicionamiento del sistema de ecuaciones. Una causa frecuente de dificultades numéricas es la presencia de patrones dinámicos con escalas de tiempo muy diversas. A esta condición generalmente se conoce como la *rigidez* del modelo.

El análisis, simulación o diseño de los sistemas de control automático, es mucho más sencillo y computacionalmente más eficiente hacerlo en sistemas de orden reducido que para uno de gran dimensión. Este punto es de suma importancia en el análisis dinámico de

sistemas eléctricos de potencia ya que debido a la gran cantidad de generadores y controles que conforman la red, los costos computacionales, el tiempo de cálculo y esfuerzo de interpretación de resultados son enormes.

Así, es atractivo utilizar modelos de orden reducido y/o equivalentes de máquinas y sistemas de control. Sin embargo, los resultados obtenidos con el modelo reducido no deberán diferir apreciablemente de los resultados para el caso completo. Por ende, es importante que un método de reducción permita evaluar la calidad del modelo (desviación entre el modelo reducido y el original) y es responsabilidad del ingeniero la selección adecuada del orden del modelo reducido.

Es común en ingeniería utilizar modelos matemáticos reducidos y más sencillos que los modelos refinados del sistema físico. Un paso frecuente en el proceso de simplificación del modelo es la linealización del sistema de ecuaciones alrededor de un punto de operación. Por otra parte se debe tener cuidado cuando se obtienen conclusiones acerca del sistema real a partir del modelo linealizado. Sin embargo, muchas propiedades importantes del modelo no-lineal pueden inferirse del análisis del modelo linealizado, en particular lo relativo a la estabilidad.

DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

La principal ventaja de los modelos linealizados sobre los reales (no-lineales), es que las herramientas matemáticas disponibles para el análisis y control de sistemas LIT (lineales, invariantes en el tiempo) son más simples y más desarrolladas que para sistemas no-lineales variantes en el tiempo.

Las simplificaciones de los modelos LIT se dirigen frecuentemente a producir modelos LIT de orden reducido que retengan algunas propiedades cualitativas y cuantitativas clave de los sistemas originales. En muchos casos lo que es realmente necesario no es una

simplificación del modelo en sí, sino un procedimiento simplificado para extraer eficiente y exactamente del modelo, en forma útil y condensada, la información cualitativa y cuantitativa requerida para una situación particular.

Otra forma de simplificación explota el hecho de que en muchas situaciones prácticas los cambios de algunos de los parámetros en el tiempo (o aun la estructura del modelo) ocurren a una relación mucho más lenta que el proceso dinámico de interés. Se obtienen buenas aproximaciones para sistemas lentamente variantes en el tiempo mediante el análisis de las ecuaciones en momentos convenientemente espaciados en el tiempo, asumiendo que los parámetros variantes en el tiempo permanecen fijos en el tiempo dado.

Los enfoques comunes para el análisis de sistemas de gran escala pueden dividirse de forma amplia en dos clases:

- a) una basada en la intuición física y en la experiencia sobre el sistema;
- b) la otra, dependiente de las propiedades matemáticas y numéricas de su modelo.

El primer enfoque típicamente usa nociones *ad hoc* de la experiencia ingenieril pertinente al campo particular de aplicación, mientras que las nociones típicas utilizadas en el segundo enfoque se basan en conceptos matemáticos formales y manipulaciones numéricas que no dependen de la aplicación. En este trabajo se prefiere y se maneja el segundo enfoque.

La mayoría de las metodologías existentes para reducción de orden presuponen un modelo lineal, invariante en el tiempo y de parámetros concentrados. Estos sistemas generalmente quedan representados mediante la forma normal de variables de estado:

$$\begin{aligned}\dot{x} &= Ax + Bu \\ y &= Cx + Du\end{aligned}\tag{1.1}$$

en donde las matrices A, B, C y D son de dimensiones $(n \times n)$, $(n \times m)$, $(p \times n)$ y $(p \times m)$, respectivamente. Siendo n el número de estados, m el número de entradas y p el número de salidas.

Si el modelo (1.1) es irreducible (realización mínima), es decir, completamente controlable y observable, un modelo de orden reducido será:

$$\begin{aligned}\dot{z} &= A_r z + B_r u \\ y &= C_r z + D_r u\end{aligned}\quad (1.2)$$

en donde A_r , B_r , C_r y D_r son de dimensiones $(r \times r)$, $(r \times m)$, $(p \times r)$ y $(p \times m)$, respectivamente. Obviamente $r < n$, o aún, $r \ll n$. En caso de que el sistema (1.1) no fuera irreducible, existiría una reducción trivial, la parte no-controlable y/o no-observable [39]. El procedimiento para obtener el sistema reducido $\{ A_r, B_r, C_r, D_r \}$ a partir del modelo original $\{ A, B, C, D \}$ es lo que constituye la particularidad de un método.

1.3 Revisión histórica de los métodos para construir modelos de orden reducido

Uno de los primeros intentos para obtener un modelo de orden reducido de un sistema de potencia fué propuesto por Brown y co-autores [1], en 1969. Este método, basado en un trabajo anterior con analizadores de redes, usa un conjunto de factores para obtener cargas y generadores equivalentes para el área externa (en el sentido que el subsistema es externo al de estudio ó interés particular), dejando intacto el subsistema de estudio. Los resultados obtenidos mediante el método fueron poco exactos y no confiables ya que el método fué ideado sobre una base heurística, y estuvo limitado por el poco desarrollo de la computación en ese tiempo.

En los primeros dos artículos sobre equivalentes dinámicos modales, que fueron llamados equivalentes electromecánicos [31], el SEP se divide en tres partes: el sistema de estudio, el sistema que lo rodea y el resto. Como el efecto del sistema restante sobre el sistema de estudio es pequeño, se sugiere sea representado por unos cuantos generadores equivalentes con modelos simplificados. El principal problema fue la simplificación del sistema intermedio que se considera suficientemente remoto del lugar de disturbio, pero que tiene una influencia importante sobre el sistema en estudio. La idea es derivar equivalentes

simples para el sistema intermedio a través de análisis valores característicos.

En 1970, Elangovan y Kuppurajulu propusieron un método basado en análisis modal [3]. Este método estuvo motivado en un trabajo sobre la simplificación de sistemas lineales de Davison [2]. El método representa la respuesta transitoria del sistema mediante dos modelos reducidos diferentes, cada uno de ellos para un período de tiempo diferente, uno donde prevalece la respuesta lenta y el otro donde prevalece la respuesta rápida. Además, este algoritmo requiere obtener primeramente la versión linealizada de las ecuaciones del sistema alrededor de un punto de equilibrio específico, y luego usar el conocimiento previo del comportamiento en el tiempo aproximado de las variables de estado para construir un modelo reducido; esta es la mayor desventaja del método. Por otro lado, los resultados son satisfactorios desde un punto de vista ingenieril.

Casi simultáneamente con el trabajo de Davison, Chang y Adibi propusieron un método basado en análisis de coherencia [7]. Este método utiliza un modelo clásico de máquina síncrona y las cargas como admitancias constantes. Además, el sistema se divide en subsistemas de estudio y externo. Los generadores se modelan como fuentes de corriente variantes en el tiempo, en paralelo con las reactancias transitorias. El objetivo principal del método es formar grupos de generadores que oscilan juntos, reteniendo aquellos nodos que pertenecen al subsistema en estudio y el generador referencia de cada grupo coherente. El resto de los nodos de carga y de generación son eliminados mediante simple manipulación algebraica del sistema de ecuaciones de flujos de carga. Finalmente, la simulación del sistema de potencia se efectúa utilizando el modelo de orden reducido. Un inconveniente del método es que las nuevas variables de estado no corresponden a variables reales del sistema de potencia y así no puede utilizarse el algoritmo como parte de un programa de estabilidad convencional.

Dos años más tarde, en 1973, Lee y Schweppe propusieron un método basado en reconocimiento de patrones [8]. El método usa los conceptos de distancia eléctrica (basado en las admitancias de transferencia de la red) y una distancia de reflexión que se diseña para medir los efectos dinámicos de un generador sobre la estabilidad del sistema en estudio. El objetivo del algoritmo es obtener un conjunto de generadores distribuidos en tres círculos concéntricos: máquinas que son severamente afectadas, menos afectadas y muy poco afectadas por una falla, de acuerdo con un factor de distancia del ángulo de oscilación aproximado mediante $1/2 a t^2$, donde t es la duración de la falla, y a es la aceleración durante el período de falla. La aceleración es calculada a partir de la diferencia entre las potencias mecánica y eléctrica durante ese período dividida por la inercia de la máquina. Las dos distancias electromecánicas se usan para calcular un conjunto de medidas de coherencia que eventualmente determinan los grupos de generadores coherentes en el círculo exterior. El algoritmo para dividir la red es de tipo heurístico, pero lo importante es que se presenta la idea del uso de medidas de distancia electromecánicas para formar equivalentes dinámicos.

Otro método basado en análisis modal se propuso en 1975 por Van Ness y co-autores [6]. Requiere el cálculo del eigensubespacio del sistema obtenido de la linealización de las ecuaciones para el sistema original. El modelo de orden reducido se forma al seleccionar los modos más dominantes, esto es, aquellos modos cercanos al origen del plano complejo. La exactitud en la reducción de orden del modelo se mejora al minimizar la diferencia entre los eigenvectores del modelo original y los eigenvectores del modelo de orden reducido. La principal aplicación para la cual se ideó el método fué la sintonización y diseño de las unidades de control de la máquina síncrona bajo pequeños disturbios (esto es, estabilidad estacionaria). No se hicieron intentos para agrupar generadores coherentes y reducir el orden del sistema de potencia.

En 1978 Podmore [10] y Podmore-Germond [11] proponen un método de simulación lineal basado en el concepto de coherencia. El método ha tenido considerable aceptación y se basa en la excursión angular máxima entre generadores bajo condiciones transitorias, usando curvas de oscilación obtenidas de una manera simplificada para identificar los grupos coherentes de generadores. El algoritmo requiere del almacenamiento y la comparación de las curvas obtenidas del modelo linealizado, para diferentes localizaciones de la falla en el sistema. Esta es su mayor desventaja a causa de la gran cantidad de tiempo y memoria usada para procesar toda esta información. La técnica también hace uso del concepto de subsistemas externo y de estudio y se obtiene un equivalente sólo para aquellos generadores que pertenecen al subsistema externo.

Un año más tarde, Pai y Adgoankar propusieron una técnica de identificación de coherencia basada en análisis modal [15]. La técnica usa un modelo lineal del sistema para calcular la eigenestructura. Las ecuaciones diferenciales ordinarias linealizadas se dividen entonces en dos ecuaciones matriciales separadas en el espacio de estado, una para el período de falla y otra para el período postfalla. Para este último sistema de ecuaciones se obtiene una solución cerrada al usar la respuesta modal para sistemas lineales [32]. La solución de las ecuaciones del sistema postfalla se usan para calcular un conjunto de medidas de coherencia, que junto con una regla de reconocimiento transitiva usada en el método de simulación lineal determina los grupos de generadores coherentes en el sistema externo. La regla transitiva se puede describir brevemente como sigue: si el generador a es coherente con el b , y b es coherente con el generador c , entonces a es coherente con c . Una de las características que hacen atractivo al método es que no recurre al almacenamiento y comparación de las curvas de oscilación para diferentes localizaciones de falla. En su lugar hace uso del conjunto de medidas de coherencia, un criterio de coherencia (esto es, dos generadores se dicen coherentes si su máxima diferencia angular es menor que un umbral de coherencia especificado, ϵ , que generalmente está entre 3° y

5°).

Años más tarde aparecieron cuatro métodos que a juicio del autor son formales, relevantes y aplicables a una red eléctrica como el Sistema Eléctrico Nacional.

En 1981 Pérez Arriaga y co-autores propusieron un método denominado análisis modal selectivo para obtener reducción de modelos [5,44]. Este algoritmo usa un modelo con entrada cero obtenido del sistema linealizado y requiere el cálculo de la eigenestructura del sistema. Esta se divide entonces en el conjunto de modos relevantes y menos relevantes. La principal aplicación en sistemas de potencia es en la solución de ecuaciones diferenciales rígidas, resultantes del modelado de las unidades generadoras y sus sistemas de control.

También en 1981, Moore propuso una de las técnicas más importantes hasta ahora en reducción de modelos [16], la que se ha aplicado con éxito a la simplificación del modelo de generador en estudios máquina-barra infinita [17] y se utiliza también para obtener índices de coherencia de generadores [18].

En México se han desarrollado esfuerzos que conduzcan a la formación de equivalentes estáticos y dinámicos [19,44,68,69,70,72,73] confiables. En [19] se presentan las formulaciones generalizadas de los equivalentes Ward y REI, con aplicaciones a una red real. La eliminación de nodos de carga se presenta en [44,68,69,70], y se logra sumando a los nodos vecinos parte de la carga del nodo eliminado. Esto se realiza ponderando la distribución de la carga en base a la distancia eléctrica. Los resultados de aplicación a estudios de flujos de carga y de carácter dinámico han sido muy satisfactorios. Para los equivalentes dinámicos en [72,73] se presentan resultados sobre la coherencia de generadores en una central eléctrica. También, se presentan expresiones para el cálculo directo de los parámetros del generador equivalente.

Se han reportado muchas técnicas más para identificar coherencia. Rudnick [45] utiliza la relación de cambio de la energía cinética de generadores durante la falla. Hiyama [46] usa el método de respuesta a la frecuencia para los modelos linealizados del sistema de potencia. Algunos otros métodos emplean el enfoque de función de Liapunov [47]. Estos métodos no han recibido mucha atención debido a su complejidad.

Otra técnica reportada en la literatura es la de equivalentes dinámicos estimados. Este enfoque obtiene equivalentes dinámicos a través de estimación, usando sólo información del sistema en estudio. En tal caso, a diferencia del enfoque modal o de coherencia, no se requiere información sobre el sistema externo. Dentro de este contexto ha habido proposiciones que hacen uso de un disturbio intencional para la estimación del equivalente dinámico externo [48]. La idea es emplear *mediciones* de las desviaciones de voltaje terminal ΔV_p , potencia eléctrica ΔP_e , y la velocidad $\Delta \omega$ en los nodos frontera del sistema en estudio ante un disturbio aplicado dentro de éste. Empleando un modelo linealizado del SEP se calculan los parámetros equivalentes de las máquinas que se localizan en los nodos frontera al minimizar el error entre las mediciones y los valores calculados con el modelo equivalente de máquina (por ejemplo un modelo clásico). El inconveniente del método para una condición fuera de línea es la necesidad de simular un disturbio en la zona de estudio para obtener *mediciones* en los nodos frontera. Además, el problema de minimización no es trivial.

En 1991 R. Belhomme publica un trabajo que hace uso de diversas medidas de distancia electromecánicas con el fin de clasificar los generadores que se ven más afectados ante una contingencia [49,50]. El trabajo tiene el mérito de considerar no solo una contingencia, sino una zona de contingencias (o un conjunto de condiciones de operación). La rapidez y facilidad de cálculo de estas distancias hacen pensar en una posible implementación en tiempo real. Esta técnica se comenta en el capítulo 4.

Actualmente se está considerando la aplicación de redes neuronales al problema de equivalentes dinámicos. Se pretende que puedan obtenerse equivalentes válidos para cualquier contingencia y condición de operación [51].

1.4 Estructura del trabajo

En esta tesis se exponen técnicas para la reducción de orden de los modelos utilizados en el estudio de fenómenos electromecánicos en sistemas eléctricos de potencia. Se emplean modelos con el propósito de llevar a cabo estudios de estabilidad transitoria, para los que el tiempo de interés es de algunos ciclos, y en los que es de suma importancia la observación del comportamiento que experimentan los rotores de cada máquina respecto a los demás.

En el capítulo 1 se presenta la motivación para obtener modelos de orden reducido. Se incluye una revisión de los principales métodos que han surgido sobre equivalentes dinámicos y se comenta la utilidad de un trabajo de esta naturaleza.

En el capítulo 2 se comentan las principales técnicas que se han empleado para obtener equivalentes estáticos y dinámicos. Se presentan metodologías para la identificación de grupos coherentes. Estas han sido seleccionadas debido a su generalidad y factibilidad para su implementación computacional. Se presentan las características que debe cumplir un equivalente para que pueda ser aplicado en sistemas eléctricos reales. Así mismo, se analiza la ecuación de oscilación y las diferentes representaciones para las cargas.

El capítulo 3 considera el problema máquina regulada-barra infinita. En este capítulo se describen técnicas para la reducción de modelos de dos elementos: el generador y el sistema de excitación. Para el generador se proponen la técnica de realizaciones

balanceadas y de la ecuación de oscilación equivalente. La aplicación se ilustra al modelo completo de máquina síncrona (que incluye el transitorio en estator) y con los excitadores Tipo 1 y ST2 del IEEE. De los resultados obtenidos para la máquina síncrona, surge de manera natural la utilización del concepto de ecuación de oscilación equivalente.

Para los sistemas de excitación se aplican dos técnicas para verificar el grado de reducción (realizaciones balanceadas y perturbaciones singulares). Usando estas técnicas de manera semejante, pueden reducirse otros modelos linealizados de sistemas de excitación.

Una manera de disminuir la cantidad de ecuaciones diferenciales a resolver en estudios multimáquina es agregar todas las máquinas que componen una central eléctrica. Para el caso de la máquina equivalente se han desarrollado expresiones analíticas que facilitan el cálculo de sus parámetros. En este contexto, también se ilustra la obtención de sistemas de excitación equivalentes. Los parámetros equivalentes se obtienen de un ajuste de curvas de respuesta a la frecuencia. Se analizan dos casos de agregación de generadores en centrales eléctricas: con tres y cuatro máquinas reguladas contra barra infinita y con carga local. En cada caso se efectúa el análisis modal respectivo y se comparan los resultados de simulación ante una falla trifásica para el sistema original y el reducido.

DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

El valor práctico de un trabajo sobre equivalentes dinámicos es la aplicación en estudios multimáquina, por lo que en el capítulo 4 se expone en una forma clara las principales condiciones teóricas para que se presente coherencia y se obtienen conclusiones para casos simplificados. Se estudian a detalle metodologías para identificar generadores coherentes. De las cuatro metodologías analizadas, dos no consideran la inclusión explícita de una falla mientras las otras dos sí.

De la combinación de resultados de las metodologías para identificar grupos coherentes,

se propone un algoritmo que divide la red en tres zonas diferentes: *a)* Zona de estudio; *b)* Zona intermedia; *c)* Zona externa.

Con la aplicación de medidas de distancia electromecánicas, se determinan los generadores que se ven más afectados ante una falla. Esta técnica permite clasificar la afectación de los generadores para una falla localizada dentro de una región o para diferentes condiciones de operación.

Se propone una metodología para formar equivalentes dinámicos válidos para una zona de contingencias, basada en medidas de distancia, resultados de métodos para identificar grupos coherentes y el algoritmo propuesto para dividir la red en zonas.

En el capítulo 5 se utiliza la metodología propuesta y se obtienen equivalentes dinámicos para seis áreas que forman parte del Sistema Eléctrico Nacional, y se comparan los resultados obtenidos con la red original y con la red reducida al efectuar estudios de estabilidad transitoria. Para la red del sistema eléctrico nacional se realiza un análisis modal selectivo, considerando el modelo clásico de la máquina síncrona, que permite calcular los modos que pueden excitarse en la red así como asociarlos a las máquinas. Asimismo, se efectúa el análisis modal para los equivalentes dinámicos obtenidos, como una forma de comprobar la preservación de los modos en que participan las máquinas no agregadas.

Las técnicas propuestas se implementaron en programas de cómputo realizados a propósito y han sido probados con una red real, obteniendo resultados satisfactorios.

El capítulo 6 presenta las conclusiones y aportaciones de este trabajo, así como recomendaciones para futuras investigaciones.

CAPITULO 2

GENERALIDADES SOBRE EQUIVALENTES DE SISTEMAS ELECTRICOS

Introducción

En este capítulo se presenta un panorama general sobre la reducción de modelos para estudios dinámicos en sistemas eléctricos de potencia. Se resumen las principales técnicas para la formación de equivalentes estáticos. Asimismo, se presentan los principales enfoques para la obtención de equivalentes dinámicos. Se comentan los métodos empleados en este trabajo para la identificación de generadores coherentes.

Se resumen las principales representaciones de las cargas, así como la importancia de la severidad de las perturbaciones en la red. Finalmente, se presenta la ecuación de oscilación de los generadores y se exponen las características deseables en una metodología para la obtención de equivalentes.

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN

2.1 Reducción de modelos en sistemas de potencia

DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

Las redes eléctricas son consideradas como uno de los sistemas de control más grandes y complejos de los que existen en la actualidad. Están conformados por elementos interconectados de diversa naturaleza: eléctricos, electrónicos, térmicos, hidráulicos, etc. Cada uno de estos de diferente tipo y con diferente tecnología. Para la planeación, operación y control del sistema eléctrico de potencia se requieren numerosos estudios de diversa índole.

El desarrollo de la sociedad ha traído como consecuencia considerables avances tecnológicos y científicos que han posibilitado realizar estudios que antes eran impensables. Pero al mismo tiempo han aparecido nuevos problemas en las redes interconectadas que constituyen interesantes retos para los estudiosos del área electroenergética.

En este trabajo se aborda un tópico importante para el análisis de redes eléctricas interconectadas, conocido como estudio de equivalentes dinámicos.

Los equivalentes dinámicos se ubican dentro del área de los estudios de fenómenos electromecánicos en donde están comprendidos los problemas de estabilidad (de diferente tipo), sincronismo, control carga-frecuencia y otros. Es decir, en todos aquellos fenómenos donde interviene de forma importante la dinámica de los generadores síncronos conectados a una red eléctrica.

El objetivo general de los equivalentes dinámicos es la obtención de un sistema reducido que tenga un comportamiento cercano al original. Las ventajas del sistema reducido son claras: análisis simplificado al tener menos variables; cálculos más rápidos; mayor posibilidad de realizar otros estudios o emplear otras técnicas a partir del modelo simplificado.

La reducción de un sistema eléctrico se puede conseguir mediante una combinación de reducciones en las partes estáticas de la red (elementos pasivos) o en las partes dinámicas de la red (generadores, controles y cargas dinámicas). Un equivalente dinámico considera reducciones en los elementos dinámicos, descritos mediante ecuaciones diferenciales; en caso contrario se considera equivalente estático. Los elementos dinámicos individuales pueden ser reducidos de orden en su formulación matemática y además pueden ser agregados, reduciendo el número de elementos.

La reducción de orden de los elementos y/o la agregación deberá de preservar cercanamente las variables de interés del sistema original. El proceso de reducción total del sistema involucra combinaciones de equivalente pasivo - equivalente activo - agregación, hasta conseguir el equivalente de interés.

El equivalente dinámico de interés deberá ser especificado de acuerdo al estudio, necesidad o deseo del analista. Lo específico del equivalente permitirá seleccionar el detalle en el modelado de los elementos que intervienen en el caso base y el grado de agregación dinámica y estática.

La formación de equivalentes dinámicos puede ser de diversa índole: obtención del equivalente de menor orden de la red total; equivalente de un área geográfica; equivalente formado por plantas de interés; equivalente para análisis de las líneas de enlace entre sistemas; equivalentes de sistemas de control automático, o bien una combinación de todos los mencionados.

En este trabajo se describen, analizan y se proponen metodologías y algoritmos que permiten reducir de orden los elementos dinámicos, así como su agregación y posterior simplificación hasta obtener el equivalente deseado o especificado por el analista.

Inicialmente, la mayoría de los estudios dinámicos en sistemas de potencia se basaron en modelos máquina-barra infinita y fueron satisfactorios. Con el incremento de la interconexión de centrales eléctricas, los estudios dinámicos se complicaron.

Los sistemas eléctricos interconectados son sistemas de gran escala. Para efectuar estudios sobre la red, en régimen de estado estable o dinámico, los cálculos son costosos computacionalmente. Con los avances computacionales actuales, es posible realizar esos estudios en un tiempo razonable. Sin embargo, además del tiempo de ejecución, otro factor

que afecta directamente en las formulaciones de gran escala es la enorme cantidad de resultados que deben interpretarse para tomar decisiones adecuadas.

Así, es importante que en los estudios de grandes redes se maneje la menor cantidad de información posible, y que esa información sea confiable. Con esto y apoyados con herramientas computacionales modernas, es posible aligerar el trabajo intensivo que debe realizar el analista durante la planeación y operación del sistema.

En estudios de sistemas de potencia es conveniente efectuar reducciones en la formulación en dos aspectos: *a)* a nivel sistema, al agrupar nodos de carga y nodos de generación; *b)* a nivel de elementos, en los modelos de generador, sistemas de control y modelos de carga.

Existe un aspecto fundamental que se debe cumplir en cualquier reducción. La red reducida debe ser capaz de proporcionar resultados de voltajes, ángulos de fase y flujos de potencia en líneas entre los nodos que se conservan, tan cercanos como sea posible a los que se obtienen con la red original. Es decir, debe preservarse la precisión de resultados respecto al caso base.

Para la reducción de nodos de carga existen diversas técnicas, dos de ellas ampliamente conocidas: *a)* el equivalente Ward [64]; *b)* el equivalente REI (Equivalente Radial e Independiente) [52]. En este trabajo se empleó con éxito el método REDUC [44,68,69,70]. Este método permite agregar la carga del nodo eliminado a los nodos vecinos, con base en una ponderación de distancia eléctrica. Se ha probado que esta técnica de reducción permite disminuir en un 50% el tiempo de cálculo para estudios de flujos de carga y estabilidad transitoria, conservando una precisión de resultados satisfactoria [44,68,69,70].

La agrupación de generadores para formar máquinas equivalentes es un problema mucho más complicado, ya que deben tomarse en cuenta diversos aspectos como la estructura de la red, las condiciones de operación, el efecto de una falla sobre los generadores, etc. Hasta

la fecha no se ha podido determinar con precisión la manera en que estos aspectos combinados influyen en el comportamiento coherente de los generadores, por lo que se han propuesto diversas formas para agruparlos en equivalentes, disminuyendo con esto la cantidad de ecuaciones a resolver y la información que debe analizarse.

Las reducciones que se han comentado son a nivel del sistema. Enseguida se comenta sobre la reducción de modelos para elementos específicos.

Un modelo completo de generador es aquel que incluye la dinámica del estator. En estudios de estabilidad transitoria las variables de interés principal son las variables de origen electromecánico y los voltajes transitorios. Así, es conveniente emplear modelos de generador en los que se preserven los modos que involucran a esas variables.

Aun más, en los estudios de dinámicos generalmente existe un grupo pequeño de generadores que se ven fuertemente involucrados ante una perturbación, y el resto de ellos con pequeños cambio. Esto permite emplear modelos detallados para generadores cercanos a la falla, y donde es importante conocer su comportamiento en el tiempo en forma precisa. Para los demás generadores es posible utilizar modelos simplificados.

Para estudios de estabilidad transitoria existe otro elemento importante; el sistema de excitación. Este elemento se modela en aquellas máquinas donde se desea mayor precisión de resultados, es decir, las máquinas más influenciadas por la perturbación.

Es posible reducir el orden de los modelos de sistemas de excitación, tratando de conservar la dinámica lenta del sistema, utilizando como variable de salida el voltaje de campo E_{fd} .

Resumiendo, la reducción del modelo para un estudio de estabilidad transitoria puede efectuarse en varios aspectos, cada uno de los cuales involucra características particulares. Aunque el tiempo de ejecución de un estudio no varía linealmente con la cantidad de ecuaciones a resolver, la reducción de la mitad de nodos de carga y la mitad de nodos de generación en un sistema de grandes dimensiones, puede representar un ahorro de

alrededor del 75% del tiempo de estudio para el sistema original. Aunado a esto se tiene la ventaja de manejar una cantidad menor de información.

Para la utilización efectiva de un equivalente es importante definir un área de interés, donde se desea analizar el comportamiento de todas las variables del sistema y los generadores, y un área externa que representa la parte del sistema que puede ser representada por un modelo reducido y donde no es de interés el comportamiento individual de los elementos. Un procedimiento común es considerar en detalle sólo el sistema local bajo estudio, y representar los sistemas externos mediante equivalentes. Los equivalentes estáticos para estudios de flujos de carga están bien desarrollados, mientras que los equivalentes para estudios dinámicos todavía son objeto de investigación.

2.2 Requerimientos

Se acepta que un modelo equivalente apropiado deberá cumplir ciertos requerimientos en precisión y esfuerzo computacional. Un conjunto mínimo es el siguiente:

- a) El equivalente, visto desde sus fronteras, debe representar confiablemente el comportamiento del sistema de potencia que se reduce.
- b) El sistema equivalente debe reproducir tan cercanamente como sea posible la naturaleza física del sistema de potencia que se reduce.
- c) El equivalente debe ser suficientemente flexible para manejar cambios de estado del sistema y ser válido en un intervalo amplio de aplicaciones.
- d) El equivalente debe ser compatible con los procedimientos computacionales usados para resolver problemas cotidianos en la red.
- e) El equivalente debe asegurar soluciones matemáticas factibles.
- f) La red reducida debe contener el menor número de nodos que sea posible.

El sistema de potencia a reducir puede dividirse en dos partes:

a) *El subsistema lineal*, formado por los elementos estáticos, como son: líneas de transmisión, transformadores, reactores y capacitores, así como las admitancias, que representan el efecto capacitivo de las líneas y los taps de transformadores.

b) *El subsistema no-lineal*, formado por elementos dinámicos, esto es generadores y cargas.

El interés principal en este trabajo es analizar el efecto de la interacción electromecánica de los generadores del sistema externo sobre el área de interés bajo investigación, esto es, la formación de equivalentes dinámicos.

2.3 Equivalentes para el subsistema lineal [52, 19].

Los nodos se clasifican en esenciales y no esenciales, de acuerdo con su importancia en la red que se va a reducir. Si el equivalente se va a conectar a un sistema de potencia real u otro equivalente, entonces los nodos frontera constituirán un conjunto mínimo de nodos esenciales. Pueden incluirse otros nodos en esta categoría, dependiendo de criterios de sensibilidad, comportamiento del equivalente e importancia, Figura 2.1.

Si el equivalente no es parte de un sistema interconectado, los nodos esenciales incluirán los generadores más importantes y todos los demás nodos e inyecciones se tratarán como no esenciales.

2.3.1 Equivalente Ward

Los equivalentes convencionales fueron introducidos por Ward [64]. La base para los equivalentes tipo Ward es la representación de la generación y las cargas en el sistema externo como inyecciones de corriente constante.

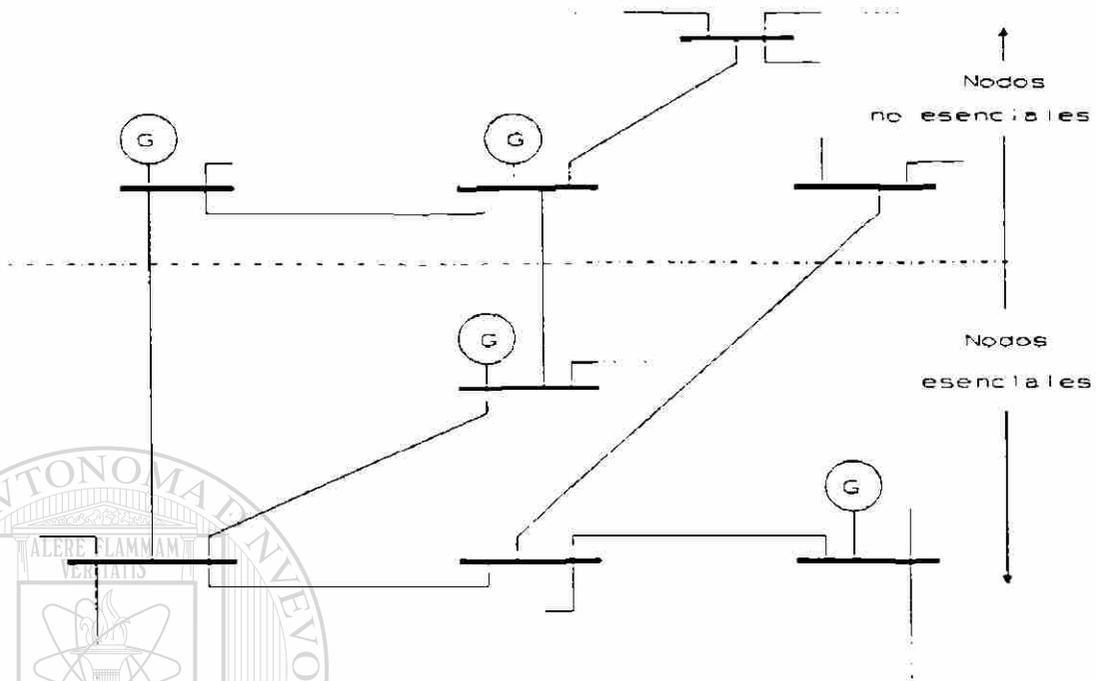


Fig. 2.1 División de la red en nodos esenciales y no esenciales

Las relaciones entre corrientes inyectadas, voltajes nodales y admitancias nodales pueden escribirse como:

$$\begin{bmatrix} I_{NE} \\ I_E \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_{NE,NE} & Y_{NE,E} \\ Y_{E,NE} & Y_{E,E} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_{NE} \\ V_E \end{bmatrix} \quad (2.1)$$

donde los subíndices E y NE se refieren a nodos esenciales y no esenciales, respectivamente.

Con la consideración de que $Y_{NE,NE}$ es no-singular, la eliminación de los nodos no esenciales puede describirse simbólicamente por:

$$I_E = \left(Y_{E,E} - Y_{E,NE} Y_{NE,NE}^{-1} Y_{NE,E} \right) V_E + Y_{E,NE} Y_{NE,NE}^{-1} I_{NE} \quad (2.2)$$

La ecuación se abrevia como:

$$I_E = Y_E V_E + I'_E \quad (2.3)$$

donde Y_E es la matriz de admitancia nodal del equivalente pasivo e I'_E es un vector de corrientes que se sobrepone en los nodos esenciales. Las corrientes I_E, I'_E se calculan para un caso base y se convierten a inyecciones de potencia.

El equivalente puede separarse en:

- Una parte lineal, formada por las admitancias equivalentes entre los nodos esenciales E y elementos en derivación equivalentes entre los nodos E y la referencia común.
- Una parte no-lineal, compuesta por inyecciones equivalentes en los nodos esenciales E.

2.3.2 Equivalente REI

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN
 En el equivalente REI [52], el concepto más importante es la *red de balance de potencia*® *cero*. Esta red se introduce entre los nodos que se eliminan y los nodos creados.

Los equivalentes REI tienen como característica agrupar un conjunto de nodos en un nodo equivalente. En general, pueden haber diferentes nodos REI tanto de carga como de generación.

Para ilustrar la formación de la red de balance de potencia cero, se asume un generador equivalente y una carga equivalente. Se enfatiza que no se restringirá a priori el número y la naturaleza de los nodos ficticios. Una definición y selección apropiadas de estos elementos es la clave en la formación de un equivalente exacto y confiable. Los pasos

generales para crear un equivalente REI son:

- a. Definir el conjunto de nodos que se retienen (nodos esenciales) y los que se eliminan (no esenciales).
- b. Analizar las inyecciones nodales en los nodos no esenciales y definir el patrón de agregación para generación y carga.
- c. Construir la red de balance de potencia cero.
- d. Construir la matriz Y_{nodal} del modelo extendido.
- e. Eliminar todos los nodos con inyección cero, excepto aquellos que son esenciales.

La red de balance de potencia cero se construye a través del siguiente procedimiento:

- a) Para cada nodo no esencial, dividir la potencia compleja inyectada en partes que serán agregadas como generadores ficticios (GF) y cargas ficticias (CF), respectivamente.
- b) Reemplazar las inyecciones nodales anteriores con admitancias equivalentes $Y_{j(i)}^o$ dadas por:

$$Y_{j(i)}^o = - \frac{S_{j(i)}^*}{V_{j(i)}^2} \quad (2.4)$$

- c) Extender la red original agregando los nodos ficticios CF y GF, dos nodos neutros ficticios o' y o'' y las admitancias ficticias Y_{CF} y Y_{GF} , como sigue:

$$Y_{CF(GF)} = - \frac{S_{j(i)}^*}{V_{(CF)(GF)}^2} \quad (2.5)$$

$$S_{CF(GF)} = \sum_{jo'(io'')} S_{jo'(io'')} \quad (2.6)$$

$$I_{CF(GF)} = - \sum_{jo'(io'')} I_{jo'(io'')} \quad (2.7)$$

$$V_{CF(GF)} = \frac{S_{CF(GF)}^*}{I_{(CF)(GF)}^*} \quad (2.8)$$

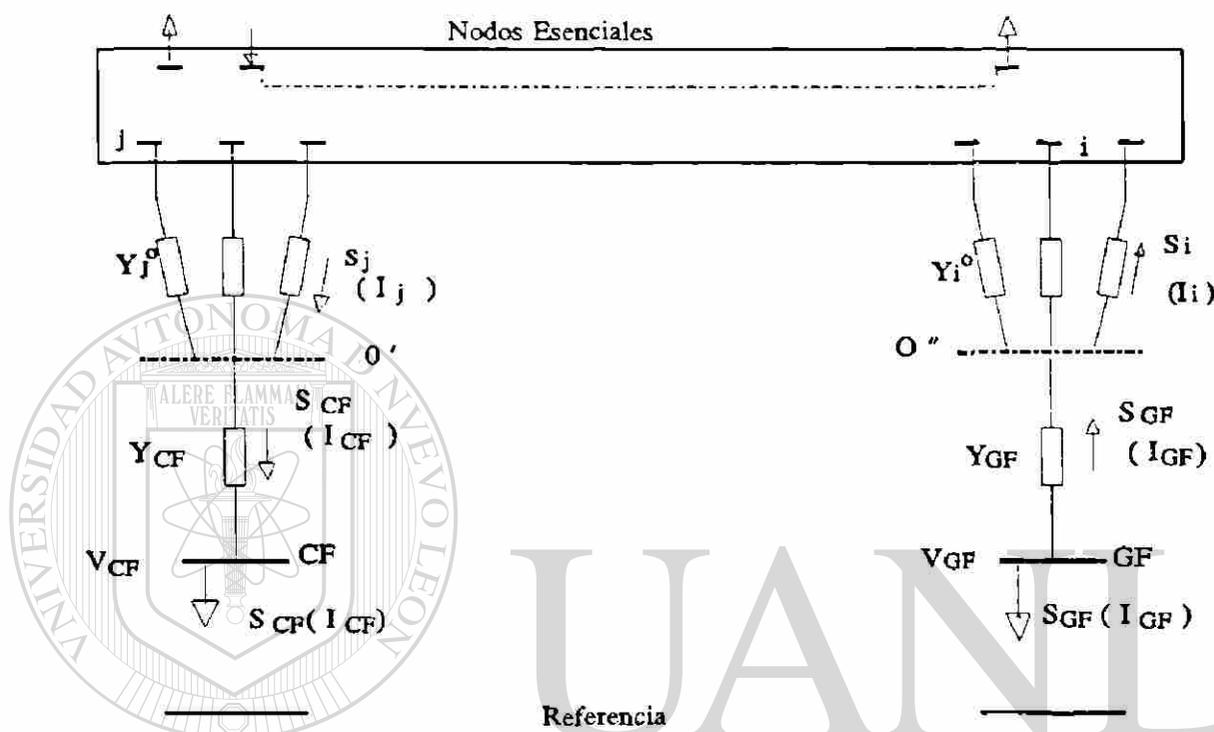


Fig. 2.2 Esquema del equivalente REI

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN
 donde j' (i') son índices asociados con aquellas partes de las inyecciones nodales que se agregan. La red que conecta los nodos ficticios CF y GF con los nodos no esenciales j e i es la red de balance de potencia cero. Esto se ilustra en la Figura 2.2.

Una vez agrupados los nodos no esenciales en el nodo CF y GF es posible eliminar los nodos del área externa, manteniendo sólo los nodos equivalentes (CF) (GF).

2.3.3 Equivalente REDUC [44]

Este método es importante porque permite reducir el sistema y sólo retener puntos de

interés en una o varias zonas y/o áreas de estudio, sin necesidad de definir toda el área a reducir en un solo grupo de nodos. Es decir, el equivalente y el área de interés pueden estar mezclados.

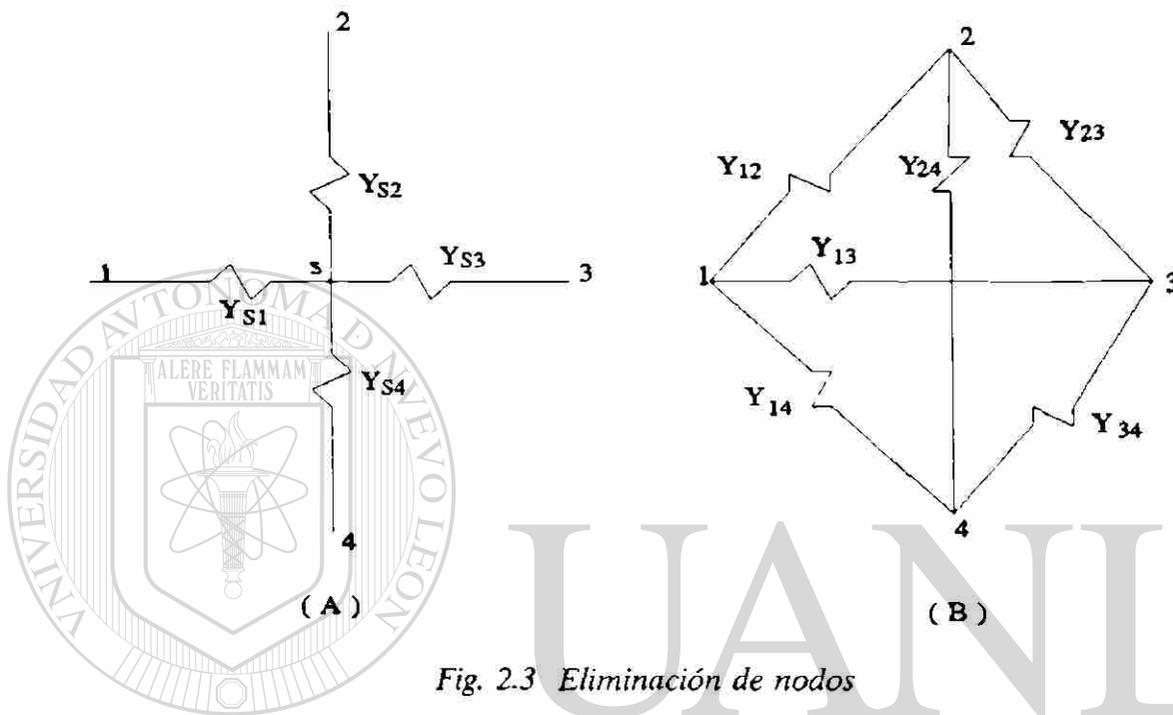


Fig. 2.3 Eliminación de nodos

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN

Eliminación de nodos. La eliminación nodal puede lograrse mediante transformaciones delta-estrella o viceversa, como se ilustra en la Figura 2.3. Se debe notar que al eliminar el nodo S se crean ramas ficticias entre todos los nodos conectados a S.

Para la obtención de las ramas equivalentes se aplica la ecuación de la eliminación Gaussiana:

$$Y_{ij} = \frac{Y_{si} Y_{sj}}{Y_{ps}}, \quad i \neq j \quad (2.9)$$

$$Y_{ps} = \sum_{k=1}^n Y_{sk} \quad s \neq k \quad (2.10)$$

donde n es el número de ramas y Y_{ps} es la admitancia propia para el nodo S .

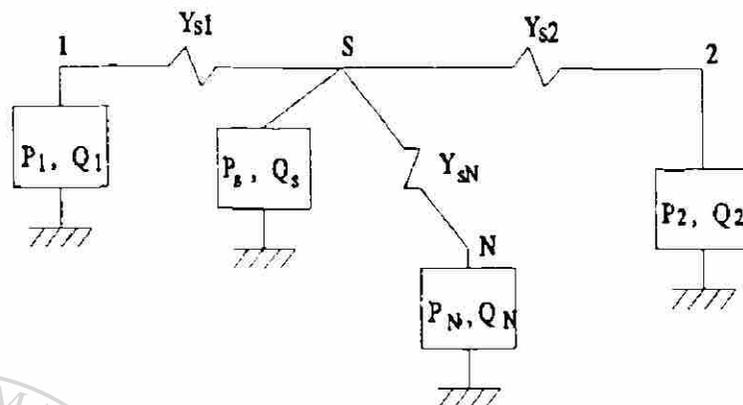


Fig. 2.4 Representación de las cargas antes de eliminar el nodo S

La eliminación de los nodos de carga se ilustra con la ayuda de la Figura 2.4, donde S es el nodo a eliminar. La carga se distribuye a los nodos vecinos de la siguiente manera:

- Se calcula la admitancia propia del nodo S .
- Se pondera la carga (P_s, Q_s) de acuerdo con la distancia eléctrica de sus nodos vecinos:

$$Y_{ps} = Y_{s1} + Y_{s2} + \dots + Y_{sn} \quad (2.11)$$

- Se agrega la carga a cada nodo vecino:

$$\Delta (P_{sm}, Q_{sm}) = \frac{Y_{sm}(P_s, Q_s)}{Y_{ps}} \quad (2.12)$$

$$(P_m, Q_m)' = (P_m, Q_m) + \Delta(P_{sm}, Q_{sm}) \quad (2.13)$$

La red reducida se muestra en la Figura 2.5. De una forma similar es posible distribuir los elementos en derivación.

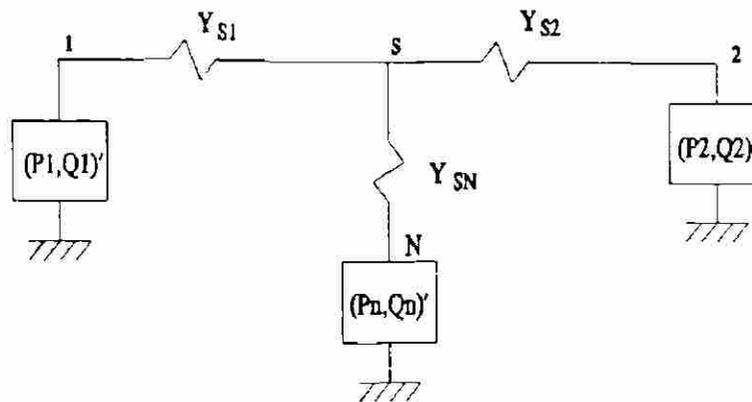


Fig. 2.5 Carga (P_s, Q_s) distribuida a sus nodos vecinos.

Una vez que se realiza la distribución de las cargas y elementos en derivación, se procede a eliminar los nodos no esenciales.

2.4 Equivalentes para el subsistema no-lineal (generadores)

Los enfoques principales en la obtención de equivalentes dinámicos para los estudios de estabilidad son tres: a) el enfoque modal, que conserva los principales eigenvalores del sistema externo; b) el enfoque de coherencia, que separa las máquinas en grupos y en cada grupo combina las máquinas en una equivalente al considerar que oscilan en fase; c) el enfoque de estimación, que deriva los equivalentes para el sistema externo a través de estimación.

2.4.1 Enfoques modales

Existen diversos métodos modales, todos cercanamente relacionados, basados en la característica de que la respuesta dinámica total de un *sistema lineal* se compone de *bloques dinámicos elementales*, los así llamados *modos naturales* del sistema. Considere un sistema

lineal descrito por el conjunto de ecuaciones diferenciales de primer orden:

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A} \mathbf{x} \quad (2.14)$$

con el estado inicial $\mathbf{x}(0)$. La solución de este conjunto de ecuaciones es de la forma

$$\mathbf{x}(t) = e^{\mathbf{A}t} \mathbf{x}(0) \quad (2.15)$$

o, en forma de componentes:

$$x_i(t) = \alpha_{i1} e^{\lambda_1 t} + \alpha_{i2} e^{\lambda_2 t} + \dots + \alpha_{in} e^{\lambda_n t} \quad (i = 1, 2, \dots, n) \quad (2.16)$$

El i -ésimo componente, x_i , del vector n -dimensional \mathbf{x} se compone de n términos exponenciales, $e^{\lambda_j t}$ (modos naturales). La importancia del j -ésimo modo, $e^{\lambda_j t}$, en la componente x_i , depende de la magnitud del factor de amplitud α_{ij} y de la parte real del eigenvalor λ_j . Estos factores a su vez dependen del estado inicial $\mathbf{x}(0)$. Es posible mediante la elección apropiada de $\mathbf{x}(0)$ *bloquear o no excitar* completamente todos los modos en la respuesta $\mathbf{x}(t)$.

Típicamente, en casos reales, ciertos modos naturales dominan la respuesta por las siguientes razones:

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN

a. La condición inicial es tal que favorece (excita) ciertos modos más que otros. ®

b. Algunos modos decaen lentamente debido a que el eigenvalor correspondiente, λ_j , tiene una magnitud pequeña (o, en el caso de un modo complejo, tiene una parte real pequeña).

Como resultado, aquellos modos que tienen una amplitud pequeña o decaen muy rápido pueden despreciarse porque no participan de manera importante en el proceso dinámico de interés, de esta forma el conjunto de ecuaciones resultante puede ser considerablemente menor que el conjunto original.

Varios investigadores han aplicado el método de reducción modal al análisis de procesos

transitorios en sistemas de potencia [4,5,31]. Estos trabajos están estrechamente relacionados y difieren sólo en la manera de determinar el problema de la dominancia.

Estos métodos en sentido estricto sólo pueden aplicarse a sistemas lineales, en cambio la respuesta del sistema ante grandes disturbios es no-lineal. Para manejar esta limitante se ha sugerido un enfoque que al menos en un sentido conceptual es apropiado [31].

En la vecindad de una falla las oscilaciones de los rotores son de gran magnitud y las ecuaciones del rotor son no-lineales. Lejos de la falla las amplitudes disminuyen y las ecuaciones pueden linealizarse. Esto puede compararse con la propagación de las ondas sobre la superficie del agua; a una cierta distancia del disturbio toman una forma armónica suave. Por lo tanto, el método de reducción modal sólo se aplica al grupo lineal de ecuaciones dinámicas.

Los métodos basados en el cálculo de eigenvalores requieren un esfuerzo de cómputo considerable para identificar los valores característicos, los modelos y el grupo dominante entre ellos.

En los primeros estudios sobre equivalentes modales, equivalentes electromecánicos [31], el sistema eléctrico se dividió en tres partes: el sistema en estudio; el sistema que lo rodea (intermedio) y el sistema externo. Como los datos para la parte externa de un gran sistema eran difíciles de obtener (en sistemas interconectados), y el efecto sobre el sistema en estudio es secundario, se sugirió la representación mediante unos cuantos generadores equivalentes con modelos simplificados.

El proceso general para derivar equivalentes dinámicos del sistema externo mediante este enfoque modal es como sigue [31]:

a) Las ecuaciones de estado del sistema externo se describen por ecuaciones diferenciales no-lineales:

$$\dot{x} = F(x, v_t) \quad (2.17)$$

donde x es el vector de estado y v_t el vector de voltajes terminales de los nodos con conexión al área intermedia.

b) Las ecuaciones (2.17) se linealizan bajo la suposición de que un disturbio dentro del área de estudio se manifiesta ligeramente en el sistema externo. Las ecuaciones del sistema externo pueden escribirse como:

$$\Delta \dot{x} = A \Delta x + B \Delta v_t \quad (2.18a)$$

$$\Delta i_t = C \Delta x' + D \Delta v_t \quad (2.18b)$$

donde $\Delta x'$ es un subconjunto de Δx , Δi_t son las desviaciones en las corrientes terminales, A, B, C y D son matrices de coeficientes; las desviaciones de corriente pueden encontrarse de un estudio de flujos de carga.

c) La matriz característica A se diagonaliza usando los eigenvectores de A, resultando

$$\dot{z} = \Lambda z + E \Delta V_t \quad (2.19)$$

$$z = T \Delta x$$

donde z es el nuevo vector de estado, Λ la matriz diagonal de eigenvalores del sistema, E una nueva matriz de coeficientes para ΔV_t , y T la matriz de transformación que se constituye usando los eigenvectores de A.

d) Despreciando los eigenvalores con amortiguamiento rápido y los de alta frecuencia, manteniendo sólo los eigenvalores principales, resulta un sistema externo de orden menor.

Los métodos modales empleados en este trabajo son [9,12,13,14,26,27,33,34]:

i) método de descomposición en r áreas coherentes;

ii) método modal-coherente.

El primero es un método que utiliza la noción de coherencia lenta, esto es, la coherencia con respecto a r modos lentos del sistema. Así, se espera que las máquinas equivalentes de las áreas reproduzcan tan cercanamente como sea posible los r modos más lentos. En términos de perturbaciones singulares esto significa que constituyen el subsistema lento, mientras el subsistema rápido representa las oscilaciones intermáquina dentro de cada área.

El método modal-coherente está basado en la aplicación de un disturbio en la potencia mecánica de las máquinas proporcional al cuadrado de las inercias respectivas. Bajo este disturbio, los grupos coherentes quedan determinados por los coeficientes del par de sincronización ponderados inercialmente, y se identifican mediante una medida de coherencia rms. Ya que los coeficientes del par de sincronización también determinan la estructura modal del sistema, los equivalentes modal y modal-coherente son semejantes.

2.4.2 Métodos de coherencia

Los equivalentes basados en coherencia han recibido mayor atención que los modales. La coherencia es el término usado para describir la tendencia de las máquinas interconectadas a oscilar en fase. Los generadores síncronos tienen una dinámica de rotor coherente cuando están interconectados con líneas fuertes.

La característica de coherencia se ha usado por los ingenieros de sistemas de potencia para simplificar el análisis dinámico de sistemas grandes, para hacer fáciles y entendibles los fenómenos, que de otra manera pueden ser de difícil comprensión. Este enfoque puede ser particularmente útil en la descripción de la dinámica de sistemas de control carga-frecuencia multiárea [53, 54].

La utilidad del concepto de coherencia se debe al hecho de que pueden identificarse grupos de generadores que tienen una tendencia a oscilar en fase bajo la mayoría de las fallas lejanas eléctricamente. El problema central en estos métodos es cómo identificar esos grupos. Esto ha conducido a *observar* el comportamiento en el tiempo de las desviaciones de los ángulos de rotor, una vez liberada la perturbación. Esto es, el objetivo es comparar el comportamiento de los ángulos y decidir si los generadores son coherentes. Para esto uno de los primeros enfoques se basó en realizar simulación en el tiempo sobre una versión linealizada del sistema y hacer una comparación de las curvas de desplazamiento angular para identificar los grupos de generadores que oscilan en fase. Esta técnica representa una carga computacional fuerte, por lo que después surgieron técnicas basadas en la solución de las ecuaciones linealizadas del rotor de las máquinas. Una vez que se tiene la solución en el tiempo, debe enfrentarse el problema de la manera en que se identifican los generadores coherentes. La mayoría de las técnicas basadas en coherencia hacen uso de una *medida de coherencia*, definida fundamentalmente como la diferencia entre los ángulos de rotor de las máquinas para las cuales se desea conocer si oscilan en fase.

Una vez identificados los grupos de generadores que oscilan en fase, el enfoque clásico de equivalente por coherencia considera los siguientes aspectos [10,11]:

Nodo equivalente. Todos los generadores pertenecientes al mismo grupo coherente se conectan a un nodo equivalente a través de transformadores ideales, cada uno con una relación de transformación compleja, para hacer coincidir los voltajes terminales y ángulos de fase con los del nodo equivalente. Las relaciones complejas son:

$$a_j = \frac{V_j}{V_t} \quad , \quad j = 1, \dots, n \quad (2.20)$$

donde V_j y V_t son los voltajes fasoriales de las máquinas individuales y el voltaje del nodo equivalente, respectivamente. El voltaje del nodo equivalente puede elegirse tomando el voltaje de cualquier nodo individual o el valor promedio del grupo coherente.

Dinámica del rotor. Las ecuaciones mecánicas de las máquinas individuales de un grupo se escriben como sigue (ω en p.u.):

$$2H_j \left[\frac{d\omega_j}{dt} \right] = Pm_j - Pe_j - D_j \omega_j, \quad j = 1, \dots, n \quad (2.21)$$

Como las velocidades de todas las máquinas en un grupo coherente son las mismas, las ecuaciones mecánicas agregadas pueden escribirse:

$$\left[\sum_j 2H_j \right] \frac{d\omega}{dt} = \sum_j Pm_j - \sum_j Pe_j - \left[\sum_j D_j \right] \omega, \quad j = 1, \dots, n \quad (2.22)$$

Nótese que todas las ecuaciones de (2.21) deben escribirse en una misma base. Se sugiere que los generadores síncronos se modelen mediante reactancias detrás de voltajes constantes, y que los sistemas de excitación, gobernador y turbina se desprecien en el modelo [10,11]. En esta formulación las ecuaciones de la máquina son:

$$2H_j \frac{d\Delta\omega_j}{dt} = \Delta Pm_j - \Delta Pe_j - D_j \Delta\omega_j \quad (2.23)$$

$$\frac{d\Delta\delta_j}{dt} = (\omega_0) \Delta\omega_j$$

y la ecuación de potencias es:

$$\begin{bmatrix} \Delta P_G \\ \Delta P_L \\ \Delta Q_G \\ \Delta Q_L \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} J \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \delta \\ \Delta \theta \\ \Delta E \\ \Delta V \end{bmatrix} \quad (2.24)$$

que se aproxima por

$$\begin{bmatrix} \Delta P_G \\ \Delta P_L \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial P_G}{\partial \delta} & \frac{\partial P_G}{\partial \theta} \\ \frac{\partial P_L}{\partial \delta} & \frac{\partial P_L}{\partial \theta} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \delta \\ \Delta \theta \end{bmatrix} \quad (2.25)$$

basado en la suposición de que la potencia real y reactiva pueden desacoplarse, y que

$$\Delta E \approx 0, \quad \frac{\partial P_G}{\partial V} \approx 0, \quad \frac{\partial P_L}{\partial V} \approx 0 \quad (2.26)$$

En estas ecuaciones, P_G , Q_G , E y δ son la potencia real, la potencia reactiva, el voltaje y el ángulo de los nodos internos de generación, y P_L , Q_L , V y θ corresponden a los de los nodos de carga.

Empleando el modelo lineal simplificado y aplicando el algoritmo de integración trapezoidal, el tiempo de cómputo requerido para determinar la equivalencia por coherencia se reduce drásticamente. El amortiguamiento del sistema es afectado por la simplificación del modelo, no así la frecuencia de oscilación.

En este trabajo se emplean dos métodos que hacen uso de la eigenestructura para obtener la respuesta en el tiempo (ecuación 2.14) y se clasifican como métodos de coherencia porque hacen uso de medidas de distancia para identificar los grupos coherentes. A diferencia de los métodos modales, es posible representar una falla trifásica agregando una admitancia de gran magnitud al elemento diagonal del nodo fallado. Los métodos se han denominado:

- a) Método de coherencia mediante aceleración constante.
- b) Método de coherencia mediante series de Taylor.

Para ambos métodos de coherencia pueden hacerse las consideraciones siguientes:

a) Debido a la disponibilidad de interruptores de alta velocidad (3 ciclos), los tiempos de liberación de una falla son bastante reducidos, por lo que el cambio angular de los rotores no es significativo. Esto hace que la coherencia se determine principalmente en el período de postfalla, (Figura 2.8).

b) Para estudiar el período de postfalla, es necesario determinar la condición *inicial* para este período, lo cual requiere el cálculo del período de falla. Este cálculo se facilita al suponer que durante la falla la aceleración de las máquinas es constante.

c) La identificación de los grupos coherentes se hace mediante la definición de medidas de distancia.

Así, la diferencia importante entre estos métodos es la forma de obtener la respuesta del vector $\delta(t)$ (ángulos del rotor). El *método de aceleración constante* lo hace mediante el manejo de los eigenvalores y eigenvectores izquierdos y derechos. El *método de series de Taylor* emplea una expansión en series de Taylor de la matriz de transición de estado, e^{At} .

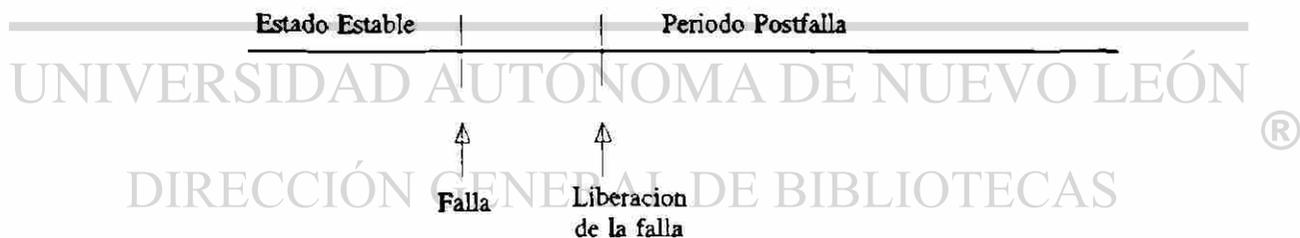


Fig. 2.6 Período de interés

2.4.3 Equivalentes dinámicos estimados [48]

El tercer enfoque para obtener equivalentes dinámicos del sistema externo se basa en utilizar estimación, emplea información sólo del sistema en estudio. En tales casos, a

diferencia de los enfoques modal y coherente, no se requiere información del sistema externo. Esto es muy deseable, ya que en el sistema externo están involucradas muchas máquinas, cargas y líneas, y los datos son difíciles de obtener. Este método presenta buenas perspectivas para derivar equivalentes dinámicos con un cálculo en línea para fijar la seguridad del sistema.

En el proceso, se emplea una función de máxima verosimilitud y un filtro de Kalman [8]. Para las mediciones en línea, tomadas en los nodos frontera del sistema, se aplica un filtro pasa-bajos para filtrar el ruido. El procedimiento general se muestra en la Figura 2.7.

Se construye una función de verosimilitud δz , que es la diferencia entre la medición en línea z y la medición estimada \hat{z} . Se optimiza la función y se encuentra un nuevo vector de

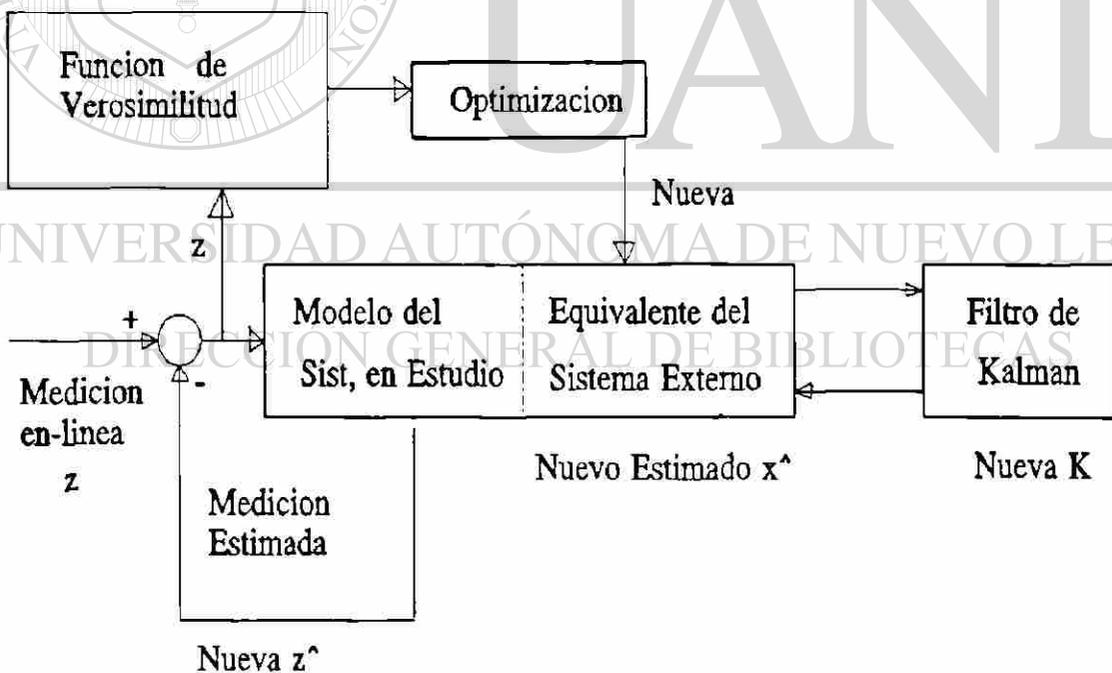


Fig. 2.7.- Identificación mediante máxima verosimilitud

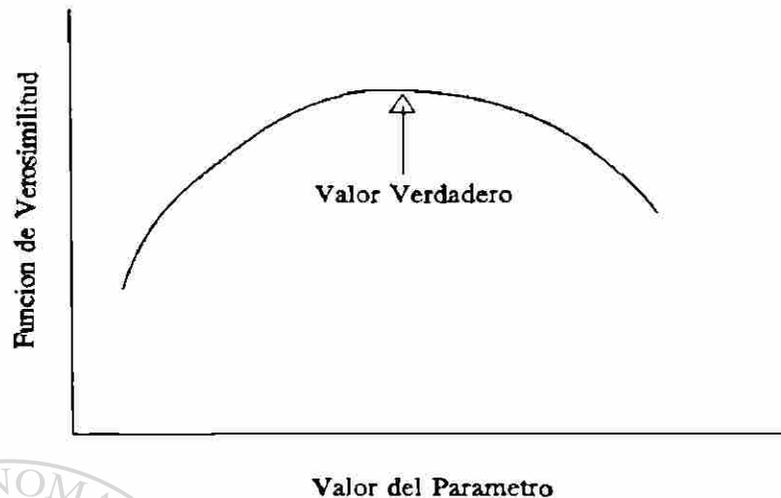


Fig. 2.8: Función de verosimilitud para un parámetro

parámetros α para estimar un nuevo estado del sistema \hat{x} . La ganancia del filtro de Kalman K se calcula en cada paso, lo que de por sí requiere muchas iteraciones. Se predice una nueva medición \hat{z} y se compara con la medición en línea z en cada instante para dar un nuevo residuo δz . El proceso se repite hasta que la función de verosimilitud alcanza su máximo, obteniéndose los mejores valores de parámetros estimados. Una función de verosimilitud típica de un parámetro dado se muestra en la Figura 2.8. La matemática requerida en el proceso es compleja.

DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

En este trabajo no se consideran técnicas para equivalentes basadas en estimación, debido a que hacen uso de *mediciones* en nodos frontera del sistema, ya que su objetivo es la determinación de equivalentes en línea. En este trabajo se forman equivalentes para la red nacional en una condición fuera de línea.

2.5 Cargas [55]

El comportamiento dinámico de los sistemas de potencia es dependiente de la respuesta

de las cargas; por esta razón su adecuada representación influye en los resultados del análisis y, por ende, en las conclusiones de los estudios. El comportamiento de las cargas, en términos generales, es función de la frecuencia y del voltaje. Algunas formas comunes de modelar las cargas son mediante: *a)* Potencia constante; *b)* Corriente constante; *c)* Impedancia constante. En estos casos, como su nombre lo indica, los nodos de carga quedarán representados en forma de potencia, corriente o impedancia, en sus valores de prefalla.

El tipo de impedancia constante es el más utilizado (aunque no es necesariamente la forma más exacta) en los estudios de estabilidad, debido a la sencillez en la representación y a las características de convergencia de los algoritmos de solución. Es el modelo que se utiliza en este trabajo. La representación matemática para estas cargas se indica por la expresión

$$Y_c V = I \quad (2.27)$$

donde Y_c permanece constante durante el estudio, y se calcula con los valores de potencia y voltaje complejos específicos previos a la perturbación.

Una manera cualitativa de explicar el efecto de tal representación es como sigue [52]. Considere un nodo con voltaje V y una carga $P_L + j Q_L$. Si la carga se representa mediante la admitancia estática $G_L - j B_L$, se tiene:

$$G_L - j B_L = \frac{P_L}{V^2} - j \frac{Q_L}{V^2} \quad (2.28)$$

Durante un proceso transitorio la magnitud del voltaje V y la frecuencia cambiarán, el cambio en voltaje se refleja en las potencias real y reactiva de la carga, mientras el cambio en la frecuencia del nodo no se refleja en las cargas. En otras palabras, este modelo asume $P_L \propto V^2$, $Q_L \propto V^2$, donde las potencias son independientes de la frecuencia. Suponga que el proceso transitorio se inicia por una falla en la red de transmisión. Inicialmente, la falla causa una reducción de la potencia de salida en la mayoría de los generadores, provocando que sus rotores se aceleren y la frecuencia tienda a crecer. Al

mismo tiempo, la falla en la red de transmisión generalmente causa una reducción en los voltajes nodales próximos a la falla. En el modelo de admitancias constantes, la potencia de la carga decrece considerablemente ($P_L \propto V^2$), y el incremento en la frecuencia no causa un aumento en la potencia de la carga. En sistemas reales la reducción de la potencia no es proporcional a V^2 , sino a un exponente menor de 2. Así, el modelo da una potencia de carga menor que la esperada durante la falla y mayor que la nominal después de liberada.

Al emplear cargas y generadores equivalentes existen problemas para los cuales no se tiene una respuesta satisfactoria. Por ejemplo, las inyecciones equivalentes pueden no representar una realidad física y consecuentemente el manejar los nodos equivalentes como tipo (P-V), tipo (P-Q) o tipo compensador puede no tener una base real. Esto es particularmente problemático en la respuesta de reactivos del equivalente para cambios en el sistema interno o el que se ha reducido. Una posible explicación a esto es que por lo general la potencia reactiva se genera o absorbe de acuerdo con la ley de variación:

$$Q = KV^2 \quad (2.29)$$

mientras que la característica potencia real inyectada-voltaje es relativamente plana.

2.6 Ecuación de oscilación

Para identificar coherencia en sistemas multimáquina el modelo de generador usado es el clásico, debido a que las variables de interés son fundamentalmente los desplazamientos angulares de los rotores de las máquinas. La ecuación de oscilación es,

$$\frac{2H_i}{\omega_0} \ddot{\delta}_i(t) = Pm_i - Pe_i \quad (2.30)$$

donde se desprecia la potencia de amortiguamiento, y la potencia mecánica (Pm) se asume constante en su valor de prefalla. En adelante se considera la velocidad angular $\omega_0 = 1$ p.u. de tal forma que las potencias son numéricamente iguales a los pares, y se usa

$M_i \triangleq \frac{2H_i}{\omega_0} P_b$ donde P_b es la potencia base. Para calcular P_e , considere una red general

que consta de n máquinas y N nodos excluyendo el nodo de referencia (tierra). La siguiente ecuación matricial relaciona el voltaje nodal (a tierra) con las inyecciones de corriente de los generadores:

$$\begin{bmatrix} 0 \\ I_g \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_{ll} & Y_{lg} \\ Y_{gl} & Y_{gg} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_l \\ E_g \end{bmatrix} \quad (2.31)$$

donde I_g es el vector de corrientes de generador de orden $n \times 1$; E_g es el vector de voltajes internos de generador de orden $n \times 1$; V_l es el vector de voltaje terminal de generadores y buses de carga de orden $N \times 1$; Y_{gl} , Y_{gg} , Y_{lg} , Y_{ll} son submatrices de dimensiones apropiadas.

De la ecuación matricial en (2.31), se eliminan todos los nodos que no son de generación aplicando eliminación Gaussiana. Así, se obtiene la siguiente ecuación que relaciona los voltajes de generación internos con las corrientes [55]:

$$I_g = Y_{nodal} E_g \quad (2.32)$$

donde $Y_{nodal} = Y_{gg} - Y_{gl} Y_{ll}^{-1} Y_{lg}$.

Es pertinente hacer notar lo siguiente:

a) La ecuación matricial (2.32) representa n ecuaciones algebraicas lineales, mientras la ecuación de la red original (2.31) es de orden $(n + N)$. Generalmente N es mucho mayor que n , y aquí es donde se nota la gran influencia que tiene la reducción de la red en los cálculos.

b) Realmente no se realiza una inversión matricial para obtener Y_{nodal} , sino que se utiliza

la reducción de Kron.

c) Los elementos de Y_{nodal} incluyen las impedancias de carga en derivación y las reactancias transitorias de los generadores.

d) En estudios de estabilidad, hay tres períodos de interés, a saber; períodos de prefalla, falla y postfalla (Figura 2.8). Para cada período debe usarse una Y_{nodal} diferente que refleje cualquier operación de cambio topológico en la red.

De la expresión $Pe_i = \text{Re} \{ E_i I_i^* \}$ y usando (2.32) para sustituir I_i se obtiene Pe_i ,

$$Pe_i = \sum_{k=1}^n E_i E_k Y_{ik} \text{Cos}(\delta_i - \delta_k - \theta_{ik}) \quad (2.33)$$

donde $E_j = E_j \angle \delta_j$, $Y_{ik} = Y_{ik} \angle \theta$, y Y_{ik} es el elemento (i,k) de Y_{nodal} . Así, la ecuación de oscilación de la i-ésima máquina tiene la forma:

$$\ddot{\delta}_i = \frac{Pm_i}{M_i} - \sum_{k=1}^n \frac{E_i E_k Y_{ik}}{M_i} \text{Cos}(\delta_i - \delta_k - \theta_{ik}) \quad (2.34)$$

Para un sistema de n máquinas se requieren n ecuaciones similares a (2.34). Estas n ecuaciones son ecuaciones diferenciales no-lineales de segundo orden relacionadas entre sí. No existe solución analítica para este conjunto de ecuaciones diferenciales. De hecho, aún para el caso simple de un sistema máquina-barra infinita, la solución no puede expresarse en términos de funciones elementales. El enfoque más común para determinar la estabilidad es integrar las ecuaciones de oscilación numéricamente utilizando una computadora digital.

Como sería bastante tedioso y costoso computacionalmente el tratar de identificar grupos coherentes de generadores, mediante el análisis de las curvas de oscilación obtenidas al resolver numéricamente el conjunto de ecuaciones diferenciales, la mayoría de las técnicas

actuales para identificación de coherencia hacen uso de la teoría de sistemas lineales y utilizan la versión linealizada de tales ecuaciones, haciendo uso de las consideraciones siguientes [11]:

a) Los grupos coherentes de generadores son independientes del tamaño del disturbio. Por tanto, la coherencia puede determinarse considerando un modelo linealizado del sistema.

b) Los grupos coherentes son independientes del grado de detalle en los modelos de las unidades generadoras. Por tanto, se considera un modelo clásico de máquina síncrona y se ignoran los sistemas de control.

c) El comportamiento coherente de un grupo de generadores no se afecta al cambiar el tiempo de liberación de la falla. Esto es válido para tiempos cortos de falla [56].

d) Ya que los coeficientes de amortiguamiento D , que describen los pares producidos por los devanados del rotor, no afectan significativamente la frecuencia de los modos naturales del sistema, pueden despreciarse en el modelo clásico de la máquina.

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN

2.7 Perturbaciones

DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS



Debe hacerse una distinción entre perturbaciones grandes y las pequeñas. Una falla en la red de transmisión o la pérdida de una unidad generadora de gran tamaño son ejemplos de grandes perturbaciones. En estos casos las máquinas síncronas pueden perder sincronismo asintóticamente. La capacidad del sistema para soportar un disturbio depende del punto de operación en el momento en que ocurre la falla. Cambios en la carga del sistema, en la asignación de unidades generadoras, en las interconexiones de la red, o el tipo de protección, pueden dar resultados completamente diferentes en un estudio de estabilidad para el mismo disturbio. La estabilidad depende fuertemente de la magnitud y

localización del disturbio y del estado inicial o la condición de operación del sistema.

El problema de estabilidad de las máquinas síncronas bajo la acción de cambios pequeños se denomina *estabilidad de estado estable o estacionaria*, y su estudio se basa en propiedades intrínsecas del sistema tales como inercias, coeficientes de sincronización, estructura de la red, etc.

La estabilidad transitoria y estacionaria son aspectos que deben abordarse para planear y operar el sistema exitosamente. Esto debe ser así, a pesar de que los problemas se han separado, por una conveniencia de manejar las aproximaciones y suposiciones hechas en los tratamientos matemáticos de los dos problemas. Sin embargo, en un gran sistema interconectado debe estudiarse el efecto de un disturbio en un período largo de tiempo, generalmente varios segundos y, en ocasiones, algunos minutos. Los estudios de estabilidad para períodos largos, requieren la simulación de algunos componentes que se desprecian en los estudios de estabilidad transitoria.

En este trabajo una perturbación o contingencia en el sistema produce una condición anormal de operación o un cambio en la configuración de la red. Generalmente para los estudios en el tiempo se consideran sólo fallas trifásicas, por ser las fallas más severas que pueden ocurrir en el sistema eléctrico.

La severidad de la perturbación asegura o no la validez de los modelos linealizados. Es decir, si la perturbación es severa, se presentará una excursión grande de variables, lo cual provocará seguramente regímenes de operación dentro de las características no lineales de los diferentes elementos.

La localización de una perturbación provoca fundamentalmente la desintegración de grupos coherentes, sobre todo aquellos eléctricamente cercanos a ella. Por el contrario, los

generadores más alejados generalmente siguen oscilando en grupos. Por lo tanto, los resultados de las técnicas para identificar grupos coherentes que no consideran la inclusión de una contingencia son diferentes de los que sí la consideran, básicamente en cuanto a los generadores más cercanos a la falla.

2.8 Sistemas equivalentes

En estudios de estabilidad transitoria para sistemas eléctricos el proceso para la formación de equivalentes dinámicos contempla lo siguiente.

El primer aspecto a considerar es la definición de la zona de interés o de estudio. En esta zona de interés se localizan los nodos de carga y generación en los que se tiene un interés particular y que deben conservarse intactos. Es decir, todos estos nodos no son objeto de agrupación. El sistema equivalente que resulte será un equivalente visto desde esta zona. Para esta zona pueden considerarse modelos de generadores y sistemas de excitación detallados. La definición de la zona de interés generalmente está determinada por los generadores, por lo que es posible que dentro de ella existan nodos de carga que no sean importantes y que pueden eliminarse.

Una vez definida la zona de estudio, es posible agrupar los nodos de carga de la zona exterior, conservando en forma individual sólo aquellos nodos que a juicio del analista sean importantes.

Para los generadores de la zona externa es factible agrupar en una máquina equivalente los generadores que forman una central eléctrica. Después se efectúan estudios sobre identificación de generadores coherentes, para decidir la posible agrupación de generadores equivalentes de centrales eléctricas. Se recomienda tener cuidado de no agrupar generadores importantes; esto es, generadores que aportan mayor potencia a la red y los

generadores más influenciados por una perturbación en la zona de estudio. Se deberá emplear algún índice que indique el grado de reducción que puede lograrse sin un deterioro sustancial de la precisión de los resultados. Los generadores que quedan en la zona externa forman el equivalente dinámico visto desde la zona de interés o de estudio. Para estos generadores es posible utilizar modelos simplificados.

Cuando no se requieren detalles del comportamiento de generadores en un central eléctrica, es posible calcular generadores equivalentes para ellas, incluyendo las de la zona de interés.

2.9 Hacia una metodología general

Para obtener equivalentes dinámicos aplicables a sistemas reales que puedan ser empleados en la diversidad de situaciones y condiciones operativas, es necesario contar con una metodología que cumpla con las siguientes características:

a) *Aplicable a sistemas reales.* Este es un requisito primordial, ya que si se emplea una metodología que represente una enorme carga computacional y que ocupe mucho tiempo de cómputo o que sea demasiado compleja cuando se aplica a un sistema de gran escala, pierde su atractivo.

b) *Formal.* Desde un punto de vista científico es necesario que una metodología tenga un sustento sólido para la mayoría de sus argumentos, porque cuando estos son de carácter heurístico, puede ocurrir que funcione para algunos casos y no funcione para otros.

c) *Confiable.* Con esto se quiere indicar que la metodología propuesta debe dar resultados de calidad, de tal forma que el analista tenga confianza de aplicarla en todo momento.

d) *Implementable.* En esta época en el ámbito de la ingeniería eléctrica difícilmente puede

aceptarse una técnica que no se traduzca en software accesible a cualquier persona, y que arroje resultados de fácil interpretación para el analista, independientemente de la complejidad de la red.

e) General. La metodología debe permitir al usuario seleccionar la zona de estudio que desee y reducir a equivalentes el resto del sistema.

f) Flexible. La metodología debe permitir la adaptación de los avances que se vayan presentando sobre reducción de modelos. Además, debe considerar aspectos para lograr una futura implementación en línea.

2.10 Resumen del capítulo

a) Se presenta la problemática general en la formación de equivalentes dinámicos para sistemas eléctricos, así como las consideraciones generales para la solución del problema.

b) Se ha considerado la importancia de las cargas y de las técnicas de reducción de la red. Se presentan los métodos de reducción de equivalentes de red más comunes.

c) Se presentan los enfoques generales en la obtención de equivalentes dinámicos en redes eléctricas y se hace una breve descripción de ellos.

d) Se señalan los requerimientos generales que deben cumplir las metodologías para la identificación de grupos de generadores coherentes en sistemas reales y se hace un esbozo de la metodología propuesta.

CAPITULO 3

EQUIVALENTES DE CENTRALES ELECTRICAS

Introducción

Una vez que se define el área de interés, es posible iniciar el proceso de reducción. En el proceso de reducción de modelos para estudios de estabilidad transitoria, la eliminación de nodos de carga se realiza tratando de conservar solo los nodos que se consideren importantes debido a su localización o a un interés particular. Esto es válido para la zona interna y externa. La mayoría de las veces el modelo de los generadores del área externa puede reducirse a un modelo de segundo orden que preserva cercanamente el modo electromecánico. Ya que generalmente una central se compone de dos unidades o más y debido a su cercanía eléctrica (ver sección 4.2), casi siempre es posible agregarlas en una sola. Al llevar a cabo estas reducciones, se obtiene una reducción importante de tiempo de cálculo. Así, la cantidad de ecuaciones diferenciales a manejar se reduce en la mitad o más, con el consecuente ahorro de tiempo de cálculo y facilidad de interpretación de resultados.

Este capítulo trata sobre la reducción de orden de modelos para estudios máquina-barra infinita. En la reducción se han empleado dos técnicas: realizaciones balanceadas y la ecuación de oscilación equivalente. También se presentan aplicaciones para la reducción de sistemas de excitación, haciendo uso de dos técnicas: realizaciones balanceadas y perturbaciones singulares.

Para los parámetros del generador equivalente se resume el método de ajuste de curvas de respuesta a la frecuencia y se propone una modificación a éste. Se presentan resultados que

ilustran la agregación de las máquinas reguladas de una central eléctrica.

3.1 Generalidades Sobre Reducción de Centrales

En el proceso de reducción de modelos para estudios de estabilidad, la agregación de los generadores que componen una central eléctrica tiene un papel importante, ya que generalmente las centrales están constituidas de dos o más unidades generadoras y es posible agregarlas en una equivalente. La unidad equivalente preservará la dinámica electromecánica externa a la central, es decir voltaje terminal, flujo de potencia en las líneas conectadas a la central y frecuencia. La dinámica interna, oscilaciones locales entre unidades, no podrá observarse en el equivalente. Esto significa que el equivalente será válido para perturbaciones externas a la planta, las cuales no excitan los modos de oscilación locales.

Cuando se desea analizar la dinámica interna de la central o la influencia de una unidad o sistema de control en los modos de oscilación, la central no deberá agregarse.

Los generadores agregados estarán representados por modelos del mismo orden. El modelo del generador equivalente puede ser reducido posteriormente de acuerdo a las técnicas que se analizarán en este capítulo. Las técnicas además permiten obtener modelos reducidos de los sistemas de control automático para cada generador o para el generador equivalente.

La decisión de la consideración o no del sistema de control automático depende del estudio a realizar, del analista o de la definición del área de estudio.

Debe comentarse que las técnicas empleadas para la reducción de modelos se aplican a sus versiones linealizadas, pero los resultados se han aplicado a los modelos no-lineales y ante

grandes perturbaciones, obteniendo resultados satisfactorios.

El concepto de agregar generadores de una central eléctrica puede aplicarse para la agregación de generadores que componen un área coherente, y el equivalente será válido para cualquier perturbación siempre y cuando no excite los modos de oscilación entre las máquinas del mismo grupo coherente específico. Esto se aplica a cualquier grupo coherente del área externa, como se mostrará en el siguiente capítulo.

3.2 Método de las realizaciones balanceadas.

El método de realizaciones balanceadas consiste en una transformación de coordenadas con el fin de que los estados sean igualmente controlables y observables [16]. Uno de los criterios para reducir los modelos es la eliminación de estados casi no-controlables y/o casi no-observables, por lo que, cuando el sistema de ecuaciones está balanceado, se tiene mayor certeza en eliminar los estados que contribuyen poco a la respuesta del sistema.

El fundamento teórico para balancear los sistemas dinámicos lineales tiene su sustento en el álgebra lineal. Cada matriz T de dimensiones $n \times m$ puede factorizarse como

$$T = U \Sigma V^* \quad (3.1)$$

donde U es una matriz unitaria de dimensiones $n \times n$; V una matriz de dimensiones $m \times m$ unitaria, y Σ una matriz de dimensiones $n \times m$ que tiene la forma especial (cuando $n > m$),

$$\Sigma = \begin{bmatrix} \sigma_1 & & & & \\ & \sigma_2 & & & \\ & & \ddots & & \\ & & & \sigma_r & \\ \dots & & & & \dots \\ & & & & & 0 & & \dots \end{bmatrix}$$

y σ_i son las raíces cuadradas no negativas de los eigenvalores de la matriz $T^t T$. Si T es de rango completo, entonces todos los σ_i serán diferentes de cero. Si el rango (r) de T es menor que m , entonces sólo los primeros r elementos diagonales serán diferentes de cero, en cuyo caso T puede factorizarse como

$$T = \begin{bmatrix} U_r & U_k \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Sigma_r & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_r^* \\ V_k^* \end{bmatrix} \quad (3.2)$$

donde $\Sigma_r = \text{diag}(\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_r)$ y U_r, U_k, V_r, V_k son submatrices de las matrices unitarias U y V .

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN

Los valores singulares tienen la propiedad importante de que si T se perturba ligeramente, [®]

$T_\Delta = T + \Delta T$, entonces los valores singulares de T_Δ serán cercanos a los valores singulares de T . Así, si T es de rango $r < m$, entonces la descomposición de la transformación T_Δ resulta en,

$$T_\Delta = \begin{bmatrix} U_{r\Delta} & U_{k\Delta} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Sigma_{r\Delta} & 0 \\ 0 & \Sigma_{k\Delta} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_{r\Delta}^* \\ V_{k\Delta}^* \end{bmatrix} \quad (3.3)$$

donde los valores singulares de $\Sigma_{k\Delta}$ serán pequeños comparados con los valores singulares de $\Sigma_{r\Delta}$, por lo que $T = U_{r\Delta} \Sigma_{r\Delta} V_{r\Delta}^*$ será una buena aproximación de la transformación original $T = U_r \Sigma_r V_r^*$.

Las representaciones balanceadas de sistemas de dimensión finita, lineales e invariantes en el tiempo, comúnmente se usan para aproximar un modelo de alto orden a uno de orden menor. La representación balanceada se define sólo para sistemas asintóticamente estables [16].

Dado el sistema lineal invariante en el tiempo,

$$\begin{aligned}\frac{d}{dt} \mathbf{x}(t) &= \mathbf{A} \mathbf{x}(t) + \mathbf{B} \mathbf{u}(t) \\ \mathbf{y}(t) &= \mathbf{C} \mathbf{x}(t)\end{aligned}\quad (3.4)$$

existen dos transformaciones de interés. Una es la transformación $T_c(t_1)$ de un estado inicial, $\mathbf{x}(t_0)$, a un estado subsecuente, $\mathbf{x}(t_1)$, bajo la influencia de una entrada $\mathbf{u}(t)$. La otra es la transformación $T_o(t_1)$ desde un estado inicial $\mathbf{x}(t_0)$ a una salida subsecuente, $\mathbf{y}(t_1)$, sin entrada. La primera transformación proporciona información acerca de la controlabilidad del sistema; la segunda acerca de la observabilidad. Si el sistema tiene estados no controlables o no observables, entonces el espacio de estado puede interpretarse como degenerado o de rango no pleno.

Los modelos linealizados de sistemas de potencia aquí discutidos se suponen controlables y observables. De interés particular son los estados casi no controlables o casi no observables. Para un sistema de n -ésimo orden, lineal e invariante en el tiempo y asintóticamente estable, con función de transferencia matricial $G(s)$, una realización mínima de $G(s) = \mathbf{C} (s\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1} \mathbf{B}$ es internamente balanceada si $\{\mathbf{A}, \mathbf{B}, \mathbf{C}\}$ satisface las siguientes ecuaciones de Lyapunov:

$$\begin{aligned}\mathbf{A}\boldsymbol{\Sigma} + \boldsymbol{\Sigma}\mathbf{A}' + \mathbf{B}\mathbf{B}' &= 0 \\ \mathbf{A}'\boldsymbol{\Sigma} + \boldsymbol{\Sigma}\mathbf{A} + \mathbf{C}'\mathbf{C} &= 0\end{aligned}\quad (3.5)$$

$$\boldsymbol{\Sigma} = \text{diag} [\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_n] \quad , \quad \sigma_i \geq \sigma_{i+1} > 0$$

$$i = 1, 2, \dots, n-1$$

La matriz $\boldsymbol{\Sigma}$ es tanto el grammiano de controlabilidad como de observabilidad y σ_i son sus

valores singulares.

Para $t_0 = 0$, la transformación de una condición inicial dada $\mathbf{x}(t_0) = \mathbf{x}_0$, con entrada $\mathbf{u}(t)$, a $\mathbf{x}(t_1)$ se describe mediante

$$\mathbf{x}(t_1) = e^{A t_1} \mathbf{x}_0 + \int_0^{t_1} e^{A(t_1 - \tau)} B \mathbf{u}(\tau) d\tau$$

Para el caso especial donde $\mathbf{x}(t_0) = 0$, y $\mathbf{u}(t) = \delta(t) \bar{\mathbf{u}}$, donde $\bar{\mathbf{u}}$ es un vector de magnitudes impulso:

$$\mathbf{x}(t_1) = e^{A t_1} B \bar{\mathbf{u}}$$

Puede mostrarse que el rango de $T_c(t_1)$ es igual al rango de $W_c(t_1)$ [18,23], donde la matriz $W_c(t_1)$ se define por

$$W_c^2(t_1) = \int_0^{t_1} e^{A \tau} B B' e^{A' \tau} d\tau$$

Similarmente, para el caso sin excitación,

$$\mathbf{y}(t_1) = C e^{A t_1} \mathbf{x}_0$$

Así, el kernel de $T_o(t_1)$ es igual al kernel de $W_o(t_1)$, donde

$$W_o^2(t_1) = \int_0^{t_1} e^{A' \tau} C' C e^{A \tau} d\tau$$

Si una descomposición en valores singulares de $W_c(t_1)$ es tal que

$$W_c(t_1) = \begin{bmatrix} U_1 & U_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Sigma_1 & \\ & \Sigma_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1' \\ V_2' \end{bmatrix} \quad (3.6)$$

donde los valores singulares de Σ_1 son mucho más grandes que los de Σ_2 , entonces el número de estados casi no controlables es igual a la dimensión de Σ_2 . Un argumento similar es válido para $W_o(t_1)$.

La magnitud de los valores singulares puede interpretarse como la fortaleza de los estados individuales, esto es, los valores singulares de los gramianos de controlabilidad y observabilidad miden la proporción en la cual un estado se ve influenciado por las entradas y las condiciones iniciales. Es posible que un estado particular aparezca fuerte desde la perspectiva de controlabilidad y débil desde la perspectiva de observabilidad. Un estado dado puede, por ejemplo, ser amplificado fuertemente por la matriz B y al mismo tiempo atenuado fuertemente por la matriz C, o viceversa. Balancear el sistema es un método de igualar las *medidas* de controlabilidad y observabilidad de un estado. Si el sistema descrito por (3.4) es una realización mínima, el balance se logra al encontrar una transformación, $x(t) = T z(t)$ tal que para el sistema

$$\begin{aligned} \dot{z}(t) &= \hat{A}z(t) + \hat{B}u(t) \\ y(t) &= \hat{C}z(t) \end{aligned} \quad (3.7)$$

el gramiano de controlabilidad $\hat{W}_c(t)$ y el de observabilidad $\hat{W}_o(t)$ son idénticos. Los gramianos de controlabilidad y observabilidad de (3.4) y (3.7) se relacionan como se indica

$$\hat{W}_c^2(t_1) = T^{-1} W_c^2(t_1) (T^{-1})^t$$

$$\hat{W}_o^2(t_1) = T^t W_o^2(t_1) T$$

La transformación T deseada puede obtenerse como sigue. Sean:

$$W_c^2(t_1) = U_c(t_1) \Sigma_c^2(t_1) U_c^t(t_1)$$

$$W_o^2(t_1) = U_o(t_1) \Sigma_o^2(t_1) U_o^t(t_1)$$

la descomposición en valores singulares de los dos gramianos del sistema no-balanceado (3.4). Si se define

$$H(t_1) \triangleq \Sigma_o(t_1) U_o^t(t_1) U_c(t_1) \Sigma_c(t_1) \quad (3.8)$$

con descomposición en valores singulares

$$H(t_1) = U_H(t_1) \Sigma_H(t_1) V_H^t(t_1) \quad (3.9)$$

y se elige

$$\begin{aligned} T &= U_o(t_1) \Sigma_o^{-1}(t_1) U_H(t_1) \Sigma_H^{1/2}(t_1) \\ &= U_c(t_1) \Sigma_c(t_1) V_H(t_1) \Sigma_H^{-1/2}(t_1) \end{aligned} \quad (3.10)$$

con álgebra matricial se puede mostrar que

$$\begin{aligned} \mathbb{H}_c^2(t_1) &= \left[\Sigma_H^{1/2}(t_1) V_H^t(t_1) \Sigma_c^{-1}(t_1) U_c^t(t_1) \right] \left[U_c(t_1) \Sigma_c^2(t_1) U_c^t \right] \left[U_c(t_1) \Sigma_c^{-1}(t_1) V_H(t_1) \Sigma_H^{1/2}(t_1) \right] \\ &= \Sigma_H(t_1) = \mathbb{H}_o^2(t_1) \end{aligned} \quad (3.11)$$

Mediante un ordenamiento descendente de los valores singulares de $H(t_1)$, esto es, de los elementos diagonales de $\Sigma_H(t_1)$, el modelo balanceado (3.7) puede dividirse en dos subsistemas, uno asociado con los valores singulares más grandes y otro asociado con los más pequeños:

$$\begin{bmatrix} \dot{z}_1 \\ \dot{z}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{A}_{11} & \hat{A}_{12} \\ \hat{A}_{21} & \hat{A}_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \hat{B}_1 \\ \hat{B}_2 \end{bmatrix} u \quad (3.12)$$

$$y = \begin{bmatrix} \hat{C}_1 & \hat{C}_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \end{bmatrix}$$

El modelo de orden reducido es el subsistema asociado con los valores singulares más grandes, $A_{11} \in \mathbb{R}^{r \times r}$:

$$\begin{aligned} \dot{z}_1 &= \hat{A}_{11} z_1 + \hat{B}_1 u \\ y &= \hat{C}_1 z_1 \end{aligned} \quad (3.13)$$

$\{\hat{A}_{11}, \hat{B}_1, \hat{C}_1\}$ es una buena aproximación del sistema $\{A, B, C\}$ si

$$\sigma_r \gg \sigma_{r+1}$$

Se tiene la siguiente propiedad: Los subsistemas $\{A_{ii}, B_i, C_i\}$, $i = 1, 2$, son asintóticamente estables si $\sigma_r > \sigma_{r+1}$ [65].

Así, una vez conocidos los elementos de la matriz $\Sigma_H(t_1)$ y ordenados en forma descendente, es posible la eliminación de los estados que son casi no-observables y casi no-controlables.

3.2.1 Algoritmo para obtener una realización balanceada

- a. Si el sistema es estable, expresar el modelo a reducir en la forma de variables de estado, ecuación 3.4. De lo contrario no es posible balancear el sistema.
- b. Calcular los grammianos de controlabilidad y observabilidad.
- c. Descomponer en valores singulares los grammianos calculados en el inciso b.
- d. Con los factores de la descomposición del inciso c, calcular la matriz H, ecuación 3.8.
- e. Descomponer la matriz H en valores singulares.
- f. La matriz de valores singulares Σ_H , ecuación 3.11, contiene la información sobre el posible grado de reducción del modelo.

En sistemas de potencia, las formulaciones linealizadas para sistemas máquina-barra infinita, multimáquina y sistemas de control, permiten aplicar el método de realizaciones balanceadas para obtener modelos de menor orden que reducen los problemas de dimensionalidad y dan ventaja en la rapidez de cálculo e interpretación de resultados.

3.3 Reducción del modelo máquina-barra infinita

Los estudios más simplificados de estabilidad en sistemas de potencia son aquellos que se componen de una máquina conectada a una barra infinita a través de una línea de transmisión. A continuación se presenta la aplicación de técnicas de reducción de modelos al sistema máquina-barra infinita.

3.3.1 Aplicación de las realizaciones balanceadas

Se emplea una formulación linealizada de la máquina síncrona conectada a una barra infinita a través de una línea de transmisión, Figura 3.1, las ecuaciones se muestran en

(3.14), donde cada elemento a_{ij} y b_{ij} depende de los parámetros de la máquina y del punto de operación del sistema [61].



Fig. 3.1 Sistema Máquina-Barra Infinita

Se desea obtener el modelo reducido para una máquina que opera a una potencia real de 0.85 pu, una potencia reactiva de 0.25 pu y con los parámetros que se muestran en la Tabla 3.1.

Los eigenvalores del sistema para estas condiciones se muestran en la Tabla 3.2. Mediante análisis modal selectivo se asocia cada modo con las variables de estado del sistema [5]. Se nota la presencia de valores característicos con parte real muy grande, lo que sugiere una posible eliminación de los estados asociados, ya que su presencia es notoria sólo en los instantes inmediatamente posteriores a una perturbación.

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \Delta i_d \\ \Delta i_q \\ \Delta \psi_f \\ \Delta \psi_g \\ \Delta \psi_{kd} \\ \Delta \psi_{kq} \\ \Delta \delta \\ \Delta \omega \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} & a_{15} & a_{16} & a_{17} & a_{18} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} & a_{25} & a_{26} & a_{27} & a_{28} \\ a_{31} & 0 & a_{33} & 0 & a_{35} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & a_{42} & 0 & a_{44} & 0 & a_{46} & 0 & 0 \\ a_{51} & 0 & a_{53} & 0 & a_{55} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & a_{62} & 0 & a_{64} & 0 & a_{66} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ a_{81} & a_{82} & a_{83} & a_{84} & a_{85} & a_{86} & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta i_d \\ \Delta i_q \\ \Delta \psi_f \\ \Delta \psi_g \\ \Delta \psi_{kd} \\ \Delta \psi_{kq} \\ \Delta \delta \\ \Delta \omega \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_{13} & 0 \\ 0 & 0 \\ b_{33} & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & b_{82} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta E_{fd} \\ \Delta T_m \end{bmatrix} \quad (3.14)$$

Tabla 3.1 Parámetros del generador
(valores en p.u. Base 100 MVA)

$R_{tr} = 0.0400$	$X_{tr} = 0.200$
$R_{lin} = 0.0250$	$H = 9.920 \text{ s}$
$X_{lin} = 0.1250$	$R_a = 0.00001$
$X''_d = 0.07878$	$X''_q = 0.07730$
$X'_d = 0.09606$	$X'_q = 0.33940$
$X_d = 0.5909$	$X_q = 0.58180$
$T''_{d0} = 0.042 \text{ s}$	$T''_{q0} = 0.042 \text{ s}$
$T'_{d0} = 6.0 \text{ s}$	$T'_{q0} = 1.50 \text{ s}$

Tabla 3.2 Eigenvalores para modelo completo máquina- barra infinita.

Eigenvalor	Estados asociados
$-60.89 \pm j 375.66$	$\Delta i_d, \Delta i_q$
-39.10	$\Delta \psi_{kq}$
-25.81	$\Delta \psi_{kd}$
$-0.27 \pm j 6.44$	$\Delta \delta, \Delta \omega$
-0.78	$\Delta \psi_g$
-0.27	$\Delta \psi_f$

Procediendo a balancear la realización {A,B,C}, se obtiene el gramiano (ordenado en forma descendente):

$$G = \text{diag} [17.815 \ 17.760 \ 0.2797 \ 0.02348 \ 2.458e-3 \ 2.0053e-4 \ 9.8238e-6 \ 8.7722e-6]$$

de donde puede observarse que $\sigma_2 \gg \sigma_3$, lo que indica que el sistema puede reducirse a dos estados, sin gran deterioro de resultados respecto al modelo de octavo orden.

En la Tabla 3.3 se muestran los eigenvalores cuando se eliminan 4 y 6 estados. Nótese la preservación del modo asociado a las variables mecánicas $\Delta\delta$ y $\Delta\omega$.

El comportamiento de las variables $\Delta\delta$ y $\Delta\omega$ del sistema original y los sistemas reducidos para un escalón unitario y un impulso en la potencia mecánica se muestran en las Figuras (3.2)-(3.4), donde también se presenta la norma infinito ($\max |V_i|$) de la diferencia puntual entre el modelo original y el reducido.

Puede notarse la gran similitud de comportamiento entre el sistema original y el reducido; en particular, puede considerarse que el modelo de cuarto orden es suficiente para representar el fenómeno electromecánico para un disturbio. Sin embargo, cuando no se requiere gran exactitud en los resultados, el modelo de segundo orden es apropiado por su menor carga computacional. Además debe considerarse que el modelo de segundo orden es apropiado para tiempos de estudio de primer ciclo y que la diferencia con respecto a modelos de mayor orden está en el amortiguamiento de las oscilaciones. De las gráficas, puede observarse la similitud de resultados para todos los modelos, en particular durante el primer ciclo.

Tabla 3.3 Eigenvalores preservados al reducir el modelo original	
Modelo reducido a 4 estados	
Eigenvalores	Estados asociados
$-0.27 \pm j 6.43$	$\Delta\delta, \Delta\omega$
-0.78	$\Delta\psi_g$
-0.26	$\Delta\psi_f$
Modelo reducido a 2 estados	
$-0.27 \pm j 6.43$	$\Delta\delta, \Delta\omega$

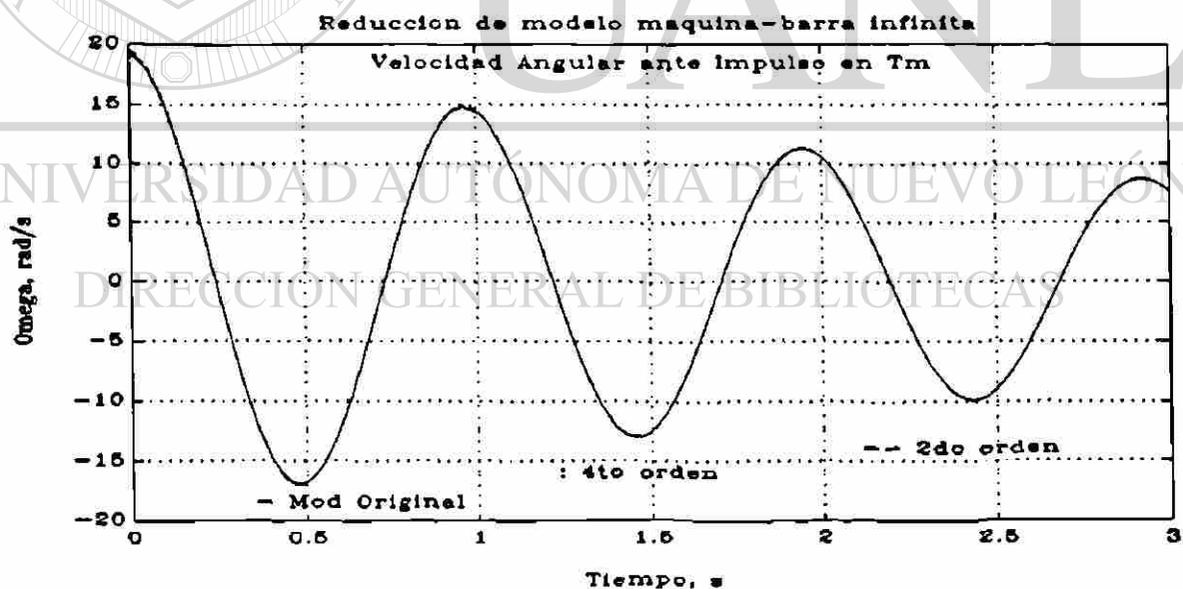


Fig. 3.2 $\Delta\omega$ ante impulso en T_m . $\|\Delta\omega - \Delta\omega_4\|_\infty = 0.1843$ y $\|\Delta\omega - \Delta\omega_2\|_\infty = 0.4346$

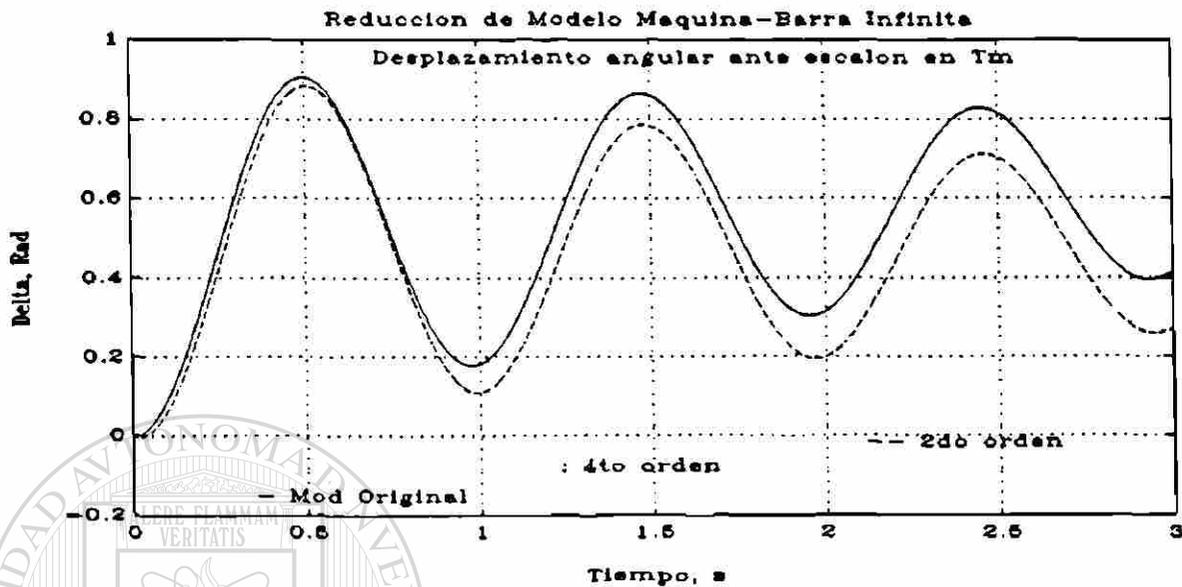


Fig. 3.3 $\Delta\delta$ ante escalón en T_m . $\|\Delta\delta - \Delta\delta_4\|_\infty = 7.88 e-5$ y $\|\Delta\delta - \Delta\delta_2\|_\infty = 0.1438$

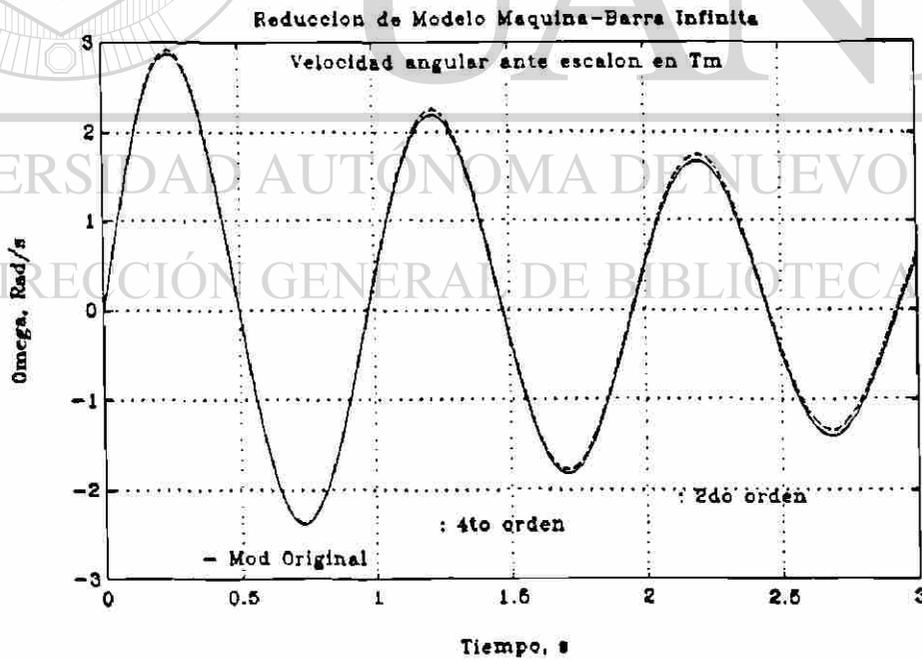


Fig. 3.4 $\Delta\omega$ ante escalón en T_m . $\|\Delta\omega - \Delta\omega_4\|_\infty = 0.0043$ y $\|\Delta\omega - \Delta\omega_2\|_\infty = 0.0741$

Una de las características del modelo reducido mediante realizaciones balanceadas, es que

preserva el modo mecánico (asociado a $\Delta\delta - \Delta\omega$). Sin embargo, debido a la transformación de ejes coordenados que se lleva a cabo, la realización queda expresada en una forma poco útil para extraer los parámetros equivalentes de un modelo de segundo orden; esto es, la reactancia transitoria X'_d y el factor de amortiguamiento D . Es esto lo que motivó la búsqueda de un factor de amortiguamiento D equivalente que, utilizado en el modelo clásico, permita obtener resultados similares a los obtenidos con un modelo de cuarto orden, tema que se comenta en el siguiente inciso.

3.3.2 Ecuación de oscilación equivalente [59]

El proceso transitorio electromecánico estará más fielmente representado mientras mejor modelados estén los componentes de par que intervienen en la ecuación de oscilación (par mecánico y eléctrico). A continuación se resume una metodología para disminuir el sistema de ecuaciones diferenciales para un modelo de generador síncrono linealizado, a una ecuación equivalente de segundo orden que incluye la influencia del proceso transitorio electromagnético de los circuitos de rotor.

Aunque es posible utilizar representaciones de orden superior, se considera suficiente emplear una representación de cuarto orden para un sistema máquina-barra infinita, cuyas ecuaciones linealizadas son [61]:

$$\begin{aligned}
 p \Delta E'_q &= \frac{1}{T'_{do}} \left[\Delta E_{fd} - K_1 \Delta E'_q - K_2 \Delta E'_d - K_3 \Delta \delta \right] \\
 p \Delta E'_d &= \frac{1}{T'_{qo}} \left[K_4 \Delta E'_q - K_5 \Delta E'_d + K_6 \Delta \delta \right] \\
 p \Delta \delta &= \Delta \omega \\
 p \Delta \omega &= \frac{1}{2H_j} \left[\Delta T_m - D \Delta \omega - K_7 \Delta E'_d - K_8 \Delta E'_q - K_9 \Delta \delta \right]
 \end{aligned} \tag{3.15}$$

donde p es el operador derivada d/dt ; las constantes K_1, \dots, K_9 dependen de los parámetros de la máquina y del punto de operación; D es el coeficiente de amortiguamiento del rotor; T'_{do} y T'_{qo} son las constantes de tiempo de los devanados del rotor en circuito abierto; H_j es la constante de inercia; ΔT_m es la desviación en potencia mecánica.

Transformando (3.15) al dominio de la frecuencia se tiene [57],

$$(1 + sT'_{do})\Delta E'_q + (X_d - X'_d)\Delta I_d = \Delta E_{fd} \quad (3.16)$$

$$(1 + sT'_{qo})\Delta E'_d + (X_q - X'_q)\Delta I_q = 0$$

donde

$$\Delta I_q = \frac{R_e \Delta E'_q - (X_e + X'_d)\Delta E'_d + V_\infty [R_e \text{Sen}\delta_0 + (X_e + X'_d)\text{Cos}\delta_0]\Delta\delta}{R_e^2 + (X_e + X'_q)(X_e + X'_d)} \quad (3.17a)$$

$$\Delta I_d = \frac{R_e \Delta E'_d + (X_e + X'_q)\Delta E'_q + V_\infty [(X_e + X'_q)\text{Sen}\delta_0 - R_e \text{Cos}\delta_0]\Delta\delta}{R_e^2 + (X_e + X'_q)(X_e + X'_d)} \quad (3.17b)$$

$R_e + jX_e$ es la impedancia externa en pu; X'_d, X'_q son las reactancias de máquina en pu; V_∞ es la magnitud del voltaje en la barra infinita (pu); δ_0 es el ángulo de carga inicial (rad); R_a es la resistencia de armadura.

Al sustituir (3.17) en (3.16) se obtiene,

$$(a_{11} + pT'_{do})\Delta E'_q + a_{12}\Delta E'_d + b_{11}\Delta\delta = \Delta E_{fd} \quad (3.18)$$

$$a_{21}\Delta E'_q + (a_{22} + pT'_{qo})\Delta E'_d + b_{22}\Delta\delta = 0$$

donde

$$a_{11} = 1 + \frac{(X_d - X'_d)X'_{qe}}{R_{xx}}$$

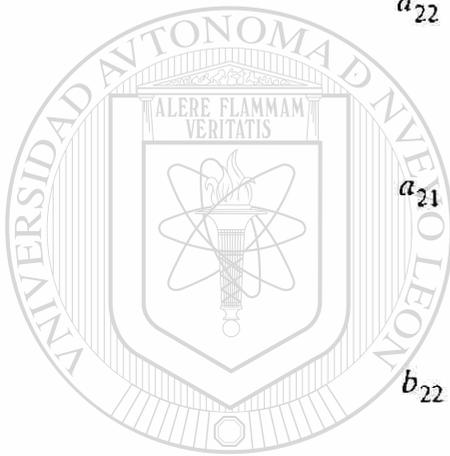
$$a_{12} = \frac{(X_d - X'_d)R_e}{R_{xx}}$$

$$b_{11} = \frac{(X_d - X'_d) \left[X'_{qe} V_{d\infty} - R_e V_{q\infty} \right]}{R_{xx}}$$

$$a_{22} = 1 + \frac{(X_q - X'_q)X'_{de}}{R_{xx}}$$

$$a_{21} = - \frac{(X_q - X'_q)R_e}{R_{xx}}$$

$$b_{22} = - \frac{(X_q - X'_q) \left[R_e V_{d\infty} + X'_{de} V_{q\infty} \right]}{R_{xx}}$$



$$V_{q\infty} = V_{\infty} \cos \delta_0$$

$$V_{d\infty} = V_{\infty} \sin \delta_0$$

$$X'_{qe} = X_e + X'_q$$

$$X'_{de} = X_e + X'_d$$

$$R_{xx} = X'_{qe} X'_{de} + R_e^2$$

Debe notarse que esta metodología permite la inclusión de los efectos de controles (a través de $\Delta E'_{fd}$ y ΔT_m). Resolviendo (3.18) para $\Delta E'_d$ y $\Delta E'_q$:

$$\Delta E'_d = \frac{\left[a_{21} b_{11} - b_{22} (a_{11} + p T'_{do}) \right] \Delta \delta - a_{21} \Delta E'_{fd}}{(a_{11} + p T'_{do})(a_{22} + p T'_{qo}) - a_{12} a_{21}}$$

$$\Delta E'_q = \frac{\left[a_{12} b_{22} - b_{11} (a_{22} + p T'_{q0}) \right] \Delta \delta + (a_{22} + p T'_{q0}) \Delta E_{fd}}{(a_{11} + p T'_{d0})(a_{22} + p T'_{q0}) - a_{12} a_{21}}$$

si se define

$$\begin{aligned} N_1(p) &= a_{21} b_{11} - b_{22} A_{11}(p) \\ N_2(p) &= a_{12} b_{22} - b_{11} A_{22}(p) \\ A_{22}(p) &= a_{22} + p T'_{q0} \\ A_{11}(p) &= a_{11} + p T'_{d0} \\ AA(p) &= A_{11}(p) A_{22}(p) - a_{12} a_{21} \end{aligned}$$

Entonces los voltajes transitorios se pueden escribir como:

$$\begin{aligned} \Delta E'_d &= \frac{N_1(p) \Delta \delta - a_{21} \Delta E_{fd}}{AA(p)} \\ \Delta E'_q &= \frac{N_2(p) \Delta \delta - A_{22}(p) \Delta E_{fd}}{AA(p)} \end{aligned} \quad (3.19)$$

La expresión del par eléctrico para el modelo linealizado de cuarto orden puede escribirse como:

$$\begin{aligned} \Delta T_e &= I_{d0} \Delta E'_d + I_{q0} \Delta E'_q + \left[E'_{d0} + (X'_q - X'_d) I_{q0} \right] \Delta I_d + \left[E'_{q0} + (X'_q - X'_d) I_{d0} \right] \Delta I_q \\ &= I_{d0} \Delta E'_d + I_{q0} \Delta E'_q + K_{ed} \Delta I_d + K_{eq} \Delta I_q \end{aligned} \quad (3.20) \quad \text{®}$$

con

$$\begin{aligned} K_{ed} &= E'_{d0} + (X'_q - X'_d) I_{q0} \\ K_{eq} &= E'_{q0} + (X'_q - X'_d) I_{d0} \end{aligned}$$

El subíndice 0 indica condición inicial. Sustituyendo (3.17) en (3.20):

$$\Delta T_e = \left[I_{d0} + \frac{K_{ed}R_e - K_{eq}X'_{de}}{R_{xx}} \right] \Delta E'_d + \left[I_{q0} + \frac{K_{ed}X'_{qe} + K_{eq}R_e}{R_{xx}} \right] \Delta E'_q +$$

$$+ \left[\frac{K_{ed}(X'_{qe}V_{d\infty} - R_eV_{q\infty}) + K_{eq}(R_eV_{d\infty} + X'_{de}V_{q\infty})}{R_{xx}} \right] \Delta \delta$$

esto es

$$\Delta T_e = C_1 \Delta E'_d + C_2 \Delta E'_q + C_3 \Delta \delta \quad (3.21)$$

Cuando se consideran sistemas de excitación y estabilización se puede escribir

$$\Delta E'_{fd} = G_{em}(p) \Delta \omega - G_{ex}(p) \Delta V_t \quad (3.22a)$$

$$G_{em}(p) = G_{ex}(p) G_{es}(p) \quad (3.22b)$$

Siendo ΔV_t el cambio en la magnitud de voltaje terminal; $G_{ex}(p)$ la función de transferencia del excitador; $G_{es}(p)$ la función de transferencia del estabilizador de potencia que retroalimenta la velocidad $\Delta \omega$.

También es posible expresar el incremento de magnitud de voltaje terminal como:

$$\Delta V_t = \frac{V_{d0}}{V_{t0}} \Delta V_d + \frac{V_{q0}}{V_{t0}} \Delta V_q \quad (3.23)$$

con

$$\Delta V_d = C_4 \Delta E'_q + C_5 \Delta E'_d + C_6 \Delta \delta$$

$$\Delta V_q = C_7 \Delta E'_q + C_8 \Delta E'_d + C_9 \Delta \delta$$

$$C_4 = 1 - \frac{X'_d X'_{qe}}{R_{xx}}$$

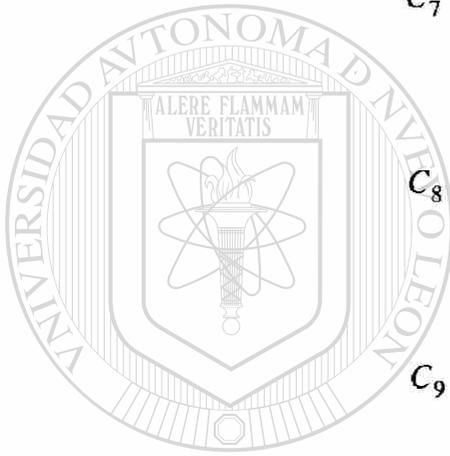
$$C_5 = - \frac{X'_d R_e}{R_{xx}}$$

$$C_6 = - \frac{X'_d \left[X'_{qe} V_{d\infty} - R_e V_{q\infty} \right]}{R_{xx}}$$

$$C_7 = \frac{X'_q R_e}{R_{xx}}$$

$$C_8 = 1 - \frac{X'_q X'_{de}}{R_{xx}}$$

$$C_9 = \frac{X'_q \left[R_e V_{d\infty} + X'_{de} V_{q\infty} \right]}{R_{xx}}$$



UANL

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN
Sustituyendo (3.22) en (3.19) se tiene,

$$\Delta E'_d = \frac{N_1(p) \Delta \delta - a_{21} \left[G_{em}(p) \Delta \omega - G_{ex}(p) \Delta V_t \right]}{AA(p)} \quad (3.24a)$$

$$\Delta E'_q = \frac{N_2(p) \Delta \delta - A_{22}(p) \left[G_{em}(p) \Delta \omega - G_{ex}(p) \Delta V_t \right]}{AA(p)} \quad (3.24b)$$

Utilizando ΔV_t de (3.23) en (3.24) se forman las ecuaciones,

$$\begin{aligned} & \left[AA(p) - a_{21} C_{10} G_{ex}(p) \right] \Delta E'_d - a_{21} C_{11} G_{ex}(p) \Delta E'_q = \\ & \left[N_1(p) - p a_{21} G_{em}(p) + a_{21} C_{12} G_{ex}(p) \right] \Delta \delta \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \left[C_{10} A_{22}(p) G_{ex}(p) \right] \Delta E'_d + \left[AA(p) + C_{11} A_{22}(p) G_{ex}(p) \right] \Delta E'_q = \\ & \left[N_2(p) + p A_{22}(p) G_{em}(p) - C_{12} A_{22}(p) G_{ex}(p) \right] \Delta \delta \end{aligned}$$

donde

$$\begin{aligned} C_{10} & \triangleq \frac{V_{d0}}{V_{i0}} C_8 + \frac{V_{q0}}{V_{i0}} C_5 \\ C_{11} & \triangleq \frac{V_{d0}}{V_{i0}} C_7 + \frac{V_{q0}}{V_{i0}} C_4 \\ C_{12} & \triangleq \frac{V_{d0}}{V_{i0}} C_9 + \frac{V_{q0}}{V_{i0}} C_6 \\ p \Delta \delta & = \Delta \omega \end{aligned}$$

Resolviendo estas ecuaciones para $\Delta E'_d$ y $\Delta E'_q$ en función de $\Delta \delta$:

$$\Delta E'_d = \frac{\left[N_1(p) - a_{21} (p G_{em}(p) - C_{12} G_{ex}(p)) \right] AA(p) + C_{11} \left[N_1(p) A_{22}(p) + a_{21} N_2(p) \right] G_{ex}(p)}{AA(p) \left[AA(p) + (C_{11} A_{22}(p) - a_{21} C_{10}) G_{ex}(p) \right]} \quad (3.25a)$$

$$\Delta E'_q = \frac{\left[N_2(p) + A_{22}(p) (p G_{em}(p) - C_{12} G_{ex}(p)) \right] AA(p) - C_{10} \left[N_1(p) A_{22}(p) + a_{21} N_2(p) \right] G_{ex}(p)}{AA(p) \left[AA(p) + (C_{11} A_{22}(p) - a_{21} C_{10}) G_{ex}(p) \right]} \quad (3.25b)$$

Haciendo uso de (3.25) y (3.21) en la ecuación de oscilación ($\Delta T_m = 0$):

$$2 H_j p^2 \Delta \delta + C_1 \Delta E'_d + C_2 \Delta E'_q + C_3 \Delta \delta + D p \Delta \delta = 0$$

Sustituyendo $\Delta E'_d$, $\Delta E'_q$ y agrupando, resulta

$$\begin{aligned}
& \left\{ \left[(2H_j p^2 + Dp + C_3)AA(p) + C_1N_1(p) + C_2N_2(p) \right]AA(p) + \right. \\
& \quad \left. + p \left[C_2A_{22}(p) - C_1a_{21} \right]AA(p)G_{em}(p) + \right. \\
& + \left[\left\{ (2H_j p^2 + Dp + C_3)(C_{11}A_{22}(p) - a_{21}C_{10}) + C_1a_{21}C_{12} - C_2C_{12}A_{22}(p) \right\}AA(p) + \right. \\
& \quad \left. + (a_{21}N_2(p) + A_{22}(p)N_1(p)) \left(C_1C_{11} - C_2C_{10} \right) \right] G_{ex}(p) \left. \right\} \Delta\delta = 0 \quad (3.26)
\end{aligned}$$

Esta es la ecuación de oscilación equivalente, que incluye la influencia del sistema de excitación y del estabilizador.

Considerando un modelo de excitador Tipo 1 sin estabilizador de potencia $G_{es} = 1$, se tiene

$$\frac{\Delta E_{fd}}{\Delta V_t} = G_{ex}(p) = \frac{K_a(1 + pT_f)}{(K'_e + pT_e)(1 + pT_a)(1 + pT_f) + pK_aK_f} \quad (3.27)$$

donde K_x y T_x representan las ganancias y constantes de tiempo propias del modelo; K'_e incluye K_e más un término por saturación. Al sustituir (3.27) en (3.26) se llega a una expresión del tipo.

DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

$$[2 H_j p^2 + Q(p)] \Delta\delta = 0 \quad (3.28)$$

El término $Q(p)$ representa el incremento de par resultante (de aceleración) que incluye los efectos del proceso transitorio electromagnético del rotor y la influencia del regulador de voltaje. El par $Q(\omega)$ puede expresarse en sus componentes real e imaginaria. A la componente de par en fase con el ángulo $\text{Re}\{ Q(\omega) \}$ se le conoce como *par de sincronización*. El coeficiente de sincronización $S(\omega)$ es numéricamente igual al par de sincronización. A la componente de par en cuadratura con el desplazamiento

angular $\text{Im}\{Q(\omega)\}$ se le conoce como *par asíncrono*. El coeficiente de amortiguamiento se le define por la expresión:

$$D(\omega) = \frac{1}{\omega} \text{Im}\{Q(\omega)\} \quad (3.29)$$

La condición para que esta ecuación equivalente refleje fielmente el proceso transitorio electromecánico, es que los coeficientes de sincronización $S(\omega)$ y de amortiguamiento $D(\omega)$ sean calculados al valor de la frecuencia natural de oscilación electromecánica del rotor. Como ésta es una variable a determinar, podrá obtenerse empleando un método iterativo.

Al tener el valor final de $\lambda = \alpha \pm j\omega$, se evalúa (3.29) para obtener el valor del coeficiente $D_{\text{equivalente}}$, que junto con la reactancia X'_d propia de la máquina, determinan un modelo lineal equivalente de segundo orden. El modelo toma en cuenta los efectos del proceso transitorio electromagnético del rotor y del regulador de voltaje; aun más, la ventaja de esta metodología se manifiesta en que es posible utilizarla para sistemas multimáquina [57].

Los resultados que se obtienen con esta técnica al llevar a cabo simulaciones no lineales usando un modelo de cuarto orden y la ecuación de oscilación equivalente para un cortocircuito en la barra infinita, se muestran en las Figuras 3.5 y 3.6, donde se ilustran el comportamiento angular y el par eléctrico.

Debe notarse la similitud de resultados obtenidos; en especial el par eléctrico calculado con la ecuación equivalente es bastante semejante al calculado con el modelo original.

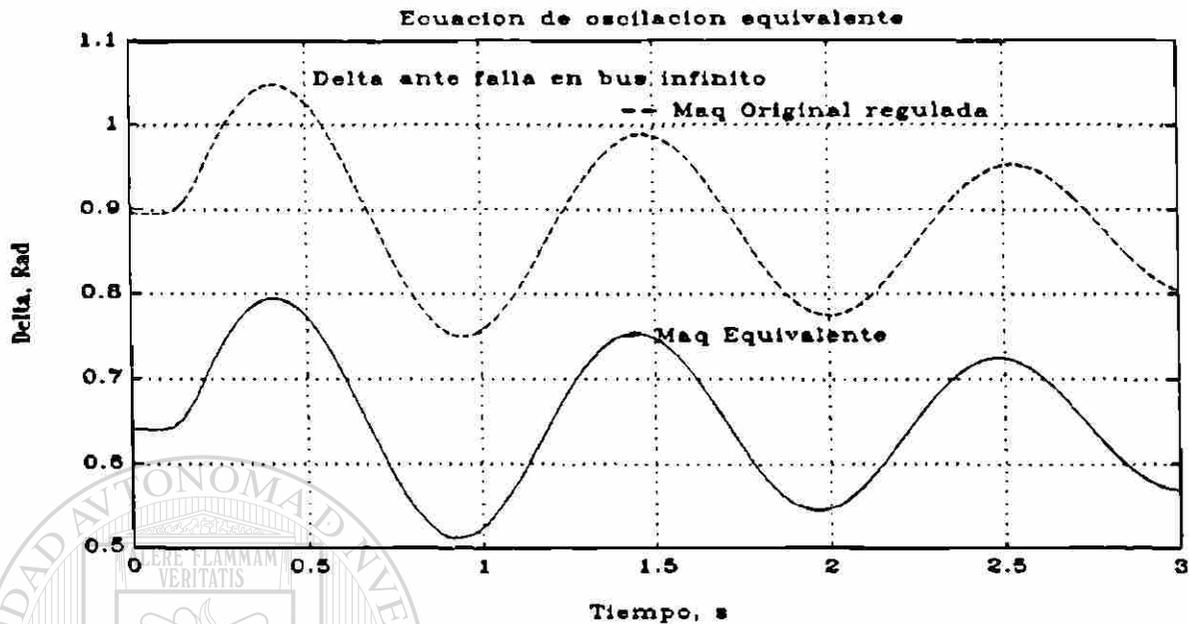


Fig. 3.5 Desplazamiento angular para los modelos original y equivalente

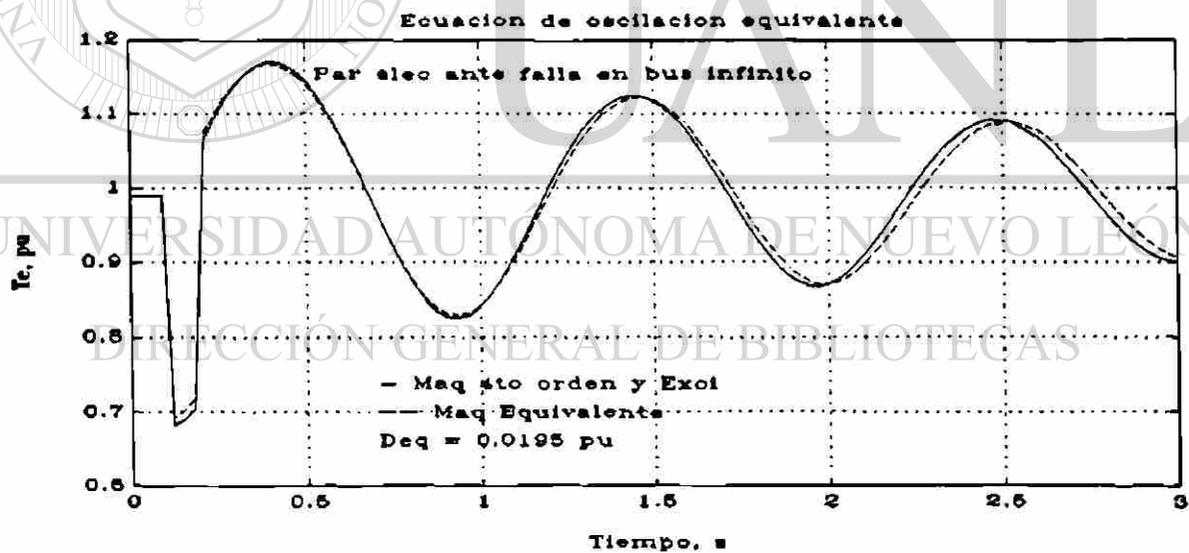


Fig. 3.6 Par eléctrico modelo original y equivalente $\| Te_{orig} - Te_{equiv} \|_{\infty} = 0.02$

La diferencia entre las curvas de desplazamiento angular se debe a las diferentes condiciones iniciales de la variable δ para el modelo de cuarto orden y el modelo

equivalente de segundo orden. El modo mecánico preserva el valor de $-0.2898 \pm j 5.884$.

3.3.3 Algoritmo para la ecuación de oscilación equivalente

El algoritmo para la formación de la ecuación de oscilación equivalente para un modelo máquina-barra infinita es el siguiente.

- a. Formular un modelo en el dominio de la frecuencia para la máquina síncrona.
- b. Formular modelos en el dominio de la frecuencia para los elementos de control que vayan a considerarse.
- c. Se obtienen las expresiones para las corrientes en los ejes directo y cuadratura, tomando en cuenta la red de transmisión, ecuación (3.17).
- d. Se sustituyen las corrientes calculadas en el inciso c en las expresiones para los voltajes transitorios de la máquina, y se resuelve para los voltajes, ecuación (3.19).
- e. Se emplean las corrientes calculadas en el inciso c y los voltajes del inciso d en la ecuación del par eléctrico, que quedará expresado en función de ΔT_m , ΔE_{fd} y $\Delta \delta$.
- f. La inclusión de los controles podrá realizarse a través de las variables ΔT_m y ΔE_{fd} . Deberá simplificarse la expresión del par eléctrico hasta que sólo sea función de $\Delta \delta$, ecuación (3.28), con lo cual se tiene la ecuación de oscilación equivalente.

3.3.4 Otros métodos de reducción para sistemas máquina-barra infinita

Existen otras metodologías para abordar este problema, entre las que sobresalen la de perturbaciones singulares [66] y la de variedad integral [67]. En este último caso los resultados han sido pobres al trabajar con un modelo semejante al (3.15), ya que para obtener resultados satisfactorios en la preservación del modo mecánico, se debe hacer una aproximación más allá del término de orden dos en una expansión en serie de Taylor, sobre todo cuando la constante de tiempo T'_{q0} no es lo suficientemente pequeña [57,67].

El empleo de la técnica de realizaciones balanceadas ha permitido corroborar que es posible emplear el modelo de segundo orden de máquina síncrona durante el primer ciclo de oscilación, si no se requiere demasiada precisión de resultados para una simulación. Además, ha permitido enfatizar la importancia del amortiguamiento en el modelo de segundo orden. Es decir, es posible utilizar un modelo de segundo orden con un factor de amortiguamiento adecuado para representar un modelo de máquina de mayor orden.

Así, de las técnicas que se han empleado para este propósito, la ecuación de oscilación equivalente presenta características muy atractivas, ya que permite analizar el efecto que los sistemas de control tienen sobre el modo mecánico, y es posible realizar una extensión al caso multimáquina [59].

3.4 Reducción de modelos de sistemas de excitación

Otro de los modelos importantes a reducir es el de los sistemas automáticos de excitación de los generadores. A continuación se presentan procedimientos para la reducción de dos modelos de sistemas de excitación, aplicando las técnicas de realizaciones balanceadas y perturbaciones singulares para obtener modelos de orden inferior.

3.4.1 Excitador Tipo 1 del IEEE

Este es un sistema de excitación común, los resultados que aquí se obtienen corresponden a un sistema de excitación autoexcitado con amplificación estática tipo Mag-A-Stat, Figura 3.7. La ecuación (3.30) muestra la versión linealizada del excitador Tipo 1, donde el factor S_e toma en cuenta el efecto de saturación. En la Tabla 3.4 se ilustran parámetros característicos.

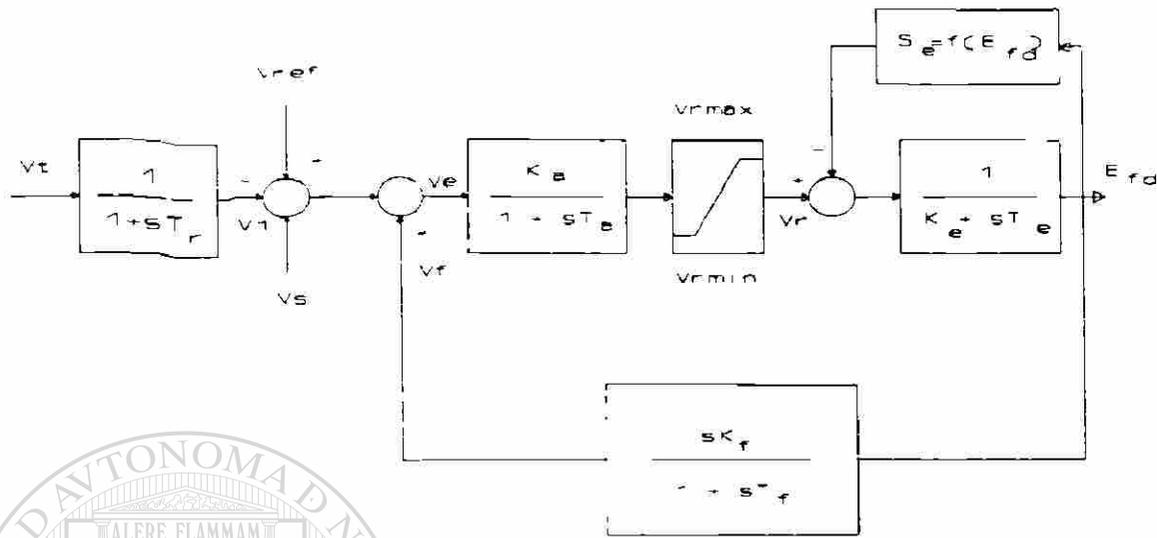


Fig. 3.7 Sistema de excitación Tipo 1 para reguladores de acción continua

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \Delta v_1 \\ \Delta v_r \\ \Delta v_f \\ \Delta E_{fd} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{T_r} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{K_a}{T_a} & -\frac{1}{T_a} & -\frac{K_a}{T_a} & 0 \\ 0 & \frac{K_f}{T_e T_f} & -\frac{1}{T_f} & \frac{K_f K'_e}{T_e T_f} \\ 0 & \frac{1}{T_e} & 0 & -\frac{K'_e}{T_e} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta v_1 \\ \Delta v_r \\ \Delta v_f \\ \Delta E_{fd} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{T_r} & 0 \\ 0 & \frac{K_a}{T_a} \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta v_1 \\ \Delta v_{ref} \end{bmatrix} \quad (3.30)$$

donde $K'_e \triangleq K_e + Se_o (1 + BE_{fdo})$. $Se \triangleq A_{ex} e^{B_{ex} E_{fd}}$ es el coeficiente de

saturation; A_{ex} B_{ex} son constantes.

Tabla 3.4 Parámetros del Excitador

$T_r = 0.015 \text{ s}$	$K_a = 400.0 \text{ pu}$
$T_a = 0.05 \text{ s}$	$K_e = -0.170 \text{ pu}$
$T_e = 0.95 \text{ s}$	$K_f = 0.04 \text{ pu}$
$T_f = 1.0 \text{ s}$	$A_{ex} = 0.0027 \text{ pu}$
$B_{ex} = 0.3857 \text{ pu}$	$V_{ref} = 1.165 \text{ pu}$
$E_{fd0} = 1.493 \text{ pu}$	

*Tabla 3.5 Valores característicos para modelo de excitador
Tipo 1.*

<i>Eigenvalor sin saturación</i>	<i>Eigenvalor con saturación</i>	<i>Estados Asociados</i>
$-10.416 \pm j 15.646$	$-10.419 \pm j 15.649$	$\Delta V_r, \Delta V_f$
0.01013	0.00967	ΔE_{fd}
-66.667	-66.667	ΔV_1

Los resultados del análisis modal para los parámetros y condiciones de operación especificadas se muestran en la Tabla 3.5. Este caso es interesante, ya que pone de manifiesto la existencia de un valor característico inestable (debido a una ganancia K_e negativa), que inhibe la posible reducción del modelo a un orden inferior al tercero. Básicamente sólo el estado asociado al bloque de medición, que presenta un eigenvalor bastante rápido, es factible de ser eliminado.

Como se puede observar de la Tabla 3.5, el efecto de la saturación sólo afecta al modo asociado a la variable ΔE_{fd} , que es el modo inestable. Puede ocurrir que con diferentes

condiciones de operación y valores de K_e (negativos) este modo sea negativo, en cuyo caso podría efectuarse una reducción mayor. Por lo tanto, en este trabajo se considera que para valores de K_e negativos, el excitador Tipo 1 es irreducible, excepto por el bloque de medición.

Existen dos modos conjugados bastante amortiguados (primer renglón de la Tabla 3.5), por lo que para ganancias K_e positivas es posible aproximar casi de una manera exacta *la parte lenta* (dominante después de que la dinámica rápida prácticamente ha desaparecido) del modelo de excitador Tipo 1 mediante un bloque de atraso-adelanto, representado en la forma normal de variables de estado por la siguiente expresión :

$$\begin{aligned} \dot{x}_{eq} &= A_r x_{eq} + B_r u \\ y &= \Delta E_{fd} = C_r x_{eq} + D_r u \end{aligned} \quad (3.31)$$

En la ecuación (3.31) el estado x_{eq} es un estado equivalente y la variable de interés es la salida ΔE_{fd} .

Debido a la amplia utilización que se le ha dado a este modelo de sistema de excitación, se han propuesto expresiones para reducir su representación, dentro de las que sobresale la que emplea técnicas de perturbaciones singulares, [66]:

$$\Delta E_{fd} \approx \left[\frac{K_a}{K_e} - \frac{T_f}{K_f} \right] \left[\frac{1 + sT_f}{1 + \frac{sK_a K_f}{K_e}} \right] \Delta V_T \quad (3.32)$$

A manera de ilustración, se consideran los siguientes parámetros para el modelo linealizado (no se incluye el efecto de la saturación):

$T_f = 1.0 \text{ s}$	$K_f = 0.16 \text{ pu}$
$T_e = 0.5 \text{ s}$	$K_e = 1.0 \text{ pu}$
$K_a = 100.0 \text{ pu}$	$T_a = 0.05 \text{ s}$

El análisis modal se muestra en la Tabla 3.6. Tratando de preservar solo el modo lento, mediante realizaciones balanceadas, se obtienen las expresiones (3.33).

Valores característicos	Estados asociados
$-11.472 \pm j 23.856$	$\Delta V_r, \Delta V_f$
-0.0571	ΔE_{fd}
-66.6667	ΔV_1

$$\begin{aligned} \dot{x}_{eq} &= -0.0571 x_{eq} + [1.955 \quad -1.954] \begin{bmatrix} \Delta V_T \\ \Delta V_{ref} \end{bmatrix} \\ y = \Delta E_{fd} &= -2.7641 x_{eq} + [-5.3869 \quad 5.477] \begin{bmatrix} \Delta V_T \\ \Delta V_{ref} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (3.33)$$

La función de transferencia entre ΔE_{fd} y ΔV_T es:

$$\frac{5.387s + 5.711}{s + 0.0571}$$

Para el caso de la aproximación por perturbaciones singulares (3.32) se tiene

$$\frac{5.859(s + 1)}{(s + 0.0625)}$$

Nótese que la preservación del modo lento es prácticamente exacta en el caso de la aproximación mediante realizaciones balanceadas y difiere un poco en el caso de perturbaciones singulares (0.0571 contra 0.0625). En las Figuras 3.8 y 3.9 se muestra el comportamiento del voltaje de campo ΔE_{fd} ante impulsos en el voltaje terminal V_T y en el voltaje de referencia V_{ref} respectivamente utilizando la representación balanceada. Se debe notar la preservación del estado estable a pesar de que el modelo reducido no contempla el proceso transitorio. Esto es, se preserva la dinámica lenta que domina la respuesta después que el transitorio desaparece. Así, se considera que el excitador Tipo 1 no es reducible para valores de la constante del excitador K_e negativa. Para el caso de K_e positiva, el modelo es reducible a un primer orden que preserve la dinámica lenta, lo cual asegura que después de un disturbio que no provoca pérdida de sincronismo, el voltaje final alcanzado tendrá un valor muy semejante al emplear el modelo original y el reducido.

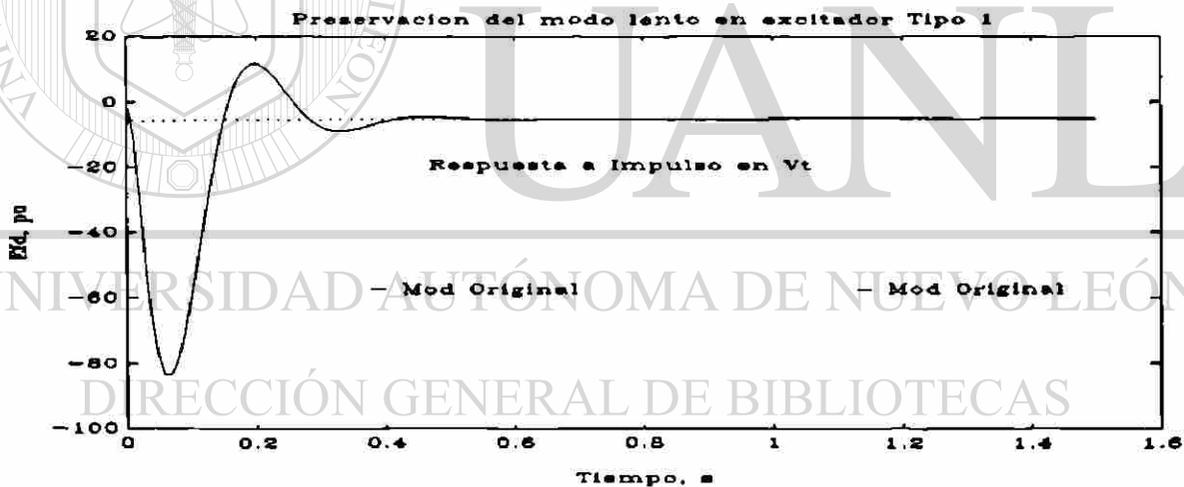


Fig. 3.8 Variación de E_{fd} como respuesta a un impulso en el voltaje terminal

3.4.2 Excitador Tipo ST2 del IEEE

El diagrama de bloques para el excitador tipo ST2 se muestra en la Figura 3.10 y (3.34) es su versión linealizada, a partir de la cual se intenta una reducción de modelo. También en este caso la variable de salida de interés es el voltaje de campo ΔE_{fd} . Aunque existen varias

$K_a = 400.0$ pu	$T_f = 1.0$ s	$T_a = 0.02$ s
$K_e = 1.0$ pu	$K_f = 0.03$ pu	$K_p = 5.0$ pu
$K_c = 0.75$ pu	$V_{ref} = 0.948$ pu	$T_e = 0.80$ s

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \Delta v_r \\ \Delta E_{fd} \\ \Delta v_f \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{T_a} & 0 & -\frac{K_a}{T_a} \\ \frac{1}{T_E} & -\frac{K_e}{T_e} & 0 \\ \frac{K_f}{T_e T_f} & -\frac{K_e K_f}{T_e T_f} & -\frac{1}{T_f} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta v_r \\ \Delta E_{fd} \\ \Delta v_f \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -\frac{K_a}{T_a} \\ \frac{K_p}{T_e} \\ \frac{K_f K_p}{T_e T_f} \end{bmatrix} \Delta v_r \quad (3.34)$$

La Tabla 3.8 muestra la existencia de dos modos muy rápidos, lo que es indicio de una posible eliminación de estados, preservando sólo los asociados a los modos lentos. Después de balancear la realización, resulta el grammiano:

$$G = \text{Diag} [184.23 \ 16.890 \ 3.618]$$

Valores característicos	Estados asociados
$-26.089 \pm j 13.392$	$\Delta V_r, \Delta V_f$
-0.07268	ΔE_{fd}

Los dos últimos valores singulares son inferiores al primero y se elige la eliminación de dos estados, con la preservación del modo lento según indica el modelo reducido:

$$A_r = -0.0727, \quad B_r = 5.179, \quad C_r = -5.179, \quad D_r = -26.543.$$

El diagrama de bloques correspondiente a este caso se muestra en la figura 3.10a.

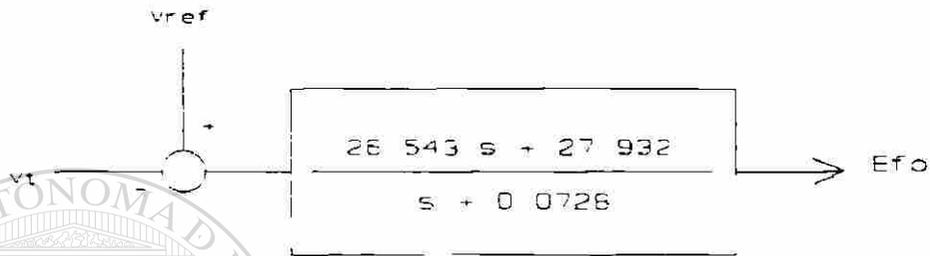


Fig. 3.10a Modelo reducido del excitador Tipo ST2

La formulación es la siguiente:

$$\begin{aligned} \frac{dx_{eq}}{dt} &= \frac{1}{T_{aeq}} [-x_{eq} + K_{aeq}(\Delta V_{ref} - \Delta V_l)] \\ \Delta E_{fd} &= x_{eq} + K_{beq}(\Delta V_{ref} - \Delta V_l) \end{aligned} \quad (3.35)$$

Donde x_{eq} es el estado equivalente, K_{aeq} y K_{beq} son constantes equivalentes. La salida de interés es ΔE_{fd} .

DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

Los resultados obtenidos para el voltaje terminal y el desplazamiento angular de una simulación no-lineal en un sistema máquina regulada-barra infinita se comparan en las Figuras 3.11 y 3.12. Se utiliza el excitador ST2 con los parámetros del ejemplo anterior y su equivalente. El generador se representa con un modelo de sexto orden [60].

Como puede observarse de las figuras, que simulan una perturbación en la barra infinita, se tiene una buena aproximación de los resultados al utilizar el modelo equivalente, sobre todo en la tendencia hacia el estado estable por la conservación del modo lento.

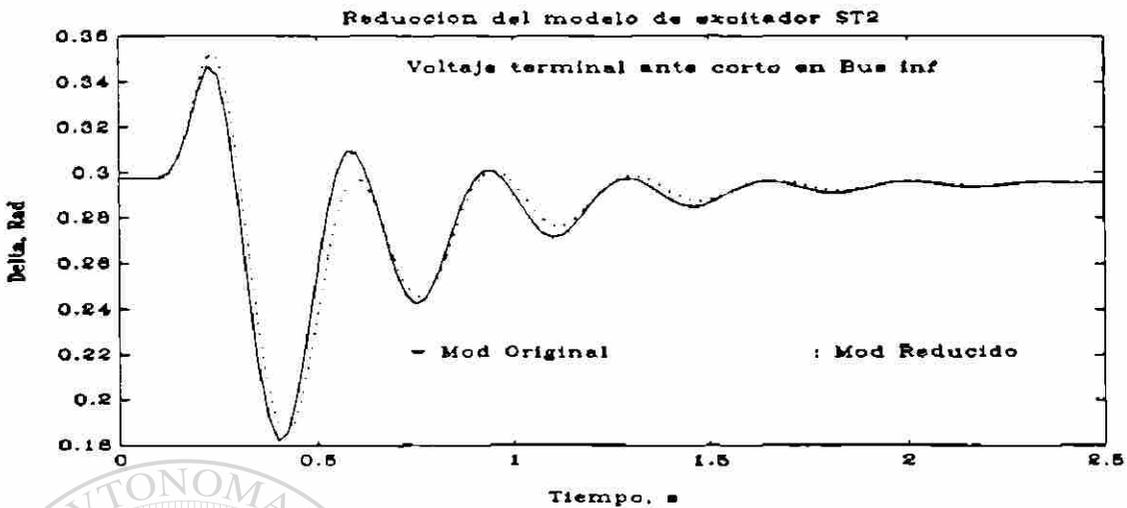


Fig. 3.11 Desplazamiento angular para modelo de excitador original y reducido

$$\| \delta_{orig} - \delta_{equiv} - \|_{\infty} = 0.015$$

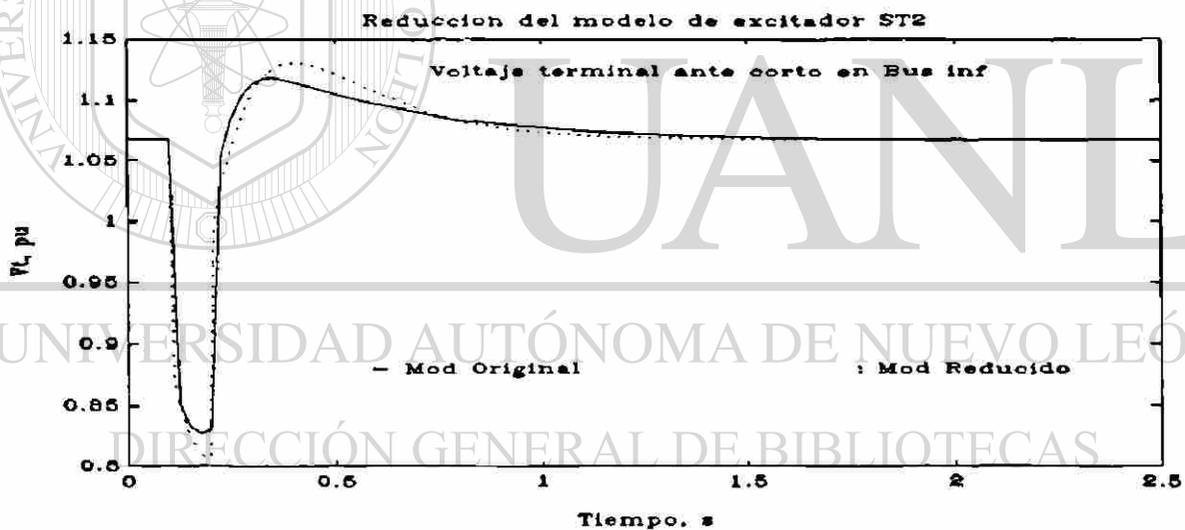


Fig. 3.12 Voltaje terminal para modelo original y reducido

La aplicación de esta técnica al sistema de excitación ST2 ha sido satisfactoria ya que se logra una reducción de dos estados, siendo el modelo original de tres. Asimismo, se considera que es posible emplear las realizaciones balanceadas para la reducción de los modelos de otros sistemas de excitación y sistemas de gobernación de velocidad.

3.5 Equivalentes de centrales

La agregación de máquinas que pertenecen a una misma planta generadora tiene una importancia primordial, y ya que generalmente una central se compone de dos unidades o más, y debido a su cercanía eléctrica (ver sección 4.2), casi siempre es posible agregarlas en una sola. Así, la cantidad de ecuaciones diferenciales a manejar se reduce sustancialmente.

Esto tiene su fundamento en el comportamiento coherente de las unidades generadoras, debido a una indiscutible cercanía eléctrica que las hace oscilar en fase, para la mayoría de los disturbios que ocurren en la red.

El objetivo de un equivalente por central es formar equivalentes útiles para estudios de estabilidad ante perturbaciones de la red para un tiempo de interés de unos cuantos segundos y cuyas variables fundamentales son los desplazamientos angulares de las máquinas. Se ha utilizado un modelo de generador de cuarto orden por considerar que es un modelo apropiado [61], válido para realizar estudios para tiempos superiores a un segundo.

Para ilustrar el proceso de agregación de unidades generadoras que pertenecen a una central eléctrica se hace uso de un sistema máquina-barra infinita, como el que se presenta en la figura 3.13. Se estudian dos casos: caso I, tres máquinas reguladas; caso II, cuatro máquinas reguladas. En los dos casos se han utilizado modelos de sistema de excitación Tipo 1, aunque la metodología empleada no queda limitada a este caso. El procedimiento es general y puede usarse para agregar cualquier modelo de control de excitación y velocidad.

Para agregar generadores, se deben resolver los problemas siguientes: *a)* determinar la magnitud del voltaje del nuevo generador equivalente; *b)* calcular los parámetros del generador y sistema de excitación equivalentes.

Se utiliza un modelo entrada-salida del generador que relaciona corrientes y voltajes en los ejes *d* y *q* [11]. La técnica está fundamentada en la idea de que el generador equivalente debe suministrar una cantidad de potencia igual a la suma de las aportaciones de potencia de las máquinas individuales.

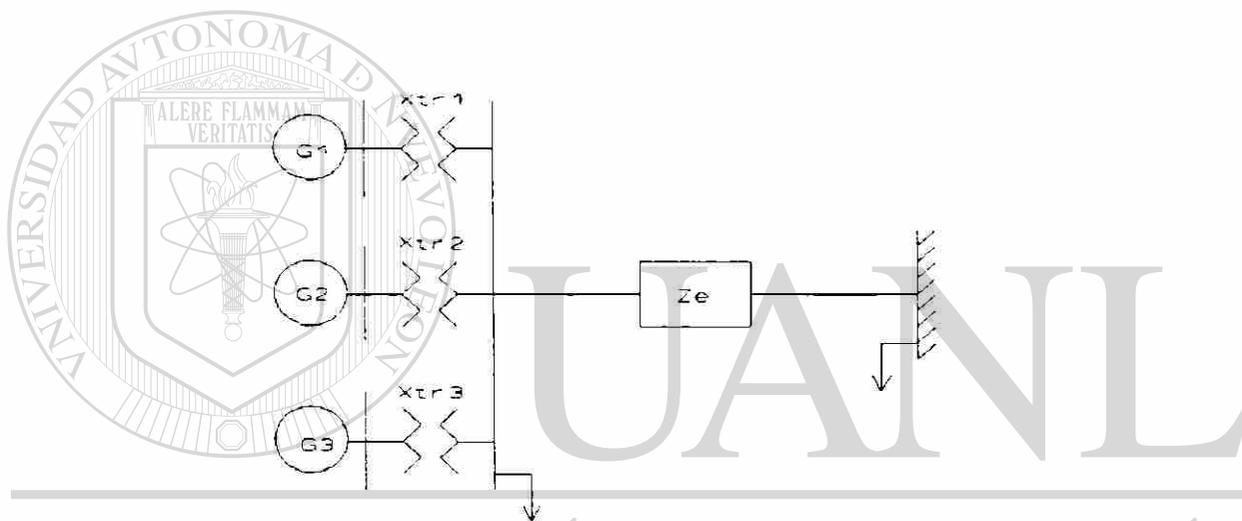


Fig. 3.13 Sistema de estudio tres máquinas-barra infinita

3.5.1 Técnica de ajuste de curvas para agregar generadores [11]

A través del manejo de las funciones de transferencia voltaje/corriente para los generadores y de la condición de conservación de la potencia generada, mediante un ajuste de curvas de respuesta en frecuencia que involucran las expresiones (3.36), es posible obtener los parámetros del generador equivalente.

$$\begin{aligned}
 Y_{dq} &= -\frac{1 + sT'_{do}}{X_d + sX'_d T'_{do}} \\
 Y_{qd} &= \frac{1 + sT'_{qo}}{X_q + sX'_q T'_{qo}} \\
 Y_{df} &= \frac{1}{X_d + sX'_d T'_{do}}
 \end{aligned} \tag{3.36a}$$

$$\begin{aligned}
 Y_{DD} &= -\sum_j (Y_{daj} + Y_{qaj}) \text{Sen}(\phi_j) \text{Cos}(\phi_j) \\
 Y_{DQ} &= \sum_j Y_{daj} \text{Cos}^2(\phi_j) - Y_{qaj} \text{Sen}^2(\phi_j) \\
 Y_{QD} &= \sum_j -Y_{daj} \text{Sen}^2(\phi_j) + Y_{qaj} \text{Cos}^2(\phi_j) \\
 Y_{QQ} &= -Y_{DD}
 \end{aligned} \tag{3.36b}$$

$$Y'_{DQ} = -Y_{DD} \text{Sen}(2\Delta\theta) - Y_{QD} \text{Sen}^2(\Delta\theta) + Y_{DQ} \text{Cos}^2(\Delta\theta) \tag{3.36c}$$

$$Y'_{QD} = -Y_{DD} \text{Sen}(2\Delta\theta) + Y_{QD} \text{Cos}^2(\Delta\theta) - Y_{DQ} \text{Sen}^2(\Delta\theta)$$

La magnitud de voltaje del nodo generador equivalente se toma como el promedio de los voltajes de los nodos que han de agregarse o se toma uno cualquiera de los voltajes de generador que se van a agregar. En este procedimiento se incluyen transformadores defasadores para preservar el estado estable, lo cual trae consigo la necesidad de emplear una matriz de admitancia nodal asimétrica, con la consecuente ampliación de los requerimientos de cómputo.

3.5.2 Técnica Simplificada

A continuación se describe una técnica directa y simplificada que se obtiene a partir de la formulación tradicional, mediante el siguiente procedimiento. Al aplicar los teoremas de valor inicial y valor final a las expresiones (3.36c) permiten calcular directamente las reactancias y las constantes de tiempo del modelo de máquina equivalente, por medio de (3.37)-(3.42), en función de las reactancias, constantes de tiempo y condiciones de operación (ϕ_j) de los generadores individuales que se agregan. Estas expresiones evitan el ajuste de curvas, con el consecuente ahorro de tiempo y esfuerzo de cómputo.

$$Y_D^* = \frac{1}{X_D^*} = \sum_i^n \frac{1}{X_{di}} \cos^2(\phi_i - \Delta\theta) + \frac{1}{X_{qi}} \sin^2(\phi_i - \Delta\theta) \quad (3.37)$$

$$Y_D^{*'} = \frac{1}{X_D^{*'}} = \sum_i^n \frac{1}{X_{di}'} \cos^2(\phi_i - \Delta\theta) + \frac{1}{X_{qi}'} \sin^2(\phi_i - \Delta\theta) \quad (3.38)$$

$$Y_Q^* = \frac{1}{X_Q^*} = \sum_i^n \frac{1}{X_{qi}} \cos^2(\phi_i - \Delta\theta) + \frac{1}{X_{di}} \sin^2(\phi_i - \Delta\theta) \quad (3.39)$$

$$Y_Q^{*'} = \frac{1}{X_Q^{*'}} = \sum_i^n \frac{1}{X_{qi}'} \cos^2(\phi_i - \Delta\theta) + \frac{1}{X_{di}'} \sin^2(\phi_i - \Delta\theta) \quad (3.40)$$

$$T_{D0}^{*'} = \frac{1}{\omega X_D^{*'}} \left[\frac{X_D^*}{\sum_j^n \frac{X_{dj} \cos \phi_j}{X_{dj}^2 + (\omega X_{dj}' T_{doj}')^2}} - (X_D^*)^2 \right] \quad (3.41)$$

$$\omega T_{Q0}^{*'} = \frac{X_Q^* \left[\operatorname{Re} \{ Y_{QD}' \} X_Q^* - 1 \right]}{X_Q^{*'} \left[1 - \operatorname{Re} \{ Y_{QD}' \} X_Q^{*'} \right]} \quad (3.42)$$

donde $Re\{Y'_{QD}\} = \frac{X_Q^* + (\omega T_{QO}^{*/})^2 X_Q^{*/}}{X_Q^{*2} + (\omega X_Q^{*/} T_{QO}^{*/})^2}$; X_{di} , X_{qi} , X'_{di} , X'_{qi} son las reactancias de las

máquinas que se van a agregar; generalmente ϕ_i se toma igual al ángulo de carga para la condición de operación dada y $\Delta\theta$ se calcula como sigue:

$$\Delta\theta = \frac{1}{2} \arctan \frac{\sum_i^n \left[\frac{1}{X'_{qi}} - \frac{1}{X'_{di}} \right] \text{Sen}(2\phi_i)}{\sum_i^n \left[\frac{1}{X'_{qi}} - \frac{1}{X'_{di}} \right] \text{Cos}(2\phi_i)} \quad (3.43)$$

Conociendo la frecuencia de oscilación ω de la máquina equivalente, se calcula $T_{DO}^{*/}$ y $T_{QO}^{*/}$ para ese punto. Como generalmente esto no es así, $T_{DO}^{*/}$ y $T_{QO}^{*/}$ se obtienen ponderando los diferentes valores calculados en términos de magnitudes de ω ; dentro del intervalo típico de frecuencias de oscilación de los fenómenos electromecánicos: 0.5 - 3 Hz.

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN

Así, las expresiones (3.37) - (3.42) proporcionan los valores de los parámetros de la máquina equivalente de una manera clara y rápida en comparación con la técnica de ajuste de curvas propuesta en [11], pero obteniendo resultados semejantes [57]. En cuanto al

voltaje que debe tomar el nodo generador equivalente, a diferencia de Germond-Podmore [11], que sugieren la inclusión de transformadores defasadores, con el objeto de conservar el estado estable de la red haciendo sólo ligeros cambios en el archivo de datos del sistema, aquí se propone calcular un *transformador equivalente* con relación de transformación unitaria que también preserve el estado estable de prefalla en la red; esto para no alterar los programas de análisis que consideran una matriz de admitancias nodal simétrica y conservar las ventajas computacionales que esto implica. El cálculo de la reactancia del

transformador equivalente está basado en la conservación de la potencia reactiva. A manera de ilustración, considere que se van a agregar las tres máquinas mostradas en la Figura 3.13, las pérdidas de potencia reactiva son:

$$X_{th} |I_{total}|^2 = X_{tr1} |I_1|^2 + X_{tr2} |I_2|^2 + X_{tr3} |I_3|^2 \quad (3.44)$$

Por lo tanto

$$X_{th} = \frac{X_{tr1} |I_1|^2 + X_{tr2} |I_2|^2 + X_{tr3} |I_3|^2}{|I_{total}|^2} \quad (3.45)$$

$$I_{total} = I_1 + I_2 + I_3$$

$$I_j = \left[\frac{S_j}{V_{gj}} \right]^*$$

donde S_j es la potencia compleja entregada por la j -ésima máquina y V_{gj} es su valor de voltaje, X_{trj} es la reactancia del j -ésimo transformador, por donde circula la corriente I_j y X_{th} es la reactancia del *transformador equivalente*

Con este valor de reactancia, el voltaje terminal de la máquina equivalente es

$$V_{th} = V_1 + j X_{th} I_{total} \quad (3.46)$$

donde V_1 es el voltaje del nodo de alta. De esta manera, el diagrama de la red equivalente se ilustra en la Figura 3.14.

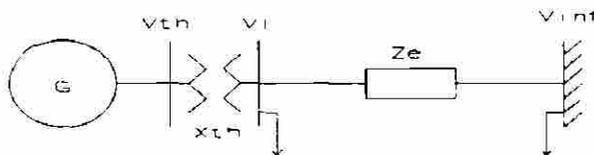


Fig. 3.14 Red reducida correspondiente a la Fig. 3.13

Así, las expresiones (3.37)-(3.42) agilizan el cálculo de los parámetros de los generadores

equivalentes que representan las centrales eléctricas compuestas por dos generadores o más.

3.5.3 Agregación de sistemas de excitación [11]

Para la agregación de sistemas de excitación no existe una técnica simplificada para obtener los parámetros equivalentes correspondientes, debido a que se plantean menos ecuaciones que incógnitas, por lo que el procedimiento seguido es el ajuste de curvas de respuesta a la frecuencia. La metodología usada para agregar excitadores es la siguiente:

a) Se obtiene una función de transferencia para cada excitador (ignorando las no-linealidades) de la forma,

$$\Delta E_{fdj}(s) = GE_j(s) \Delta V_T(s) \quad (3.47)$$

donde el voltaje terminal V_T es la entrada común a cada sistema de excitación y $\Delta V_T = V_{ref} - V_T$ es el error de voltaje, siendo V_{ref} el voltaje de referencia.

b) Los voltajes de campo E_{fd} , aplicados a los modelos de máquina síncrona individuales, resultan en una contribución a la corriente total, denotada como $\Sigma \Delta i_D$:

$$\Sigma \Delta i_{Dj}(s) = \Sigma [Y_{dfj}(s) \cos(\phi_j) GE_j(s)] \Delta V_T(s) \quad (3.48a)$$

que puede reescribirse como

$$\frac{\Sigma \Delta i_{Dj}(s)}{\Delta V_T(s)} = \Sigma_j [Y_{dfj}(s) \cos(\phi_j) GE_j(s)] \quad (3.48b)$$

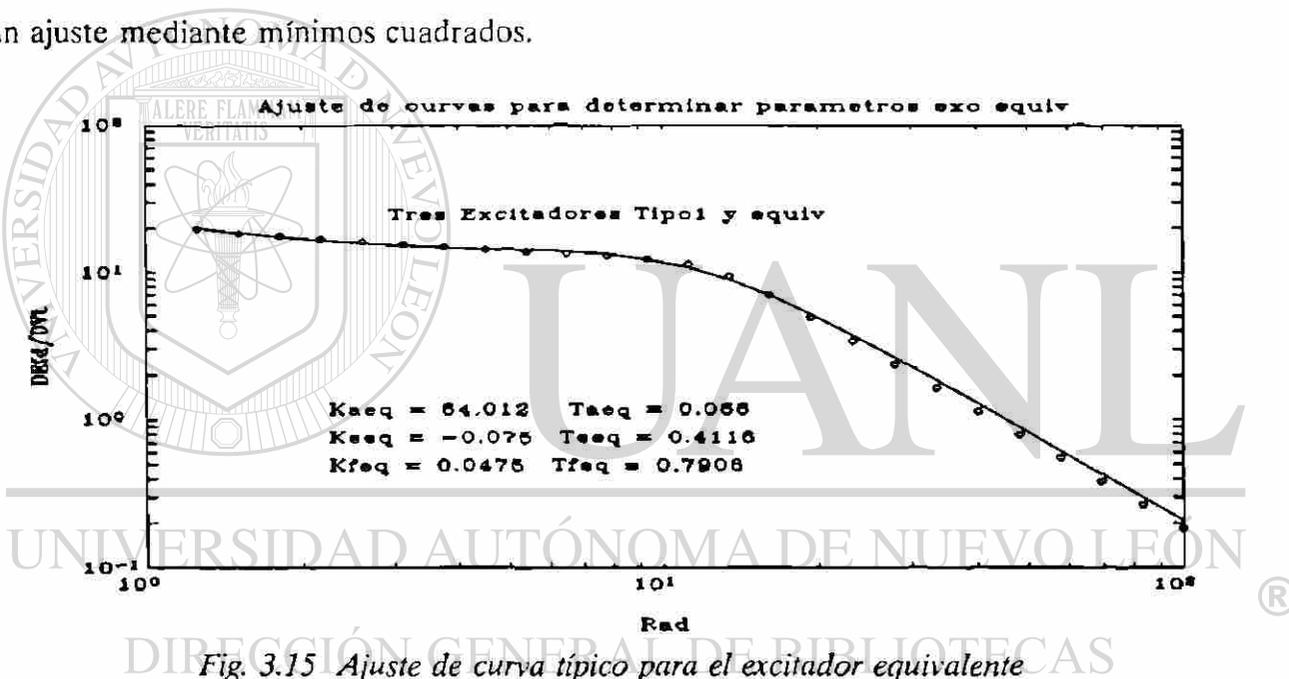
c) La función de transferencia equivalente viene dada como:

$$GE^*(s) = \frac{\Delta E_{fd}}{\Delta V_T} = \sum_j \left[\frac{Y_{dfj}(s)}{Y_{DF}^*(s)} \cos \phi_j \right] GE_j(s) \quad (3.49)$$

En esta etapa $Y_{DF}^*(s)$ es conocida a partir de los parámetros de la máquina equivalente.

$$Y_{DF}^* = \frac{1}{X_D^* + sX_D^{*'} T_{D0}^{*'}}$$

d) El procedimiento de cálculo de los parámetros del excitador equivalente consiste en minimizar el error entre $GE^*(s)$ y el lado derecho de (3.49). En la Figura 3.15 se muestra un ajuste mediante mínimos cuadrados.



La técnica que se presenta es general, por lo que se puede utilizar con cualquier modelo de sistema de excitación e incluso los modelos para cada máquina podrían ser diferentes, en cuyo caso se propondrá un modelo para el sistema de excitación equivalente, procediendo a calcular los parámetros correspondientes, minimizando la diferencia que representa la ecuación (3.49). En este trabajo se emplean modelos Tipo 1 cuya función de transferencia viene dada por (despreciando el bloque de medición, $\tau_T = 0$):

$$\frac{\Delta E_{fd}}{\Delta V_T} = \frac{K_a(1 + s\tau_f)}{(1 + s\tau_a)(K_e + s\tau_e)(1 + s\tau_f) + K_a K_f s}$$

Una vez obtenidos los valores de parámetros del excitador equivalente, resta por incluir las no-linealidades. En el caso del excitador Tipo 1 se procede como se muestra a continuación.

En cada sistema de excitación que se agregará, se supone una entrada escalón igual al límite del regulador (Figura 3.16). Para esta entrada en cada sistema de excitación la salida en el sistema de excitación equivalente es:

$$E_{fd} = \frac{1}{s} \sum_j \left[\frac{\frac{V_{rmaxj}}{(K_e + Se)_j}}{1 + \frac{s\tau_{ej}}{(K_e + Se)_j}} \right] W_j(s) \tag{3.50}$$

donde $W_j(s)$ es la expresión

$$\frac{Y_{dfj}(s)}{Y_{DF}^*(s)} \cos \phi_j$$

que representa un *factor de ponderación* que toma en cuenta los parámetros de la máquina síncrona a la cual están conectados los sistemas de excitación.

DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

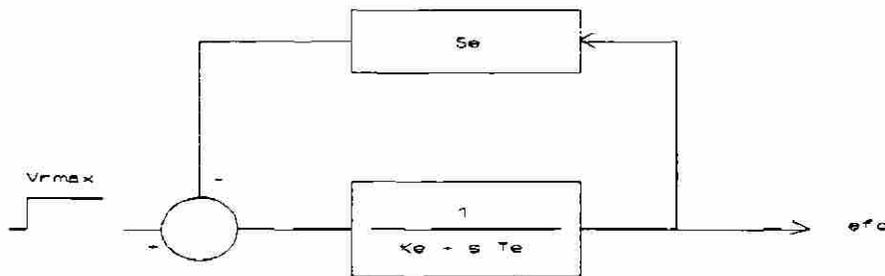


Fig. 3.16 Modelo de excitador simplificado para una entrada escalón grande

Utilizando el teorema del valor final e inicial en (3.50)

$$\lim_{t \rightarrow +\infty} \frac{dE_{fd}}{dt} = \sum_j \frac{V_{r \max j}}{\tau_{ej}} W_j(s \rightarrow j \infty)$$

Para el modelo equivalente, el mismo límite es $V_{r \max}^* / \tau_e^*$. Por lo tanto,

$$V_{r \max}^* = \tau_e^* \left[\sum_j \frac{V_{r \max j}}{\tau_{ej}} W_j(s \rightarrow j \infty) \right] \quad (3.51)$$

También

$$\lim_{t \rightarrow \infty} e_{fd}(t) = \sum_j \frac{V_{r \max j}}{(K_e + Se_{\max})_j} W_j(0) = E_{FD \max}^* \quad (3.52)$$

Para el modelo equivalente, el mismo límite es:

$$\frac{V_{r \max}^*}{K_e^* + Se_{\max}^*} = E_{FD \max}^* \quad (3.53)$$

de donde se determina Se_{\max}^*

Asumiendo una relación exponencial para la función de saturación $Se(E_{fd})$, en cada excitador se dan dos valores discretos de E_{fd} generalmente en $E_{fd \max}$ y $0.75 E_{fd \max}$

Determinado Se_{\max}^* de (3.53), para obtener otro punto de la función se propone la siguiente relación que ha dado resultados satisfactorios [57]:

$$\frac{Se_{\max}^*}{Se_{.75 \max}^*} = \frac{\sum_j \frac{Se_{\max j}}{Se_{.75 \max j}} E_{fd \max j}}{\sum_j E_{fd \max j}} \quad (3.54)$$

Una vez determinados Se_{\max}^* y $Se_{.75 \max}^*$ se pueden calcular las constantes A_{ex} y B_{ex} de la función de saturación equivalente

$$Se = A_{ex} e^{B_{ex} E_{fd}} \quad (3.55)$$

mediante [25]:

$$A_{ex} = \frac{Se_{.75 \max}^{*4}}{Se_{\max}^{*3}}, \quad B_{ex} = \frac{4}{E_{fd \max}} \operatorname{Ln} \left[\frac{Se_{\max}^*}{Se_{.75 \max}^*} \right]$$

Así, es posible agregar los sistemas de excitación de los generadores que se agrupan, para obtener un modelo equivalente que regula el voltaje del generador equivalente. Existe la posibilidad de agregar diferentes modelos de sistemas de excitación y obtener un modelo equivalente particular. En las Tablas 3.9 a 3.12 se muestran los parámetros de las máquinas y sistemas de excitación Tipo 1 utilizados en las simulaciones en este estudio. Los parámetros correspondientes a las máquinas se especifican en una base de 100 MVA y 115 KV, (las resistencias de armadura se consideran cero). En general, los parámetros de los sistemas de excitación han sido seleccionados de tal manera que el voltaje terminal tenga solo 2-3 sobrepasos ante un escalón en el voltaje de referencia con la máquina operando en vacío [57]. Se ha considerado un factor de amortiguamiento D igual a cero y modelos de cuarto orden para los generadores.

3.5.4 Procedimiento para agregar generadores de centrales eléctricas

A continuación se propone un procedimiento a seguir para agregar los generadores de una central eléctrica.

- a. Calcular el voltaje del nodo generador y la reactancia del transformador equivalente, Figura 3.13, de acuerdo a las expresiones (3.45)-(3.46).
- b. Los parámetros del generador equivalente pueden calcularse de acuerdo con las expresiones (3.37)-(3.42) para un modelo de cuarto orden. Cuando se consideran modelos clásicos, es una buena aproximación calcular la reactancia transitoria como el paralelo de las reactancias transitorias de las máquinas que se agregan.
- c. Si se van a agrupar sistemas de excitación, los parámetros del sistema de excitación equivalente se obtienen al minimizar la diferencia que representa la ecuación (3.49), donde $GE_j(s)$ es la función de transferencia (3.47) para cada sistema de excitación que se agrega, y $GE^*(s)$ es la correspondiente función de transferencia del modelo de excitador que se propone.
- d. Para sistemas de excitación Tipo 1, si se consideran las no-linealidades, éstas pueden calcularse empleando las expresiones (3.53)-(3.55).

3.5.5 Central eléctrica con tres máquinas

A continuación se presenta la aplicación de la metodología propuesta al caso de una central compuesta por tres generadores y se muestran los resultados obtenidos. Se asume que las máquinas están entregando diferentes potencias S_i , Figura 3.17.

Condiciones de estado estable:

$$S_1 = 2.31804 + j 0.78285 \text{ pu}$$

$$S_2 = 1.20 + j 0.31067 \text{ pu}$$

$$S_3 = 2.70 + j 0.9479 \text{ pu}$$

$$V_1 = 1.01 \angle 0^\circ$$

$$V_2 = 1.0 \angle -1.334^\circ$$

$$V_3 = 1.01 \angle -0.1859^\circ$$

$$V_\infty = 0.9517 \angle -11.4011^\circ \text{ pu}$$

$$\text{Carga local} = 0.65 + j 0.10 \text{ pu}$$

$$\text{Carga barra infinita} = 5.50 + j 0.75 \text{ pu}$$

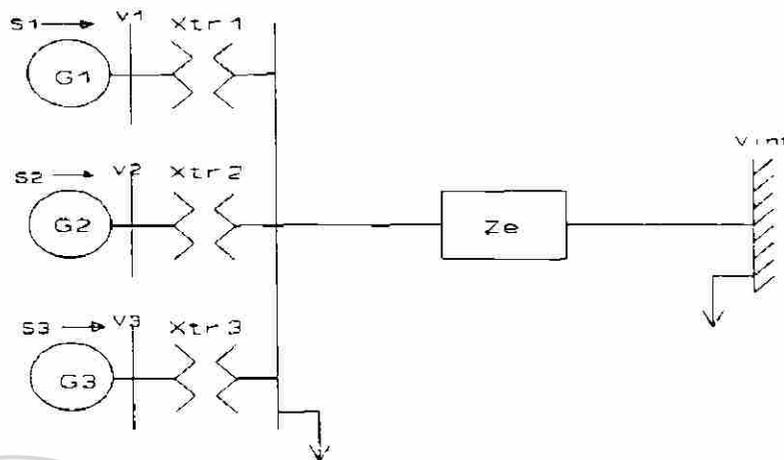


Fig. 3.17 Sistema de estudio

Impedancia de transformadores y línea:

$$X_{tr1} = j 0.02963 \text{ pu}$$

$$X_{tr2} = j 0.0375 \text{ pu}$$

$$X_{tr3} = j 0.02424 \text{ pu}$$

$$Z_{línea} = 0.002 + j 0.0225 \text{ pu}$$

Se desea obtener un generador equivalente de cuarto orden y un sistema de excitación equivalente del mismo tipo.

Tabla 3.9 Caso I. Parámetros de máquinas. Base 100 MVA

	Maq 1	Maq 2	Maq 3	Maq equiv
X_d (pu)	0.015425	0.018076	0.01787	5.678e-3
X_q (pu)	0.014699	0.01744	0.01759	5.488e-3
X'_d (pu)	0.002323	0.00260	0.002905	8.633e-4
X'_q (pu)	0.002223	0.004040	0.01099	1.268e-3
T_{do} (s)	4.8	5.9	6.0	5.444
T'_{qo} (s)	0.5	0.540	1.5	0.476
H (s)	11.15	6.34	9.92	27.41

Tabla 3.10 Caso I. Parámetros de sistemas de excitación Tipo 1

	<i>Exc 1</i>	<i>Exc 2</i>	<i>Exc 3</i>	<i>Exc Equiv</i>
K_a (pu)	100.0	30.0	100.0	64.0118
τ_a (s)	0.1	0.06	0.05	0.06607
K_e (pu)	-0.02	-0.0465	-0.170	-0.0748
τ_e (s)	0.35	0.52	0.95	0.4116
K_f (pu)	0.05	0.0832	0.04	0.0475
τ_f (s)	1.0	1.0	1.0	0.7906
A_{ex} (pu)	0.1154	0.0012	0.0027	0.00517
B_{ex} (pu)	0.7128	1.2639	0.3857	1.2018

Tabla 3.11 Caso II. Parámetros de máquinas

	<i>Maqs 1 y 2</i>	<i>Maqs 3 y 4</i>	<i>Maq equiv</i>
X_d (pu)	0.01773	0.018076	4.4754e-3
X_q (pu)	0.01686	0.01744	4.2858e-3
X'_d (pu)	0.00253	0.00260	6.416e-4
X'_q (pu)	0.00363	0.004040	9.5653e-4
T_{do} (s)	8.97	5.9	7.0541
T_{qo} (s)	0.5	0.540	0.5175
H (s)	5.96	6.34	24.60

Tabla 3.12 Caso II. Parámetros de excitadores Tipo 1

	<i>Excs 1 y 2</i>	<i>Excs 3 y 4</i>	<i>Exc Equiv</i>
K_a (pu)	30.0	30.0	29.663
τ_a (s)	0.1	0.06	0.0790
K_e (pu)	-0.0601	-0.0465	-0.06495
τ_e (s)	0.6758	0.52	0.5670
K_f (pu)	0.1080	0.0832	0.09351
τ_f (s)	0.95	1.0	0.9584
A_{ex} (pu)	0.0016	0.0012	0.001374
B_{ex} (pu)	1.6349	1.2639	1.4277

La última columna de la Tabla 3.9 muestra los valores de los parámetros del generador equivalente calculados con las expresiones (3.37) a (3.42) para la condición de operación citada. La última columna de la Tabla 3.10 presenta los valores correspondientes al sistema de excitación equivalente. Nótese para este caso que los valores de parámetros se sitúan por

lo general entre los valores extremos de los parámetros de los excitadores que se agregan. En las Figuras 3.18 a 3.20 se puede observar el comportamiento del voltaje terminal, ángulo de carga y flujo de potencia real en la línea para el sistema original y para el sistema equivalente ante una falla en la barra infinita. Nótese que la frecuencia de oscilación de los ángulos y el flujo está determinado por las máquinas de mayor inercia (1 y 3) en el caso menos amortiguado. El comportamiento del ángulo y el voltaje de la máquina equivalente es prácticamente un promedio del comportamiento de los ángulos y voltajes de las máquinas individuales. La conservación del estado estable y el cálculo adecuado de los parámetros de la máquina y del sistema de excitación equivalentes ayudan a una buena reproducción del flujo de potencia en la línea.

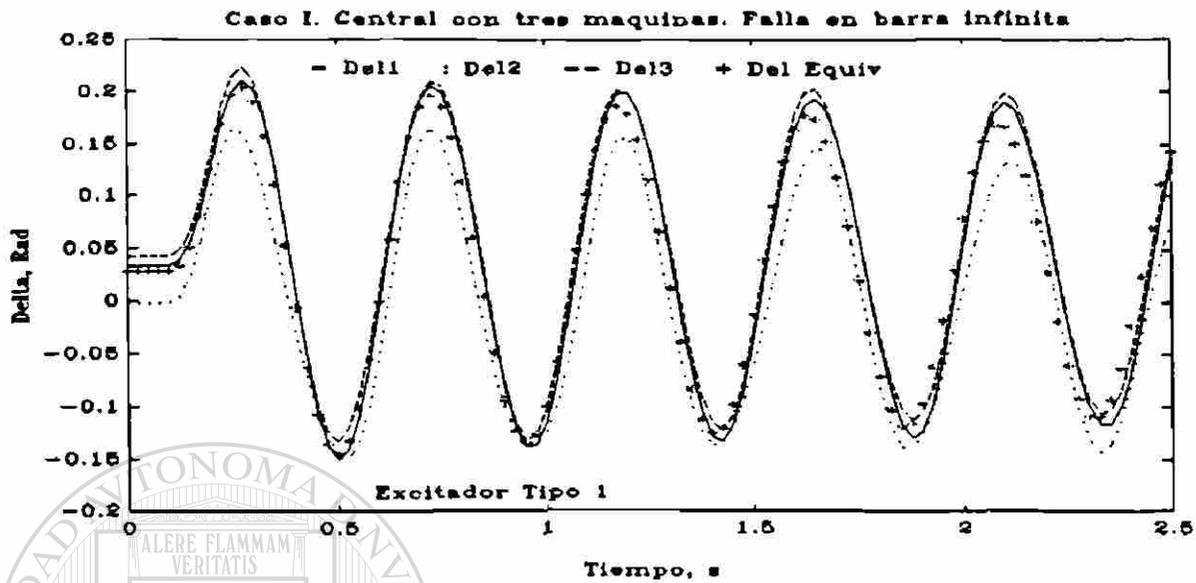


Fig. 3.18 Caso I. Desplazamiento angular ante falla en la barra infinita

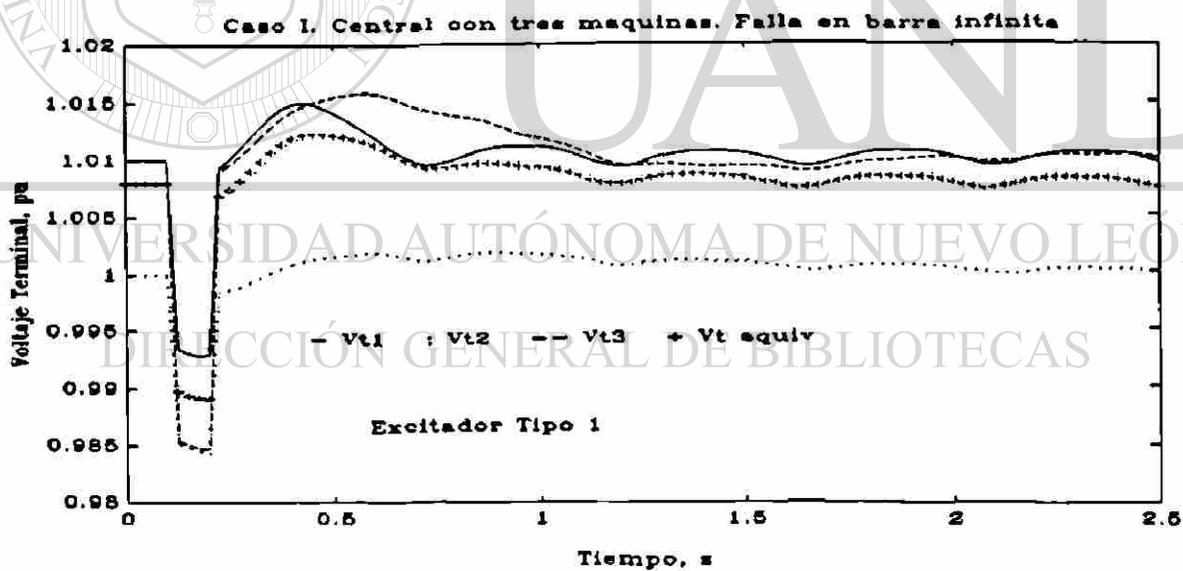


Fig. 3.19 Caso I. Voltaje terminal ante falla en la barra infinita

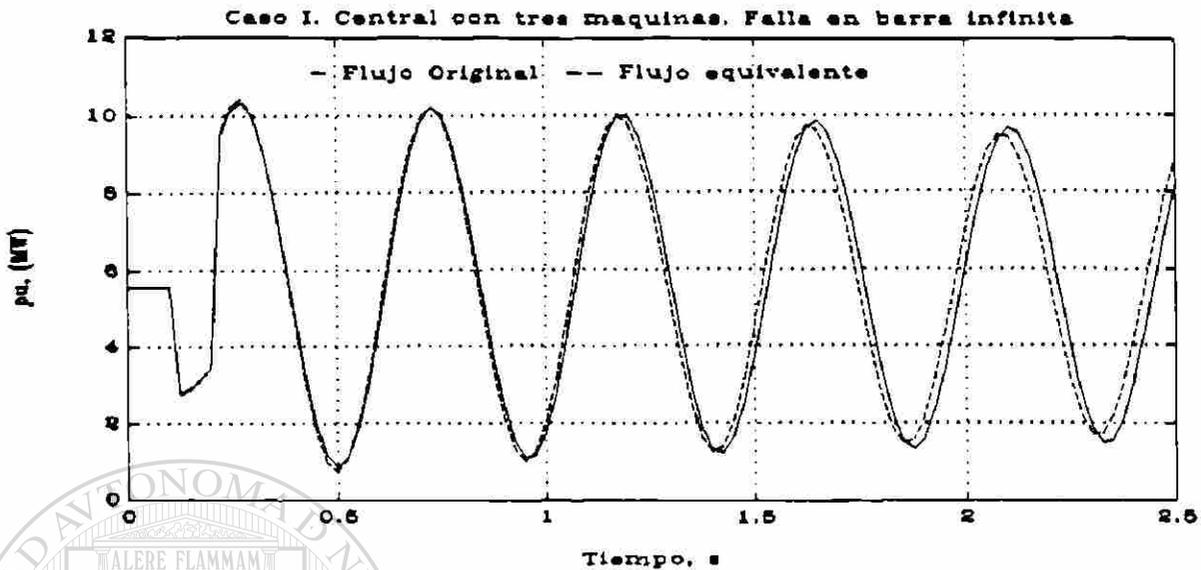


Fig. 3.20 Caso I. Flujo en la línea. $\| P_{ij \text{ orig}} - P_{ij \text{ equiv}} \|_{\infty} = 1.2$

Tabla 3.13 Análisis modal Caso I. Máquinas no-reguladas

Eigenvalores	Estados asociados
$-0.2706 \pm j 25.736$	δ_2, ω_2
$-0.2145 \pm j 23.163$	$\delta_1, \omega_1, \delta_3, \omega_3$
$-0.0769 \pm j 13.781$	$\delta_1, \omega_1, \delta_3, \omega_3$
-2.0290	E'_{q1}
-1.8637	E'_{q2}
-0.6722	E'_{q3}
-0.2833	E'_{d1}
-0.1989	E'_{d2}, E'_{d3}
-0.2436	E'_{d2}, E'_{d3}

En la Tabla 3.13 se presenta el análisis modal respectivo sin considerar sistemas de excitación. Puede notarse que el modo de mayor frecuencia de oscilación y el más amortiguado se asocia con la segunda máquina y que los otros dos modos mecánicos están principalmente relacionados con las máquinas 1 y 3. En relación a los modos asociados con los voltajes transitorios, sus valores están relacionados con las constantes de tiempo: los modos para E'_q con T'_{do} y para E'_d con T'_{qo} . De las simulaciones puede notarse que los modos mecánicos son prácticamente iguales cuando se incluyen sistemas de excitación.

Para el caso de fallas en las terminales de las máquinas, no se recomienda hacer equivalentes de centrales, ya que muy probablemente se presenten oscilaciones entre máquinas de la misma central. Por ejemplo, los modos segundo y tercero de la Tabla 3.13 indican una oscilación entre las máquinas uno y tres para el caso de una central con tres generadores.

3.5.6 Central eléctrica con cuatro máquinas

En este caso se eligen pares de máquinas iguales, con los parámetros que se muestran en la Tabla 3.11, donde también se presentan los de la máquina equivalente. Los parámetros de los sistemas de excitación se muestran en la Tabla 3.12. y se han seleccionado de tal manera que la respuesta del voltaje terminal, ante un escalón en el voltaje de referencia, tenga pocos sobrepasos cuando la máquina opera en vacío [57]. A continuación se muestran los parámetros de los elementos de transmisión y las condiciones de estado estable para este estudio.

Impedancias de transformadores y línea:

$$X_{tr1} = X_{tr2} = j 0.040 \text{ pu}$$

$$X_{tr3} = X_{tr4} = j 0.03125 \text{ pu}$$

$$Z_{\text{línea}} = 0.006 + j 0.040 \text{ pu}$$

Condiciones de operación en prefalla:

$$S_1 = S_2 = 1.16706 + j 0.35041 \text{ pu}$$

$$S_3 = S_4 = 1.300 + j 0.43994 \text{ pu}$$

$$V_1 = V_2 = 1.0 \angle 0^\circ$$

$$V_3 = V_4 = 1.0 \angle -0.3519^\circ$$

$$V_\infty = 0.9239 \angle -13.5564^\circ$$

$$\text{Carga local : } 0.450 + j 0.05 \text{ pu}$$

$$\text{Carga barra infinita : } 4.35 + j 0.40 \text{ pu}$$

El análisis modal correspondiente se muestra en la Tabla 3.14. El hecho de no considerar los sistemas de excitación en este análisis se debe principalmente a que éstos no influyen significativamente en los modos mecánicos de las máquinas, independientemente de la selección de sus parámetros. Puede notarse que debido a la condición de operación *por pares*, los modos tienden también a aparecer por pares. A semejanza de la Tabla 3.13 los modos de origen mecánico son complejos conjugados y los de origen eléctrico son reales; los relacionados con los voltajes transitorios E'_q más pequeños que los relacionados con E'_d como corresponde a las constantes de tiempo τ'_{do} y τ'_{qo} . Las Figuras 3.21 a 3.23 muestran las variables ángulo de carga, flujo de potencia real y voltaje terminal, ante una falla en la barra infinita.

Nótese que la frecuencia de oscilación de los ángulos del rotor y del flujo de potencia real corresponde a la que determinan las máquinas en el caso menos amortiguado.

Tabla 3.14 Caso II. Análisis modal 4 generadores no regulados

<i>Eigenvalores</i>	<i>Estados asociados</i>
$-0.0549 \pm j 11.9187$	$\delta_1, \omega_1, \delta_2, \omega_2, \delta_3, \omega_3, \delta_4, \omega_4$
$-0.3181 \pm j 27.7003$	$\delta_1, \omega_1, \delta_2, \omega_2, \delta_3, \omega_3, \delta_4, \omega_4$
$-0.3440 \pm j 28.8237$	$\delta_3, \omega_3, \delta_4, \omega_4$
$-0.2964 \pm j 26.7257$	$\delta_1, \omega_1, \delta_2, \omega_2$
-2.0137	E'_{d1}, E'_{d2}
-2.0140	E'_{d1}, E'_{d2}
-1.8670	E'_{d3}, E'_{d4}
-1.8674	E'_{d3}, E'_{d4}
-0.2174	E'_{q3}, E'_{q4}
-0.1302	E'_{q1}, E'_{q2}
-0.1511	E'_{q1}, E'_{q2}
-0.2464	E'_{q3}, E'_{q4}

El abatimiento del voltaje depende poco de los parámetros, sin embargo su estabilización, después de liberada la falla, tiene una gran influencia de la constante de tiempo del lazo interno τ_f y de la ganancia del amplificador K_a .

Es interesante corroborar la noción intuitiva de la oscilación en fase de las máquinas de una misma planta ante una perturbación que ocurre en la red, lo que permite sugerir su agrupación en una sola máquina equivalente que preserve cercanamente el voltaje en terminales y los flujos en las líneas conectadas al nodo de alto voltaje.

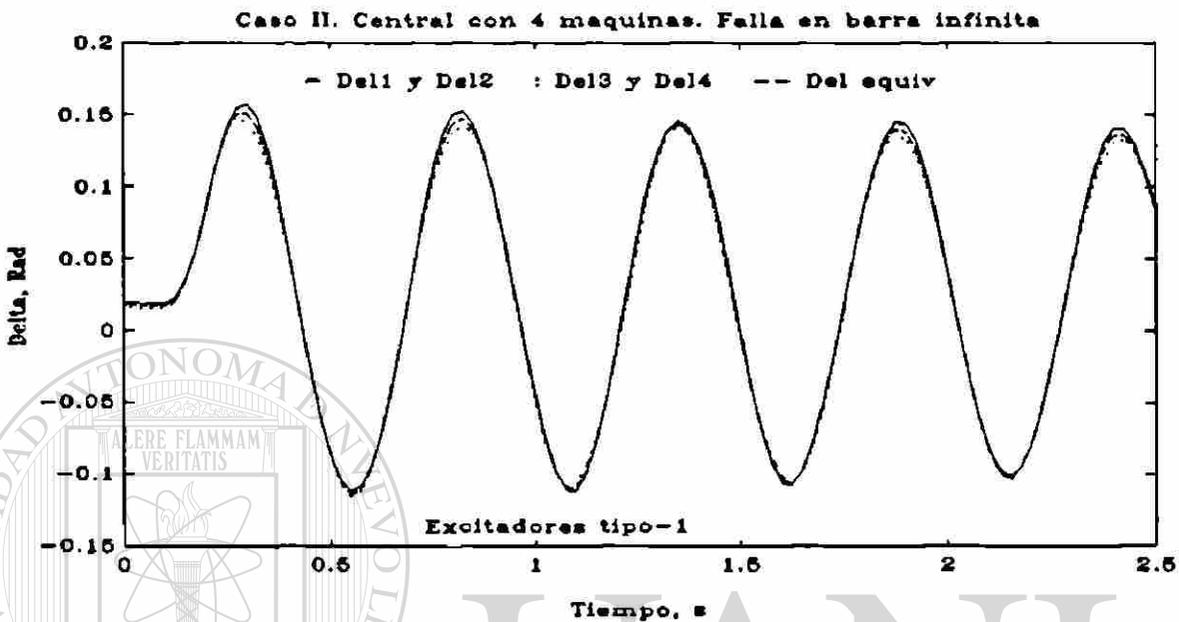


Fig. 3.21 Caso II. Desplazamiento angular para máquinas individuales y equivalente

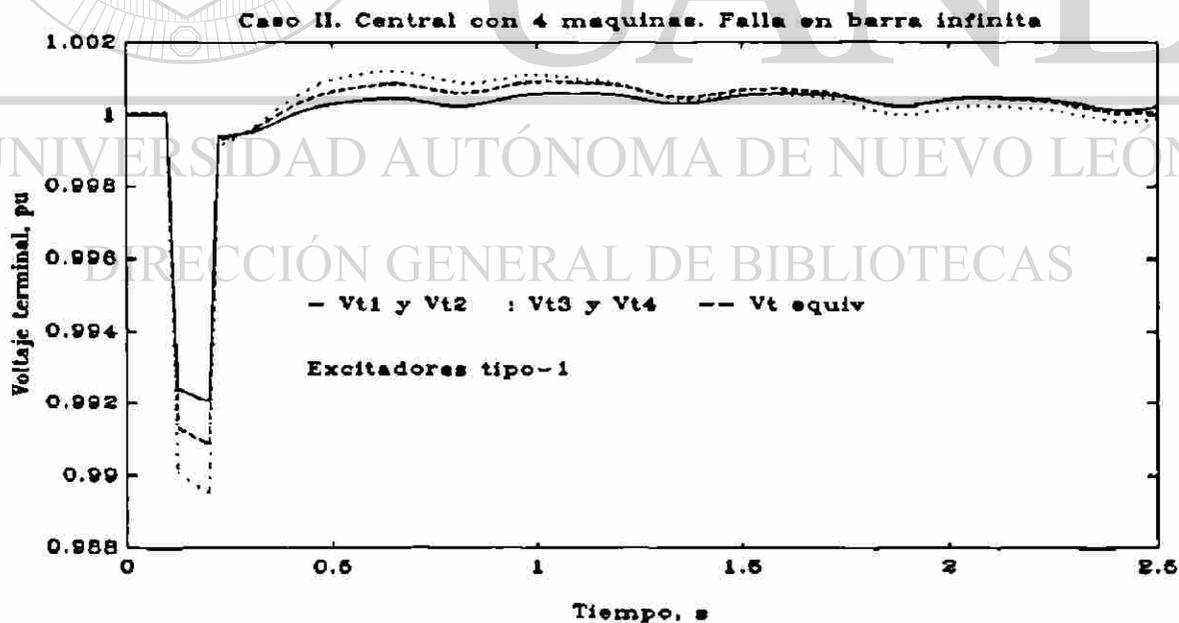


Fig. 3.22 Caso II. Voltaje terminal para máquinas individuales y equivalente

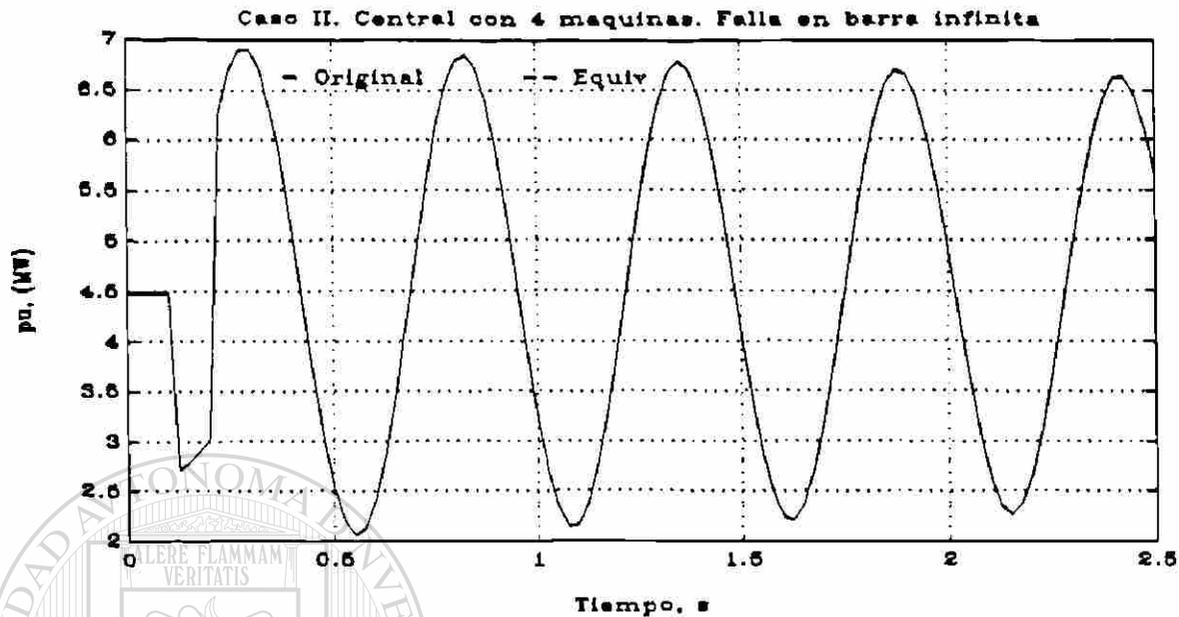


Fig. 3.23 Caso II. Flujo en la línea. $\| P_{ij \text{ orig}} - P_{ij \text{ equiv}} \|_{\infty} = 0.2$

Los parámetros de la máquina y del sistema de excitación equivalentes dependen del punto de operación, lo que induce a pensar en la necesidad de calcularlos para cada punto de operación. Sin embargo, los resultados obtenidos ante una diversidad de condiciones de operación, indican que los parámetros no cambian significativamente de valor ante cambios moderados del punto de operación.

3.6 Resumen del capítulo

En este capítulo se han presentado técnicas para la reducción de orden en las formulaciones que representan centrales eléctricas con dos generadores o más.

La técnica de realizaciones balanceadas se recomienda como una herramienta aplicable en la reducción de modelos para estudios máquina-barra infinita y de los sistemas de excitación. Para los sistemas de excitación puede lograrse en forma muy cercana la preservación de los modos lentos.

La técnica de la ecuación de oscilación equivalente reduce a un modelo de segundo orden

el sistema máquina regulada-barra infinita y es posible hacer análisis de la influencia que tienen los sistemas de control sobre el modo mecánico. El beneficio principal es su posible empleo para estudios multimáquina.

Se proponen expresiones que disminuyen el esfuerzo y tiempo de cálculo respecto a técnicas tradicionales para el cálculo de los parámetros del generador equivalente y el cálculo del voltaje en ese nodo equivalente.

La técnica sugerida para agregar generadores y controles de una central eléctrica ha dado resultados satisfactorios al aplicarla en diversos estudios.

El análisis modal para generadores de una central eléctrica, muestra la presencia de modos de oscilación máquina barra-infinita (por ejemplo la máquina de menor inercia en el caso de tres generadores) y oscilaciones entre generadores.

La agregación de generadores de una central eléctrica representa una disminución considerable (50% o más) de ecuaciones diferenciales en un estudio de estabilidad transitoria. Esto se basa en la aplicación de teoremas de coherencia que indican la posibilidad de agrupar en uno solo los generadores eléctricamente cercanos, como se verá en el siguiente capítulo.

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN

DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS



CAPITULO 4

METODOS PARA DETERMINAR EQUIVALENTES DINAMICOS EN SISTEMAS ELECTRICOS

Introducción

En este capítulo se aborda el problema de la agregación de generadores equivalentes de las diferentes centrales eléctricas. Como cada generador tiene diferente localización dentro de la red, la agregación ya no es inmediata como para el caso de una central y es necesario emplear técnicas de identificación de generadores coherentes para formar grupos que puedan reducirse y tener la menor pérdida de precisión posible. Se analizan en detalle diversas técnicas para identificar grupos de generadores coherentes, algunas basadas en métodos modales y otras en métodos de coherencia. Se emplea un algoritmo basado en medidas de distancia electromecánicas para la delimitación de las zonas de estudio. Se presenta una metodología que conjuga las ventajas de las técnicas más relevantes para obtener equivalentes dinámicos en sistemas reales.

4.1 Equivalente dinámico

El estudio de estabilidad transitoria se describe mediante un cierto número de variables de estado y la dinámica se rige por ecuaciones diferenciales no-lineales. Estas variables de estado provienen de la formulación de las máquinas síncronas, y algunas veces de las cargas (motores, grandes consumidores) o de otros elementos (compensadores estáticos, controles) cuando se consideran modelos más refinados. Por las razones mencionadas en el capítulo 2, las metodologías para identificar grupos coherentes hacen uso del modelo clásico de

máquina síncrona.

La mayor parte de las técnicas de identificación de coherencia entre generadores asumen una división conceptual de la red en dos partes:

a) *La zona en estudio*, que comprende la región de interés que se ha de conservar intacta, donde se producen las perturbaciones y donde se deben utilizar modelos más detallados.

b) *La zona externa*, donde no se aplican perturbaciones y es posible realizar una reducción del modelo dinámico.

Un enfoque simplista para aminorar el problema de la dimensionalidad sería despreciar el sistema externo y desarrollar el estudio de estabilidad transitoria sobre el sistema interno solamente. En general, el acoplamiento existente entre los sistemas externo e interno, debido a las líneas de enlace, no es lo suficientemente débil para permitir tal decisión.

Una solución más razonable al problema de la dimensionalidad es encontrar algún método sistemático para reducir el tamaño del modelo del sistema externo. Idealmente, la reducción debe hacerse de tal manera que el impacto que el sistema externo tiene sobre el comportamiento del sistema interno, se preserve con respecto a los disturbios que ocurran dentro del área de estudio. Un modelo de orden reducido del sistema externo que reúna este objetivo se denomina un *equivalente dinámico*.

Los métodos para construir modelos de orden reducido para estudios de estabilidad transitoria pueden clasificarse de una forma amplia en cuatro grupos:

a) Equivalentes basados en factores de distribución [8].

b) Equivalentes basados en análisis modal [4,13,14,31].

- c) Equivalentes basados en análisis de coherencia [10,11,12].
- d) Equivalentes basadas en técnicas de perturbaciones singulares [13,14].

El propósito de esas metodologías es la identificación de grupos de generadores coherentes, es decir, los generadores que es factible agregarlos en equivalentes.

Generalmente se definen dos grados de coherencia. Si $\delta_i(t) - \delta_j(t) = C_{ij}$ para $0 < t < t_0$ donde C_{ij} es una constante, entonces los generadores son estrictamente coherentes. Si la diferencia angular es aproximadamente verdadera, esto es, si $\delta_i(t) - \delta_j(t) \approx C_{ij}$, entonces se dice que los generadores son coherentes.

La coherencia se ve afectada, entre otras cosas por la configuración de la red, el lugar de la perturbación y las condiciones de operación.

Generalmente las metodologías para obtener los grupos coherentes no indican la pérdida de precisión respecto al modelo original, que experimenta el sistema equivalente durante la agregación de los grupos. Por lo tanto, es importante emplear técnicas que permitan obtener índices para decidir hasta donde puede agregarse, y evitar una pérdida de precisión sustancial de resultados. Otra forma de mantener la precisión de resultados es conservar intactos la mayoría de los generadores que, por su cercanía eléctrica o grado de coherencia, se ven involucrados fuertemente ante una perturbación.

Por lo general, la determinación del área de estudio y externa se hace de manera arbitraria, o bien resulta de consideraciones geográficas, económicas o del procedimiento de identificación. Una práctica común, en países donde el suministro de energía es por medio de varias compañías, consiste en elegir como área de estudio la red que depende de una cierta compañía eléctrica, y como sistema externo, las redes vecinas. En el caso de una red

con diversos subsistemas, cada uno de ellos puede considerarse como sistema en estudio y los demás como sistema externo. Así, dado que el área de estudio generalmente se elige a priori, la reducción del modelo se efectúa sobre el sistema externo, al agrupar aquellos generadores que oscilen en fase (sean coherentes). Sin embargo, puede suceder que en el sistema externo se localicen generadores con una fuerte relación dinámica respecto a generadores del sistema interno. Si esos generadores se agregan, se pierde información importante. Por lo tanto, es conveniente la utilización de una zona intermedia entre el sistema interno y el sistema externo, con el fin de preservar la dinámica importante para el sistema interno.

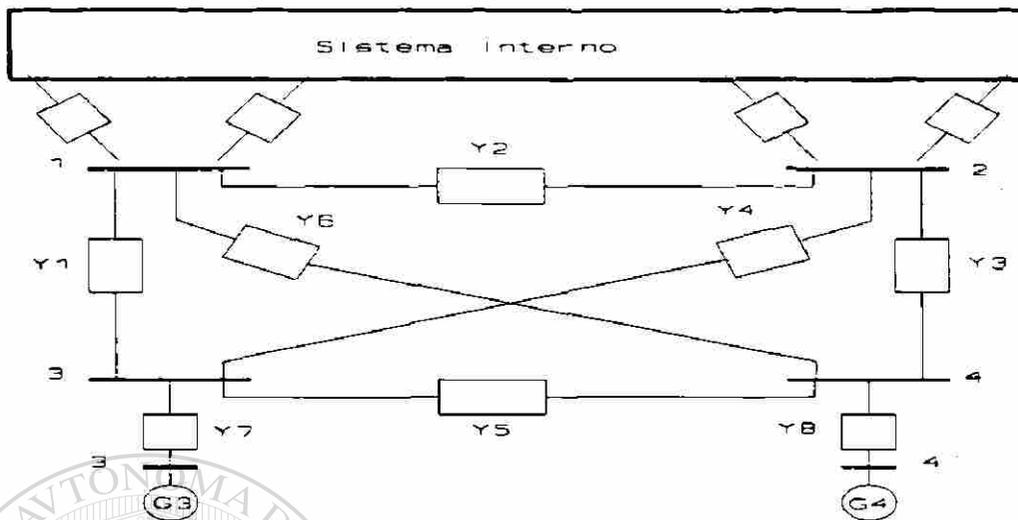
4.2 Condiciones teóricas sobre coherencia

Se presentan algunas condiciones teóricas que deben cumplirse en el sistema eléctrico de potencia para que un grupo de generadores se comporte en forma coherente.

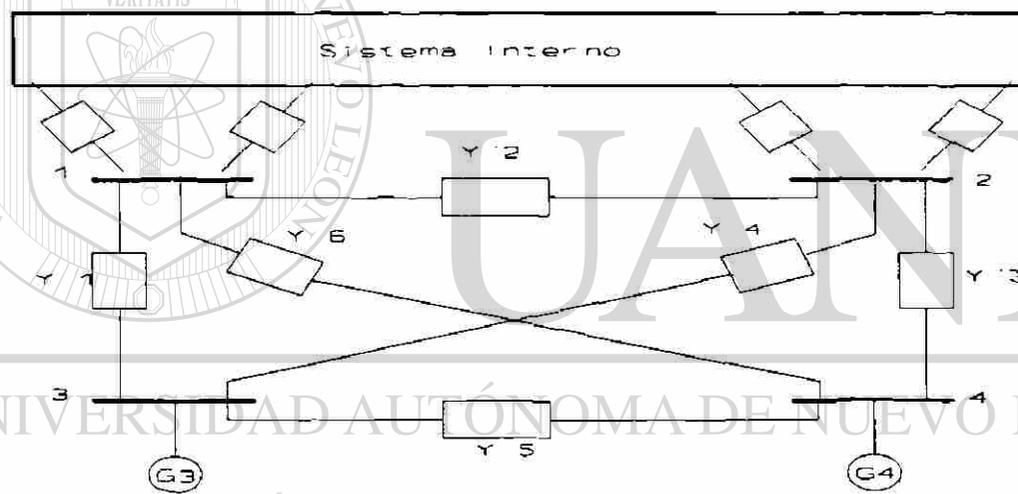
4.2.1 Coherencia geométrica estricta (CGE) [20]

Considérese el sistema de potencia de la Figura 4.1a. Sean los generadores G_3 , G_4 y las admitancias y_1, \dots, y_8 parte del sistema externo. Los nodos 1 y 2 son nodos frontera entre el sistema interno y externo. Los generadores G_3 y G_4 en el sistema externo serán considerados como fuentes de voltaje constantes (E_3 y E_4), detrás de las reactancias transitorias correspondientes.

Si existen ciertas condiciones estructurales en el sistema de potencia en $t = 0^-$ entonces, independientemente del tipo de disturbio en el sistema interno para $t = 0$, los generadores G_3 y G_4 permanecerán estrictamente coherentes para todo $t \geq 0$. Las condiciones que deben cumplirse en el sistema de la Figura 4.1 en $t = 0^-$ son [20]:



(a)



(b)

Fig. 4.1 Grupo externo de dos generadores. (a) Red original y (b) Red después de eliminar los nodos terminales generadores

$$\frac{|E_3|}{M_3} Y_{31} e^{-j(\delta_3^o - \delta_4^o)} = \frac{|E_4|}{M_4} Y_{41} \tag{4.1a}$$

$$\frac{|E_3|}{M_3} Y_{32} e^{-j(\delta_3^o - \delta_4^o)} = \frac{|E_4|}{M_4} Y_{42} \tag{4.1b}$$

donde, $M_k = 2H_k$ considerando la velocidad angular $\omega_0 = 1$, son los momentos de inercia de los generadores y H_k es la constante de inercia; δ_3° y δ_4° los ángulos de fase de los voltajes internos E_3 y E_4 respectivamente, en $t = 0^+$.

Expresando las admitancias Y_{ik} en forma polar como $Y_{ik} = |Y_{ik}| e^{j\gamma_{ik}}$ y multiplicando la ecuación (4.1a) por $|E_1| e^{j(\delta_1^\circ - \delta_4^\circ)}$ y la ecuación (4.1b) por $|E_2| e^{j(\delta_2^\circ - \delta_4^\circ)}$ se obtiene:

$$\frac{|E_1| |E_3| |Y_{31}| e^{j(\delta_1^\circ - \delta_3^\circ + \gamma_{31})}}{M_3} = \frac{|E_1| |E_4| |Y_{41}| e^{j(\delta_1^\circ - \delta_4^\circ + \gamma_{41})}}{M_4} \quad (4.1c)$$

$$\frac{|E_2| |E_3| |Y_{32}| e^{j(\delta_2^\circ - \delta_3^\circ + \gamma_{32})}}{M_3} = \frac{|E_2| |E_4| |Y_{42}| e^{j(\delta_2^\circ - \delta_4^\circ + \gamma_{42})}}{M_4} \quad (4.1d)$$

Ahora la ecuación (4.1c) puede reescribirse como

$$\frac{|E_1| |E_3| |Y_{31}|}{M_3} [\text{Cos}(\delta_1^\circ - \delta_3^\circ + \gamma_{31}) + j \text{Sen}(\delta_1^\circ - \delta_3^\circ + \gamma_{31})] \\ = \frac{|E_1| |E_4| |Y_{41}|}{M_4} [\text{Cos}(\delta_1^\circ - \delta_4^\circ + \gamma_{41}) + j \text{Sen}(\delta_1^\circ - \delta_4^\circ + \gamma_{41})]$$

Igualando las partes reales de esta expresión resulta

$$\frac{|E_1| |E_3| |Y_{31}| \text{Cos}(\delta_1^\circ - \delta_3^\circ + \gamma_{31})}{M_3} = \frac{|E_1| |E_4| |Y_{41}| \text{Cos}(\delta_1^\circ - \delta_4^\circ + \gamma_{41})}{M_4}$$

Ahora $|E_1| |E_3| |Y_{31}| \text{Cos}(\delta_1^\circ - \delta_3^\circ + \gamma_{31})$ y $|E_1| |E_4| |Y_{41}| \text{Cos}(\delta_1^\circ - \delta_4^\circ + \gamma_{41})$ son los coeficientes del par de sincronización entre los buses 1-3 y 1-4, respectivamente, en $t = 0^+$. Las condiciones (4.1) muestran que para que los generadores 3 y 4 oscilen en forma coherente después del disturbio, los coeficientes de sincronización entre el nodo 1 y los nodos 3 y 4 deberán ser proporcionales a su respectivo momento de inercia. Lo mismo ocurre para los coeficientes de sincronización entre el nodo 2 y los nodos 3 y 4. El

resultado es que cuando tenga lugar un disturbio en el sistema interno, la cantidad de energía de disturbio entregada por cada nodo frontera a los generadores del sistema externo, es promediada por las inercias de los generadores, de modo que todos los generadores del grupo externo se aceleran en la misma proporción y permanecerán perfectamente coherentes para todo $t \geq 0$.

Se puede generalizar el sistema mostrado en la Figura 4.1 al caso de n generadores en el sistema externo y m barras frontera. En el caso general, las condiciones para la coherencia perfecta, que en los sucesivos se denominará coherencia geométrica estricta (CGE), son:

$$\frac{E_i}{M_i} Y_{ik} e^{-j(\delta_i^o - \delta_n^o)} = \frac{E_n}{M_n} Y_{nk} \quad (4.2)$$

$$i = 1, 2, \dots, n-1 \text{ (nodos externos)} ; k = 1, 2, \dots, m \text{ (nodos frontera)}$$

Si un grupo de generadores fuera estrictamente coherente, entonces sería posible reemplazar el grupo por un solo generador equivalente, que preserva perfectamente la respuesta del grupo ante un disturbio fuera de él.

Un punto importante es que si las condiciones (4.2) se satisfacen, entonces, desde la perspectiva del resto del sistema, *el grupo estrictamente coherente de n generadores se comporta como una sola máquina*. Esto trae consigo una reducción importante en el número de ecuaciones del modelo dinámico.

Los generadores 3 y 4 de la Figura 4.1 pueden ser coherentes sin satisfacer las condiciones de CGE. Específicamente, estos dos generadores pueden ser coherentes si la admitancia Y_5' de la Figura 4.1b es muy grande en relación con las otras admitancias Y_1' , Y_3' , Y_4' y Y_6' . De hecho en el límite, cuando Y_5' es infinitamente grande, los generadores 3 y 4 llegan a ser estrictamente coherentes. Esto es, si los nodos 3 y 4 son el mismo nodo. Pudiera pensarse que esto no debiera considerarse, ya que las admitancias reales no son

infinitamente grandes. Sin embargo, este caso particular puede considerarse el de una central eléctrica, en donde los generadores están conectados al nodo de alto voltaje a través de la reactancia del transformador, que es pequeña comparada con los enlaces de transmisión de la red. Este resultado es un argumento formal para la agregación de generadores de una central eléctrica. En adelante se considerará inmediata la agregación de generadores de una central, salvo que exista un interés particular para conservarla intacta.

Las condiciones (4.2), que definen la coherencia geométrica estricta (CGE), son idealizadas en el sentido de que probablemente nunca serán satisfechas en un sistema de potencia real, pero es interesante notar que las condiciones (4.2) se cumplen cercanamente en el caso trivial, es decir, cuando las admitancias Y_{ik} son muy pequeñas. Así, las condiciones (4.2) explican conceptualmente el hecho empírico bien conocido de que *los generadores alejados eléctricamente del disturbio se aceleran juntos*, aunque sus inercias sean ampliamente diferentes. Este resultado permite tener confianza en el empleo de medidas de distancia para catalogar aquellos generadores eléctricamente lejanos a la falla, como candidatos a ser agregados en equivalentes.

4.2.2 Coherencia estricta por sincronización (CES). [29]

Considérese otra vez un grupo específico de n generadores conectados al resto del sistema de potencia a través de un conjunto de m nodos frontera y supóngase que los disturbios son externos al grupo específico.

Si se escribe la ecuación de oscilación del i -ésimo generador como

$$\ddot{\delta}_{in} = \ddot{\delta}_i - \ddot{\delta}_n = \frac{Pm_i - Pe_i}{M_i} - \frac{Pm_n - Pe_n}{M_n}$$

al expresar $\ddot{\delta}_{in} = \ddot{\delta}_i - \ddot{\delta}_n$ en términos de las potencias resulta [29]

$$\begin{aligned}
\ddot{\delta}_{in} = & \operatorname{Re} \left\{ \sum_{k=1}^m \left(\left[\frac{E_n}{M_n} Y_{kn}^* - \frac{E_i}{M_i} Y_{ki}^* e^{j(\delta_i - \delta_n)} \right] V_k e^{j(\delta_n - \delta_k)} \right. \right. \\
& \left. \left. - \left[\frac{E_n^o}{M_n} Y_{kn}^* - \frac{E_i^o}{M_i} Y_{ki}^* e^{j(\delta_i^o - \delta_n^o)} \right] V_k^o e^{j(\delta_n^o - \delta_k^o)} \right) \right\} \\
& - \operatorname{Re} \left\{ \sum_{j=1}^n \left(\left[\frac{E_n}{M_n} Y_{jn}^* - \frac{E_i}{M_i} Y_{ji}^* e^{j(\delta_i - \delta_n)} \right] E_j e^{j(\delta_n - \delta_j)} \right. \right. \\
& \left. \left. - \left[\frac{E_n^o}{M_n} Y_{jn}^* - \frac{E_i^o}{M_i} Y_{ji}^* e^{j(\delta_i^o - \delta_n^o)} \right] E_j^o e^{j(\delta_n^o - \delta_j^o)} \right) \right\} \quad (4.3)
\end{aligned}$$

En la ecuación, el índice $j = 1, \dots, n$, indica nodos del sistema externo y $k = 1, \dots, m$, indica nodos frontera. Considérese (4.3) para el generador 1 en el grupo específico. Si se divide esta ecuación por Y_{21}^* , la admitancia que conecta al generador 1 con el 2 en el grupo, y considerando que $|Y_{21}^*| \rightarrow \infty$. El lado izquierdo de (4.3) tiende a cero y todos los términos del lado derecho también, excepto aquellos que contienen Y_{21}^* . Así, (4.3) se reduce a

$$0 = \operatorname{Re} \left\{ -\frac{E_1 E_2}{M_1} e^{j(\delta_1 - \delta_2)} + \frac{E_1^o E_2^o}{M_1} e^{j(\delta_1^o - \delta_2^o)} \right\} \quad (4.4)$$

Ya que $E_i = E_i^o$, $i = 1, 2, \dots, n$ esta expresión se reduce a

$$0 = e^{j(\delta_1 - \delta_2)} - e^{j(\delta_1^o - \delta_2^o)}$$

o, de manera semejante

$$\delta_1 - \delta_2 = \delta_1^o - \delta_2^o$$

Así, los generadores 1 y 2 del grupo específico son estrictamente coherentes.

Procediendo de manera similar para el generador 2, y haciendo $Y_{32}^* \rightarrow \infty$ resulta:

$$\delta_2 - \delta_3 = \delta_2^o - \delta_3^o$$

de modo que los generadores 1, 2 y 3 son ahora coherentes por transitividad. Procediendo de esta manera, en el i -ésimo paso se agrega el generador $i + 1$ al grupo al permitir que $|Y_{i+1,j}^*| \rightarrow \infty$. Después de $n - 1$ pasos el grupo de n generadores será estrictamente coherente.

El caso práctico, por supuesto, no permite conexiones infinitamente robustas. Sin embargo, es factible encontrar un grupo de n máquinas cuyas interconexiones sean muy grandes en relación con las interconexiones entre el grupo y el resto del sistema de potencia: entonces el análisis precedente para coherencia estricta por sincronización (CES) es cercanamente verdadero. También, la aproximación será mejor si el número de nodos frontera entre el grupo y el resto del sistema es pequeño. La coherencia por sincronización (no estricta) es lo típico en sistemas reales.

4.3 Método basado en perturbaciones singulares [13,14,33,34]

Este es un método sistemático para agrupar en áreas las máquinas de un sistema de potencia. El concepto de área que se utiliza se basa en la observación de que durante el proceso transitorio, después de liberada la perturbación, generalmente se observa que las máquinas cercanas a la localización de la falla responden con oscilaciones rápidas entre sí, mientras que las más distantes a la falla oscilan en fase con dinámica lenta. El enfoque consiste en definir las áreas mediante la agrupación de máquinas que exhiben este fenómeno de coherencia lenta. El permitir que las máquinas de una misma área difieran en su dinámica rápida hace posible retener el mismo agrupamiento de áreas para diferentes localizaciones de falla. Por lo tanto, el objetivo es encontrar la manera de determinar los grupos de generadores que conforman las áreas. Una vez identificados estos grupos el método asegura que se preservan los r modos más lentos del sistema.

Este método utiliza la noción de coherencia lenta, esto es, la coherencia con respecto a r modos lentos del sistema; el método usa propiedades de la separación en escalas de tiempo aplicadas a estudios de perturbaciones singulares [36]. Así, la coherencia lenta puede interpretarse como un requisito de que las máquinas equivalentes de las áreas reproduzcan, tan cercanamente como sea posible, los r modos más lentos (asociados a las oscilaciones entre áreas). En términos de perturbaciones singulares esto significa que constituyen el subsistema lento, mientras que el subsistema rápido representa las oscilaciones entre máquinas dentro de cada área. El modelo utilizado tiene la forma siguiente:

$$\dot{\mathbf{x}} = -\frac{1}{2} \omega_0 T^{-1} K \mathbf{x} = A \mathbf{x} \quad (4.5)$$

donde

$$\mathbf{x}_i = \Delta \delta_i$$

$$T = \text{Diag} \{H_1, H_2, \dots, H_n\} \quad (4.6)$$

$$K = (k_{ij})$$

$$k_{ii} = \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n E_i E_j B_{ij} \cos(\delta_i - \delta_j) \Big|_{\delta^*} \quad (4.7a)$$

$$k_{ij} = -E_i E_j B_{ij} \cos(\delta_i - \delta_j) \Big|_{\delta^*}, \quad j \neq i \quad (4.7b)$$

donde δ_i es el ángulo del rotor de la i -ésima máquina; ω_0 es la velocidad angular base (rad/s); E_j es la magnitud del voltaje atrás de la reactancia transitoria; B_{ij} es la susceptancia de los elementos de la matriz Y_{nodal} reducida a los nodos terminales de los generadores; H_i es la constante de inercia del i -ésimo generador.

Por tanto, en lugar de manejar un sistema de orden $2n \times 2n$ se utiliza una matriz característica A de orden $n \times n$. Esta es una ventaja importante que permite hacer un análisis para sistemas de potencia de grandes dimensiones. Algunas propiedades importantes de los eigenvalores de la matriz característica A son:

a) A tiene un eigenvalor cero cuyo eigenvector es

$$v_0 = [1, 1, \dots, 1]^t \quad (4.8)$$

Esta propiedad resulta de la relación $A v_0 = 0$, que se observa de (4.7), ya que la suma de cada renglón en $A = (a_{ij})$ es

$$\sum_{j=1}^n a_{ij} = 0, \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (4.9)$$

b) Para la matriz K simétrica, aplicable en redes sin transformadores defasadores, A es diagonalizable ya que es similar a la matriz simétrica

$$-\frac{1}{2} \omega_0 T^{-1/2} K T^{-1/2}$$

donde $T^{1/2}$ es la matriz que se forma con la raíz cuadrada de los elementos de T . Así, todos los eigenvalores λ_i de A son reales. Esto implica que los eigenvalores del sistema de segundo orden (4.5) son $\pm \sigma$, donde

$$\sigma = \sqrt{\lambda_i} \quad (4.10)$$

El doble eigenvalor $\sigma_i = 0$ corresponde al movimiento agregado de los ángulos y velocidades de las máquinas.

La definición de coherencia que se utiliza en este método es la siguiente:

Definición 4.1. Los estados x_i y x_j del sistema $\dot{x} = A x$ son σ_i -coherentes, esto es, coherentes

con respecto a r modos de A , σ_a , si y sólo si ninguno de esos modos es observable desde $y_j(t)$, donde

$$y_j(t) = x_j(t) - x_i(t) = c_j x(t) \quad (4.11)$$

los únicos elementos diferentes de cero del vector c_j son el i -ésimo elemento con valor -1 y el j -ésimo con valor de 1 . De aquí, se puede particularizar para los r modos más lentos.

Definición 4.2. Dados los r eigenvalores más pequeños en magnitud (modos más lentos) de la matriz A en (4.5), las máquinas i e j son *lentamente coherentes* si para todo t y cualquier condición inicial, sus ángulos $x_i(t)$ y $x_j(t)$ satisfacen

$$x_i(t) - x_j(t) = z_{ij}(t) \quad (4.12)$$

donde $z_{ij}(t)$ no contiene ninguno de los r modos más lentos. Un área coherente está formada por todas aquellas máquinas coherentes una con otra.

Estas definiciones de coherencia pueden interpretarse como una propiedad de los renglones de la matriz U de orden $n \times r$ de los eigenvectores asociados a los modos lentos. Las máquinas i e j son coherentes si los renglones i e j de U son idénticos. Para expresar esto algebraicamente, considere las columnas de una matriz U de orden $n \times r$ como una base del eigensubespacio de los modos lentos con rango r . Entonces los r -modos son no-observables desde y_j si y sólo si

$$c_j U = 0 \quad (4.13)$$

esto es, x_i y x_j son coherentes si y sólo si el i -ésimo y el j -ésimo renglón de U son idénticos. Esta condición proviene del hecho de que cada renglón u_k de U pondera la contribución de los r -modos al estado correspondiente x_k , $k = 1, \dots, n$. Ya que el rango de U es igual a r , el número más pequeño posible de grupos diferentes que contienen renglones idénticos de U es r . Por lo tanto, el número más pequeño posible de áreas coherentes (grupos de estados

coherentes) es r .

Se nota que en esta definición las máquinas de diferentes áreas no pueden ser coherentes, esto es, un área coherente no puede dividirse en más áreas. Una máquina individual puede constituir un área si no es coherente con alguna otra.

Aunque las definiciones 4.1 y 4.2 no requieren que el número de áreas coherentes sea igual al número de modos lentos, los sistemas con esta propiedad, denominados r -desagregables, son de particular interés para la separación en escalas de tiempo. El estudio de sistemas r -desagregables es un paso esencial para el análisis de los sistemas más comunes, los *casi-desagregables*, es decir, sistemas con áreas casi-coherentes más que coherentes.

Definición 4.3. Las máquinas i e j son casi-coherentes si en la *definición 4.2* la contribución de los modos lentos en $z_{ij}(t)$ es pequeña. Un área casi-coherente consiste de todas las máquinas que son casi-coherentes unas con otras. Un sistema r casi-desagregable consiste de r áreas casi-coherentes.

Para un sistema desagregable la matriz U tiene exactamente r grupos distintos, cada uno de ellos con renglones idénticos de U . Cualquier conjunto de r renglones distintos puede usarse como un *conjunto referencia*. Los correspondientes r estados no-coherentes son los *estados referencia*. Cada uno de los restantes $n - r$ renglones es idéntico a un renglón referencia y cada uno de los $n - r$ estados restantes es coherente con un estado referencia, es decir, pertenece a su área, ver Figura 4.2.

En cada área se elige una máquina arbitraria como referencia. Los ángulos de las máquinas referencia se consideran como componentes de un r -vector \mathbf{x}^1 , mientras todos los otros ángulos forman el $(n - r)$ -vector \mathbf{x}^2 . La ecuación (4.12) sugiere el uso de una matriz de agrupación L_g para asignar las máquinas a las áreas. El elemento (i, j) de L_g es 1 si las

máquinas x^1_j y x^2_j pertenecen a la misma área, y es cero en caso contrario. Así, dados x^1_j , x^2_j y L_g las áreas se determinan unívocamente. Sin embargo, dadas las áreas no hay una única elección de x^1 y x^2 y, por lo tanto, pueden existir diversas L_g . Usando L_g , (4.12) escrita en forma más compacta es

$$x^2(t) - L_g x^1(t) = z^2(t) \quad (4.14)$$

donde las componentes de $z^2(t)$ son las correspondientes funciones $z_{ij}(t)$.

La ecuación (4.14) es un caso especial de una transformación de coordenadas más general,

$$\begin{bmatrix} \tilde{x}^1 \\ \tilde{z}^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I & 0 \\ -L & I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x^1 \\ x^2 \end{bmatrix} = T_i \begin{bmatrix} x^1 \\ x^2 \end{bmatrix} \quad (4.15)$$

donde la matriz L de orden $(n-r) \times r$ no necesariamente es una matriz de agrupación. La sustitución de (4.15) en (4.5), esto es en $\ddot{x} = A x$, resulta en

$$\begin{bmatrix} \ddot{\tilde{x}}^1 \\ \ddot{\tilde{z}}^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} B_1 & A_{12} \\ R(L) & B_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{x}^1 \\ \tilde{z}^2 \end{bmatrix} \quad (4.16)$$

donde $B_1 = A_{11} + A_{12} L$, $B_2 = A_{22} - L A_{12}$, $R(L) = A_{22} L - L A_{11} - L A_{12} L + A_{21}$ y A_{11} , ..., A_{22} son submatrices de A . Es de particular interés la matriz L que satisface

$$R(L) = A_{22} L - L A_{11} - L A_{12} L + A_{21} = 0 \quad (4.17)$$

y

$$|\lambda_j(B_1)| < |\lambda_i(B_2)| \quad (4.18)$$

para todo $i = 1, 2, \dots, n-r$ y $j = 1, 2, \dots, r$. Tal matriz L se denomina *dicotómica* y se denota por L_d . Se sabe que para una A diagonalizable la ecuación generalizada de Riccati (4.17)

puede tener a lo más una solución dicotómica $L = L_d$ [14]. En general, un ordenamiento diferente de las variables de estado en x^1 y x^2 resulta en una L_d diferente. El conjunto de soluciones dicotómicas L_d para todas las posibles elecciones de x^1 y x^2 se denota por D .

La siguiente propiedad de un sistema r -desagregable relaciona L_d con una matriz de agrupación L_g .

Teorema 4.1 En un sistema de n máquinas sean x^1 los ángulos de r máquinas no-coherentes y x^2 los ángulos de las otras $n - r$ máquinas. Este sistema es r -desagregable si y sólo si la solución dicotómica $L = L_d$ de la ecuación correspondiente $R(L) = 0$ es una matriz de agrupación L_g , esto es, si y sólo si

$$L_d = L_g \quad (4.19)$$

Suponga ahora que se sabe que un sistema es r -desagregable, pero no se conocen sus áreas. El *teorema 4.1* puede ayudar a encontrarlas. Primero, se hace una elección de x^1 y x^2 , que a su vez definen la ecuación correspondiente $R(L) = 0$. Si la elección de x^1 no contiene máquinas coherentes, esta ecuación tendrá la solución dicotómica L_d , que es la matriz de agrupación necesaria para encontrar las áreas. Si x^1 contiene máquinas coherentes, L_d no existirá. Esto significa que tendría que hacerse una nueva elección de x^1 y resolver una nueva ecuación $R(L) = 0$.

Si el sistema no es r -desagregable, entonces ninguna matriz de agrupación L_g cumplirá $R(L_g) = 0$. Por ende, z^2 en (4.14) contendrá modos rápidos y lentos, esto es

$$z^2 = z_f^2 + z_s^2 \quad (4.20)$$

Para sistemas casi-desagregables existe x^1 y una aproximación a L tal, que z_s^2 es pequeña. Reescribiendo (4.14) para las partes lentas:

$$x_s^2 - L_g x_s^1 = z_s^2 \quad (4.21)$$

Ahora el problema consiste en encontrar x^1 y L_g tales, que se minimice alguna norma del error de coherencia lenta z_s^2 . Con $L = L_d$ resulta:

$$x_s^2 - L_d x_s^1 = 0 \quad (4.22)$$

Sustituyendo (4.22) en (4.21) se obtiene

$$z_s^2 = (L_d - L_g) x_s^1 \quad (4.23)$$

Una conclusión importante es que el error de coherencia lenta $|z_s^2|$ relativo a la magnitud $|x_s^1|$, de la respuesta lenta de las máquinas referencia, está acotada por $\|L_d - L_g\|$, esto es

$$\frac{|z_s^2|}{|x_s^1|} \leq \|L_d - L_g\|, \quad (4.24)$$

donde la norma usada es la norma infinito:

$$\|L\|_\infty = \max_i \sum_{j=1}^r |L_{ij}|, \quad i = 1, \dots, n \quad (4.25)$$

El subíndice de la norma se omite, pero se sobreentiende que es la norma infinito. Nótese que (4.24) es cero para sistemas r -desagregables. Para sistemas casi-desagregables (4.24) motiva una búsqueda de x^1 y L_g que produzcan la norma $\|L_d - L_g\|$ más pequeña. En principio, ésta búsqueda involucra la comparación de todas las posibles matrices de agrupación L_g con las soluciones dicotómicas L_d , correspondientes a todas las posibles elecciones de las máquinas referencia x^1 .

La mejor elección de x^1 es la que produce la norma mínima. Cuando el orden del sistema es grande, esta búsqueda exhaustiva sería computacionalmente prohibitiva. Debido a las propiedades del conjunto D (conjunto de soluciones L), establecidas en los lemas que se presentan a continuación, puede evitarse esa búsqueda exhaustiva. El algoritmo presentado

en esta sección calcula un solo elemento del conjunto D , que no necesariamente minimiza $\|L_d - L_g\|$, pero determina sin ambigüedades las áreas. A continuación se enuncian los lemas sin demostración; estas pueden consultarse en [14].

Lema 4.1. Cada elemento L_d de D tiene la siguiente propiedad

$$\sum_{j=1}^r L_{dij} = 1, \quad i = 1, 2, \dots, n-r \quad (4.26)$$

es decir, la suma de los elementos de los renglones de L_d es 1.

De (4.26), si todos los elementos de L_d son mayores o iguales a cero, entonces $\|L_d\|$ es 1 y es la norma más pequeña que puede lograrse para cualquier L_d en D . Además, ya que el único elemento diferente de cero en cualquier renglón de L_g es 1, cualquier matriz de agrupación L_g tiene norma igual a 1. Así, para minimizar $\|L_d - L_g\|$ una condición necesaria es que $\|L_d\|$ sea cercana a 1. Esto motiva encontrar una L_d con una norma pequeña en lugar de una L_d que minimice $\|L_d - L_g\|$.

El siguiente resultado indica cómo $\|L_d\|$ depende de la elección de las máquinas referencia. ®

DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

Lema 4.2. Si los ángulos de un conjunto dado de máquinas referencia se ordenan como componentes de x^1 y todos los ángulos de las otras máquinas como x^2 , y las columnas de la matriz U de orden $n \times r$, entonces:

$$U = \begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \end{bmatrix} \quad (4.27)$$

forman una base del eigensubespacio de los modos lentos, donde la matriz U_1 de dimensión $r \times r$ es no singular, entonces:

$$L_d = U_2 U_1^{-1} \quad (4.28)$$

es la única solución dicotómica de la ecuación de Riccati (4.17). Además, si \bar{U}_1 y \bar{U}_2 se obtienen mediante intercambio de renglones de U_1 por renglones de U_2 , es decir, mediante una permutación $\bar{U} = Q U$ de los renglones de U , con tal que \bar{U}_1 sea no singular, el elemento de D correspondiente es $\bar{L}_d = \bar{U}_2 \bar{U}_1^{-1}$.

El lema muestra que para calcular todos los elementos L_d de D se necesita una sola matriz U . Adicionalmente, multiplicando ambos lados de (4.27) por U_1^{-1} se nota que

$$U U_1^{-1} = \begin{bmatrix} J \\ L_d \end{bmatrix} \quad (4.29)$$

es también una base para el eigensubespacio de los modos lentos. En el caso r -desagregable, U_1 será singular si dos máquinas de la misma área están en x^1 . En los sistemas casi-desagregables U_1 será casi singular si dos máquinas casi coherentes están en x^1 . Esto se debe al hecho de que los dos renglones involucrados son casi idénticos. Cuando U_1 es casi singular, $\|U_1^{-1}\|$ es grande, resultando en una L_d grande. Así, se deben buscar los r renglones más grandes y con mayor independencia lineal de U . Esto resultaría en una U_1 con una norma grande, tal que $\|L_d\|$ de (4.28) sea pequeña.

Así, el método maneja una matriz característica A de orden $n \times n$ y requiere el cálculo de los eigenvalores y los eigenvectores asociados a los r eigenvalores más lentos (de menor frecuencia), con los cuales se forma la matriz U . Se requiere dividir el sistema en r áreas, cada una formada por un conjunto de generadores coherentes entre sí. Para formar las áreas se requiere identificar un generador referencia para cada una de ellas. Los generadores referencia serán aquellos asociados a los r renglones más grandes (con mayor independencia lineal) en la matriz U . Todos los demás generadores quedarán asociados a alguno de los

referencia, de acuerdo a la matriz L_d .

4.3.1 Resumen del algoritmo

Los r renglones con mayor independencia lineal, son aquellos para los que sus vectores representativos tienen los mayores ángulos de separación (θ) entre sí:

$$\theta = \arccos \frac{\langle x, y \rangle}{\|x\| \|y\|}$$

Para encontrar el conjunto de los r renglones más linealmente independientes se utiliza eliminación Gaussiana. Durante la eliminación, los renglones y columnas de U se permutan de modo que en la posición (1,1) esté el elemento de magnitud mayor. Se debe que permutar los renglones de U es equivalente a cambiar el ordenamiento de las máquinas. El elemento (1,1) de U se usa como el pivote para desarrollar el primer paso de la eliminación Gaussiana. Luego, se elige el elemento más grande de la submatriz $(n-1) \times (r-1)$ de la U reducida y se utiliza como pivote para el siguiente paso de la eliminación. La eliminación termina en r pasos y las máquinas correspondientes a los primeros r renglones de la matriz U final se designan como las máquinas referencia. En este proceso de eliminación, los renglones que tienen elementos pequeños no se usan para pivotar porque estos elementos pequeños son el resultado de la eliminación con renglones casi idénticos y que ya fueron usados como renglones pivote. Por ende, este algoritmo no coloca dos máquinas casi-coherentes juntas como máquinas referencia.

Para el conjunto de máquinas referencia encontrado por el algoritmo, L_d se calcula de la expresión (4.28),

$$U_1' L_d' = U_2' \quad (4.30)$$

utilizando la factorización LU de U_1 obtenida de la eliminación Gaussiana. El siguiente paso es encontrar una L_g que se aproxime a L_d , esto es, encontrar las máquinas pertenecientes a cada área. Se examina cada elemento de L_d y si el elemento positivo más grande es el j -ésimo elemento en el renglón i , entonces en la matriz L_g el elemento (i, j) es 1. La matriz L_g resultante minimiza $\|L_d - L_g\|$.

Resumiendo el algoritmo:

- a) Determinar el número de áreas (r).
- b) Calcular una matriz base U para un ordenamiento dado de las variables de estado x .
- c) Aplicar eliminación Gaussiana con pivoteo completo a U y obtener el conjunto de máquinas referencia.
- d) Calcular L_d para el conjunto de máquinas referencia elegido en el paso c.
- e. Construir la matriz L_g y encontrar las máquinas en cada área.

La principal carga computacional está en el paso *b*. Sin embargo, sólo se requiere un eigensubespacio parcial U de la matriz característica A , como esta es similar a una matriz simétrica, el cálculo de eigenvalores y eigenvectores está bien condicionado [62].

Este algoritmo de agrupación que encuentra L_d de norma pequeña se sustenta en una interpretación geométrica para sistemas casi-desagregables. Para estos sistemas, los vectores renglón de U correspondientes a las máquinas en la misma área son casi idénticos. En otras palabras, los vectores renglón de las máquinas pertenecientes a la misma área se agrupan en un cono, Fig. 4.2. Estos conos son angostos para sistemas casi-desagregables y degeneran en líneas para sistemas desagregables. El papel de la eliminación Gaussiana es seleccionar los vectores con mayor independencia lineal, uno de cada cono, que se consideran como los vectores referencia para las áreas. Las entradas en L_d son las proyecciones de los otros vectores sobre los vectores referencia.

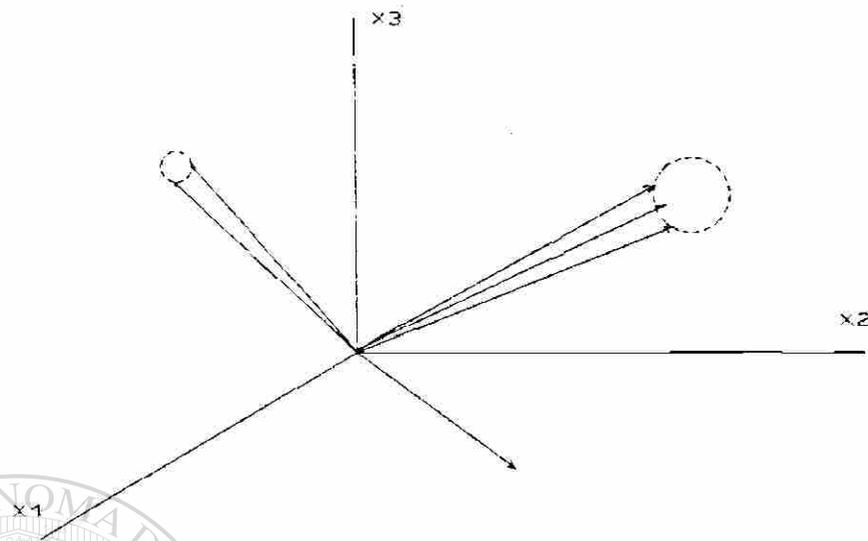


Fig. 4.2 Representación esquemática de la formación de tres áreas

El algoritmo presentado tiene un sustento formal, pero presenta ciertos inconvenientes que lo hacen poco práctico. Las desventajas más notorias son:

- a) La necesidad de una suposición a priori del número de áreas.
- b) El cálculo de eigenvalores y eigenvectores del sistema.

Existe una técnica para determinar la matriz L_d basada en técnicas de perturbaciones singulares, de tal manera que no es necesario encontrar el eigensubespacio para aplicar el algoritmo anterior [35]. Esta modificación se utilizó en este trabajo, obteniendo resultados con el algoritmo original y el modificado, con un ahorro computacional considerable en este último al no tener que calcular la eigenestructura.

La *rapidez* del algoritmo modificado ha permitido utilizar varios valores de r y seleccionar el que tiene la norma más pequeña (4.25). El algoritmo modificado se resume como sigue.

- a. Se inicia con la matriz expandida de orden $2n \times n$:

$$\Gamma_{(0)} = \begin{bmatrix} \Psi_1(A) \\ I_n \end{bmatrix}$$

donde A es la matriz característica, I_n la matriz identidad de orden $n \times n$ y $\Psi_1(s)$ el polinomio característico para los r eigenvalores más lentos. Sin embargo, una aproximación común con resultados satisfactorios es tomar $\Psi_1(s) = s^r$.

b. Seleccionar el elemento mayor (en valor absoluto) de $\Psi_1(A)$ y localizarlo en la posición $(1,n)$ mediante permutación de renglones y columnas de $\Gamma_{(0)}$ obteniendo $\Gamma_{(1)}$. Los renglones del bloque inferior $n \times n$ luego se permutan, en el orden de las columnas de $\Gamma_{(0)}$, para recobrar la matriz I_n . Los componentes del estado se permutan de la misma manera que las columnas de $\Gamma_{(0)}$.

c. La última columna de $\Gamma_{(1)}$ se sustrae de las $n-1$ primeras columnas para tener ceros en los $n-1$ primeros elementos del primer renglón. En esta etapa la matriz $\Gamma_{(1)}$ tiene la forma:

$$\Gamma_{(1)} = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{1 \times n-1} & z(1) \\ X(1) & y(1) \\ Q(1) & r(1) \end{bmatrix}$$

d. Se repite el procedimiento (pasos *b* y *c*) para el bloque restante $(n-1) \times (n-1)$ de $\Psi_{(1)}(A)$, y así sucesivamente, llegando a la matriz $\Gamma_{(i)}$ en el i -ésimo paso. El procedimiento finaliza con la forma:

$$\Gamma_{(n)} = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_r & \mathbf{0} \\ I_r & \mathbf{0} \\ L_{n-r,r} & N \end{bmatrix}$$

donde se presenta directamente la matriz L .

4.4 Método modal-coherente

Esta metodología para identificar generadores coherentes se fundamenta en el cálculo de las desviaciones angulares de los rotores de los generadores, ante un disturbio generalizado en la potencia mecánica de las máquinas, para lo cual se auxilia de una medida de coherencia (rms). Así, a diferencia de la técnica anterior, este método si considera un disturbio para identificar los generadores coherentes. Sin embargo, el disturbio no se simula en la red, sino que se utiliza un disturbio en la potencia mecánica de los generadores, tratando de asemejar la aceleración que estos experimentos ante una falla en la red. El método es general y se plantea con un enfoque probabilístico.

Se considera una red con N nodos de generación y K nodos de carga. La ecuación de oscilación linealizada tiene la forma

$$\frac{2H_i}{\omega_0} \frac{d}{dt} \Delta\omega_i(t) = \Delta Pm_i(t) - \Delta Pg_i(t) - D_i \Delta\omega_i(t) \quad (4.31)$$

$$\frac{d}{dt} \Delta\delta_i(t) = \Delta\omega_i(t) \quad , \quad i = 1, 2, \dots, N$$

donde i es el subíndice para el i -ésimo generador; N es el número de generadores en el sistema; Δ es el símbolo que denota incremento; H_i es la constante de inercia; D_i es el factor de amortiguamiento (pu); ω_i es la velocidad angular del generador (rad/s); ω_0 es la velocidad angular base; δ_i es el ángulo del rotor del generador (rad); Pm_i es la potencia mecánica de entrada (pu); Pg_i es la potencia eléctrica de salida (pu). En adelante se considera $M_i = (2H_i)/\omega_0$, con $\omega_0 = 1$.

Seleccionando al N -ésimo generador como la referencia angular, la ecuación para el ángulo $\Delta\delta_i$ y la red pueden escribirse como

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \Delta \hat{\delta}_i(t) &= \frac{d}{dt} \Delta \delta_i(t) - \frac{d}{dt} \Delta \delta_N(t) \\ &= \Delta \omega_i(t) - \Delta \omega_N(t), \quad i = 1, 2, \dots, N-1 \end{aligned} \quad (4.32a)$$

y

$$\begin{bmatrix} \Delta P_g \\ \Delta P_l \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial P_g}{\partial \hat{\delta}} & \frac{\partial P_g}{\partial \hat{\theta}} \\ \frac{\partial P_l}{\partial \hat{\delta}} & \frac{\partial P_l}{\partial \hat{\theta}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \hat{\delta} \\ \Delta \hat{\theta} \end{bmatrix} \quad (4.32b)$$

donde, $\hat{\delta}_i = \delta_i - \delta_N$, $i = 1, 2, \dots, N-1$; $\hat{\theta}_j = \theta_j - \delta_N$, $j = 1, 2, \dots, K$, siendo θ_j los ángulos de fase en los nodos de carga. ΔP_l son variaciones en la potencia real de la carga.

Además de eliminar el eigenvalor en el origen, el esquema de referencia angular permite que las ecuaciones (4.32b) de la red, en el marco de referencia del generador N, tengan solución única para $\Delta \hat{\delta}$ y $\Delta \hat{\theta}$, dados los valores de ΔP_g y ΔP_l .

Si se supone que para cada generador se cumple una relación constante de factor amortiguamiento / inercia,

$$\sigma = \frac{D_i}{M_i} = \text{constante}, \quad i = 1, 2, \dots, N \quad (4.33) \quad \textcircled{R}$$

entonces las ecuaciones diferenciales (4.31), (4.32) pueden escribirse como

$$\dot{x}(t) = A x(t) + B u(t) \quad (4.34)$$

donde

(4.35)

y,

$$M = \begin{bmatrix} M_1^{-1} & & & -M_N^{-1} \\ & M_2^{-1} & & -M_N^{-1} \\ & & \ddots & \vdots \\ & & & M_{N-1}^{-1} & -M_N^{-1} \end{bmatrix} \quad (4.36)$$

La suposición de un amortiguamiento uniforme resulta en una pérdida de generalidad. Sin embargo, la suposición se justifica parcialmente al reconocer que las relaciones de amortiguamiento a inercia son típicamente pequeñas y los cálculos se facilitan sin un deterioro sustancial de resultados.

La matriz de coeficientes de pares de sincronización T y la matriz de reflexión L se obtienen cuando se expresan las ecuaciones ΔP_g en términos de $\Delta \hat{\delta}$ y ΔP_l , resultando

$$T = \frac{\partial P_g}{\partial \hat{\delta}} - \left[\frac{\partial P_g}{\partial \hat{\theta}} \right] \left[\frac{\partial P_l}{\partial \hat{\theta}} \right]^{-1} \left[\frac{\partial P_l}{\partial \hat{\delta}} \right]$$

$$L = \frac{\partial P_g}{\partial \hat{\theta}} \left[\frac{\partial P_l}{\partial \hat{\theta}} \right]^{-1}$$

$$\Delta P_g = T \Delta \hat{\delta} + L \Delta P_l$$

Para esta técnica se asume que la condición inicial del modelo lineal (4.34) es aleatoria con valor esperado y covarianza

$$E \{x(0)\} = 0$$

(4.37)

$$E \{x(0) x'(0)\} = V_x(0)$$

ya que las desviaciones esperadas de un estado de operación son cero, pero la varianza de tales desviaciones no necesariamente es cero.

La entrada compuesta de las desviaciones en la potencia de carga, ΔP_l , y de las desviaciones de potencia mecánica, ΔP_m , puede utilizarse para representar las siguientes perturbaciones: a) pérdida de generación; b) pérdida de carga; c) disparo de líneas; d) cortocircuitos.

A semejanza de la mayoría de los métodos de coherencia, este método usa una medida que es función de las desviaciones angulares, para cuantificar el grado de coherencia entre cualquier par de máquinas. La medida de coherencia rms entre las barras internas de los generadores k y l , basada en la descripción probabilística del disturbio, se define mediante [21,26,27]:

$$C_{kl}(t) = \sqrt{\frac{1}{t^n} \int_0^t E \{ [\Delta\delta_k(\tau) - \Delta\delta_l(\tau)]^2 \} d\tau} \quad (4.38)$$

siendo E el operador esperanza matemática. La medida es un indicativo de la energía promedio de las diferencias en las desviaciones angulares. El entero n es 1 para un corte de carga y disparo de generación o línea, y 0 si ocurre una falla eléctrica. El entero se elige de modo que el radical sea finito y diferente de cero para un intervalo de observación infinito.

El cálculo de la medida rms se facilita mediante la utilización de una magnitud intermedia, $S_x(t)$, que es una matriz simétrica de orden $2N - 2$ y se define en términos del vector de estado del modelo lineal como:

$$S_x(t) = \frac{1}{t^n} \int_0^t E \{ x(\tau) x^t(\tau) \} d\tau \quad (4.39)$$

La medida de coherencia entre cada par de generadores k y l , definida por (4.38), depende sólo de los ángulos del generador. Por tanto, $C_{kl}(t)$ se determina por la submatriz superior izquierda de $S_x(t)$. Definiendo la matriz superior izquierda de orden $(N-1) \times (N-1)$ de $S_x(t)$ como $\hat{S}_x(t)$, la medida de coherencia $C_{kl}(t)$ se relaciona con los elementos de $\hat{S}_x(t)$ por [27,29],

$$C_{kl}(t) = \begin{cases} \sqrt{[\hat{S}_x(t)]_{kk} - [\hat{S}_x(t)]_{kl} - [\hat{S}_x(t)]_{lk} + [\hat{S}_x(t)]_{ll}} \\ \sqrt{[\hat{S}_x(t)]_{kk}} & k \neq N, l = N \\ \sqrt{[\hat{S}_x(t)]_{ll}} & l \neq N, k = N \end{cases} \quad (4.40)$$

Aunque es posible considerar varios disturbios, para los propósitos de identificación de máquinas coherentes es interesante considerar un disturbio escalón en la potencia mecánica de los generadores. Para las entradas escalón es posible calcular [29]:

$$S_x(t) = \frac{1}{t} A^{-1} \int_0^t [e^{A\tau} W_1 e^{A'\tau} - e^{A\tau} W_1 - W_1 e^{A'\tau} + W_1] d\tau A^{-1'} \quad (4.41)$$

donde

$$W_1 \triangleq B [R_1 + m_1 m_1^t] B^t \quad (4.42)$$

para disturbios escalón en potencia mecánica, m_1 y R_1 tienen la forma:

$$m_1 = \begin{bmatrix} m_{11} \\ 0 \end{bmatrix}, \quad R_1 = \begin{bmatrix} R_{11} & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (4.43)$$

donde m_{11} es el valor medio del disturbio y R_{11} es la covarianza.

Cuando t tiende a infinito, los primeros tres términos en la integral (4.41) tienden a cero,

ya que el modelo del sistema se supone *asintóticamente estable*, resultando:

$$S_x(\infty) = A^{-1} W_1 A^{-1t} = [A^{-1}B] [R_{11} + m_{11}m_{11}^t] [A^{-1}B]^t \quad (4.44)$$

para la matriz A dada en (4.35), A^{-1} es

$$A^{-1} = \begin{bmatrix} -\sigma(MT)^{-1} & -(MT)^{-1} \\ I & 0 \end{bmatrix} \quad (4.45)$$

y usando la matriz B dada también en (4.35)

$$A^{-1} B = \begin{bmatrix} -(MT)^{-1}M & -(MT)^{-1}ML \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

sustituyendo (4.43) en (4.44), la matriz S_x sobre un intervalo de tiempo muy grande $S_x(\infty)$, para disturbios escalón en potencia mecánica estará dada por

$$S_x(\infty) = \begin{bmatrix} [(MT)^{-1}M] [R_{11} + m_{11}m_{11}^t] [(MT)^{-1}M]^t & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (4.46)$$

De la ecuación (4.46), la matriz superior izquierda de $S_x(\infty)$ que determina la medida de coherencia entre cada par de generadores se define como $\hat{S}_x(\infty)$ y está dada por

$$\hat{S}_x(\infty) = [(MT)^{-1}M] [m_{11}m_{11}^t + R_{11}] [(MT)^{-1}M]^t \quad (4.47)$$

esta expresión es válida tanto para disturbios probabilísticos como determinísticos. Para disturbios determinísticos:

$$m_{11} = \Delta P m ; R_{11} = 0$$

De la ecuación (4.47) se observa que la medida de coherencia rms será una función sólo de la estructura del sistema para cualquier disturbio que satisfaga:

$$m_{11}m_{11}^t + R_{11} = I \quad (4.48)$$

esta condición se satisface cuando el disturbio en $\Delta P m$ es ZMIID (Zero Mean, Independent, Identically Distributed), esto es:

$$m_{11} = 0 \quad , \quad R_{11} = I$$

Sustituyendo (4.48) en (4.47) resulta

$$\hat{S}_x(\infty) = [(MT)^{-1}M] [(MT)^{-1}M]^t \quad (4.49)$$

la cual muestra que cuando el disturbio en la potencia mecánica es ZMIID, la medida de coherencia rms es la función inversa generalizada de los coeficientes del par de sincronización, de tal manera que los grupos coherentes se determinan básicamente por la robustez de las líneas.

Otro disturbio de interés es aquel que resulta en la forma

$$M (m_{11}m_{11}^t + R_{11}) M^t = I$$

en cuyo caso

$$\hat{S}_x(\infty) = [(MT)^{-1}] [(MT)^{-1}]^t \quad (4.50)$$

así, la medida de coherencia se determina por las inercias de los generadores y los coeficientes de los pares de sincronización, por lo que los grupos coherentes se determinan por la robustez de la línea, ponderada con las inercias de los generadores en los extremos de las líneas. El disturbio que satisface (4.50) es

$$m_{11} = 0 \quad , \quad R_{11} = \text{Diag} \{ M_1^2, M_2^2, \dots, M_{N-1}^2, 0 \} \quad (4.51)$$

el cual es dependiente de la elección del generador referencia usado para establecer el modelo de estado. Puede obtenerse un resultado independiente de la referencia, permitiendo que la covarianza del disturbio en ΔP_m sea [29]:

$$R_{11} = \text{Diag} \{ M_1^2, M_2^2, \dots, M_{N-1}^2, M_N^2 \} \quad (4.52)$$

Como los coeficientes del par de sincronización ponderados inercialmente también determinan la estructura modal del sistema, los equivalentes modal y coherente derivados de la medida de coherencia rms y del disturbio (4.52), serán muy semejantes. No serán exactamente iguales, a menos que los generadores coherentes estén tan estrechamente unidos que la medida de coherencia entre ellos sea cero. Así, la medida de coherencia rms

y el disturbio (4.52) pueden capturar tanto la estructura modal como la coherente del sistema. El disturbio definido en (4.52) se denomina *disturbio modal*.

Así, para construir un equivalente coherente basado solamente en la estructura del sistema y usando un solo disturbio para identificar grupos coherentes es necesario un disturbio de tipo probabilístico.

Los resultados anteriores sugieren que puede construirse un equivalente *modal-coherente* que combine las características de los equivalentes modal y coherente. Las propiedades del equivalente modal-coherente son:

- a) No se requieren los eigenvalores del sistema para construir el equivalente.
- b) Los eigenvalores del equivalente se aproximan cercanamente a los eigenvalores del sistema retenido por el equivalente modal, basado en el mismo disturbio, y la medida de coherencia rms [9,27,29].
- c) El equivalente es útil para estudiar cualquier disturbio que en el exterior de los grupos coherentes agregados en el equivalente.
- d) Se retiene la estructura del sistema de potencia y el equivalente puede usarse con programas existentes de estabilidad transitoria.

Este es un método formal que hace uso de un disturbio en cada generador para simular la aceleración que experimenta ante una falla en la red, y que requiere un mínimo esfuerzo computacional para identificar los grupos coherentes. Así, no es necesario llevar a cabo simulaciones con el sistema de potencia y analizar el comportamiento angular de los rotores de las máquinas para decidir acerca de la coherencia.

Los grupos coherentes que se determinan usando el disturbio modal y la medida rms dependen sólo de los parámetros del sistema y no son sensitivos al tipo o localización de

algún disturbio particular.

Aunque no se requiere la eigenestructura, a primera vista parece que existen dificultades computacionales al requerir el cálculo de la matriz MT y su inversa. Sin embargo, puede probarse que la matriz \hat{S}_x , evaluada para el disturbio modal, es igual a la suma de las matrices \hat{S}_x^k , evaluadas para una secuencia particular de disturbios.

$$\hat{S}_x = \sum_{k=1}^N \hat{S}_x^k$$

donde

$$\begin{aligned} \hat{S}_x^k &= [(MT)^{-1}M][\Delta Pm^k \Delta Pm^{kT}][(MT)^{-1}M] \\ \{\Delta Pm^k\}_i &= 0, \quad i \neq k \\ &= M_k, \quad i = k \\ &k, \quad i = 1, 2, \dots, N \end{aligned} \quad (4.52a)$$

y puede mostrarse que

$$\hat{S}_x^k = [\Delta \delta^k(\infty)][\Delta \delta^k(\infty)^T] \quad (4.52b)$$

con lo cual no es necesario emplear la matriz MT y su inversa, sino las ecuaciones de la red,

$$\begin{bmatrix} 0 \\ \Delta Pg^k(\infty) \end{bmatrix} = J \begin{bmatrix} \Delta \theta^k(\infty) \\ \Delta \delta^k(\infty) \end{bmatrix} \quad (4.52c)$$

donde $\Delta Pg^k(\infty)$ son perturbaciones en la potencia de las máquinas, J es el jacobiano ángulo-potencia, y debe resolverse la ecuación para los ángulos.

El algoritmo para evaluar la medida de coherencia rms para el disturbio modal puede resumirse como sigue.

- a. Hacer $k = 1$ y $\hat{S}_x = 0$.
- b. Determinar ΔPm^k de (4.52a).
- c. Determinar $\Delta Pg^k(\infty)$ usando

$$\Delta Pg^k(\infty) = \Delta Pm^k - \begin{bmatrix} M_k \\ \vdots \\ M_j \\ \vdots \\ M_N \end{bmatrix} \begin{bmatrix} M_1 \\ M_2 \\ \vdots \\ M_N \end{bmatrix}$$

- d. Resolver (4.52c) para $\Delta \delta^k(\infty)$.
- e. Calcular S_x^k usando (4.52b) y corregir,

$$\hat{S}_x = \hat{S}_x + S_x^k$$

- f. Si $k = N$, parar y calcular la medida de coherencia rms. De otra manera, hacer $k = k+1$ y regresar al paso b.
- g. Una vez que se tienen las medidas de coherencia entre cada par de generadores, se ordenan de menor a mayor y se sigue el procedimiento descrito en la sección 4.5.4 para identificar los grupos coherentes.

4.5 Método de coherencia [38]

A continuación se presenta otro de los métodos empleados en este trabajo y que está basado en coherencia. A diferencia de los dos anteriores, este método permite tomar en cuenta explícitamente una falla trifásica. El modelo linealizado después de reducir la red a nodos generador se expresa como:

$$\dot{x} = A x + B u \quad (4.53)$$

donde

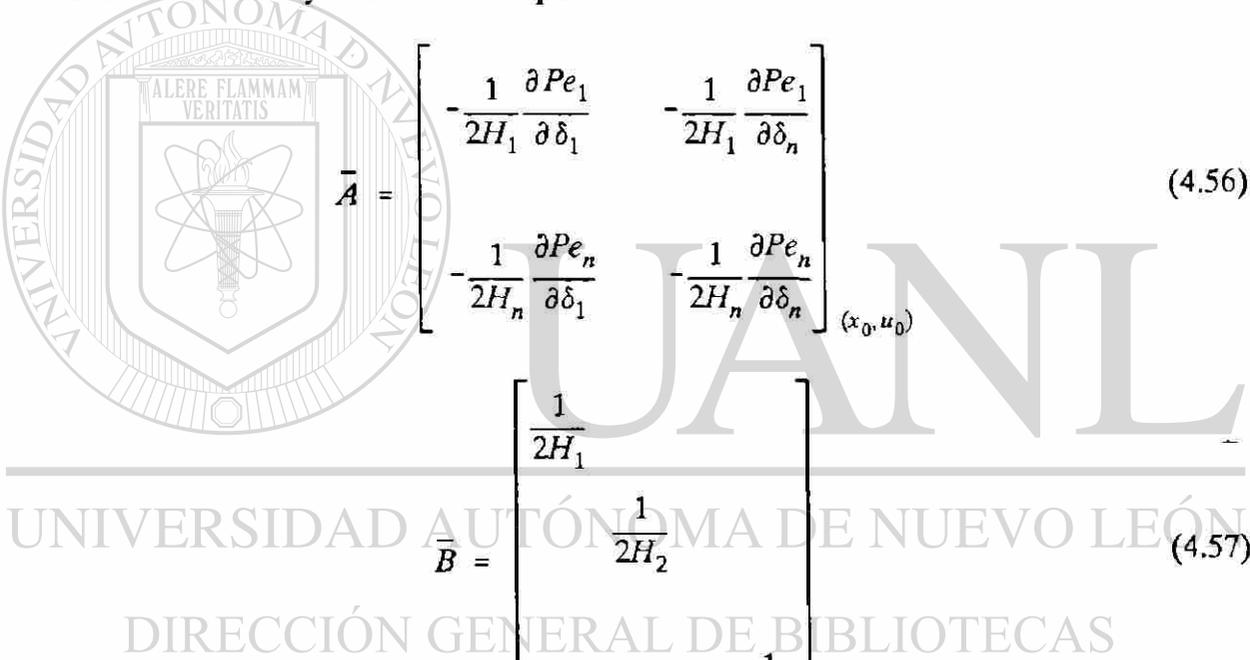
y las variables son las que se describen en la sección 4.4.

La elección de estas variables de estado conduce a las siguientes expresiones matriciales:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & I_n \\ \bar{A} & 0 \end{bmatrix} \quad (4.54)$$

$$B = \begin{bmatrix} 0 \\ \bar{B} \end{bmatrix} \quad (4.55)$$

donde las matrices \bar{A} y \bar{B} están dadas por:



$$\bar{A} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{2H_1} \frac{\partial Pe_1}{\partial \delta_1} & -\frac{1}{2H_1} \frac{\partial Pe_1}{\partial \delta_n} \\ -\frac{1}{2H_n} \frac{\partial Pe_n}{\partial \delta_1} & -\frac{1}{2H_n} \frac{\partial Pe_n}{\partial \delta_n} \end{bmatrix}_{(x_0, u_0)} \quad (4.56)$$

$$\bar{B} = \begin{bmatrix} \frac{1}{2H_1} \\ \frac{1}{2H_2} \\ \vdots \\ \frac{1}{2H_n} \end{bmatrix} \quad (4.57)$$

Después de un manejo algebraico, los elementos fuera de la diagonal de \bar{A} definen los coeficientes de par de sincronización entre los nodos $i - j$ como

$$P_{s_{ij}} \frac{\partial P_{e_i}}{\partial \delta_j} = 2H_i \bar{a}_{ij}$$

Algunas propiedades bien conocidas de las matrices A y \bar{A} son: *a)* En ausencia de amortiguamiento, los eigenvalores de \bar{A} son todos reales y no positivos. *b)* El rango de \bar{A} es $(n-1)$. *c)* \bar{A} tiene un eigenvalor cero. *d)* Los eigenvalores de A son la raíz cuadrada de los eigenvalores de \bar{A} . *e)* El eigenvalor cero de \bar{A} tiene un eigenvector no cero asociado, cuyos elementos son todos idénticos.

Generalmente el ángulo y la velocidad angular de los rotores de cada uno de los $(n-1)$ generadores se refieren al ángulo y velocidad δ_n y ω_n , respectivamente. Este enunciado es válido sólo para amortiguamiento uniforme (es decir, $D_i / 2H_i$ igual para todas las máquinas). En el caso de que el amortiguamiento no sea uniforme, la reducción en el número de variables de estado es sólo en uno.

Una desventaja importante de los métodos estudiados en las secciones anteriores es no tomar en consideración la localización explícita de la falla. Intuitivamente, se sabe que la localización tiene un efecto importante en las potencias acelerantes experimentadas por las diferentes máquinas durante la falla y, por tanto, sobre la coherencia de las máquinas. Así, existe la necesidad de contar con métodos directos de identificación de grupos coherentes para diferentes localizaciones de la falla. Para lograr esto, se necesita un modelo matemático que represente el sistema en diferente condición. Para este fin, se consideran tres intervalos de interés: *a)* la condición prefalla para $t < 0$; *b)* La condición de falla para $0 < t < t_{cl}$; *c)* La condición postfalla para $t_{cl} < t < \infty$.

El tiempo de liberación de falla es t_{cl} y el interés principal está en el periodo de postfalla. Sin embargo, se requieren los períodos anteriores para determinar los valores iniciales de las variables; estos valores reflejarán los efectos de la localización de la falla.

El sistema parte del equilibrio en el estado de prefalla, lo cual establece un conjunto de

voltajes y ángulos de máquina, salidas de potencia eléctrica y entradas de potencia mecánica. Este punto de operación puede utilizarse para escribir las ecuaciones de estado linealizadas

$$\dot{x} = A_1 x + B_1 u . \quad (4.58)$$

Estas ecuaciones difieren de las anteriores en que la n-ésima ecuación (n corresponde a la máquina con la inercia más grande) se resta de las primeras (n-1) ecuaciones en cada uno de los dos conjuntos de ecuaciones (ángulos y velocidades). Así, los ángulos de rotor y velocidades están referidos a los de la n-ésima máquina, resultando en 2(n-1) ecuaciones. Se hace notar que la matriz A_1 en (4.58) incorpora la matriz de admitancia de la red sin falla.

Cuando ocurre una perturbación en $t = 0$, el resultado es un cambio en la red eléctrica y consecuentemente en la matriz de admitancias. Esto resulta en una condición en $t = 0^+$ en la cual los voltajes y ángulos de las máquinas son los mismos que en la condición de predisturbio, pero las salidas de potencia eléctrica son diferentes como resultado del cambio en la red eléctrica. Por ende, cada máquina experimenta una potencia acelerante igual a la diferencia entre la potencia mecánica y la nueva potencia eléctrica de salida. Esta potencia acelerante se supondrá constante a través del período de falla y se indica conceptualmente en la Figura 4.3. Esto es, se supone que la potencia acelerante que se presenta en los generadores debido al cambio en la red, puede representarse como un cambio en potencia mecánica (el vector u en (4.53) es la desviación en potencia mecánica) sin requerir modificar la matriz de admitancia nodal.

En el período de postfalla puede usarse la red de prefalla, ya que sólo se considerarán fallas trifásicas liberada sin cambio en la red, si se supone un sistema estable, las condiciones de equilibrio son las mismas que en el período de predisturbio. Así, el sistema de postfalla puede describirse mediante la siguiente expresión (ya que la desviación en

potencia mecánica durante ese período es cero):

$$\dot{x} = A_1 x ; x_p = x(t_{cl}) \quad t \geq t_{cl} \quad (4.59)$$

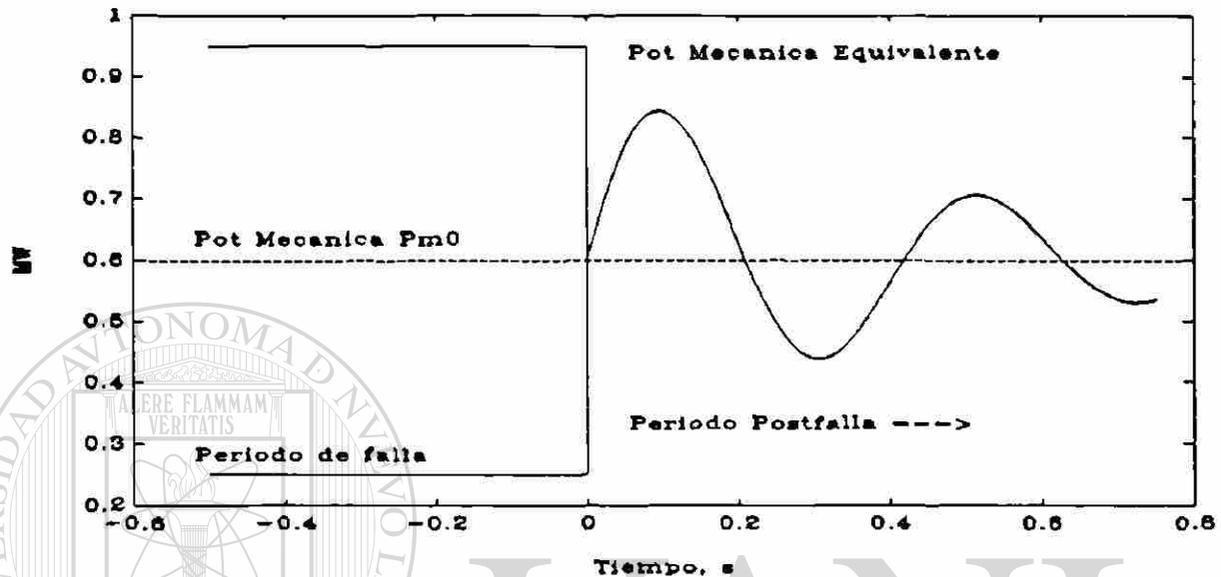


Fig. 4.3 Area de aceleración equivalente

x_p son las condiciones iniciales del período postfalla. Se utiliza la matriz A_1 de la condición de prefalla y así sólo se requiere una matriz característica A_1 . Con el modelo del sistema así establecido, el siguiente paso es definir un índice de coherencia, que facilitará la identificación de grupos coherentes en el sistema. Más adelante se propone un índice de coherencia basado en el valor rms de la excursión angular de $\Delta\delta_{in}$. Es posible encontrar la solución explícita para (4.58) y (4.59) como

$$x(t) = \int_0^t e^{A_1(t-\tau)} B_1 u(\tau) d\tau \quad (0 \leq t \leq t_{cl}) \quad (4.60)$$

y

$$x(t) = e^{A_1(t-t_{cl})} x(t_{cl}) \quad (t \geq t_{cl}) \quad (4.61)$$

donde la matriz $e^{A_1(t-t_{cl})}$ puede calcularse haciendo uso de la base que diagonaliza a la matriz A_1 [32,38].

4.5.1 Potencias acelerantes

La salida de potencia eléctrica en $t = 0^-$ (un instante antes de que ocurra el disturbio) está dada por

$$Pe_i(0^-) = |E_i|^2 G_{ii} + \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n |E_i| |E_j| |Y_{ij}| \cos[\theta_{ij} - \delta_{ij}(0^-)]$$

donde $|Y_{ij}| \angle \theta_{ij}$ es el (i, j)-ésimo elemento de la matriz de admitancia de prefalla. Ya que el ángulo del rotor no puede cambiar instantáneamente,

$$\delta_{ij}(0^+) = \delta_{ij}(0^-) = \delta_{ij}^0, \quad \forall i, j$$

Además, el voltaje interno $|E_i|$ y la potencia mecánica Pm_i ($i = 1, 2, \dots, n$) se suponen constantes sobre el período $0 \leq t \leq t_{cl}$. Esto conduce a una potencia acelerante Pac_i para $0 \leq t \leq t_{cl}$ dada por:

$$Pac_i = Pe_i(0^-) - Pe_i(0^+) \quad (i = 1, 2, \dots, n) \quad (4.62)$$

donde

$$Pe_i(0^+) = |E_i|^2 G_{ii}^f + \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n |E_i| |E_j| |Y_{ij}^f| \cos[\theta_{ij}^f - \delta_{ij}^0] \quad (4.63)$$

$$i = 1, 2, \dots, n$$

En la ecuación (4.63), $|Y_{ij}^f| \angle \theta_{ij}^f = G_{ij}^f + j B_{ij}^f$ es el (i, j)-ésimo elemento de la matriz

de admitancias durante el período de falla. Después de algunas simplificaciones algebraicas de (4.62) se obtiene:

$$Pac_i = \Delta G_{ii} |E_i|^2 + \sum_{\substack{j=1 \\ i \neq j}}^n |E_i| |E_j| [\Delta G_{ij} \text{Cos}(\delta_{ij}^0) + \Delta B_{ij} \text{Sen}(\delta_{ij}^0)] \quad (4.64)$$

donde

$$\begin{aligned} \Delta G_{ii} &= G_{ii}^0 - G_{ii}^f \\ \Delta G_{ij} &= G_{ij}^0 - G_{ij}^f \\ \Delta B_{ij} &= B_{ij}^0 - B_{ij}^f \end{aligned}$$

Los superíndices "o" y "f" denotan los estados de prefalla y de falla, respectivamente.

4.5.2 Respuesta modal

La solución explícita para el período de falla está dada por [32,38]

$$\mathbf{x}(t) = e^{A_1 t} \mathbf{x}(0) + \int_0^t e^{A_1(t-\tau)} B_1 \mathbf{u}(\tau) d\tau \quad (0 \leq t \leq t_{cl}) \quad (4.65a)$$

que se reduce a

$$\mathbf{x}(t) = \int_0^t e^{A_1(t-\tau)} B_1 \mathbf{u}(\tau) d\tau \quad (0 \leq t \leq t_{cl}) \quad (4.65b)$$

porque $\mathbf{x}(0) = 0$.

La solución cerrada para el período de postfalla es

$$\mathbf{x}(t) = e^{A_1(t-t_{cl})} \mathbf{x}(t_{cl}) \quad t \geq t_{cl} \quad (4.66)$$

y adoptando un nuevo tiempo de referencia para el intervalo $[t_{cl}, \infty)$ tal que $t' = t - t_{cl}$,

(4.66) se puede escribir como

$$\mathbf{x}(t') = e^{A_1 t'} \mathbf{x}_p \quad t' \geq 0 \quad (4.67)$$

donde $\mathbf{x}_p = \mathbf{x}(t_{cl})$ y $e^{A_1 t'} = I_{n-1}$ en $t' = 0$.

La representación modal de las ecuaciones (4.65) y (4.67) es [32]:

$$\mathbf{x}(t) = \sum_{i=1}^{2n-2} \left[\int_0^t \langle \mathbf{q}_i, \mathbf{B}u(\tau) \rangle e^{\lambda_i(t-\tau)} d\tau \right] \mathbf{p}_i \quad (0 \leq t \leq t_{cl}) \quad (4.68)$$

$$\mathbf{x}(t') = \sum_{i=1}^{2n-2} \langle \mathbf{q}_i, \mathbf{x}(0) \rangle e^{A_1 t'} \mathbf{p}_i \quad (t' \geq 0) \quad (4.69)$$

donde λ_i , \mathbf{p}_i y \mathbf{q}_i son los i -ésimos eigenvalores y los eigenvectores de A_1 respectivamente, es decir,

$$A_1 \mathbf{p}_i = \lambda_i \mathbf{p}_i$$

$$A_1^* \mathbf{q}_i = \lambda_i^* \mathbf{q}_i$$

$$i = 1, 2, \dots, n-1$$

y con el requisito adicional sobre \mathbf{p}_i y \mathbf{q}_j de que el producto interno

$$\langle \mathbf{p}_i, \mathbf{q}_j \rangle = \epsilon_{ij} \quad , \quad i, j = 1, 2, \dots, n-1 \quad (4.70)$$

donde $\epsilon_{ij} = 0$ si $i \neq j$ y $\epsilon_{ij} = 1$ si $i = j$.

En (4.68) los vectores \mathbf{q}_i y $\mathbf{B}u$ son invariantes en el tiempo, lo que permite escribir

$$\mathbf{x}(t) = \sum_{i=1}^{2n-2} \left[\int_0^t e^{\lambda_i(t-\tau)} d\tau \right] \langle \mathbf{q}_i, B \mathbf{u} \rangle \mathbf{p}_i \quad (0 \leq t \leq t_{cl}) \quad (4.71)$$

Suponiendo que los eigenvalores λ_i de A_1 se han ordenado de modo que $\lambda_i = \lambda_{n-1+i}^*$ ($i = 1, 2, \dots, n-1$) y analizando la respuesta debida a los eigenvalores λ_1 y λ_n , se puede inferir la solución completa para $\mathbf{x}(t)$ en (4.71), debido a los $2(n-1)$ eigenvalores. La contribución de estos dos eigenvalores a la respuesta modal total es:

$$\left[\int_0^t e^{\lambda_1(t-\tau)} d\tau \right] \langle \mathbf{q}_1, B \mathbf{u} \rangle \mathbf{p}_1 + \left[\int_0^t e^{\lambda_n(t-\tau)} d\tau \right] \langle \mathbf{q}_n, B \mathbf{u} \rangle \mathbf{p}_n$$

que puede reescribirse como

$$2 \operatorname{Re} \left[\left[\int_0^t e^{\lambda_1(t-\tau)} d\tau \right] \langle \mathbf{q}_1, B \mathbf{u} \rangle \mathbf{p}_1 \right] \quad (4.72)$$

porque $\lambda_1 = j \omega_1$ y $\lambda_n = -j \omega_1$. Una simplificación adicional en (4.72) conduce a

$$\left[\frac{1}{\omega_1} \right] \operatorname{Sen}(\omega_1 t) \left[\langle \mathbf{q}'_1, B \mathbf{u} \rangle \mathbf{p}'_1 + \langle \mathbf{q}''_1, B \mathbf{u} \rangle \mathbf{p}''_1 \right] +$$

$$\left[\frac{1}{\omega_1} \right] \{1 - \operatorname{Cos}(\omega_1 t)\} \left[\langle \mathbf{q}''_1, B \mathbf{u} \rangle \mathbf{p}'_1 - \langle \mathbf{q}'_1, B \mathbf{u} \rangle \mathbf{p}''_1 \right]$$

donde

$$\begin{aligned} \mathbf{p}_i &= \mathbf{p}'_i + j \mathbf{p}''_i \\ 2 \mathbf{q}_i &= \mathbf{q}'_i + j \mathbf{q}''_i \\ i &= 1, 2, \dots, 2(n-1) \end{aligned}$$

La aplicación del procedimiento anterior a los $(n-1)$ pares de eigenvalores permite escribir (4.71) en una forma más compacta como:

$$\begin{aligned} \mathbf{x}(t) = & \sum_{i=1}^{n-1} [\gamma_i'' p_i' - \gamma_i' p_i''] \left[\frac{1 - \cos(\omega_i t)}{\omega_i} \right] \\ & + \sum_{i=1}^{n-1} [\gamma_i' p_i' + \gamma_i'' p_i''] \left[\frac{\text{Sen}(\omega_i t)}{\omega_i} \right] \quad (0 \leq t \leq t_{cl}) \end{aligned} \quad (4.73)$$

donde

$$\gamma_i' \triangleq \langle q_i', Bu \rangle \quad \text{y} \quad \gamma_i'' \triangleq \langle q_i'', Bu \rangle$$

Escribiendo (4.73) en forma matricial se obtiene,

$$\mathbf{x}(t) = \Gamma \omega(t) \quad (0 \leq t \leq t_{cl}) \quad (4.74)$$

La matriz Γ se define como

$$\Gamma = [\Gamma_1' : \Gamma_1'' : \dots : \Gamma_i' : \Gamma_i'' : \dots : \Gamma_{n-1}' : \Gamma_{n-1}'']$$

donde los vectores columna Γ_i' y Γ_i'' están dados por:

$$\Gamma_i' = \left(\frac{1}{\omega_i} \right) [\gamma_i'' p_i' - \gamma_i' p_i'']$$

$$\Gamma_i'' = \left(\frac{1}{\omega_i} \right) [\gamma_i' p_i' + \gamma_i'' p_i'']$$

$$i = 1, 2, \dots, n-1.$$

Además, el vector $\omega(t)$ se define como

$$\omega(t) = [(1 - \cos \omega_1 t) \mid \text{Sen} \omega_1 t \mid \dots \mid (1 - \cos \omega_{n-1} t) \mid \text{Sen} \omega_{n-1} t]^t$$

El principal uso de (4.74) está en la determinación de las condiciones iniciales del estado

de postfalla, es decir $x(t_{cl})$.

Siguiendo un procedimiento similar, la solución de postfalla se expande en términos de los eigenvectores p_i y los vectores recíprocos q_i y las condiciones iniciales $x_p = x(t_{cl})$ para obtener:

$$x(t') = \sum_{i=1}^{n-1} \left[I_i' \cos \omega_i t' + I_i'' \sin \omega_i t' \right] p_i' + \quad (4.75)$$

$$+ \sum_{i=1}^{n-1} \left[I_i'' \cos \omega_i t' - I_i' \sin \omega_i t' \right] p_i'' \quad (t' \geq 0)$$

donde los escalares I_i' e I_i'' son

$$I_i' \triangleq \langle q_i', x_p \rangle$$

$$I_i'' \triangleq \langle q_i'', x_p \rangle$$

$$i = 1, 2, \dots, n-1$$

La ecuación (4.69) puede escribirse como:

$$x(t') = T \Omega(t'), \quad t' \geq 0 \quad (4.76) \quad \text{®}$$

donde

$$T = \left[T_1' : T_1'' : \dots : T_i' : T_i'' : \dots : T_{n-1}' : T_{n-1}'' \right]$$

con

$$T_i' = I_i' p_i' + I_i'' p_i''$$

$$T_i'' = I_i'' p_i' - I_i' p_i''$$

$$i = 1, 2, \dots, n-1 .$$

El vector $\Omega(t')$ está dado por:

$$\Omega(t') = [\text{Cos } \omega_1 t' \mid \text{Sen } \omega_1 t' \mid \dots \mid \text{Cos } \omega_{n-1} t' \mid \text{Sen } \omega_{n-1} t']^t$$

Así, en este método el problema de identificar los generadores coherentes consiste en resolver el conjunto de ecuaciones diferenciales linealizadas, que representan el comportamiento angular de las máquinas en los períodos de falla y postfalla. Aunque el período de interés para los propósitos de coherencia es el postfalla, se requiere resolver las ecuaciones durante el período de falla para calcular las condiciones iniciales del período postfalla, $x_p = x(t_{cl})$.

Para la solución de las ecuaciones diferenciales es necesario obtener la eigenestructura de la matriz característica A_1 de dimensión $n \times n$, ecuación (4.58). Una vez que se tiene la eigenestructura, y debido a que los eigenvalores se presentan en pares conjugados, la solución de las ecuaciones quedan expresadas en forma analítica como muestra (4.74) y (4.76) en función de eigenvectores y frecuencias de oscilación. Con la solución en el tiempo, sólo hace falta identificar los grados de coherencia entre las máquinas.

4.5.3 Medida de coherencia [38]

Para tiempos de liberación de falla típicos la diferencia en los ángulos de rotor entre $t=0^+$ y $t = t_{cl}$ es muy pequeña. Por ello se considera que es suficiente examinar sólo la respuesta de postfalla para determinar la coherencia entre generadores. Para determinar si dos generadores i e j son coherentes, es común examinar la diferencia angular entre las variables de estado $\Delta\delta_{in}(t)$ y $\Delta\delta_{jn}(t)$.

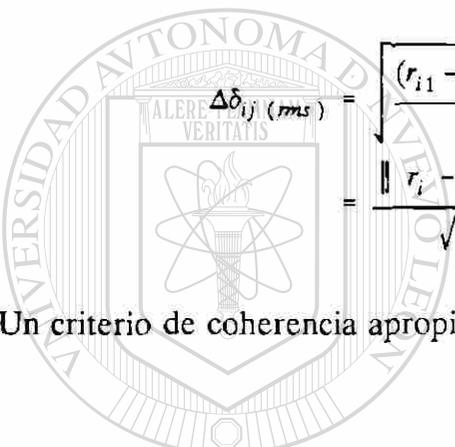
De la ecuación (4.76) se tiene $\Delta\delta_{in} = \langle r_i, \Omega(t') \rangle$ y $\Delta\delta_{jn} = \langle r_j, \Omega(t') \rangle$, resultando:

$$\Delta\delta_{in} = \langle r_i, \Omega(t') \rangle \quad (4.77a)$$

Un posible criterio de coherencia sería:

$$|\Delta\delta_{ij}| = |\Delta\delta_{in} - \Delta\delta_{nj}| \leq \epsilon, \quad t' \in [0, \infty) \quad (4.77b)$$

donde r_i y r_j son los renglones i e j de los primeros $(n-1)$ renglones de T . Pero debido a la naturaleza del problema, se sugiere el uso del valor rms de $\Delta\delta_{ij}$ como una medida de coherencia. El valor rms de $\Delta\delta_{ij}$ es



$$\begin{aligned} \Delta\delta_{ij} (rms) &= \sqrt{\frac{(r_{i1} - r_{j1})^2 + (r_{i2} - r_{j2})^2 + \dots + (r_{i(2n-2)} - r_{j(2n-2)})^2}{2}} \\ &= \frac{\|r_i - r_j\|_2}{\sqrt{2}} \end{aligned} \quad (4.77c)$$

Un criterio de coherencia apropiado es

$$\frac{\|r_i - r_j\|_2}{\sqrt{2}} \leq \epsilon$$

donde ϵ es una cota sobre el valor rms de la desviación angular $\Delta\delta_{ij}$. Se obtiene un índice de coherencia normalizado α_{ij} de (4.77c) al dividir por $\|r_k\|_2 / \sqrt{2}$, donde k es el renglón con la máxima norma. El índice de coherencia se define de la manera siguiente:

$$\alpha_{ij} = \frac{\|r_i - r_j\|_2 / \sqrt{2}}{\|r_k\|_2 / \sqrt{2}} = \frac{\|r_i - r_j\|_2}{\|r_k\|_2} \quad (4.78)$$

y el criterio de coherencia se establece como

$$\frac{\|r_i - r_j\|_2}{\|r_k\|_2} \leq \epsilon' \quad (4.79)$$

donde $\epsilon' = \epsilon \sqrt{2} / \| r_k \|_2$.

La ecuación (4.79) describe una medida de coherencia que es fácil de calcular y que permite la identificación de coherencia entre pares de generadores, sin tener que evaluar y comparar las curvas de oscilación en el período de interés. Adicionalmente, la reciprocidad en la identificación de coherencia asegura que $\alpha_{ij} = \alpha_{ji}$ de modo que sólo se requiere calcular $(n-1)(n-2)/2$ índices de coherencia.

4.5.4 Algoritmo de agrupación

El algoritmo de agrupación que se aquí se emplea se denomina *transitivo*, debido a que requiere que un generador asignado a un grupo coherente sea coherente con cada generador en el grupo. Por tanto, el uso de la regla transitiva evita agrupar generadores no coherentes entre sí.

El proceso se inicia con el ordenamiento tabular de los $(n-1)(n-2)/2$ índices de coherencia de menor a mayor. La determinación de los grupos coherentes comienza al permitir que cada uno de los $(n-1)$ generadores del sistema original represente un grupo coherente que contiene exactamente un generador. El generador referencia se considera un grupo coherente por sí mismo. Entonces se reduce el número de grupos coherentes a partir de la posición 1 (esto es, el primer elemento en la tabla) y se une cada par de generadores en un solo grupo, con tal que se satisfaga el umbral de coherencia. El algoritmo procede, a través de las posiciones subsiguientes en la tabla, uniendo grupos coherentes al usar la regla de reconocimiento de coherencia transitiva, y finalizando cuando el umbral ϵ' especificado ya no se cumple.

El algoritmo para el método expuesto, puede resumirse de la siguiente manera.

- a. Calcular el estado estable.
- b. Construir la matriz característica A_1 , ecuación (4.58), y calcular la eigenestructura.
- c. Calcular las potencias acelerantes en $t = 0+$, ecuación (4.64).
- d. Calcular las condiciones iniciales para el período postfalla, $x_p = x(t_{cl})$, ecuación (4.74).
- e. Calcular la matriz T, ecuación (4.76), para el período postfalla.
- f. Localizar en la matriz T el renglón con la máxima norma euclidiana.
- g. Calcular las medidas de coherencia, ecuación (4.79), empleando la tolerancia ϵ' .
- h. Ordenar las medidas de coherencia de menor a mayor, y formar los grupos coherentes de acuerdo al procedimiento de agrupación transitivo.

4.5.5 Método de coherencia empleando series de Taylor [42,58]

En este trabajo se ha aplicado otra técnica de coherencia semejante a la presentada en esta sección. Una de las diferencias principales es el empleo de una expansión en serie de Taylor de la matriz de transición de estados para calcular la respuesta en el tiempo de las variables del modelo linealizado. La técnica también considera la inclusión explícita de una falla trifásica.

También se considera una aceleración angular constante durante el período de falla (esto es, una variación lineal con el tiempo), permitiendo linealizar las ecuaciones de oscilación para el período de falla. Para la i -ésima máquina el ángulo y la velocidad del rotor en el tiempo de liberación de la falla $t = t_{cl}$, se puede expresar mediante:

$$\omega_i(t_{cl}) = \dot{\omega}_i(0^+)t_{cl}$$

$$\delta_i(t_{cl}) = \delta_i(0) + \frac{1}{2}\ddot{\omega}_i(0^+)t_{cl}^2$$

La solución en el tiempo para las desviaciones angulares de los rotores se expresa como sigue:

$$\Delta\delta_j(t) = \omega_{j0}t + \dot{\omega}_{j0}^+ \frac{t^2}{2!} + \langle A_j, \omega_{j0} \rangle \frac{t^3}{3!} + \langle A_j, \dot{\omega}_{j0}^+ \rangle \frac{t^4}{4!} + \dots$$

donde A_j es el j -ésimo renglón de la matriz característica A . Una vez que se tiene la solución en el tiempo para las desviaciones angulares $\Delta\delta_i(t)$, se emplea una medida de coherencia con el fin de ayudar en la identificación de los generadores coherentes:

$$WMSE[i,j] = \frac{1}{T} \int_0^T [\Delta\delta_i(t) - \Delta\delta_j(t)]^2 W(t) dt$$

donde, WMSE es el error medio cuadrático ponderado y $W(t)$ es una función positiva de ponderación.

Para evaluar las medidas de coherencia, no se emplean las expresiones $\Delta\delta_i(t)$ directamente, sino que se realiza una transformación de polinomios que facilita su cálculo.

El método no requiere la eigenestructura, aunque si es necesario efectuar gran cantidad de operaciones matriciales.

4.6 Comparación de las técnicas para identificar grupos coherentes

A continuación se presenta un resumen crítico de las metodologías consideradas con la finalidad de mostrar sus características importantes, hacer una interpretación física de las relaciones matemáticas esenciales, y señalar sus ventajas y desventajas.

Las metodologías tienen como un objetivo importante prever (visualizar) los desplazamientos angulares de los rotores, para determinar grupos coherentes sin necesidad de efectuar simulaciones en el tiempo. La forma en que cada metodología aborda este problema es diferente en cada caso.

Se ha observado que en transitorios multimáquina después de un disturbio algunas

máquinas tienen la tendencia a oscilar juntas. Esas máquinas coherentes se agrupan en áreas coherentes que luego se representan mediante máquinas equivalentes.

La mayoría de los criterios de coherencia identifican estados coherentes que son dependientes del disturbio, y simultáneamente tratan de cubrir dos aspectos:

- a) Seleccionar los modos que el disturbio o un conjunto de disturbios excitan.
- b) Encontrar los estados con el mismo contenido de los modos excitados.

El método de perturbaciones singulares se enfoca sólo al segundo aspecto. Esto es, como encontrar los estados coherentes para un conjunto dado de r modos.

El método separa el conjunto de generadores del sistema en r grupos coherentes. El método requiere que los estados sean coherentes con respecto a un conjunto de modos σ_a (definición 4.1) del sistema. Así la técnica asegura que al agregar cada grupo en un generador equivalente, el sistema equivalente contendrá los r modos σ_a del sistema original.

Cuando σ_a son los modos dominantes y σ_a^c (complemento de σ_a) son los modos de alta frecuencia y bien amortiguados. Así, si se desprecia, la respuesta debida a los modos de σ_a^c que no son dominantes, entonces $y_j(t)$ en (4.11) es cero, y los estados x_i y x_j son coherentes con respecto a σ_a . El concentrarse en los modos σ_a permite estudiar la coherencia independientemente de la localización del disturbio.

El método no considera perturbación alguna, el proceso de identificación se basa fundamentalmente en la estructura de la red, pares de sincronización entre generadores, la condición de operación y las inercias de las máquinas. De particular importancia son los conceptos teóricos sobre las condiciones de coherencia descritas en la sección 4.2, basadas en que la conjugación de la condición de operación, pares de sincronización, estructura de

la red y las inercias de las máquinas, son causa de que un grupo de generadores se comporten coherentemente, y que desde el punto de vista del área de interés o de estudio, ese grupo pueda reemplazarse por un sólo generador equivalente, independientemente del tipo o localización de un disturbio dentro del área de interés. En los sistemas de potencia en donde los estados rara vez son exactamente coherentes, se identifican los estados cercanamente coherentes usando un algoritmo de agrupación, a través de examinar los renglones de la matriz U (4.27). La selección de los estados referencia y el agrupamiento se plantea como un problema de minimización.

El método considera una matriz característica de orden de $n \times n$. El algoritmo modificado no requiere el cálculo de la eigenestructura para la formación de la matriz de agrupación L_g . Por lo tanto el método no es computacionalmente prohibitivo. Puede considerarse que este método usa una medida de coherencia en la norma mínima de la matriz L_d que conduce a la determinación de una matriz de agrupación L_g .

Generalmente las áreas que se forman con el método de perturbaciones singulares contienen máquinas geográficamente cercanas, aunque en algunos casos existen áreas con máquinas geográficamente lejanas. Esto se debe a que esas máquinas están fuertemente acopladas desde un punto de vista eléctrico. Ya que los renglones de la matriz U son semejantes para las máquinas de la misma área, esto es, las formas de comportamiento son semejantes, los movimientos de estas máquinas con respecto a los modos lentos son semejantes. Este fenómeno se denomina *coherencia lenta*. En un sistema de potencia existen conexiones fuertes y débiles. El comportamiento de coherencia lenta se debe a estas conexiones. Es decir, el sistema quedará dividido en r áreas con conexiones débiles entre sí, pero fuertes al interior del área. Una propiedad fundamental de la elección de los modos más lentos es que las áreas del sistema se particionan a lo largo de las fronteras más débiles. Por eso pueden existir áreas de una sola máquina, ya que su enlace a las demás áreas es débil [36].

En el método de perturbaciones singulares es posible considerar el efecto de un disturbio, al construir la matriz característica considerando la condición del estado justamente después de liberada la perturbación, es decir, tomando la condición inicial del período postfalla y no la condición inicial prefalla, para lo cual puede suponerse una aceleración constante durante el período de falla, y emplear expresiones como (4.74) para calcular el estado en el tiempo de liberación de la perturbación (t_{cl}).

El método es independiente de la localización de la falla en tanto que la perturbación aplicada al sistema sea pequeña. De otra forma, los grupos coherentes pueden cambiar para grandes perturbaciones en diferentes puntos.

Los eigenvalores dominantes o lentos se seleccionan mediante la observación de qué tan distantes se localizan los eigenvalores del origen, de modo que entre más lejos estén del origen, más confianza se tiene de que esos eigenvalores pertenecen al subconjunto rápido. Dado que tal selección es un asunto de juicio, debe establecerse un compromiso entre el equivalente dinámico y el número de áreas coherentes en que se particiona el sistema, antes de que se haga alguna separación de eigenvalores.

El método modal-coherente considera una perturbación en la potencia mecánica de los generadores con el fin de examinar el comportamiento de las desviaciones angulares en el tiempo; para esto no se requiere hacer simulación en el tiempo. La coherencia se obtiene de la evaluación de una medida de coherencia *rms* que evalúa la energía promedio asociada a la diferencia del comportamiento en el tiempo entre dos ángulos de rotor i, j . El método se plantea en un marco probabilístico, haciendo uso de la estadística de los diferentes disturbios que puede considerar. Para propósitos de identificación de grupos coherentes, el disturbio más apropiado es una perturbación con una matriz de covarianza diagonal, cuyos elementos son el cuadrado de las inercias de los generadores, y un vector de valores

esperados cero. Un disturbio de esa naturaleza equivale a introducir un escalón en la potencia mecánica de los generadores, con un valor proporcional a su inercia.

El valor esperado de la medida de coherencia rms, evaluada sobre un intervalo grande de tiempo, se relaciona algebraicamente con los parámetros del modelo del sistema de potencia y la estadística del disturbio. El disturbio ZMIID es causa de que la medida de coherencia dependa solamente de los parámetros del sistema. Los grupos coherentes obtenidos con el disturbio ZMIID dependen estrictamente de la robustez de las líneas. Una vez que se construye el modelo, el problema de obtener el equivalente modal-coherente, se reduce a encontrar un procedimiento para calcular la medida de coherencia rms e identificar los grupos coherentes.

Así conceptualmente la evaluación de la medida de coherencia considera la estadística del disturbio. Se hace uso del resultado que indica la matriz que define las medidas de coherencia \hat{S}_x se puede formar como la suma de $N-1$ matrices \hat{S}_x^k . Para el cálculo de \hat{S}_x^k se requiere evaluar las desviaciones de los ángulos de rotor considerando un tiempo de observación grande $\Delta\delta(\infty)$. Así, el algoritmo empleado calcula las medidas de coherencia en base a una secuencia de disturbios. Para cada disturbio en la secuencia, la medida de coherencia depende del estado estable alcanzado por los ángulos del generador. La metodología resulta ser computacionalmente más eficiente que las otras.

Los resultados indican que puede derivarse un equivalente coherente que se aproxime cercanamente a un equivalente modal, cuando se emplea la medida de coherencia rms y el disturbio ZMIID para identificar los grupos coherentes. Esto puede explicarse al reconocer que la medida de coherencia rms se evalúa en función de los coeficientes de sincronización (matriz T), las inercias de los generadores (matriz M) y la estadística del disturbio, que también involucra las inercias. Como la estructura modal del sistema se

determina a través de esos mismos factores, hace que los resultados obtenidos con ambas técnicas sean semejantes. La medida de coherencia rms es la clave para enlazar las técnicas de análisis modal y de coherencia.

La relación del método modal-coherente con el de perturbaciones singulares consiste en que la coherencia entre las máquinas se determina empleando únicamente factores que caracterizan al sistema: la estructura de la red, la inercia de los generadores, fuerzas de sincronización entre generadores y el estado estable. Una diferencia importante entre ambos métodos es que el método modal-coherente requiere evaluar una medida de coherencia para identificar grupos coherentes, mientras que el de perturbaciones singulares emplea la eigenestructura para agrupar los generadores. Se ha mostrado que el modelo de perturbaciones singulares, que descarta los modos de alta frecuencia como no-observables es congruente con el concepto de coherencia por sincronización. De hecho, en el límite cuando el parámetro μ tiende a cero en el modelo de perturbaciones singulares, el resultado es semejante a hacer $n-1$ enlaces infinitamente robustos [58].

Teóricamente, aplicando el método modal-coherente es posible dividir la red en zonas. Primeramente, empleando un disturbio en todos los generadores, se tendría una visión general de los grupos más estrechamente ligados. Si después se emplea un disturbio que involucre solamente los generadores de la zona de interés o de estudio, los resultados pueden utilizarse como base para delimitar la zona intermedia. Para determinar finalmente la zona intermedia, se sugiere emplear disturbios en los generadores que están en la frontera de la zona intermedia y externa. En este caso, se emplearían las evaluaciones que sean necesarias para delimitar correctamente las zonas.

Los métodos de coherencia analizados consideran una perturbación en la red con el fin de observar el comportamiento en el tiempo de las desviaciones angulares $\Delta\delta_j(t)$ y decidir

sobre la formación de grupos de generadores coherentes. La ventaja del uso de medidas de coherencia estriba en no requerir las curvas del comportamiento postfalla, sino a través de las medidas decidir acerca de la coherencia.

Los métodos de coherencia requieren fundamentalmente información sobre el período postfalla, debido a los tiempos pequeños de liberación de la falla provocan que el desplazamiento de los ángulos del rotor durante la falla sean pequeños. Así, generalmente se supone que durante el período de falla los rotores experimentan una aceleración constante. Esta consideración práctica, facilita el cálculo del estado en el instante de liberación de la falla, t_{cl} . El cálculo del estado involucra la matriz de transición de estado o exponencial e^{At} . Una diferencia importante entre los métodos de coherencia es la manera de manejar la matriz e^{At} . Mientras uno lo hace a través de la eigenestructura, otra emplea una expansión en series de Taylor. Al final lo que importa es el cálculo de las condiciones iniciales del período postfalla y las expresiones del estado en el tiempo durante ese mismo período.

Otra diferencia entre los métodos de coherencia es la manera de identificar los grupos coherentes. Para esto, se emplean medidas de coherencia haciendo uso de los cálculos efectuados durante el proceso de evaluación.

Computacionalmente los métodos de coherencia analizados involucran gran cantidad de operaciones, debido en un caso a la necesidad del cálculo de la eigenestructura de una matriz característica de orden $N \times N$, y en el otro a la expansión en series de Taylor. No obstante, estos métodos son importantes ya que, a diferencia de los métodos de perturbaciones singulares y modal-coherente, la falla en la red provoca la separación del conjunto de generadores más cercanos a ella. Esto es, la diferencia más importante en cuanto a resultados de las metodologías que incluyen falla en la red con las que no la

incluyen, es que las últimas no proporcionan información de los posibles cambios de coherencia de los generadores eléctricamente más cercanos a la falla. Ya que la matriz característica y estado del sistema corresponden a la condición de prefalla.

La consideración de falla complica los cálculos y algoritmo. Las perturbaciones pueden ser de diferente tipo y característica, sin embargo con fines de identificación de coherencia es usual emplear una falla trifásica liberada sin cambio en la configuración de la red, de tal forma que no cambia la estructura y valor de la matriz característica, facilitando el cálculo del estado de postfalla.

En resumen todos los métodos determinan la coherencia de generadores en base a la matriz característica, el estado estable, la estructura de la red, las inercias, unos consideran una falla en la red y otras no. El período de postfalla el de principal interés, siendo también importante el cálculo del estado en el tiempo de liberación de la falla, t_{cl} .

En conclusión se considera que cuando se desea tener una visión general de la formación de grupos coherentes en un sistema de potencia, es suficiente emplear el método modal-coherente o el de perturbaciones singulares. Cuando se desea tener equivalentes más reales ante fallas, es necesario emplear alguno de los métodos de coherencia.

Uno de los objetivos de este trabajo es formar equivalentes ante zonas de contingencia, por lo que se propone un uso ponderado de los cuatro métodos presentados, para obtener resultados aceptables.

4.7 Aplicación a una red de prueba

A continuación y a manera de ilustración se muestran los resultados obtenidos con los

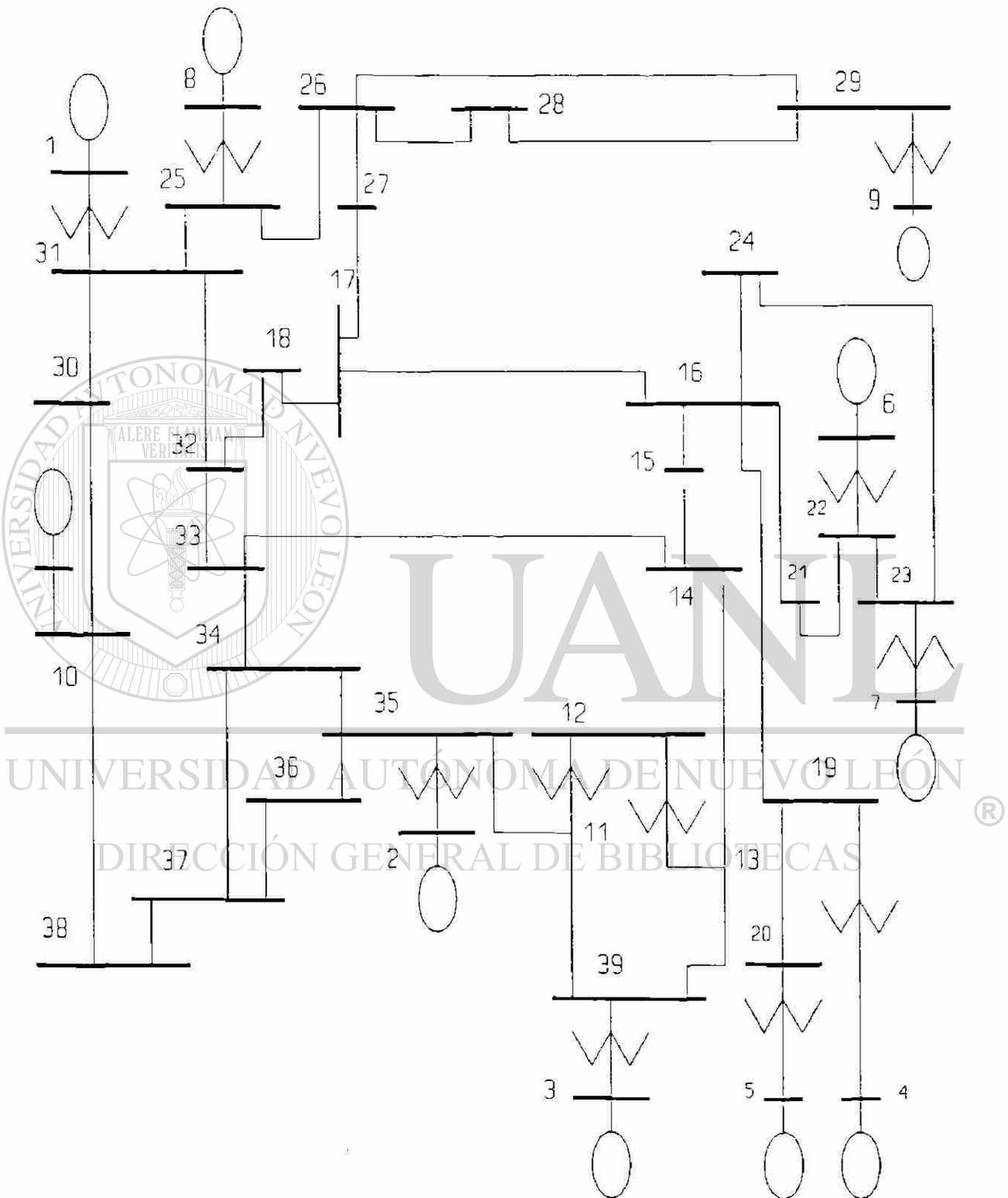


Fig. 4.4 Sistema de prueba Nueva Inglaterra con 39 nodos

métodos descritos, al aplicarlos al sistema de Nueva Inglaterra, consistente de 10 máquinas, 39 nodos y 46 líneas. El diagrama unifilar se muestra en la Figura 4.4 y sus parámetros se presentan en [42]. La intención es mostrar los resultados y conclusiones que pueden derivarse al aplicar las metodologías a esta red.

4.7.1 Resultados del método modal-coherente

Se aplicó un disturbio ZMIID en todos los generadores para identificar los grupos fuertemente interconectados, esto es, los principales grupos que exhiben coherencia fundamentalmente por sincronización. El generador No. 10 se seleccionó como referencia. En la Tabla 4.1 se muestra la agregación de los generadores para el disturbio ZMIID en los 10 generadores.

La Tabla presenta la formación de los grupos coherentes para los diferentes niveles de agregación. Por ejemplo, en el primer nivel, el grupo más fuertemente coherente, se localizan los generadores 6 y 7. Al cambiar el nivel de agregación (descenso en la tabla) se forman nuevos grupos y/o se agregan grupos para formar otro mayor, hasta que finalmente en el último nivel queda un solo grupo. Por supuesto, durante el proceso de agregación los resultados se van desviando respecto al caso base, de ahí la importancia de contar con índices que ayuden a decidir hasta qué nivel puede agregarse sin un deterioro sustancial de resultados.

Considerando que el sistema interno está formado por los generadores 1, 8, 9 y 10, la Tabla 4.2 muestra la agregación de generadores cuando el disturbio se aplica a esas máquinas. Esta es una variante del método y se usa para verificar la formación de grupos fuertemente coherentes vistos desde la zona de estudio.

Tabla 4.1 : Agregación de generadores para disturbio general

Generadores	Nivel de agregación
6-7	1
1-8; 6-7	2
1-8; 4-6-7	3
1-8; 2-3 4-6-7	4
1-2-3-8; 4-6-7	5
1-2-3-4-6-7-8	6
1-2-3-4-5-6-7-8	7
1-2-3-4-5-6-7-8-9	8

Tabla 4.2: Agregación de generadores para un disturbio en las máquinas 1, 8, 9 y 10.

Generadores	Nivel de agregación
6-7	1
4-6-7	2
2-3; 4-6-7	3
2-3; 4-5-6-7	4
2-3-8; 4-5-6-7	5
1-2-3-8; 4-5-6-7	6

Para los dos primeros niveles de agregación las medidas de coherencia son pequeñas

(0.0253 y 0.0861). Pudiera esperarse que los resultados del sistema reducido en estos dos niveles sean muy cercanos a los del caso base. La medida de coherencia usada para alcanzar el nivel 3 es 3.56 veces la del nivel 2, pero todavía es pequeña en magnitud (0.3069), de modo que el modelo en el nivel 3 debe ser bueno. La medida de coherencia para el nivel de agregación 4 es 4.15 veces la del nivel 3 y 14.8 veces la del nivel 2. Por tanto, se espera tener un deterioro significativo en la calidad del modelo del sistema reducido a partir del nivel de agregación 4.

4.7.2 Resultados del método de perturbaciones singulares

Para ilustrar la técnica en este caso se seleccionaron dos valores de r (número deseado de áreas coherentes).

a) $r = 3$. Para este valor de r , se obtiene la siguiente matriz de agrupación L_g :

Gen referencia	6	10	9
3	1		
2	1		
1	1		
4	1		
7	1		
8	1		
5	1		

La cual indica que las máquinas se agrupan de la siguiente manera:

Grupo 1 compuesto por las máquinas: 1-2-3-4-5-6-7-8

Grupo 2 compuesto por las máquinas: 9

Grupo 3 compuesto por las máquinas: 10.

Esta clasificación corresponde al séptimo nivel de agregación de la Tabla 4.1, y es de esperarse que con la formación de tres áreas no se reproduzcan con buena aproximación los resultados del caso base.

b) $r = 4$. En este otro caso la agrupación resultante de las máquinas es:

Grupo 1 compuesto por las máquinas: 4-5-6-7

Grupo 2 compuesto por las máquinas: 2-3

Grupo 3 compuesto por las máquinas: 1-8-9

Grupo 4 compuesto por la máquina 10

y presenta similitudes con respecto al tercer nivel de agregación de la Tabla 4.2, ya que los grupos 3 y 4 forman lo que en la sección anterior se declaró como área de estudio.

Cabe señalar que los resultados fueron idénticos al utilizar el algoritmo original (con cálculo de la eigenestructura) y el corregido [58]. También, se demuestra la semejanza de resultados entre estos dos métodos que no consideran explícitamente una falla en la red.

4.7.3 Resultados del método de coherencia considerando aceleración constante

Se ilustra el uso del criterio de coherencia definido en (4.79) para identificar los grupos de generadores coherentes cuando cambia la localización de la falla.

a) Falla trifásica en el nodo 29 con tiempo de liberación $t_{cl} = 0.1$ s (sin apertura de líneas). La referencia es el generador No. 10 y el umbral de coherencia $\epsilon = 0.087$ rad (5

grados eléctricos).

Para este valor de ϵ se formaron los siguientes grupos:

- Grupo 1 : máquinas 1-8
- Grupo 2 : máquinas 2-3
- Grupo 3 : máquinas 4-6-7
- Grupo 4 : máquina 5
- Grupo 5 : máquina 9
- Grupo 6 : máquina 10

Para esta falla, el generador número 9 resulta no coherente con los restantes; para el umbral de coherencia dado y debido a su cercanía a la falla. Nótese que los grupos 1, 2 y 3 son los que se especifican en el cuarto nivel de agregación de la Tabla 4.1.

b) Falla trifásica en el nodo 19 con tiempo de liberación de la falla $t_{cl} = 0.1$ s (sin apertura de líneas); $\epsilon = 0.087$ rad. Para esta falla y el valor de umbral de coherencia establecido, se tiene:

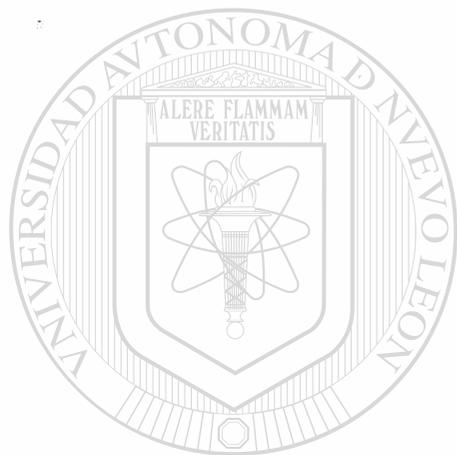
- Grupo 1 : máquinas 6-7
- Grupo 2 : máquinas 1-2-3-8
- Grupo 3 : máquina 4
- Grupo 4 : máquina 5
- Grupo 5 : máquina 9
- Grupo 6 : máquina 10

Esta forma en la agrupación es un resultado directo del cambio en la localización de la falla. Ya que el nodo 19 está cerca de los generadores 4 y 5, era de esperar que estos

generadores no serían coherentes para esta falla. No obstante el grupo más coherente, 6-7, no se desagrega hasta que se considere una falla eléctricamente cercana a esos generadores.

4.7.4 Resultados del método de coherencia utilizando series de Taylor

El disturbio estudiado es una falla trifásica en el nodo 29 durante 0.1 segundos. Eligiendo una tolerancia $\epsilon = 1^\circ = 0.0175$ rad, se obtienen los siguientes grupos coherentes,



Grupo 1 : máquina 1

Grupo 2 : máquinas 2-3

Grupo 3 : máquina 4-6-7

Grupo 4 : máquina 5

Grupo 5 : máquina 8

Grupo 6 : máquina 9

Grupo 7 : máquina 10

Nótese que al reducir la tolerancia ϵ se separan los generadores 1 y 8, que para una tolerancia $\epsilon = 5^\circ$ habían formado un grupo. Así, la elección de ϵ depende de la rigurosidad del estudio que desea realizarse.

Puede notarse que con el manejo de diferentes metodologías es posible tomar una decisión con cierta confianza, ya que los resultados permiten tener un juicio más preciso sobre la red.

Para esta red eléctrica puede decirse que existen dos grupos fuertemente coherentes: 6-7 y 2-3, y algunos otros (como el 1-8) que, dependiendo de la localización de la falla y requisitos de exactitud, podrían agregarse también.

Así, se considera que las cuatro metodologías son complementarias debido a que algunas no consideran la inclusión explícita de una falla, por lo que sus resultados son de carácter general. Otras consideran una falla en la red, y los grupos de generadores coherentes pueden cambiar con la localización de la falla y el valor de umbral de coherencia. En este trabajo se considera que es conveniente auxiliarse de todos los resultados obtenidos con las diferentes metodologías, para formar equivalentes de calidad.

4.8 Índice de agregación [18,23]

Se hace uso de la técnica de las realizaciones balanceadas para estimar el grado de agregación de grupos de generadores coherentes con el fin de formar equivalentes dinámicos que obtengan resultados confiables.

Considerando las ecuaciones en espacio de estado para un sistema multimáquinas con condiciones iniciales cero, siendo la entrada $u(t)$ un vector de impulsos, el grammiano de controlabilidad está dado por:

$$W_c^2 = \int_0^{\infty} e^{A\tau} B B^t e^{A^t \tau} d\tau = \int_0^{\infty} x(\tau) x^t(\tau) d\tau \quad (4.80)$$

DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

$$W_c^2 = \begin{bmatrix} W_1 & W_2 \\ W_2^t & W_4 \end{bmatrix}$$

Para un sistema de potencia con N generadores, el sistema referido tiene $2N-2$ estados. Suponiendo que el sistema contiene generadores perfectamente coherentes, al evaluar (4.80) se obtiene:

$$W_c^2 = \begin{bmatrix} W_{c1}^2 & \\ & W_{c2}^2 \end{bmatrix} \quad (4.81)$$

Para simplificar el análisis y describir gráficamente el comportamiento dinámico de los estados se considera un sistema de tres generadores. Las desviaciones angulares pueden considerarse como un vector de estado bidimensional:

$$x(t) = [x_1(t) \quad x_2(t)]^T$$

Si los generadores son estrictamente coherentes: $x_1(t) = x_2(t)$ y el vector de estado se mueve a lo largo de la línea de 45° ($\theta = 45^\circ$) en el espacio de estado, Figura 4.5. Es evidente que hay una redundancia, ya que el subespacio controlable es sólo unidimensional. Esta redundancia se remueve cuando el sistema coordinado se rota de $x_1 - x_2$ a $L_1 - L_2$, como muestra la Figura 4.5. Esto es exactamente lo que hace el sistema balanceado: rota el sistema de coordenadas original en 45° , entonces $x(t)$ estará a lo largo de la línea L_1 y no hay proyección sobre el eje L_2 .

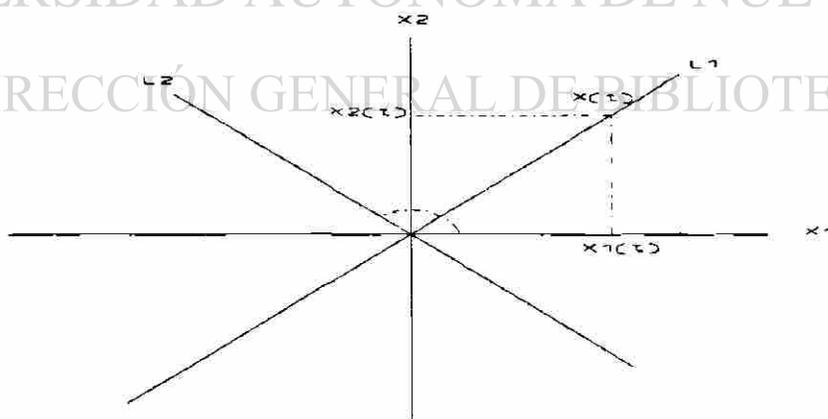


Fig. 4.5 Comportamiento de los estados que representan generadores coherentes

Ahora bien, si los generadores son cercanamente coherentes: $x_1(t) \approx x_2(t)$. Entonces se puede escribir:

$$x_1(t) = x_2(t) + \epsilon(t), \text{ para } \epsilon(t) \text{ pequeño.}$$

Definiendo

$$k \triangleq \int_0^{\infty} x_2^2(\tau) d\tau, \quad \varphi \triangleq \int_0^{\infty} \epsilon(\tau)x_2(\tau) d\tau, \quad c_{12}^2 \triangleq \int_0^{\infty} \epsilon^2(\tau) d\tau$$

se nota que

$$c_{12}^2 = \int_0^{\infty} [x_1(\tau) - x_2(\tau)]^2 d\tau = \int_0^{\infty} [\Delta\delta_1(\tau) - \Delta\delta_2(\tau)]^2 d\tau$$

es el cuadrado de la medida de coherencia rms entre los dos generadores. Considerando la descomposición en valores singulares de W_{c1}^2 :

$$W_{c1}^2 = U \Sigma U^T$$

donde $U = [U_1 \quad U_2]$ contiene los vectores ortonormales que expanden el espacio controlable, esto es, los vectores que definen los ejes del sistema coordinado girado, Figura 4.5. Entonces se cumple que [23]:

$$\sigma_1 \approx 2k + 2\varphi + \frac{c_{12}^2}{2}, \quad \sigma_2 \approx \frac{c_{12}^2}{2} \quad (4.82)$$

donde, σ_1 y σ_2 son los valores singulares de W_{c1}^2 . La ecuación (4.82) muestra que la medida de coherencia rms está relacionada directamente con los valores singulares del grammiano de controlabilidad. En el caso de coherencia perfecta $c_{12} = 0$, lo que implica que $\sigma_2 \approx 0$. Así, este valor singular cero implica que la medida de coherencia entre los dos generadores es cero y viceversa. El otro valor singular, σ_1 , está directamente relacionado con la medida de coherencia rms entre el grupo coherente (generadores 1 y 2) y el generador referencia (generador 3), ya que se ha demostrado que [23]:

$$c_{13}^2 \approx c_{23}^2 \approx \frac{\sigma_1}{2}$$

Este último resultado expresa que si el grupo coherente de generadores (generadores 1 y

2) lo es también con el generador de referencia, entonces $\sigma_1 \approx 0$.

Los resultados anteriores pueden extenderse al caso general, esto es, para un grupo de n generadores perfectamente coherentes:

$$\sigma_1 = n \int_0^{\infty} x^2(\tau) d\tau = nc^2, \quad \sigma_2 \approx \dots \approx \sigma_n \approx 0 \quad (4.83)$$

donde

$$x(t) = x_1(t) = \dots = x_n(t) = \Delta\delta_1(t) = \dots = \Delta\delta_n(t)$$

y c^2 es el cuadrado de la medida de coherencia rms entre el grupo coherente y el generador referencia.

Este resultado muestra que un grupo de n generadores coherentes resultará en $2n-2$ valores singulares cero. De estos, $n-1$ son el resultado de iguales desviaciones angulares, y $n-1$ son el resultado de iguales desviaciones de velocidad. Finalmente, si este grupo es también coherente con el generador referencia, los $2n$ valores singulares serán cero, ya que en este caso no habrá ángulo relativo o desviaciones de velocidad, lo que a su vez resulta en $W_c^2 = 0$. Estos $2n$ valores singulares cero simplemente significan que el sistema total, grupo coherente y generador referencia, pueden modelarse adecuadamente con una sola máquina.

De lo anterior se enuncia el siguiente teorema.

Teorema 4.2. Para cada par de generadores con medida de coherencia rms igual a cero, dos valores singulares del grammiano de controlabilidad son cero.

Argumentos similares pueden extenderse al grammiano de observabilidad W_o^2 , para

proponer el siguiente teorema:

Teorema 4.3. Para cada par de generadores perfectamente coherentes, dos valores singulares del grammiano de observabilidad son cero. Esta redundancia se elimina en el modelo de orden reducido cuando se agregan esos generadores.

Sin embargo, la coherencia es sólo una condición que puede causar redundancia en los grammianos, ya que desde un punto de vista matemático pueden existir otras condiciones que resulten en una reducción del rango de W_c^2 y W_o^2 , no necesariamente debido a la coherencia. Esto es, las condiciones estructurales del sistema de potencia podrían causar que los rangos calculados de W_c^2 y W_o^2 sean inferiores a lo que sugeriría el comportamiento coherente real. Pero desde una perspectiva ingenieril se sabe que las propiedades estructurales del sistema son la causa fundamental de coherencia, es decir, las condiciones de coherencia estricta por sincronización (CES) y coherencia geométrica estricta (CGE).

Esto sugiere en primer lugar que, para todo propósito práctico, el rango del grammiano de controlabilidad es igual al rango del grammiano de observabilidad,

$$\text{rango} (W_c^2) = \text{rango} (W_o^2)$$

y en segundo lugar, que los rangos de las expresiones anteriores se determinan solamente por las propiedades de coherencia.

Como los rangos de W_c^2 y W_o^2 son iguales y cada uno determina el comportamiento coherente, podría pensarse en utilizar la información del rango de cualquiera de los dos grammianos para determinar la posible reducción de orden. Esta sugerencia es válida para determinar generadores perfectamente coherentes lo que, como se dijo, se refleja en valores singulares cero. El problema surge al tratar de determinar generadores cercanamente

coherentes. En ese caso, las *contribuciones* de los estados del sistema a la controlabilidad u observabilidad pueden ser diferentes. Esta desigualdad de contribuciones, o falta de balance, no está presente en el sistema balanceado y de ahí la necesidad de emplearlo. Así, esta técnica sugiere que se empleen los elementos del gramiano de controlabilidad (observabilidad) de la realización balanceada, como un índice que determina el posible grado de agregación para formar equivalentes dinámicos. Los valores singulares pequeños indican generadores cercanamente coherentes, por lo que esta técnica, junto con las que identifican generadores coherentes, conduce a formar equivalentes de calidad, donde el grado de precisión de resultados es decisión del analista.

A manera de ilustración de los conceptos enunciados, se analizará el sistema de Nueva Inglaterra de 39 nodos y 10 máquinas, Figura (4.4). En la Tabla 4.3 se muestran los valores singulares del gramiano de controlabilidad y observabilidad para el sistema original, y la matriz H definida en (3.8) es:

$$H = \Sigma_o U_o^t U_c \Sigma_c$$

Los resultados muestran la ausencia de valores cero debido a que no hay generadores perfectamente coherentes. Se toma como referencia el generador número 10.

Con base en los teoremas anteriores, cada nivel de agregación debería eliminar un valor singular cero o cercano a cero del sistema balanceado. Este se ilustra en la Tabla 4.4, donde se presentan los valores singulares del sistema original y los correspondientes a los niveles de agregación 1, 2 y 3. Se hace notar que durante el proceso de agregación los valores singulares no eliminados tenderán a ser cada vez más semejantes, es decir, se irán acercando sus valores. De los resultados en las secciones precedentes se sabe que para el sistema Nueva Inglaterra los generadores más coherentes son: 6-7, 1-8 y 2-3, que son los niveles de agregación que se muestran en la Tabla 4.4. Los eigenvalores correspondientes a los tres niveles de agregación mencionados se muestran en la Tabla 4.5; cada uno de

ellos tiene una parte real de -0.05 , obtenida al suponer una relación $D_i / (2 H_i)$ idéntica para cada generador, y que es necesaria para tener un sistema estable. Nótese la preservación aproximada de los valores característicos durante el proceso de agregación.

Tabla 4.3 Valores singulares de las matrices H , W_c , W_o para el sistema de Nueva Inglaterra

$\sigma (H)$	$\sigma (W_c)$	$\sigma (W_o)$
324.073	263.130	554.590
253.458	230.542	499.925
198.294	223.542	417.441
183.525	206.829	320.508
157.198	197.146	306.773
114.228	176.506	250.303
63.962	160.968	217.159
55.686	153.800	116.385
37.450	135.675	75.813
29.414	14.819	7.064
19.135	5.798	6.379
15.282	4.372	5.872
8.754	3.952	5.504
5.319	3.044	4.983
4.903	2.652	4.855
4.307	2.590	4.680
4.109	2.115	4.461
3.651	1.774	3.775

Tabla 4.4 Valores singulares de H para niveles de agregación

0, 1, 2 y 3

Nivel 0	Nivel 1	Nivel 2	Nivel 3
324.073	277.363	206.498	237.651
253.458	237.366	150.859	162.551
198.294	209.639	115.899	145.149
183.525	175.124	108.718	71.365
157.198	126.747	57.155	51.828
114.228	116.713	31.799	42.516
63.962	78.991	29.723	12.418
55.686	35.056	20.841	9.495
37.450	17.371	14.658	7.526
29.414	14.405	13.673	5.944
19.135	7.831	8.369	3.845
15.282	6.334	5.896	2.437
8.754	4.991	4.888	
5.319	4.345	3.866	
4.903	4.093		
4.307	2.672		
4.109			
3.651			

Aunque los valores singulares son indicativos de una posible reducción del modelo, es conveniente emplear alguna representación gráfica que muestre la estimación del deterioro de resultados, respecto al caso base, para los diferentes niveles de agregación. Este tipo de ayuda le sirve al analista de la red para tener una mejor representación del problema y tomar una decisión confiable.

Tabla 4.5 Parte imaginaria de los eigenvalores del sistema de Nueva Inglaterra para los niveles de agregación 0, 1, 2 y 3.

9.749	9.6307	9.127	8.003	7.856	7.029	6.318	5.819	3.800
	9.630	9.135	8.008	7.856	7.047	6.318	5.819	3.766
		9.048	7.937	7.878	6.404	6.222	5.788	3.479
			8.080	7.862	7.535	6.378	5.860	3.733

La Figura 4.6 es una curva que muestra el grado de agregación que puede lograrse para el sistema en estudio. El índice utilizado se define mediante la ecuación:

$$p(i) = \frac{\left\{ \sum_{j=1}^{2i} \sigma_j^2 \right\}^{1/2}}{\left\{ \sum_{k=2i+1}^{2N-2} \sigma_k^2 \right\}^{1/2}} \quad (4.84)$$

Para un sistema de N generadores los $2N - 2$ valores singulares de H se ordenan de menor a mayor, y se evalúa (4.84) para $i = 1, 2, \dots, N-2$. En el nivel de agregación $N - 2$, el sistema queda reducido a un equivalente de dos generadores.

DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

Los resultados permiten comprobar que para este sistema no es recomendable efectuar una agregación más allá del tercer nivel, ya que en caso contrario se va deteriorando la calidad del equivalente.

La técnica de realizaciones balanceadas permite obtener índices de agregación que cuantifican la calidad de los equivalentes. Sin embargo, para sistemas de gran escala la carga computacional es costosa, ya que se requiere balancear la realización del modelo y obtener los valores singulares del grammiano del modelo balanceado. No obstante, es

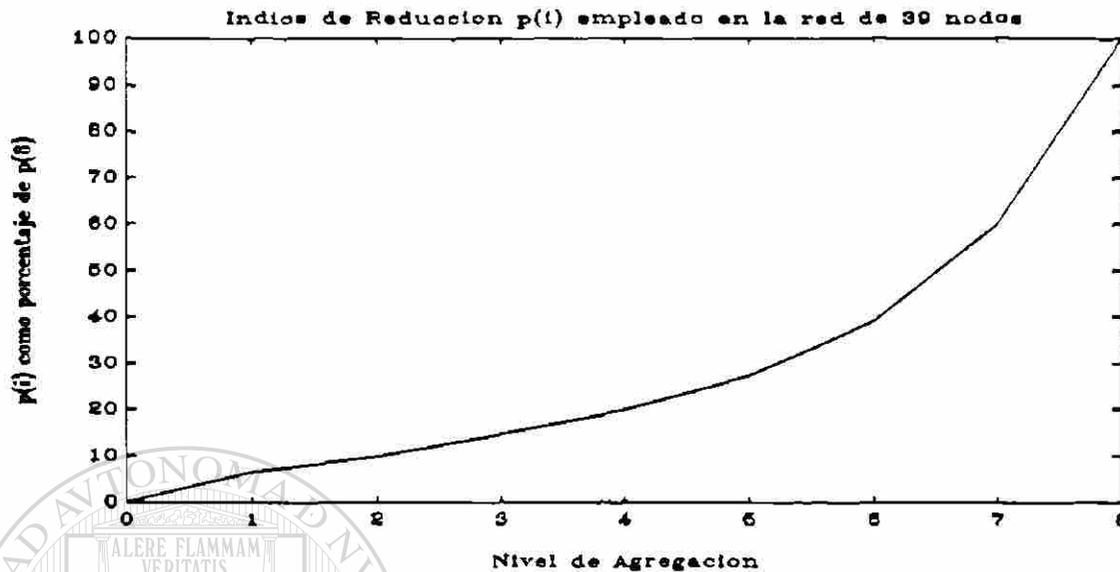


Fig. 4.6 Curva de estimación del grado de agregación para el sistema de Nueva Inglaterra

benéfico el uso de técnicas modernas y bien fundamentadas en los análisis para sistemas eléctricos de potencia.

4.9 Medidas de distancia

Hasta este momento se han presentado técnicas para identificar grupos de generadores coherentes, y se ha descrito una técnica que permite contar con un índice de agregación. Sin embargo, se considera que aún falta por dar un paso que conduzca a la obtención de equivalentes vistos desde cualesquiera nodos de la red, y válidos para una zona de contingencias, ya que en la problemática de equivalentes dinámicos es de gran importancia que la metodología sea válida para diferentes localizaciones de perturbaciones y diferentes condiciones de operación.

Existe gran cantidad de algoritmos para la identificación de grupos de generadores que oscilan juntos. Sin embargo, no existen técnicas claras que permitan dividir la red en áreas

de una manera sistemática y consistente. Al usar exclusivamente los resultados de las metodologías presentadas puede perderse una parte importante de la dinámica, relacionada con generadores estrechamente ligados a los de la zona de estudio. Por lo que en este trabajo se sugiere dividir la red en tres zonas:

- a) *La zona de estudio*, dada a priori y formada por los generadores cuyo comportamiento es de interés estudiar.
- b) *La zona intermedia*, formada por generadores fuertemente perturbados ante fallas en la zona de estudio, pero que no pertenecen a ella.
- c) *La zona externa*, formada por los generadores que resultan poco influidos por perturbaciones dentro de la zona interna o de estudio.

Para abordar este problema se han propuesto técnicas basadas en medidas de distancia electromecánicas, debido a que su cálculo es rápido y sencillo, lo que permite tomar en consideración diferentes nodos de falla o condiciones de operación [8,49,50].

El concepto de medida de distancia descansa en el hecho intuitivo de que, ante una perturbación en algún nodo de la red, existen máquinas que se ven seriamente afectadas y máquinas afectadas en menor medida. Es posible usar diferentes medidas para clasificar la severidad de la perturbación. Ante una falla en un nodo determinado, cada una de ellas produce una clasificación del grado en que cada generador se ve afectado.

Se considera que los generadores menos afectados son los eléctricamente más distantes de la perturbación y pueden formarse con ellos grupos coherentes que pueden agregarse. Vistos desde las cercanías del nodo fallado (zona de interés o de estudio), esos grupos pueden representarse por generadores equivalentes.

Así, la técnica de medidas de distancia normalmente maneja la red con dos zonas: i) la de

interés o de estudio; *ii*) la externa, compuesta por todos los generadores eléctricamente lejanos a la falla. En este trabajo se emplea una tercera zona intermedia entre esas dos.

Las medidas de distancia más comunes o elementales (DE) se definen como sigue:

[M1]: Módulo de la admitancia de transferencia después de la falla (D_{yf}). Por definición,

$$D_{yf}(i) \triangleq | Y_{if} | \quad (4.85)$$

donde f es el nodo donde ocurre la falla. $D_{yf}(i)$ está constituida por el módulo del elemento i - f de la matriz de admitancia reducida Y_f ; toma en consideración la unión topológica y eléctrica entre el i -ésimo generador y el nodo donde se produce la perturbación.

[M2]: Valor absoluto de la aceleración inicial (Da). Para el i -ésimo generador:

$$Da(i) \triangleq | \ddot{\delta}_i(0+) | = \left| \frac{Pm_i - Pe_i(0+)}{2H_i} \right| \quad (4.86)$$

donde $t = 0+$ es el instante de tiempo inmediatamente posterior a la falla. Da es una medida de la importancia que la perturbación tiene sobre la i -ésima máquina justo cuando se presenta. Entre mayor sea $Da(i)$ más se ve afectada la i -ésima máquina, y debe considerarse más próxima a la falla. Da toma en cuenta los siguientes aspectos: *a*) El punto de funcionamiento inicial, a través de Pm_i y de los voltajes internos E_i y E_j ; *b*) la topología durante la falla, a través de los términos de la matriz de admitancias correspondiente; *c*) la severidad de la perturbación $[Pm_i - Pe_i(0+)]$ en relación con la capacidad para absorber las variaciones bruscas $[2H_i]$.

[M3]: Coeficiente de inercia de las máquinas (Dm).

$$Dm(i) \triangleq 2H_i \quad (4.87)$$

Los coeficientes de inercia son parámetros importantes en la estabilidad transitoria; intervienen durante todo el tiempo de estudio e influyen fuertemente en las trayectorias del

ángulo del rotor. Cuanto más grande sea $Dm(i)$, es más importante la i -ésima máquina. Dm es un parámetro constante de las máquinas que no toma en cuenta el punto de funcionamiento, la configuración de la red, ni el tipo o localización de las perturbaciones. Esta medida es esencialmente un complemento y se combina con las otras medidas de distancia elementales.

Utilizando cada medida de distancia se realiza una clasificación de todas las máquinas de acuerdo con las expresiones (4.85)-(4.87). La combinación de las clasificaciones individuales se denomina *distancia electromecánica compuesta* (DEC).

La combinación de las DE puede realizarse de varias formas y se hace para extraer información ponderada y condensada. La combinación consiste en hacer un recorrido por los ordenamientos de las diferentes DE, comenzando con el nivel de las máquinas clasificadas más próximas a la falla, y seleccionar cada generador nuevo que va apareciendo en el recorrido hasta que todos queden clasificados. Así, la combinación es de tipo *unión* y puede denotarse de la manera siguiente:

$$DEC = \bigcup \{D_a, D_yf, D_m\} \quad (4.88)$$

4.9.1 Reglas de clasificación [49,50]

A continuación se presenta el cálculo de la distancia electromecánica combinada (DEC) a partir de las distancias elementales. La Tabla 4.6 considera las clasificaciones para un sistema de 6 máquinas. Lo primero que debe hacerse es ordenar todas las máquinas de acuerdo con las expresiones (4.85)-(4.87) en orden de cercanía a la falla, comenzando por la que más se ve influenciada.

Tabla 4.6 Cálculo de DEC

Nivel	Da	Dyf	Dm	V ₁	Máquinas seleccionadas	DEC	V(DEC)
1	m1	m1	m3	V ₁	m1, m3	m1	V ₁
2	m2	m6	m1	V ₂	m2, m6	m3	-
3	m3	m3	m2	V ₃	-	m2	V ₂
4	m4	m2	m6	V ₄	m4	m6	-
5	m5	m5	m5	V ₅	m5	m4	V ₄
6	m6	m4	m4	V ₆	-	m5	V ₅

Las columnas 2-4 de la Tabla 4.6 proporcionan las clasificaciones hipotéticas de las 6 máquinas en orden decreciente de su proximidad a la contingencia y de acuerdo con las medidas Da , Dyf , Dm , respectivamente. Por ejemplo, para Dyf y el nivel 3, la zona contiene las máquinas m1, m6 y m3.

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN

El procedimiento de unión comienza en el nivel más alto y selecciona cada vez la nueva máquina que aparece en el recorrido. La columna 6 muestra el resultado de este procedimiento de selección. Por ejemplo, en el nivel 2, las tres clasificaciones se componen de las máquinas (m1,m2), (m1,m6) y (m3,m1); su unión contiene las máquinas m1, m3, m2 y m6; de éstas, m2 y m6 aparecen por primera vez en la unión y se seleccionan (porque en el nivel 1 ya aparecieron m1, m3). El proceso se repite con todos los niveles más bajos hasta que se seleccionen todas las máquinas.

Se asignan diferentes prioridades a las distancias elementales: primero Da , luego Dyf y finalmente Dm . Cuando aparecen varias máquinas en el mismo nivel se usan esas

prioridades para clasificarlas. Por ejemplo, en el nivel 1, m_1 (que aparece en Da y D_{yf}) se clasifica antes que m_3 (que aparece en Dm). Usando estas prioridades se obtiene la columna 6 (DEC).

En cada nivel (por ejemplo el l -ésimo) se calcula el valor

$$V_l = v_l(Da) \ v_l(D_{yf}) \ v_l(Dm) \quad (4.89)$$

donde $v_l(D_j)$ es el valor normalizado de las distancias elementales D_j en el nivel l , calculado por (4.85)-(4.87) (columna 5 de la Tabla 4.6). En cada nivel l se asigna el valor V_l a la primera máquina seleccionada en ese nivel.

La clasificación anterior permite seleccionar las máquinas que se encuentren suficientemente lejanas del punto de contingencia y concluir que ellas conforman el área externa, es decir máquinas que se ven poco afectadas por la perturbación. Es posible auxiliarse de una gráfica *nivel - V(DEC)* para decidir cuántas y cuáles máquinas son las afectadas. La *calidad* de una DEC se refiere a su capacidad para identificar el número máximo de máquinas que pueden agregarse sin afectar grandemente la exactitud de resultados.

DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

4.9.2 DEC's en una zona de contingencias (DECZ)

Para determinar el área externa válida para una zona de contingencias primeramente se calcula la DEC para cada perturbación considerada y se introduce el concepto de correlación entre clasificaciones proporcionadas por las DEC. El coeficiente de correlación utilizado se expresa mediante:

$$CC = 1 - \frac{6}{n(n^2 - 1)} \sum_{k=1}^n [DEC^k(i) - DEC^k(j)]^2 \quad (4.90)$$

Aquí, $DEC^{k(i)}$ denota la posición de la k -ésima máquina de acuerdo con la clasificación de DEC correspondiente a la i -ésima contingencia. Por construcción, los valores de CC están en el intervalo $(-1, +1)$; $+1$ corresponde a la correlación ideal (más fuerte) entre dos DEC. La DEC zonal (DECZ) se determina de acuerdo con el procedimiento siguiente:

- (a) Suponer que el *centro* de la zona de contingencia (ZC) es un nodo de máquina. Considerar la $DEC(ctr)$ relativa a la contingencia aplicada en ese nodo *central* y determinar la clasificación correspondiente de las máquinas.
- (b) Considerar una máquina *candidato*, que probablemente pertenezca a ZC, seleccionada entre aquellas que clasifican como cercanas a la *central*. Clasificar las máquinas de acuerdo con $DEC(cand)$.
- (c) Calcular el coeficiente de correlación CC entre las dos clasificaciones anteriores; la máquina *candidata* se considerará que pertenece a ZC si su clasificación $DEC(cand)$ se correlaciona cercanamente con la de $DEC(ctr)$. En este trabajo se considera que esto es válido para $CC \geq 0.9$.
- (d) Considerar otras máquinas *candidato* y repetir los pasos (ii) y (iii) con cada una de ellas.

Una vez que se han determinado las máquinas que pertenecen a la ZC, se construye la DEC zonal (DECZ), de acuerdo con un procedimiento de unión idéntico al explicado en el inciso anterior. Para la red de Nueva Inglaterra, considerando una falla en el nodo 29, las clasificaciones que resultan se muestran en la Tabla 4.7, de donde puede concluirse que las primeras tres máquinas (1, 9 y 10) quedan clasificadas por aceleración, distancia eléctrica a la falla e inercia, respectivamente.

Debe enfatizarse la importancia que tiene el que esta metodología permita obtener las áreas externas ante diversas contingencias y no sólo para una de ellas. Además, los conceptos son igualmente aplicables a diferentes condiciones de operación, en lugar de aplicarse a zonas de contingencias. En este trabajo se han formado equivalentes para diferentes zonas de contingencias y una condición de operación. Se ha utilizado el algoritmo propuesto en la sección 4.9 y las medidas de distancia en la formación de equivalentes para las áreas de control de la CFE. Estas fueron utilizadas para probar que un área de control

completa, del sistema interconectado, se puede utilizar como zona de contingencias. Para algunas de áreas es preferible la división en dos subáreas y obtener así equivalentes para cada una.

*Tabla 4.7 DEC para la red de Nueva Inglaterra
al considerar falla en el nodo 29*

<i>Da</i>	<i>Dyf</i>	<i>Dm</i>	<i>DEC</i>
1	9	10	1
9	2	2	9
2	10	3	10
6	8	6	2
4	4	9	3
3	6	1	6
5	7	4	8
10	3	7	4
7	1	5	5
8	5	8	7

4.10 Algoritmo para la identificación del área intermedia

La metodología expuesta en el punto anterior permite clasificar las máquinas que forman parte del área externa, una vez especificada el área de estudio. Sin embargo, además del área externa es conveniente utilizar un área intermedia entre la de estudio y la externa, debido a que puede haber máquinas en el área externa que sean fuertemente coherentes

o que tengan una relación importante con máquinas del área de estudio. El no considerar una zona intermedia puede dar lugar a la separación de máquinas pertenecientes a un mismo grupo coherente. Este es por ejemplo, el caso de un grupo coherente en el que algunas de sus máquinas pertenecen al área de estudio y las otras no.

Por supuesto, incluir otra zona resulta en equivalentes con mayor número de máquinas; sin embargo, dado que este estudio es fuera de línea, es más conveniente la exactitud de resultados respecto al caso base que la rapidez de cálculo. Para una futura implementación de equivalentes en línea habrá que lograr un compromiso entre rapidez y precisión.

Una vez seleccionados los generadores de la zona de estudio, el objetivo es la identificación de las máquinas que pertenecen a las zonas intermedia y externa. Para esto, se ha hecho uso de las cuatro técnicas para obtener generadores coherentes y de las medidas de distancia. Estas se han empleado en la delimitación de las zonas de contingencia, con el fin de obtener equivalentes válidos para cualquier localización de la perturbación dentro de esas zonas.

Una vez delimitada la zona se debe verificar que no se separen generadores que, de acuerdo con las clasificaciones obtenidas para grupos coherentes, oscilen junto con los de la zona en estudio. Es decir, no se desea agregar máquinas que sean fuertemente coherentes con las de la zona en estudio.

Para los resultados de grupos coherentes hay que establecer ciertas prioridades: las técnicas de perturbaciones singulares y modal-coherente no consideran específicamente la perturbación y las técnicas mediante coherencia, sí. Por tanto, se les da prioridad a estas últimas.

Resultados del método de coherencia mediante series de Taylor:

	m1	m2	m3	m4	m5	m6	m7	m8	m9	m10
G1	1				1			1		
G2		1	1							
G3				1		1	1			
G4									1	1

Resultados de los métodos de perturbaciones singulares y modal-coherente:

	m1	m2	m3	m4	m5	m6	m7	m8	m9	m10
G1	1							1		1
G2		1	1							
G3				1	1	1	1			
G4									1	

Los arreglos matriciales se pueden interpretar de la manera siguiente. Para los resultados del método de coherencia considerando aceleración constante los grupos coherentes son:

grupo 1: 1-8

grupo 2: 2-3-5

grupo 2: 4-6-7

grupo 1: 9-10

El proceso del algoritmo continúa al hacer un barrido para cada máquina, asociándola con otras de acuerdo con los resultados de los métodos de coherencia. Por ejemplo, para la

máquina número 1: El método de coherencia por aceleración indica que es coherente con la 8; el método de coherencia mediante series de Taylor indica que es coherente con 5 y 8; los otros métodos indican coherencia con 8 y 10. Así, los cuatro métodos indican coherencia de la máquina 1 con la 8; dos métodos muestran coherencia con la 10, y uno indica coherencia con la 5. De manera semejante se analizan las demás máquinas. Por tanto, se puede escribir para todos los grupos:

m1: 8, 5, 8, 8, 10, 8, 10

m2: 3, 5, 3, 3, 3

m4: 6, 7, 6, 7, 5, 6, 7, 5, 6, 7

m9: 10, 10

Ya que dos resultados indican coherencia de la máquina 10 con la 1, aquella pasa a formar parte de la zona intermedia. La máquina 9 es coherente con la 10 y va también a formar parte de la zona intermedia. Los resultados indican que la máquina 5 es coherente con la 1 (una vez), con la 2 (una vez) y con la 4 (dos veces); por tanto, se agrupa con esta última, que a su vez es coherente con la 6 y 7. Las máquinas 2 y 3 forman un grupo fuertemente coherente. Así, la división de la red es la siguiente:

DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

Zona interna = {1, 8}

Zona intermedia = {9-10}

Zona externa = {2-3, 4-5-6-7}

La forma rigurosa del algoritmo no permite agregar grupos dentro de la zona intermedia y si existe ambigüedad de resultados para algún elemento (por ejemplo, la máquina 5 en el caso anterior, que es coherente con diferentes grupos), éste se considera dentro de la

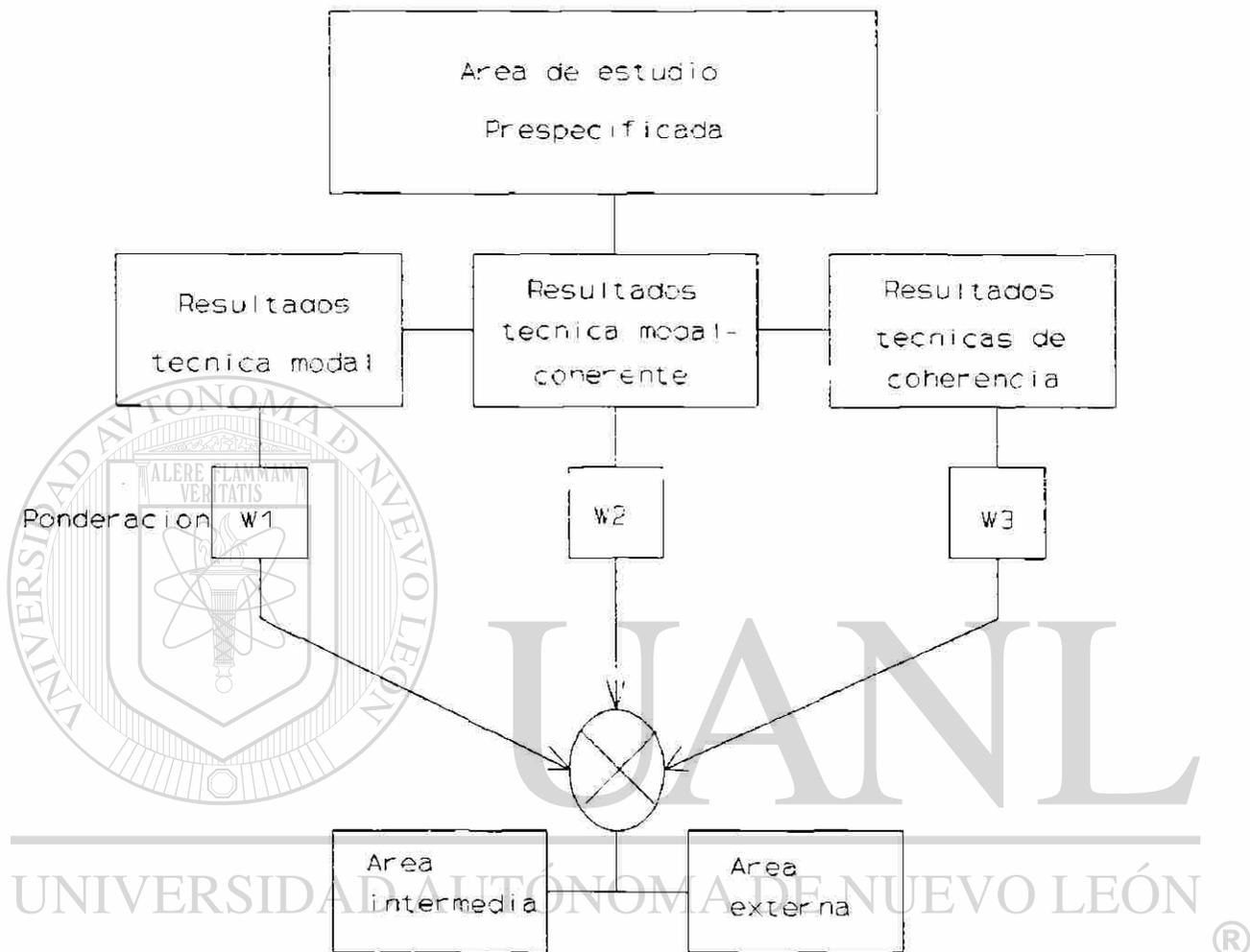


Fig. 4.7 Diagrama esquemático del algoritmo para dividir la red

zona intermedia. Al hacer flexible el algoritmo se permite agregar grupos dentro de la zona intermedia y, para que un elemento forme parte de esta zona, es necesario que tres o más resultados indiquen que es coherente con alguno de la zona de interés.

De esta forma las máquinas del sistema pertenecen a alguna de las siguientes zonas:

Zona Interna: Especificada de antemano.

Zona Intermedia: Máquinas cuya dinámica está muy relacionada con las fallas dentro de la zona interna.

Zona Externa: Grupos de máquinas que pueden agregarse por no tener relación estrecha con las fallas del área interna.

Nótese que el área externa se compone de grupos coherentes y de cada grupo se toma el generador equivalente. La Figura 4.7 es un diagrama ilustrativo del algoritmo presentado, donde las ponderaciones W_i sirven para indicar que se tiene más confianza en los resultados de las metodologías que incluyen una falla trifásica, que en los de aquellas que no lo hacen.

En general, para cada área de la red nacional, dividida en las 3 zonas mencionadas, se ha logrado reducir a 2/3 del total de máquinas en el caso más estricto. Podría lograrse una mayor reducción (1/2) a costa de una disminución en la calidad de los resultados. Esto dependerá del estudio que se desee realizar con los equivalentes.

4.11 Metodología propuesta

A continuación se propone un procedimiento a seguir en la formación de equivalentes dinámicos en sistemas reales. Este procedimiento utiliza las ventajas de las metodologías analizadas en el presente capítulo.

a) *Especificación del equivalente.* Es importante la especificación del equivalente deseado, siendo necesario definir el área eléctrica, los nodos y líneas a retener, así como la naturaleza de los estudios a realizar, lo que influirá en el grado de reducción de la red en el área de interés o de estudio. Se seleccionan el detalle en el modelado de generadores,

inclusión o no de sistemas de control, para cada zona de la red.

b) Reducción de la red. Para la condición de operación de interés, se eliminan todos los nodos de carga que no sean importantes ni sean de interés. El método de eliminación debe ser confiable y el proceso de reducción debe detenerse cuando sea alta la generación de enlaces ficticios. Esto es a juicio del analista.

c) Verificación de factibilidad del sistema de interés y delimitación de la red en zonas. La zona de estudio se define a priori y se compone de todos aquellos generadores que se desea conservar debido a un interés particular. En este trabajo se forman redes equivalentes válidas para cualquier contingencia que ocurra dentro de la zona de estudio. Para lograr esto se hace uso del factor de correlación de las DEC dado en (4.90). Se elige un nodo *central* y varios nodos *candidatos*. Usando las DEC para las fallas trifásicas ocurridas en esos nodos y verificando con los factores de correlación, se decide si es posible formar una zona de contingencias en la que queden incluidos todos los nodos generadores de la zona de interés. De no ser así, se propone dividir la zona de estudio en dos partes y formar un equivalente para cada una de ellas. Se considera que si se forma el equivalente para una zona de interés donde sus nodos de generación no estén fuertemente correlacionados, los resultados respecto al caso base serán de buena calidad o no, dependiendo del nodo en que ocurra la falla.

Una vez que se delimita adecuadamente la zona de estudio, el siguiente paso es obtener los generadores fuera de la zona de interés que son agregables. Se propone que con el objeto de conservar la calidad de los resultados, los generadores que están fuera de la zona de estudio formen dos zonas adicionales: *i)* la zona intermedia, compuesta por generadores relacionados estrechamente con los de la de estudio; *ii)* la zona externa, formada por todos los generadores que son agregables. Dependiendo de la rigurosidad de los estudios a realizar, el algoritmo presentado en la sección 4.9 permite manejar el número de

generadores en la zona intermedia. La zona externa queda formada por grupos coherentes. Puede obtenerse un solo generador equivalente para esta área, o un equivalente por cada grupo coherente geográficamente cercano. Con la utilización de la zona intermedia no es necesario usar un índice de agregación para evitar agregar en exceso, ya que los resultados son de carácter conservador.

d) Agregación de generadores pertenecientes a una misma central. Es recomendable que se agreguen la mayor cantidad posible de los generadores de las centrales dentro del área de estudio. Sin embargo, la decisión la tomará el analista dependiendo del estudio que desee realizar. La agregación de generadores en las centrales impide observar las probables oscilaciones entre generadores de una misma planta, o efectos de los sistemas de control automáticos de los generadores individuales.

La agregación se efectúa utilizando las expresiones (3.37)-(3.46) para la obtención de los parámetros de la máquina equivalente y el voltaje del nodo de generación respectivo. También, se emplean las expresiones (4.1)-(4.5) para calcular las potencias, reactancia e inercia del generador equivalente.

En el caso de generadores con sistema de control, en el Capítulo 3 se ha mostrado la aplicabilidad de la técnica de ajuste de curvas de respuesta a la frecuencia, para la obtención de los parámetros del excitador equivalente. Puede seguirse una técnica semejante para agregar otros tipos de excitadores, estabilizadores o reguladores de velocidad.

e) Agregación de generadores de áreas coherentes. En este estudio se observó que cuando se agregan en equivalentes las máquinas con mayores inercias, se deterioran los resultados de los sistemas reducidos. Por lo que se sugiere no agregar las 4 o 5 máquinas

más grandes en potencia generada y/o en inercia.

Para agregar los generadores de un grupo coherente se emplean las expresiones (5.1)-(5.5) y (5.8)-(5.10) con las que se calculan impedancias para transformadores equivalentes y admitancias en derivación en los nodos de alta, con el fin de preservar el estado estable de la red sin necesidad de usar transformadores defasadores. El voltaje del nodo generador equivalente se elige como el promedio de los voltajes generadores del grupo coherente.

f) *Reducción de orden de los modelos de elementos.* Esta reducción es opcional de acuerdo a los estudios a realizar así como la precisión requerida. La reducción eliminará el número de variables a analizar y posibilitará la aplicación de otras técnicas o métodos para realizar estudios específicos de interés, como pueden ser la influencia o ajuste de parámetros, etc.

g) *Verificación del equivalente.* Para comprobar la calidad del equivalente, se hace un análisis modal del sistema reducido y se verifica que se preserven cercanamente los modos en los que intervienen las máquinas del área en estudio. Además, es aconsejable hacer uso de simulaciones en el tiempo. Es de interés observar el comportamiento del ángulo del rotor de las máquinas y los flujos de potencia real en las líneas.

DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

h) *Perspectivas.* Es posible mejorar la calidad de los equivalentes si en el algoritmo de división de la red se emplea un solo método de identificación de grupos coherentes que permita la inclusión de una falla, y se usan resultados ante diversos nodos de falla dentro de la zona de estudio. Así, puede formarse un equivalente válido ante cualquier contingencia dentro de la zona de interés sin necesidad de que los nodos dentro de ella estén fuertemente correlacionados.

Alternativamente, pueden considerarse equivalentes para diversas condiciones de operación

y ante una falla determinada, en lugar de equivalentes para una zona de contingencias y una condición de operación. La posibilidad de combinar estas dos variantes es un tema de investigación importante.

4.12 Resumen del capítulo

En este capítulo se han presentado las bases teóricas de métodos para identificar grupos coherentes con una base matemática formal, mismos que han sido aplicados a una red eléctrica real. Se han empleado técnicas que aproximan numéricamente un sistema de alto orden a uno de orden menor.

El método de las realizaciones balanceadas ha mostrado ser útil para el cálculo de índices que ayuden a tomar decisiones sobre el grado de agregación de generadores para evitar un deterioro sustancial de los resultados. Sin embargo, en redes de gran tamaño el balanceo de la realización es computacionalmente costoso. Por ello, se considera importante seguir investigando sobre este tipo de índices mediante técnicas menos exigentes en cuanto a recursos computacionales. Para sistemas de potencia con gran cantidad de generadores se propone el siguiente proceso: *i)* Reducir el tamaño del sistema mediante técnicas de equivalentes dinámicos a aproximadamente 30 generadores. *ii)* Aplicar el algoritmo de realizaciones balanceadas al sistema reducido obtenido en *(i)* y calcular los valores singulares del sistema transformado. *iii)* Continuar la reducción usando para este fin los valores singulares del sistema balanceado. El objetivo es que en la primera reducción, paso *i*, se agreguen los generadores cercanamente coherentes (por ejemplo los que conforman una central eléctrica) y que la segunda sirva para evitar sobreagregar, esto es, evitar la consecuente pérdida de calidad en los resultados. Atrás de la técnica de realizaciones balanceadas está la suposición de un modelo asintóticamente estable. Además, los cálculos para el balance de las ecuaciones son bastante costosos computacionalmente. La técnica

es atractiva, pero es conveniente investigar otros índices que sean confiables e indiquen el grado de deterioro de los resultados en el proceso de agregación de los grupos de generadores coherentes. Este es todo un tema de investigación importante.

La agregación de generadores en centrales eléctricas mediante la técnica propuesta reduce significativamente el número de ecuaciones y el tiempo de cálculo para estudios de estabilidad transitoria. La suposición de coherencia entre las máquinas de una misma central ha quedado formalizada con las condiciones de Coherencia Geométrica Estricta. El equivalente obtenido preserva cercanamente el comportamiento del desplazamiento angular promedio y de los flujos de potencia en las líneas, como se observa de la comparación de los resultados calculados con la máquina equivalente y con el caso base. Con la utilización del transformador equivalente con relación de transformación unitaria se reproducen los resultados del estado estable, y el principal beneficio es no tener que manejar una matriz de admitancias nodal asimétrica, lo cual es ventajoso para las técnicas eficientes de manejo de matrices. La metodología utilizada en la obtención de los parámetros equivalentes de la máquina y sistemas de excitación, presenta resultados satisfactorios y es válida en la agregación de otros sistemas de control (sistemas de gobernación, estabilizadores, otros tipos de sistemas de excitación).

Para las reactancias transitorias de eje directo equivalentes se ha encontrado que sus valores tienden a ser cercanos a los valores de las reactancias paralelo correspondientes. Los parámetros equivalentes de los sistemas de excitación Tipo 1 tienden a situarse entre los valores de los excitadores individuales, y como una primera aproximación podría emplearse un promedio aritmético.

En el capítulo se analizan y clarifican conceptos de diferentes enfoques representativos del problema de identificación de grupos de generadores coherentes, para estudios de estabilidad transitoria. El hecho de disponer de varias opciones para abordar el problema

conduce a la obtención de equivalentes confiables. Las metodologías empleadas se han seleccionado debido a sus argumentos formales y a su aplicabilidad a una red real.

El método modal-coherente es el más accesible y su algoritmo el de menor carga computacional. El disturbio importante es el escalón ZMIID en la potencia mecánica de cada una de las máquinas, proporcional al cuadrado de sus constantes de inercia. Este disturbio, junto con el cálculo de las medidas de coherencia rms entre cada par de generadores, es suficiente para determinar grupos de generadores coherentes sin necesidad de simulación en el tiempo ni el cálculo de la eigenestructura. Los equivalentes modal y coherente derivados de la medida de coherencia rms son semejantes. El método modal-coherente identifica los grupos estrechamente interconectados, y de esos grupos se eliminan las oscilaciones de alta frecuencia. El método modal-coherente presenta otras características, de las cuales la más sobresaliente es la suposición de que las ecuaciones de oscilación linealizadas representan un sistema asintóticamente estable. Esta suposición se introduce para facilitar la tarea en el cálculo de la medida de coherencia. La desventaja de estos métodos es que no se formaliza la manera de elegir un nivel de agregación en el momento de formar los grupos para evitar agregar demasiados generadores.

El equivalente modal tiene el atractivo computacional de manejar un modelo cuya matriz característica A no es de orden $2n \times 2n$, sino $n \times n$; esto debido a que despreja el amortiguamiento de los modos mecánicos y supone una matriz Y_{nodal} simétrica. Se hace notar que los r modos de baja frecuencia se consideran los r modos más lentos de A ; esta elección de r a priori es una de las críticas importantes al método. Una vez que se eligen los r modos más lentos, el interés es encontrar una matriz de agrupación L_g que indique cómo quedan conformadas las áreas coherentes. Esto se logra aplicando un algoritmo para determinar la matriz dicotómica L_d sin necesidad del cálculo de la eigenestructura. Esto le da a la técnica un gran atractivo, ya que maneja una matriz característica A de $n \times n$. No

obstante, el método tiene las siguientes desventajas: *a)* la elección de r a priori; *b)* no es posible obtener una separación en áreas para un disturbio particular.

A semejanza de la metodología modal, los métodos basados en coherencia hacen uso de propiedades para obtener la eigenestructura completa (derecha e izquierda) de la matriz A ($2n \times 2n$) a partir de \bar{A} ($n \times n$). A diferencia de otros métodos, los de coherencia consideran que la localización explícita de la falla es fundamental en las potencias acelerantes experimentadas por las máquinas durante la falla y, por ende, sobre la coherencia de las máquinas. Las consideraciones más importantes del algoritmo de coherencia hacen que sólo sea necesario manejar una matriz característica A , durante todo el estudio, disminuyendo la carga computacional, pero la desventaja es la necesidad del cálculo de los eigenvalores de A_1 de orden $(n-1) \times (n-1)$.

Para evitar realizar simulación en el tiempo, se hace uso de la solución modal de las ecuaciones diferenciales a fin de identificar los generadores coherentes. Se hace uso de una medida de coherencia rms, que resulta fácil de calcular una vez determinada la eigenestructura. Con los índices de coherencia y mediante la regla transitiva de reconocimiento de coherencia se eligen los grupos coherentes. El método es ingenioso y relativamente simple pero a pesar de utilizar la matriz A_1 , para sistemas de gran escala el costo computacional del cálculo de la eigenestructura es gravoso. Un valor típico del umbral de coherencia ϵ es alrededor de 0.087 rad (5 grados eléctricos).

De las metodologías utilizadas, ninguna de ellas por si sola es suficiente para obtener equivalentes dinámicos que sean aplicables a todo sistema eléctrico con cualquier condición de operación y para cualquier perturbación. Primero, todos los métodos se formulan linealmente, lo que ya de por sí es una limitante porque el problema original de estabilidad transitoria es no-lineal. Segundo, la mayoría de las técnicas están basadas en consideraciones que permiten obtener un algoritmo computacionalmente aplicable y

competitivo.

Se han aplicado medidas de distancia con el objeto de clasificar el grado de severidad que una falla tiene sobre las máquinas. Debido a su facilidad de implementación y rapidez de cálculo estas medidas se han empleado para localizar zonas de estudio, es decir, zonas en las que los efectos eléctricos sobre sus nodos están fuertemente correlacionados, por lo que el equivalente formado para ellas tiene muchas posibilidades de ser único para toda esa zona.

En este capítulo se ha propuesto un algoritmo para dividir la red en las zonas interna, intermedia y externa, con el objeto de construir equivalentes de calidad. La problemática para modelos reducidos en sistemas multimáquinas no es un asunto totalmente resuelto, ya que en él influyen diversos factores (distancias eléctricas, inercias mecánicas, estados de operación, etc.). El algoritmo toma en consideración varios de estos factores a través de los resultados de los métodos de identificación de coherencia, por lo que se obtienen equivalentes dinámicos confiables.

Finalmente se ha propuesto una metodología para formar equivalentes dinámicos, válidos para una zona de contingencia, basada en medidas de distancia y en el algoritmo para dividir la red en zonas, siendo esta metodología aplicable a una red real.

CAPITULO 5

APLICACION DE LA METODOLOGIA AL SISTEMA INTERCONECTADO NACIONAL

Introducción

En este capítulo se obtienen equivalentes dinámicos utilizando como red de estudio el Sistema Interconectado Nacional, procediendo de acuerdo a la metodología propuesta en el capítulo IV. Se aplica el algoritmo propuesto para la división de la red en zonas, con el auxilio de las medidas de distancia electromecánicas, y se forman equivalentes para una zona de contingencias.

Se presentan dos aspectos de interés en equivalentes dinámicos: *a)* la obtención de equivalentes para las Areas de control del sistema eléctrico nacional; *b)* el cálculo de los modos de oscilación. Con simulaciones y sus resultados se puede comparar el comportamiento en el tiempo de flujos de potencia real en líneas de transmisión y ángulos de rotor, ante perturbaciones ocurridas dentro del área en estudio utilizando la red completa y el modelo equivalente. Así mismo se muestran ejemplos de la obtención de equivalentes para un modo de oscilación particular. Esto es importante cuando se desea reproducir algún modo de interés.

5.1 Equivalente estático

La red utilizada en este trabajo comprende al sistema interconectado nacional en su estado de demanda máxima para el año de 1991. El sistema se opera a través de seis

Áreas de Control, que se denominan: Noreste, Norte, Noroeste, Central, Occidental y Oriental. Estas áreas abarcan prácticamente toda la extensión geográfica del país, excepto las penínsulas de Yucatán y Baja California.

El sistema tiene una estructura eléctrica longitudinal, ya que los centros de generación y consumo están separados por líneas de transmisión muy largas.

Se utilizó una red, cuyo equivalente estático, se obtuvo utilizando el programa REDUC del CENACE [44], lo que permitió manejar toda la información en programas para PC. En ese programa el proceso de reducción se efectúa por áreas, conservando nodos de generación y nodos frontera (nodos con enlace de conexión a otras áreas). Con objeto de disminuir el tiempo de cómputo la red debiera reducirse, hasta donde sea posible, de acuerdo con el criterio del analista.

El sistema reducido se compone de los elementos siguientes:

150 generadores

470 líneas

89 elementos en derivación

4 compensadores estáticos

La demanda para el caso analizado es de 14,800 MW. Existen áreas deficitarias en generación que requieren importar energía de otras áreas a través de un número reducido de líneas de enlace.

5.2 Reducción de centrales eléctricas

Una vez que se tiene un equivalente estático y siguiendo con el proceso de reducción,

se agregan las máquinas de una misma central eléctrica. Así, las diversas plantas que conforman el sistema eléctrico original se representan por una sola máquina con parámetros equivalentes. Los parámetros para el caso del modelo clásico se calculan de acuerdo con las expresiones siguientes [57]:

$$H_{eq} = \sum_i^m H_i \quad (5.1)$$

$$\frac{1}{X'_{d_{eq}}} = \sum_i^m \frac{1}{X'_{d_i}} \quad (5.2)$$

$$S_T = \sum_i^m S_i \quad (5.3)$$

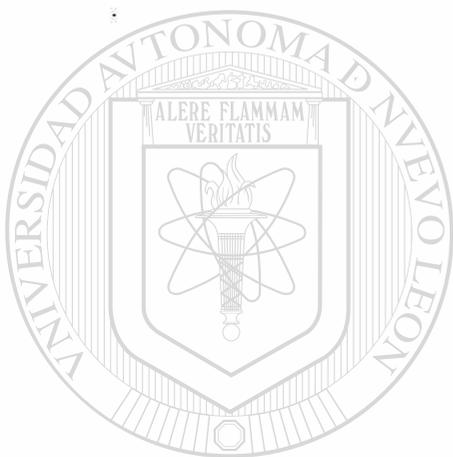
$$Q_{maxeq} = \sum_i^m Q_{max_i} \quad (5.4)$$

$$Q_{mineq} = \sum_i^m Q_{min_i} \quad (5.5)$$

$$X_{tr_{eq}} = \frac{\sum_i^m X I_i^2}{|I_{total}|^2} \quad (5.6)$$

$$V_{th} = V_t + j X_{tr_{eq}} I_{total} \quad (5.7)$$

donde H_i es la inercia de cada máquina (seg); H_{eq} es la inercia de la máquina equivalente (seg); X'_{d_i} es la reactancia transitoria de cada máquina (en pu); X'_{deq} es la reactancia transitoria equivalente (en pu); S_i es la potencia compleja entregada por cada máquina (en pu); S_T es la potencia compleja entregada por la máquina equivalente (en pu); Q_{max_i}, Q_{min_i} son los límites (superior, inferior) de potencia reactiva para cada máquina de la central (en pu); Q_{maxeq}, Q_{mineq} son los límites (superior, inferior) de potencia reactiva para la máquina equivalente (pu); $X_{tr_{eq}}$ es la reactancia del transformador de unidad equivalente (pu); I_{total} es la suma de la corrientes entregadas



UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN

DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

por las máquinas individuales (pu); V_t es el voltaje en el nodo de alta (pu); V_{th} es el voltaje en el nodo de generación equivalente (pu).

La configuración final para cada central se representa como se indica en la Figura 5.1. Nótese que el transformador de unidad equivalente tiene 1.0 como valor de relación de transformación.

Los voltajes de los nodos de generación y de carga, así como la potencia entregada por el nodo compensador se preservan, respecto al caso base, cuando se efectúa la reducción de máquinas de la misma planta, lo cual indica que se ha reproducido el estado estable y se puede continuar con el proceso de reducción.

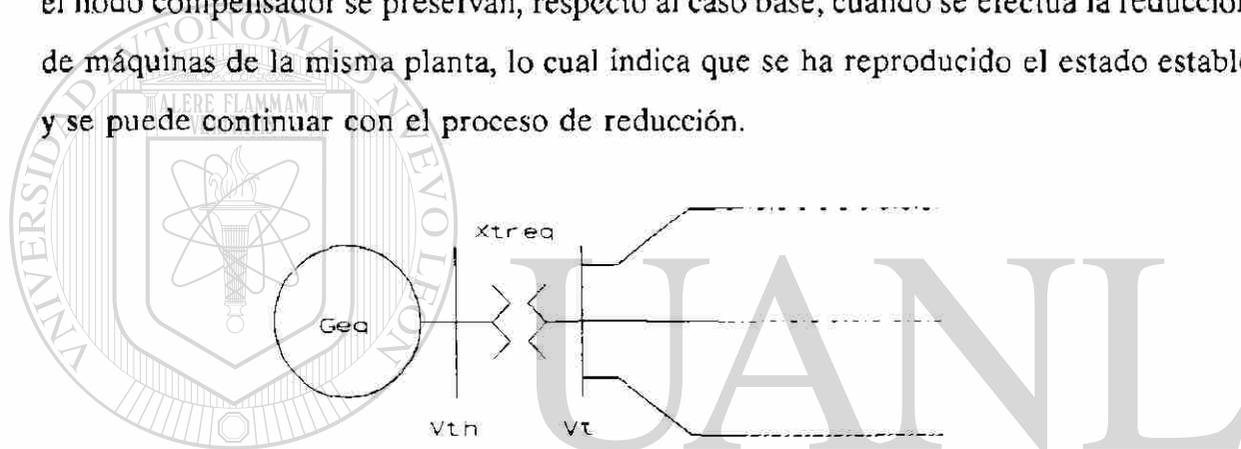


Fig. 5.1 Diagrama unifilar para la central equivalente

Procediendo a agrupar en una máquina los generadores de cada central eléctrica se obtienen los resultados indicados en la Tabla 5.1, donde se muestran los valores de reactancia transitoria (pu), inercia (seg.) y potencia real generada (Mw) para las 69 centrales equivalentes que conformarán el sistema en estudio, para esta condición de operación. La Figura 5.2 muestra un diagrama de las áreas del sistema.

Las centrales equivalentes importantes en inercia y generación son: MNZ-UD1, MMT-U1, TUL-U2, TUL-U3, REC-U1, REC-U3, PLD-U1, MZD-U1. Las centrales más pequeñas son: BOQ-1A4, FAM-U1, FRC-123, FRC-U4.

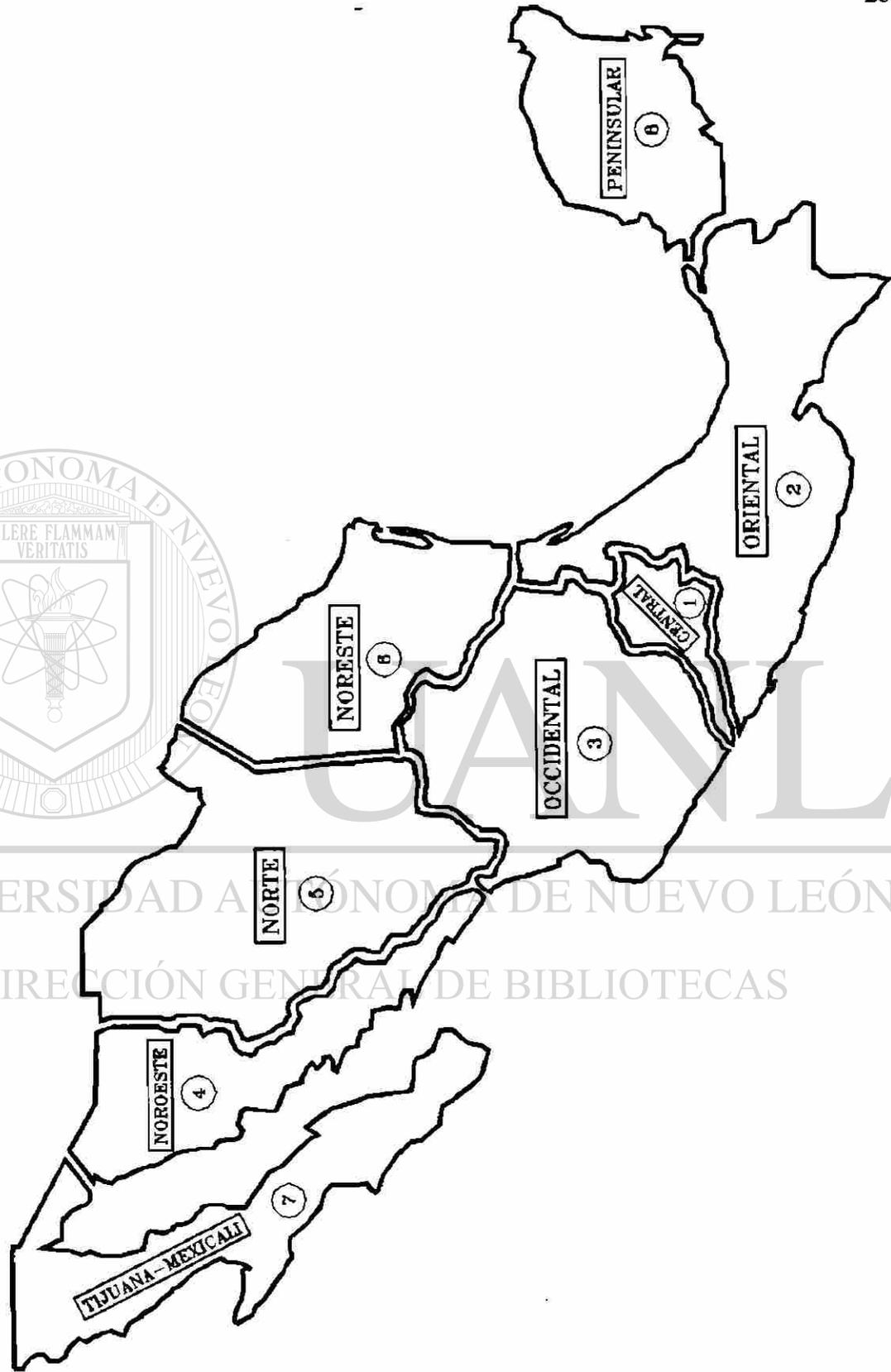
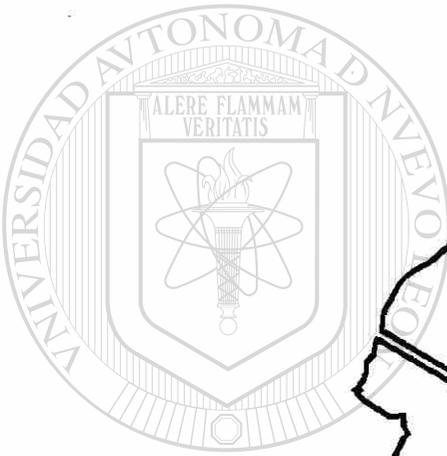


Fig. 5.2 Sistema Eléctrico Nacional



UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN
DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

Tabla 5.1 Datos de Máquinas del Sistema Interconectado Nacional. Base 100 MVA

Nombre	Pg (MW)	X'd (pu)	H (s)	Nombre	Pg (MW)	X'd (pu)	H (s)
1: REC-U1	600.0	0.05218	22.72	27: PGU-U12	78.0	0.17306	9.69
2: REC-U3	600.0	0.05218	22.72	28: PGD-U1	145.0	0.11	11.68
3: AMI-U1	68.0	0.35985	6.4	29: PGD-U3	285.0	0.0665	20.72
4: AHM-GEN	140.0	0.13723	27.5	30: OVI-U2	8.0	2.08	0.55
5: RIB-U1	60.0	0.34905	4.14	31: EFU-U1	35.0	0.48333	3.3
6: RIB-U3	300.0	0.07832	11.09	32: TPO-U1	37.0	0.509	3.0
7: FAM-U1	30.0	1.08568	0.99	33: BRT-U1	40.0	0.2959	6.38
8: HUI-U1	360.0	0.06263	29.28	34: CMDR-U1	20.0	0.703	3.19
9: JER-U12	96.0	0.2317	8.03	35: HYA-U1	28.0	0.703	3.19
10: MTY-U1	210.0	0.16434	8.97	36: SLA-U1	4.0	2.08	0.55
11: MTY-U5	140.0	0.24361	9.94	37: MZD-U1	579.0	0.04535	31.43
12: ALT-U1	680.0	0.04349	31.76	38: PLD-U1	497.6	0.03325	41.44
13: STO-U1	18.0	1.6285	2.34	39: NVL-U1	90.0	0.23433	8.73
14: GPL-U1	168.0	0.13993	17.33	40: VDM-U1	265.0	0.0824	11.12
15: LED-U1	155.0	0.19285	7.14	41: VDM-U3	145.0	0.1648	5.56
16: FRC-123	10.0	0.992	0.25	42: NEC-GEN	155.0	0.183	6.30
17: FRC-U4	30.0	0.51	1.11	43: TUL-U3	740.0	0.02543	32.22
18: LGA-U4	20.0	0.3668	6.37	44: TUL-U2	362.0	0.04296	21.24
19: LGA-123	11.0	0.26306	3.88	45: JOL-GEN	182.0	0.080	7.5
20: BOQ-1A4	24.0	0.9935	0.25	46: LER-U12	20.0	0.555	1.70
21: FVL-U1	60.0	0.31875	12.1	47: IXT-U12	95.0	0.555	1.70
22: FVL-U4	290.0	0.06344	9.86	48: BBR-U12	75.0	0.555	1.70
23: CUA-U1	27.0	0.40433	2.88	49: TNG-U12	90.0	0.30	3.1
24: SYC-U2	150.0	0.19286	7.14	50: INF-U1	450.0	0.0691	17.46
25: PQE-U4	46.0	0.29585	5.36	51: VIL-U1	240.0	0.09303	9.32
26: INJ-GEN	16.0	0.866	2.18	52: MNZ-UD1	1900.0	0.011285	68.96

Continuación de la Tabla 5.1

Nombre	Pg (MW)	X'd (pu)	H (s)	Nombre	Pg (MW)	X'd (pu)	H (s)
53: SLM-UD1	590.0	0.03225	21.8	62: MZT-U1	0.0	0.13638	9.84
54: VDR-UD1	600.0	0.0404	25.26	63: DBC-PQ2	85.0	0.133	5.53
55: SAU-UD2	150.0	0.10763	10.1	64: DBC-PQ1	180.0	0.133	5.53
56: CPT-UD1	66.0	0.18605	4.66	65: CRL-U1	100.0	0.0642	17.66
57: CBN-UD1	54.0	0.18605	4.66	66: PEA-U1	300.0	0.06943	10.74
58: SRO-UD1	64.0	0.197	3.6	67: MPS-U1	150.0	0.0428	26.49
59: LAV-U1	600.0	0.0888	19.9	68: ANG-U1	150.0	0.1414	8.21
60: TUV-U1	350.0	0.09606	9.92	69: MMT-U1	512.5	0.02	64.84
61: PRI-U1	76.0	0.20515	2.88				

5.3 Agrupación de generadores mediante métodos modales

Como los métodos de perturbaciones singulares y modal-coherente para la identificación de grupos coherentes no consideran explícitamente una perturbación, sus resultados se utilizan para identificar con rapidez y generalidad los grupos que oscilan en fase, para la condición de operación dada, sin importar en que nodo ocurra la falla.

DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

El método modal utilizado permite dividir la red en r áreas coherentes. El valor óptimo de r es aquel para el que (5.17) se satisface en mayor medida. Para el sistema en estudio se encontró que la separación de la red en 20 áreas coherentes permite aplicar el algoritmo de división de la red en zonas, de una manera tal, que los grupos coherentes para las zonas intermedia y externa contengan una cantidad razonable de generadores (más de dos y menos de 15). Como los resultados de los métodos modal y modal-coherente son semejantes, se decidió emplear también un nivel de agregación 20 para los resultados del método modal-coherente. Las tablas 5.2 y 5.3 presentan las

clasificaciones de perturbaciones singulares y modal-coherente, respectivamente. El número de máquina que aparece en ambas tablas corresponde al que se asigna en la Tabla 5.1 y la Figura 5.2.

La clasificación de grupos que se obtienen con estos métodos es bastante semejante. Por ejemplo, las máquinas que no son perfectamente coherentes con otras para este nivel de agregación son las siguientes: 3(AMI-U1), 4(AHM-GEN), 13(STO-U1), 33(BRT-U1), 38(PLD-U1), 39(NVL-U1).

El grupo con mayor cantidad de generadores está constituido prácticamente por las áreas central y oriental es decir, el grupo 18 en la Tabla 5.2 y el grupo 17 en la Tabla 5.3. Por tanto, estas áreas siempre estarán íntimamente ligadas.

Otros grupos que resultaron coherentes en los análisis por ambos métodos son los siguientes:

- a) Máquinas del Area Norte; 14(GPL-U1)- 15(LED-U1)- 16(FRC-123)- 17(FRC-U4)- 19(LGA-123).
- b) Grupo del Noreste; 5(RIB-U1)- 6(RIB-U3)- 7(FAM-U1)- 8(HUI-U1)- 9(JER-U12)- 10(MTY-U1)-11(MTY-U5).
- c) Máquinas del Noroeste; 27(PGU-U12)- 28(PGD-U1)- 29(PGD-U3)- 30(OVI-U2).
- d) Grupo del Noroeste; 31(EFU-U1)- 32(TPO-U1).
- e) Grupo del Norte; 21(FVL-U1)- 22(FVL-U4)- 23(CUA-U1)- 24(SYC-U2)- 25(PQE-U4)-26(INJ-GEN).
- f) Máquinas del Oriental. 66(PEA-U1)- 67(MPS-U1)- 68(ANG-U1).

Debido a la similitud de resultados y considerando que la carga computacional y el

tiempo de cálculo son mayores en el método modal, cuando se desea tener una idea general sobre coherencia en la red, se recomienda el empleo del método modal-coherente. No obstante, en el método modal la división en una cantidad específica r de áreas coherentes es directa, mientras que el método modal-coherente necesita de un índice del grado de agrupación más adecuado.

Tabla 5.2: Grupos coherentes según el método de perturbaciones singulares

Grupo	Máquinas	Grupo	Máquinas
1	13	11	4
2	34	12	37-35-36
3	18	13	27-28-29-30
4	65	14	38
5	39	15	21-22
6	32-31	16	26-23-24-25
7	33	17	5-1-6-7-2-10-8-9-11
8	57-56	18	62-12-40-41-42-43-44-45-46-47-48-49-59-60-61-63-64
9	3	19	69-66-67-68
10	14-15-16-17-20-19	20	52-50-51-53-54-55-58

Tabla 5.3: Grupos coherentes de acuerdo con el método modal-coherente

Grupo	Máquinas	Grupo	Máquinas
1	1-2	11	31-32
2	3	12	33
3	4	13	34-35-36
4	5-6-7-8-9-10-11	14	37
5	12	15	38
6	13	16	39
7	14-15-16-17-18-19	17	40-41-42-43-44-45-46- 47-48-49-59-60-61-62- 63-64-65
8	20-22-23-24-25-26	18	50-51-52-53-54-55-56- 57-58
9	21	19	66-67-68
10	27-28-29-30	20	69

5.4 Equivalente para el Area Occidental

El Area Occidental es la más pequeña en cuanto a cantidad de centrales, pero contiene la central de mayor potencia: MNZ-UD1. El área se compone de los siete generadores que muestra la Tabla 5.4.

<i>Tabla 5.4 Generadores que forman el Area Occidental</i>	
52.- MNZ-UD1	56.- CPT-UD1
53.- SLM-UD1	57.- CBN-UD1
54.- VDR-UD1	58.- SRO-U1
55.- SAU-UD2	

Con el objeto de verificar si es posible elegir el Area Occidental como una zona total de estudio, donde el equivalente sirva para simular una contingencia en cualquier nodo dentro del área, se emplea la metodología de Distancias Electromecánicas Compuestas (DEC) tomando como nodo *central* la planta VDR-UD1. A continuación se presentan los resultados obtenidos al aplicar la técnica de distancias electromecánicas combinadas ante una falla trifásica en el nodo 123(VDR-230).

Máquinas que componen el área interna para una falla en el nodo 123:

{54*,52*,16,53*,69,20,38,46,55*,43,12,45}

donde los números marcados con (*) son plantas del Area Occidental.

El área interna para una falla determinada, significa que el conjunto de máquinas que la forman son las que resultan más afectadas ante la contingencia. Los valores numéricos de las distancias elementales para cada máquina se obtienen de las expresiones (4.85)-(4.87), a partir de las cuales se calcula la DEC según el procedimiento descrito en la sección 4.8.2. A criterio del analista y con el auxilio de una gráfica V_p - DEC (V_p se

calcula de (4.89)) se toman las primeras k máquinas clasificadas como más afectadas por la perturbación.

Conociendo cuáles son los generadores más afectados por la falla en el nodo *central*, se procede a encontrar un conjunto de nodos generadores que estén estrechamente correlacionados según la expresión (4.90), tomando como nodos *candidatos* algunos de los clasificados en el área interna.

Los resultados para otros dos modos candidatos son los siguientes:

a) Falla en el nodo 122 (SLM-230):

Máquinas que componen el área interna para una falla en el nodo 122:

{53*,52*,16,69,54*,38,20,43,55*,12,50*,44,37,60,8}

Coefficiente de correlación con respecto a una falla en el nodo 123 = 0.941

b) Falla en el nodo 124 (SAU-230):

Máquinas que componen el área interna para una falla en el nodo 124:

{16,55*,52*,20,53*,69,54*,38,43,12,60,44,37,47,40,8,46,50,4,67,59}

Coefficiente de correlación con respecto a una falla en el nodo 123 = 0.950

Como el coeficiente de correlación de estos nodos *candidatos* (SLM-230, SAU-230)

respecto al nodo *central* (SAU-230) es fuerte, pueden considerarse estas tres perturbaciones como útiles para identificar una *zona de contingencias*, aunque estrictamente debieran considerarse todos los nodos generadores de la zona de interés. Estos resultados sugieren dividir el área en dos: las máquinas 52 a 55 en una subárea y las 56 a 58 en otra. Considerando solamente la primera *subárea*, se obtiene la siguiente delimitación del área interna correspondiente (DECZ):

{53*,54*,16,52*,55*,69,20,38,43,46,2,50,60,44,45,37,47,8,40,51,4,36,67,59}

Todas las demás máquinas formaran la zona externa. A pesar de la distancia geográfica, los resultados indican que deben conservarse intactas las plantas 12(ALT-U1), 59(LAV-U1) y 69(MMT-U1), entre otras. En las simulaciones se dejó prácticamente completa el área central, ya que sus máquinas (numeradas de la 40 a la 51) se ven afectadas por las fallas dentro de este conjunto de nodos.

Esta clasificación se logra procediendo de la misma forma en que se obtiene la DEC, tomando como clasificación de distancias elementales la clasificación de áreas internas obtenidas para las fallas en los nodo *central* y *candidatos*.

DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

5.4.1 División de la red en zonas

No obstante la conveniencia de dividir el área en dos, a continuación se aplica el algoritmo para identificar las máquinas que componen las zonas intermedia y externa para toda el área.

Los resultados de las técnicas de coherencia para la formación de grupos se ilustran en las tablas 5.5 y 5.6 para la falla que se aplica en el nodo 123 (VDR-230), de donde se

observa una segregación de las máquinas en grupos, que son el compuesto por 13-16 en la Tabla 5.5, y por 18-21 en la Tabla 5-6.

El algoritmo propuesto se basa en los resultados de las tablas 5.2 - 5.5 se obtiene de manera similar a como se ejemplificó en la sección 4.9, obteniéndose la siguiente clasificación para el equivalente del Area Occidental:

$$\text{Zona Interna} = \{52,53,54,55,56,57,58\}$$

$$\text{Zona Intermedia} = \{1,2,8,18,20,37,39,43,44,45,46,47,48,49,50,51,60\}$$

$$\text{Zona Externa} = \{5,6,7,9,10,11\} , \{14,15,16,17,19\} , \{21,22,23,24,25,26\} , \{27,28,29,30\}, \\ \{31,32\} , \{3,33,34,35,36\}, \{12,13,40,41,42,59,61,62,63,64\} , \{65,66,67,68,69\}$$

La numeración de máquinas corresponde a la que se mostró en la Tabla 5.1 y la Figura 5.2. Nótese que la intermedia es pequeña, lo cual es bastante deseable.

Tratando de conservar la mayor exactitud posible en los resultados de simulaciones, la cantidad de máquinas se redujo de 69 a 39. No se agrega MNZ-UD1, ALT-U1, LAV-U1, BOQ-1A4 ni MMT-U1 a pesar de que los resultados lo sugieren.

5.4.2 Agrupación de generadores coherentes

Los parámetros del generador equivalente para los grupos que oscilan en fase se obtienen de las expresiones (5.1)-(5.5) y se calculan transformadores equivalentes con elementos en derivación en los nodos de alta, (ecuaciones (5.8)), con el propósito de preservar el estado estable sin necesidad de transformadores defasadores. El voltaje del

nodo generador equivalente es un promedio de los voltajes generadores del grupo coherente.

Tabla 5.5 Clasificación de grupos coherentes. Método de coherencia por serie de Taylor. Falla en nodo 123(VDR-230).

Grupo	Máquinas	Grupo	Máquinas
1	1-2-4-20-22-23	11	38
2	3	12	40-41-42-43-44-45-46- 47-48-49-59-60-62-63- 64
3	5-6-7-8-9-10-11- 14-15-16-17-18- 19	13	50-51-55
4	12	14	52-54-58
5	13	15	53
6	21	16	56-57
7	24-25-26	17	61
8	27-28-29-30-39	18	65
9	31-32-33-34-35- 36	19	66-67-68-69
10	37		

Tabla 5.6 Grupos coherentes. Método de coherencia por acc. cte. Falla en nodo 123 (VDR-230). Tolerancia = 5°.

Grupo	Máquinas	Grupo	Máquinas
1	1-2-3-4-5-6-7-8-9-10- 11-33-34-35-36	12	23
2	12-13-37-40-41-43- 44-45-47-48-49-59- 60-61-62-63-64	13	25-26
3	14	14	27-28-29-30-38-39
4	15	15	31-32
5	16	16	42
6	17	17	46
7	18	18	50-51-54-55
8	19	19	52-58
9	20	20	53
10	21-24	21	56-57
11	22	22	65-66-67-68-69

$$V_{gen} = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m V_i \quad (5.8)$$

$$Y_{req\ i}^* = \frac{S_{ij}}{V_{th} \left[V_{th}^* - V_{gen\ i}^* + \frac{S_{ij}}{Y_{tri}^* V_{gi}} \right]} \quad (5.9)$$

$$Y_{sh\ i} = V_{ti}^* \left[\frac{S_{ji}}{V_{ti}} - \left[\frac{V_{ti} - V_{gi}}{X_{req\ i}} \right]^* \right] \quad (5.10)$$

donde S_{ij} es la potencia que entrega la máquina, V_{ti} es el voltaje del nodo de alta para cada generador que se agrupa, V_{gi} es el voltaje del nodo generador, $Y_{req\ i}$ es la admitancia del transformador equivalente para cada unidad generadora, $Y_{sh\ i}$ es el elemento en derivación que se coloca en el lado de alta de cada unidad generadora.

Así, cuando se agrega un grupo de m generadores, la red se disminuye en $m-1$ nodos y la cantidad de líneas no se modifica, ver (Figura 5.3).

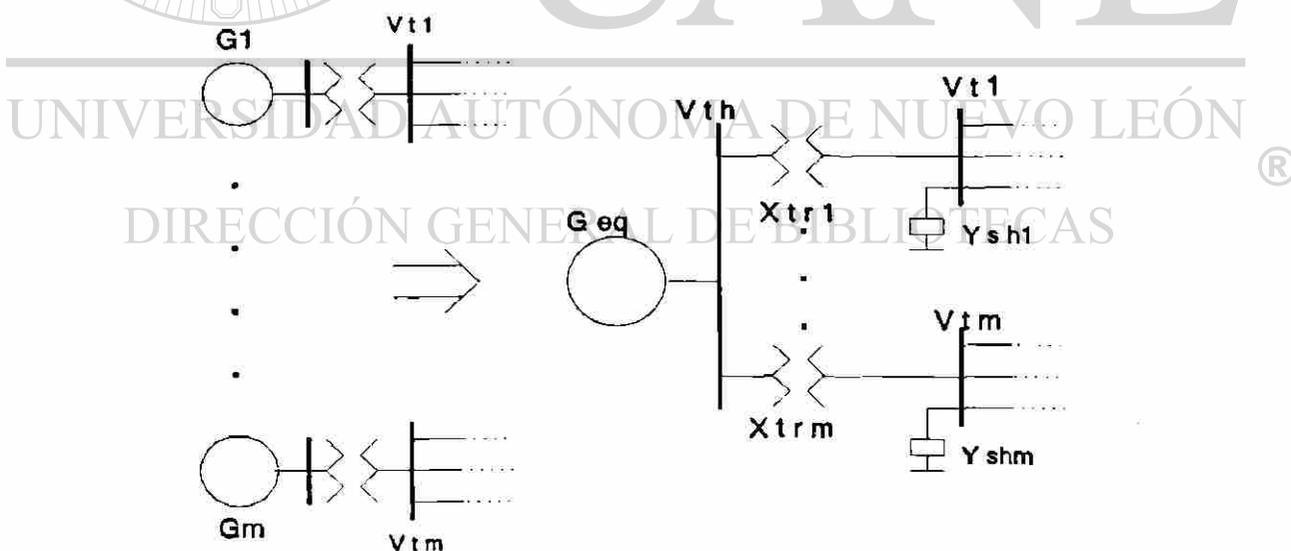


Fig. 5.3 Agregación de generadores

Tabla 5.7 Generadores que componen el equivalente occidental

Máquina	Nombre	Máquina	Nombre
1	REC-U1	21	JOL-GEN
2	REC-U3	22	LER-U12
3	AMI-U1	23	IXT-U12
4	AHM-GEN (Eq)	24	BBR-U12
5	ALT-U1	25	TNG-U12
6	STO-U1	26	INF-U1
7	GPL-U1 (Eq)	27	VIL-U1
8	LGA-U4	28	MNZ-UD1
9	BOQ-1A4	29	SLM-UD1
10	FVL-U1 (Eq)	30	VDR-U1
11	PGU-U12 (Eq)	31	SAU-UD2
12	EFU-U1 (Eq)	32	CPT-UD1
13	BRT-U1	33	CBN-UD1
14	CMDR-U1 (Eq)	34	SRO-U1
15	MZD-U1	35	LAV-U1
16	PLD-U1	36	TUV-U1
17	NVL-U1	37	PRI-U1 (Eq)
18	VDM-U1 (Eq)	38	CRL-U1 (Eq)
19	TUL-U3	39	MMT-U1
20	TUL-U2		

5.4.3 Análisis modal y simulaciones temporales

Las Figuras 5.4-5.7 ilustran el comportamiento de algunas variables representativas al aplicar fallas trifásicas en los nodos MNZ-400 y VDR-230, una a la vez. Las perturbaciones se aplican en el instante $t = 0+$ y se liberan 6 ciclos después, con la apertura de alguna línea. En el caso de las Figuras 5.4 - 5.5 la falla se libera con la salida de la línea (MNZ-400) - (VDR-230), y para las Figuras 5.6 - 5.7 con la de la línea (VDR-230) - (SLM-400). Para la comparación de los resultados se emplea la norma dos, $\| \cdot \|_2$, debido a que tiene una interpretación de contenido de energía en las señales. Como muestran las normas calculadas, es notoria la similitud de resultados con el caso base y el reducido, lo cual indica que los equivalentes son de calidad.

En la Tabla 5.8 se muestran los resultados del análisis modal realizado para el equivalente del Area Occidental. Se consideraron sólo las máquinas con factor de participación igual o mayor a 0.05. La numeración de los generadores corresponde a la que muestra la Tabla 5.7. El asterisco (*) significa que, de acuerdo a la matriz de eigenvalores derechos, las máquinas oscilan en oposición de fase con respecto a las que no presentan el asterisco.

DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

Nótese la preservación aproximada de los modos de oscilación, indispensable para una posible reproducción de resultados de simulación; por ejemplo, los modos 1, 2, 4, 5, 6, 7 de la Tabla 5.8 corresponden a los modos 1, 3, 11, 12, 9, 14, de la Tabla 5.14, que es el análisis modal para la red completa. En particular, los modos en los que intervienen principalmente las máquinas del Area occidental son los modos 14, 25, 36 y 42 en la Tabla 5.14 y se reproducen en la Tabla 5.8 como los modos 7, 13, 18, 32.

Tabla 5.8 Modos de oscilación para el sistema equivalente occidental

Frecuencia (Hz)	Máquinas	Frecuencia (Hz)	Máquinas
1.- 4.837	9	21.- 1.453	7*,8,10
2.- 2.226	23*,24	22.- 1.438	19*,23*,38,39
3.- 0.000	Todas	23.- 1.370	5*,19,23,,36*,39
4.- 1.830	26*,27	24.- 1.349	27*,28
5.- 1.820	19*,20,29,36	25.- 0.784	20*,21,22,30,37
6.- 0.248	11,16,17	26.- 0.835	5,19*,23
7.- 1.780	29*,31,36	27.- 0.847	5*,19*,27,28,36
8.- 1.760	20*,36	28.- 0.858	30*,32
9.- 1.750	18,20,21*	29.- 1.288	5,27,28,36*
10.- 0.440	4,7,10,28*,39*	30.- 0.958	22*,37
11.- 1.710	23,24,25*	31.- 0.977	21,22*
12.- 0.587	1,2,3,4,10*	32.- 1.000	20,21,26,27*,28*,32,36*
13.- 1.646	32,33*	33.- 1.024	24,25,26*
14.- 1.640	18*,19,20	34.- 1.210	24,25,26,31,32*
15.- 1.608	1*,2	35.- 1.181	35
16.- 1.620	38,39*	36.- 1.151	20,21,26*,32*
17.- 1.565	18,25*,31*,34	37.- 1.120	38*,39
18.- 1.562	25,34	38.- 1.107	40,41,42*
19.- 1.538	23,24,25,30,31*	39.- 1.094	1,2*
20.- 0.678	10*,11,12,13,14,15,16*		

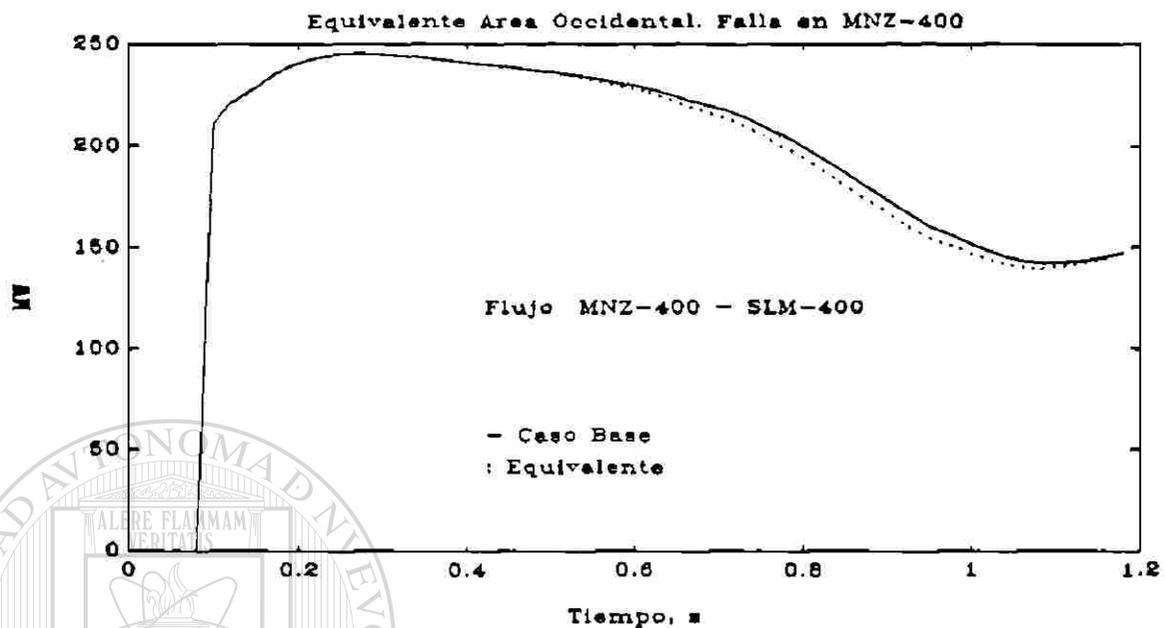


Fig. 5.4. Equivalente Occidental. Flujo MNZ-400 - SLM-400

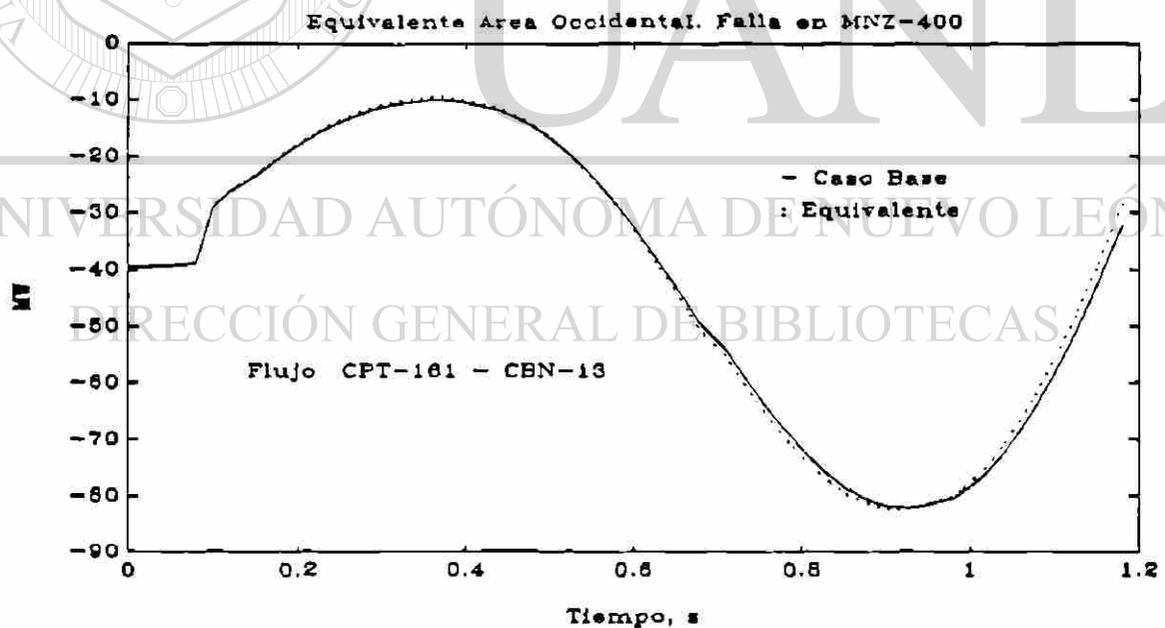


Fig. 5.5 Equivalente Occidental. Flujo CPT-161 - CBN-13

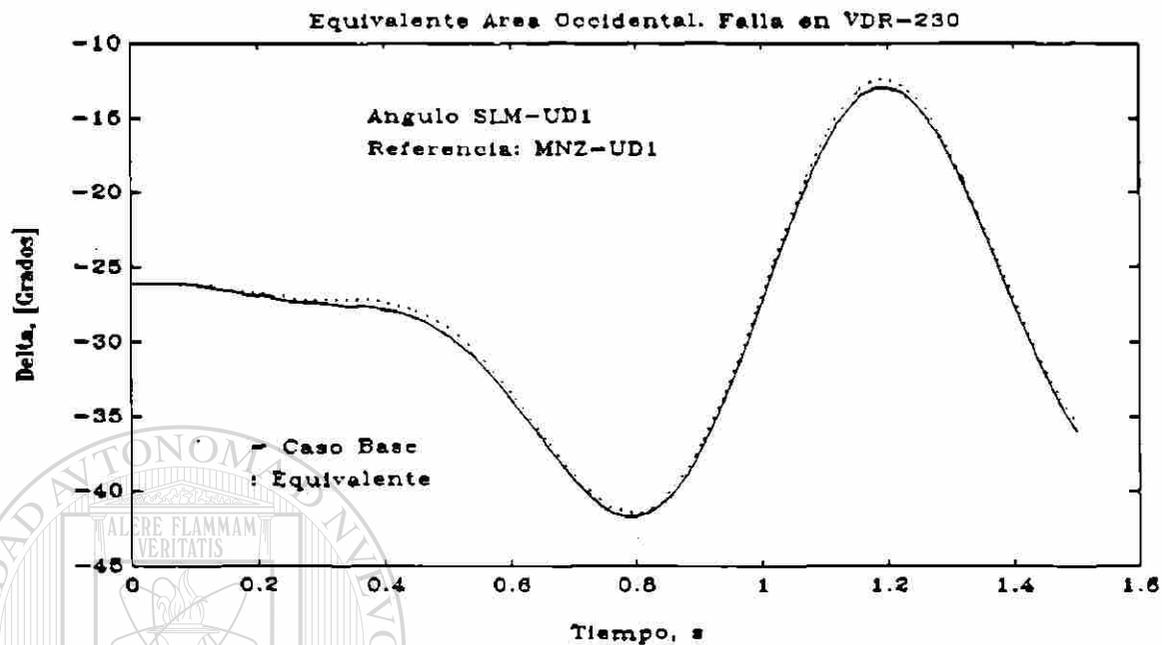


Fig. 5.6 Equivalente Occidental. Angulo SLM-UD1

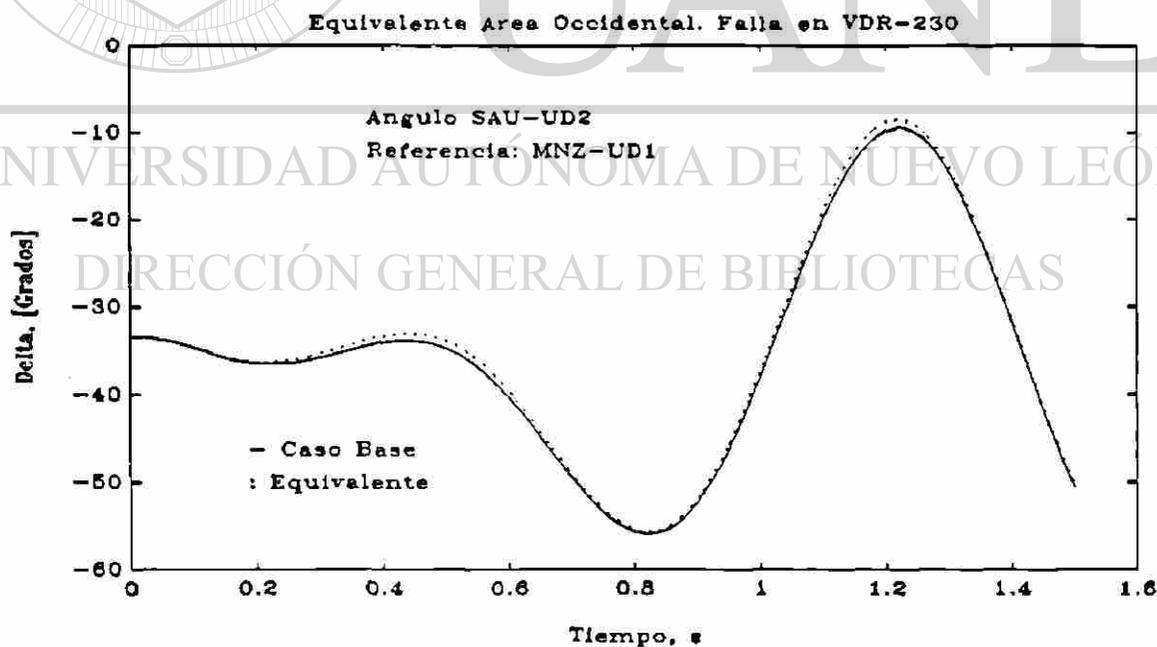


Fig. 5.7 Equivalente Occidental. Angulo SAU-UD2

Como puede observarse de la figuras, los resultados que se obtienen para el equivalente de 39 máquinas son cercanos en frecuencia de oscilación y magnitud a los del caso base. Los tiempos de cálculo en un estudio de estabilidad transitoria en una PC 286 de 12 MHz, para un tiempo de estudio de 1.5 s, son de 40 minutos en el caso base y 25 minutos en el reducido.

5.5 Equivalentes para las otras áreas

Siguiendo un procedimiento similar al de la sección anterior, es posible determinar los grupos de generadores que componen los equivalentes para las demás áreas de control del Sistema Eléctrico Nacional. La numeración de las máquinas es la presentada en la Tabla 5.1 y la Figura 5.2. En cada caso, los resultados que se muestran son los más estrictos, es decir, el área intermedia contiene todo generador coherente con alguno del área interna. El análisis modal para las redes equivalentes muestra la conservación de los modos en los que participan las máquinas del área específica [63].

5.5.1 Area Noroeste

El Area Noroeste se compone de trece máquinas y tiene enlaces que la conectan con el área Norte y la Occidental. Así, la zona de estudio se compone de las centrales que presenta la Tabla 5.9.

Para verificar si es conveniente tomar toda el área como una zona de contingencias, se elige como nodo *central* a MZD-U1 por ser una máquina importante, y como nodos *candidatos* a SLA-U1 y HYA-U1. Los resultados indican que es más adecuado dividir el área en dos subáreas para propósitos de equivalentes. Para cada una de esas subáreas

*Tabla 5.9: Generadores que forman el área
Noroeste*

27.- PGU-U12	34.- CMDR-U1
28.- PGD-U1	35.- HYA-U1
29.- PGD-U3	36.- SLA-U1
30.- OVI-U2	37.- MZD-U1
31.- EFU-U1	38.- PLD-U1
32.- TPO-U1	39.- NVL-U1
33.- BRT-U1	

se formará un equivalente que preserve con calidad los resultados para contingencias que ocurran dentro de ellas [63]. Los resultados obtenidos considerando toda el área Noroeste como zona de estudio son:

Zona Interna = {27,28,29,30,31,32,33,34,35,36,37}

Zona Intermedia = {3,4,12,13,18,20,40,41,42,43,44,45,46,47,48,49,59,60,61,62,63,64}

Zona Externa = {1,2,5,6,7,8,9,10,11} , {14,15,16,17,19} , {21,22,23,24,25,26} , {56,57},
{50,51,52,53,54,55,58} , {65,66,67,68,69}

Para esta área se logra una reducción de 69 a 46 máquinas. La Figura 5.8 muestra el flujo de potencia para un estudio de estabilidad cuando la falla sucede en MZD-230, cercano al nodo *central*.

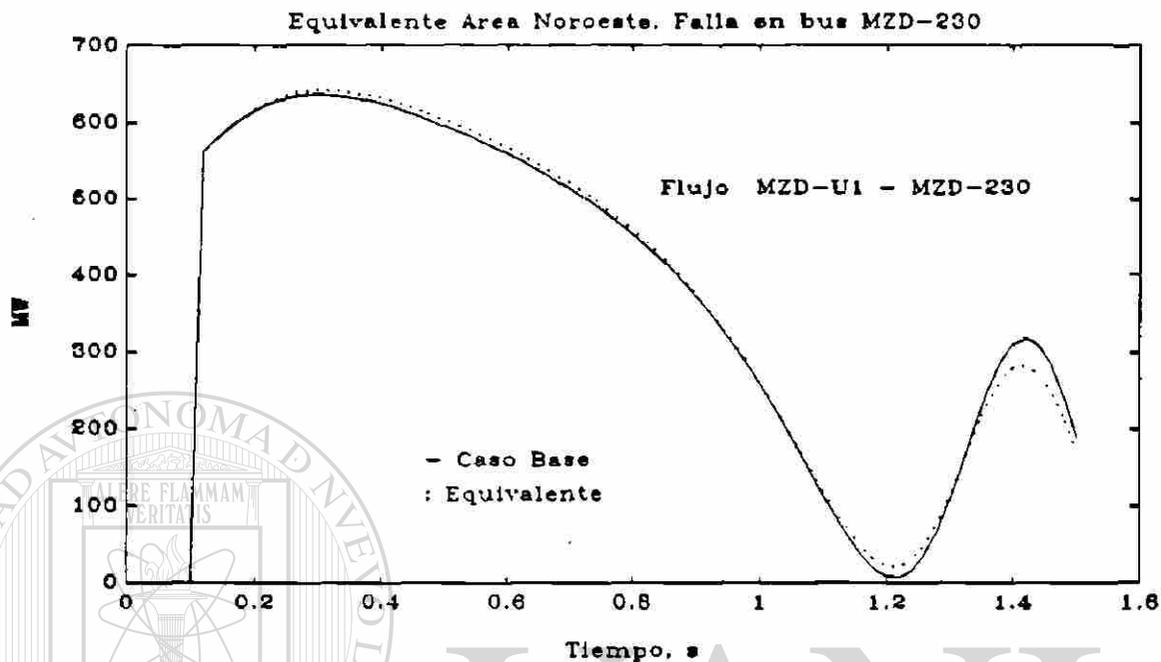


Fig. 5.8 Equivalente Noroeste. Flujo MZD-U1 - MZD-230

5.5.2 Area Norte

El área Norte tiene una relación estrecha con las áreas Noroeste y Noreste. Se compone de las trece máquinas que se indican en la Tabla 5.10. Contiene tres de los generadores más pequeños: FRC-123, FRC-U4 y BOQ-1A4, por lo que se presentan frecuencias de oscilación relativamente altas en esta área.

Para verificar si es conveniente tomar toda el área como una zona de contingencias, se elige como nodo *central* a GPL-U1, por ser una central importante del área, y como nodos *candidatos* a LED-U1 y FRC-123. Los resultados indican que es más adecuado dividir el área en dos subáreas para propósitos de equivalentes [63]. Para cada una de

Tabla 5.10 Generadores que forman el área Norte

14.- GPL-U1	21.- FVL-U1
15.- LED-U1	22.- FVL-U4
16.- FRC-123	23.- CUA-U1
17.- FRC-U4	24.- SYC-U2
18.- LGA-U4	25.- PQE-U4
19.- LGA-123	26.- INJ-GEN
20.- BOQ-1A4	

esas subáreas se forma un equivalente que preserva con calidad los resultados ante contingencias que ocurran dentro de ellas. Los resultados obtenidos considerando toda el área Norte como zona de estudio son:

$$\text{Zona Interna} = \{14,15,16,17,18,19,20,21,22,23,24,25,26\}$$

$$\text{Zona Intermedia} = \{12,13,33,34,37,40,41,42,43,44,45,46,47,48,49,59,60,61,62,63,64,65\}$$

$$\text{Zona Externa} = \{1,2,4,5,6,7,8,9,10,11\} , \{27,28,29,30\} , \{31,32\} , \{35,36\} , \\ \{50,51,52,53,54,55,56,57,58\} , \{3,38,39,66,67,68,69\}$$

Para esta área se logra una reducción de 69 a 47 máquinas. La Figura 5.9 muestra el tipo de resultados para un estudio de estabilidad cuando la falla ocurre en GPL-230, cercano

al nodo *central*. Nótese la coincidencia de resultados de frecuencia de oscilación y desplazamiento angular.

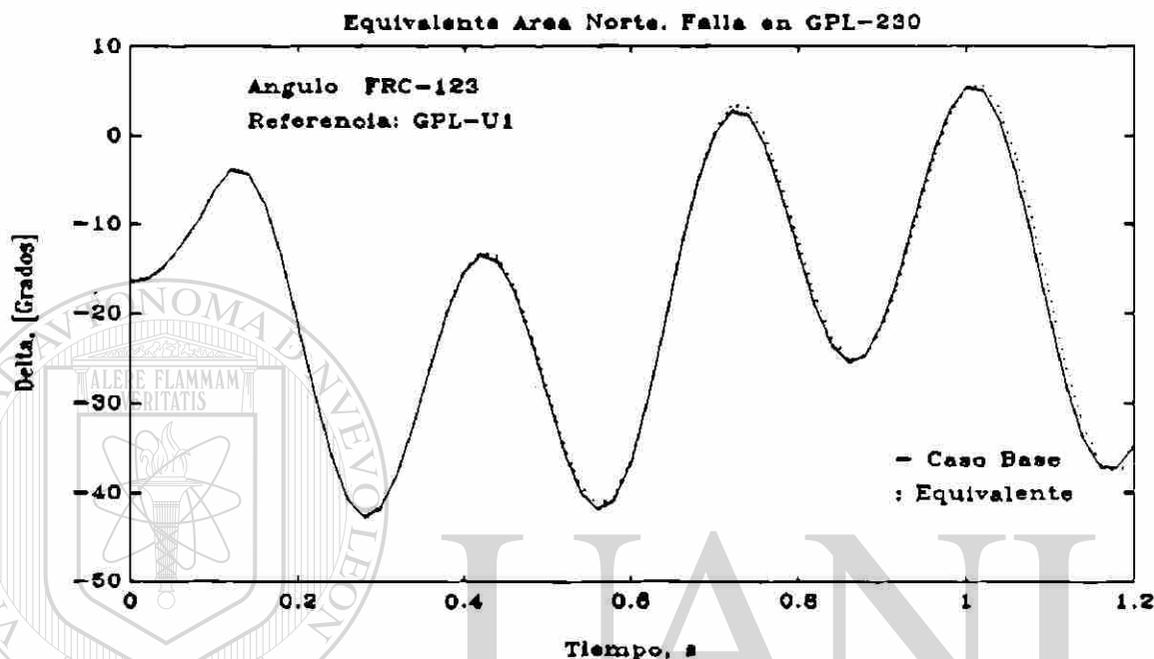


Fig. 5.9 Equivalente Norte. Ángulo de la máquina LED-UI

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN

5.5.3 Area Central

DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

Esta área contiene dos de las centrales más importantes en el sistema, TUL-U2 y TUL-U3. Conserva una relación estrecha con el área Sureste y se compone de las doce centrales que se presentan en la Tabla 5.11.

Para verificar si es conveniente tomar toda el área como una zona de contingencias, se elige como nodo *central* a TUL-U2 por ser una central importante del área y del sistema, y como nodos *candidatos* a NEC-GEN y TUL-U3. Los resultados indican que esta área puede considerarse como una zona de estudio total. La división de la red es:

Tabla 5.11 Generadores que forman el área Central

40.- VDM-U1	46.- LER-U12
41.- VDM-U3	47.- IXT-U12
42.- NEC-GEN	48.- BBR-U12
43.- TUL-U3	49.- TNG-U12
44.- TUL-U2	50.- INF-U1
45.- JOL-GEN	51.- VIL-U1

Zona Interna = {40,41,42,43,44,45,46,47,48,49,50,51}

Zona Intermedia = {12,38,59,60,61,63,64,62,52,53,54,55,58}

Zona Externa = {1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,37,39} , {14,15,16,17,19} , {20,21,22,23,24,25,26},
{27,28,29,30} , {31,32,33} , {34,35,36} , {56,57} , {13,18,65,66,67,68,69}

DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

Para esta área se logra una reducción de 69 a 43 máquinas. La Figura 5.10 muestra dos resultados de un estudio de estabilidad cuando la falla ocurre en TUL-230, cercano al nodo *central*.

5.5.4 Area Noreste

El área Noreste es una de las áreas con exceso de generación y contiene tres unidades importantes, como son: REC-U1, REC-U3 y ALT-U1. Se compone de los trece generadores que muestra la Tabla 5.12.

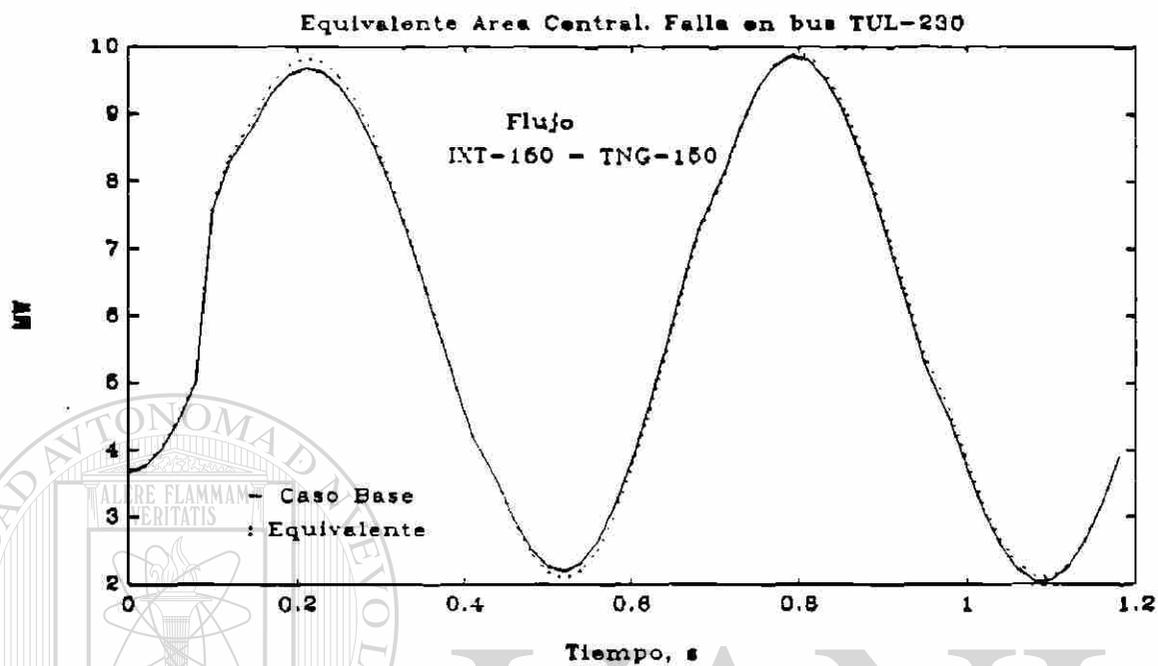


Fig. 5.10 Equivalente Central. Flujo IXT-150 - TNG-150

Tabla 5.12 Generadores que forman el área

Noreste

1.- REC-U1	8.- HUI-U1
2.- REC-U3	9.- JER-U12
3.- AMI-U1	10.- MTY-U1
4.- AHM-GEN	11.- MTY-U5
5.- RIB-U1	12.- ALT-U1
6.- RIB-U3	13.- STO-U1
7.- FAM-U1	

Para verificar si es conveniente tomar toda el área como una zona de contingencias, se elige como nodo *central* a MTY-U1, por ser una central localizada al centro del área, y como nodos *candidatos* a HUI-U1 y REC-U3. Los resultados indican que esta área puede considerarse como una zona de estudio total [63]. La división de la red es:

$$\text{Zona Interna} = \{1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12\}$$

$$\text{Zona Intermedia} =$$

$$\{66,67,68,69,15,18,20,40,41,42,43,44,45,46,47,48,49,59,60,61,62,63,64,65\}$$

$$\text{Zona Externa} = \{14,16,17,19\}, \{21,22,23,24,25,26\}, \{27,28,29,30\}, \{31,32\}, \{34,35,36\}, \\ \{37,38,39\}, \{33,50,51,52,53,54,55,56,57,58\}$$

Para esta área se logra una reducción de 69 a 47 máquinas. La Figura 5.11 muestra el desplazamiento angular para un estudio de estabilidad cuando la falla sucede en VDR-230, cercano al nodo *central*.

5.5.5 Area Oriental

DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

El área Oriental es una de las áreas con mayor exceso de generación, ya que contiene el grupo hidroeléctrico más importante del sistema. Se compone de los once generadores que indica la Tabla 5.13.

Para verificar si es conveniente tomar toda el área como una zona de contingencias, se elige como nodo *central* a LAV-U1, por ser una central importante del área, y como nodos *candidatos* a TUV-U1 y MMT-U1. Los resultados indican que es más adecuado

Tabla 5.13 Generadores que forman el área Oriental

59.- LAV-U1	65.- CRL-U1
60.- TUV-U1	66.- PEA-U1
61.- PRI-U1	67.- MPS-U1
62.- MZT-U1	68.- ANG-U1
63.- DBC-PQ2	69.- MMT-U1
64.- DBC-PQ1	

dividir el área en dos subáreas para propósitos de equivalentes [63]. Para cada una de esas subáreas

se forma un equivalente que preserva, con calidad, los resultados para contingencias que ocurran dentro de ellas. La división de la red, considerando toda el área Sureste es:

$$\text{Zona Interna} = \{59,60,61,62,63,64,65,66,67,68,69\}$$

$$\text{Zona Intermedia} = \{38,12,40,41,43,44,45,47,48,49,42,46,3,13,18,20\}$$

$$\text{Zona Externa} = \{1,2\} , \{5,6,7,8,9,10,11\} , \{14,15,16,17,19\} , \{21,22,23,24,25,26\} , \\ \{27,28,29,30\} , \{31,32\} , \{33,34,35,36,37\} , \{50,51\} , \{4,56,57\} , \{52,53,54,55,58\}$$

En este caso se logra una reducción de 69 a 44 máquinas. La Figura 5.12 muestra el desplazamiento angular para un estudio de estabilidad cuando la falla sucede en LAV-400, cercano al nodo *central*.

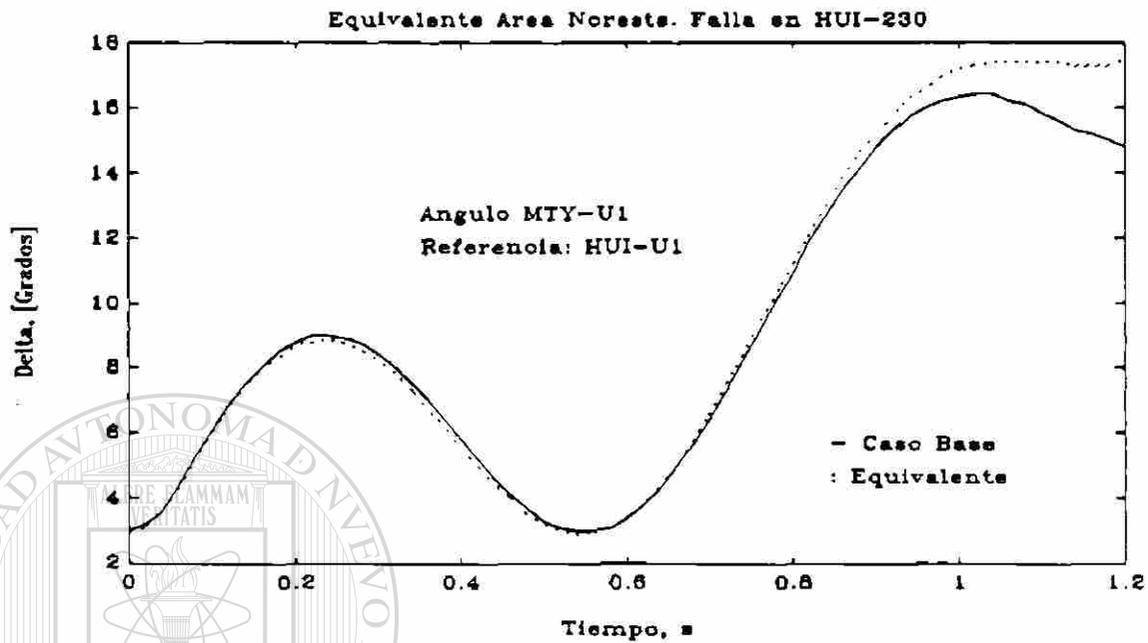


Fig. 5.11 Equivalente Noreste. Angulo de la máquina MTY-U1

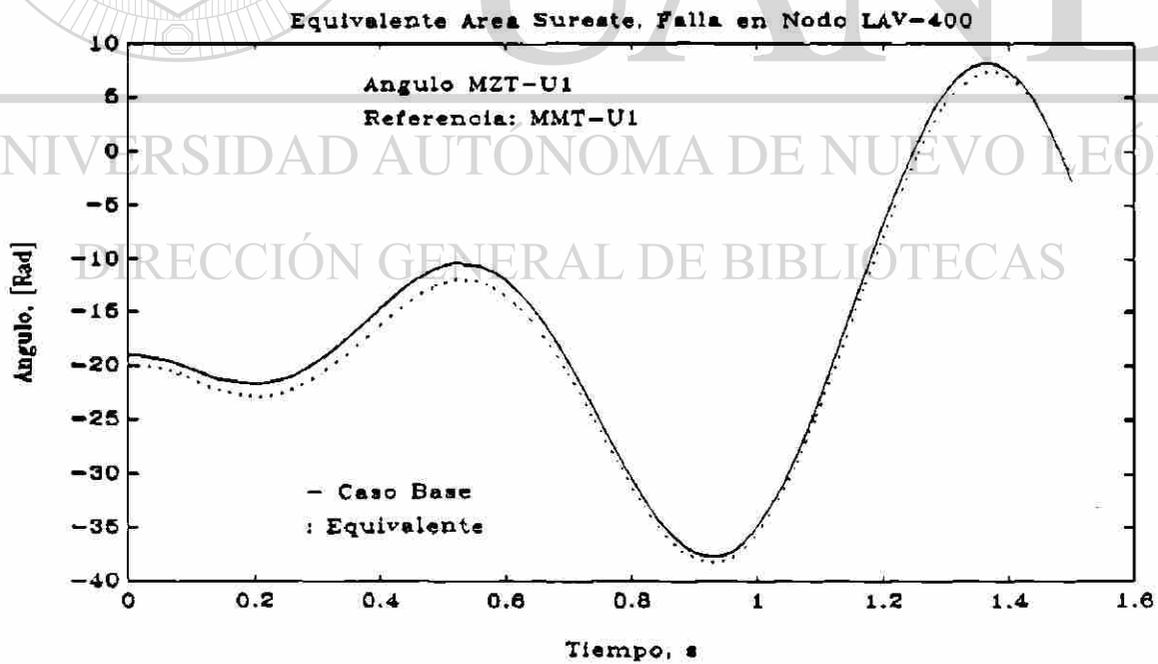


Fig. 5.12 Equivalente Sureste. Angulo de la máquina MZT-U1

Una vez obtenidos los equivalentes dinámicos de las áreas de control, las simulaciones se llevaron a cabo para perturbaciones que ocurren dentro del área y se observaron las variables relacionadas con elementos de ella. Se considera que los resultados para los ángulos (con diferencias de algunos grados) y flujos de potencia real (con diferencias de algunos MW) tienen buena aproximación con relación al caso base (sistema completo).

Cálculos más detallados de los equivalentes de las áreas pueden consultarse en [63]. Los resultados obtenidos muestran la conveniencia de dividir algunas áreas (Noroeste, Norte, Occidental, Sureste) en dos subáreas y obtener un equivalente para cada una de ellas, de tal forma que se tengan dos zonas de contingencias generales por área.

5.6 Relajamiento del algoritmo

Los resultados de la sección anterior muestran una reducción de aproximadamente 1/3 en la cantidad de máquinas que forman los equivalentes. Es posible lograr reducciones mayores a cambio de un deterioro de los resultados. También es posible, en la mayoría de los casos, obtener equivalentes para una porción de red específica. Supóngase que existe interés en trabajar con un equivalente visto desde la zona de estudio compuesta por las siguientes centrales del sistema Noreste: 1(REC-U1), 2(REC-U3), 6(RIB-U3), 7(FAM-U1), 8(HUI-U1), 10(MTY-U1) y 11(MTY-U5). Haciendo uso del algoritmo para dividir la red y de las DEC calculadas en esos nodos, se obtienen grupos coherentes, como los que se ilustran en las Figuras 5.13 y 5.14, donde se nota la división de la red en zonas. Empleando estos resultados y el concepto de DECZ, es posible obtener el modelo reducido para esa zona de estudio, compuesta por 32 máquinas, que consta de los grupos siguientes:

- Grupo Noreste: 1, 2,..., 13 (contiene al de estudio)
- 14(GPL-U1)-15(LED-U1)-18(LGA-U4)
- 16(FRC-123)
- 17(FRC-U4)
- 19(LGA-123)
- 20(BOQ-1A4)
- 21(FVL-U1)-22(FVL-U4)-24(SYC-U2)-25(PQE-U4)-26(INJ-GEN)
- 23(CUA-U1)
- 27(PGU-U12)-28(PGD-U1)-29(PGD-U3)-30(OVI-U2)-39(NVL-U1)
- 31(EFU-U1)-32(TPO-U1)-33(BRT-U1)-34(CMDR-U1)-36(SLA-U1)
- 35(HYA-U1)-46(LER-U12)-53(SLM-UD1)-54(VDR-UD1)-55(SAU-UD2)-56(CPT-UD1)-57(CBN-UD1)-58(SRO-UD1)
- 37(MNZ-U1)
- 38(PLD-U1)
- 40(VDM-U1)-41(VDM-U3)-42(NEC-GEN)-44(TUL-U2)-45(JOL-GEN)-47(IXT-U12)-48(BBR-U12)-49(TNG-U12)-50(INF-U1)-51(VIL-U1)
- 43(TUL-U3)
- 52(MNZ-UD1)
- 60(TUV-U1)
- 59(LAV-U1)-61(PRI-U1)-62(MZT-U1)-63(DBC-PQ2)-64(DBC-PQ1)
- 65(CRL-U1)-66(PEA-U1)-67(MPS-U1)-68(ANG-U1)
- 69(MMT-U1)

De esta manera, la reducción en el tiempo de cómputo de un estudio de estabilidad transitoria es de 40 minutos para la red original, contra 20 minutos para la red con 32 máquinas, para tiempos de estudio de 1.5 s y una PC 286 de 12 Mhz. Las Figuras 5.15 y 5.16 presentan resultados comparativos cuando se emplea el caso base, el equivalente de

47 máquinas y el de 32, para fallas que ocurren dentro de la zona de interés en este último equivalente.

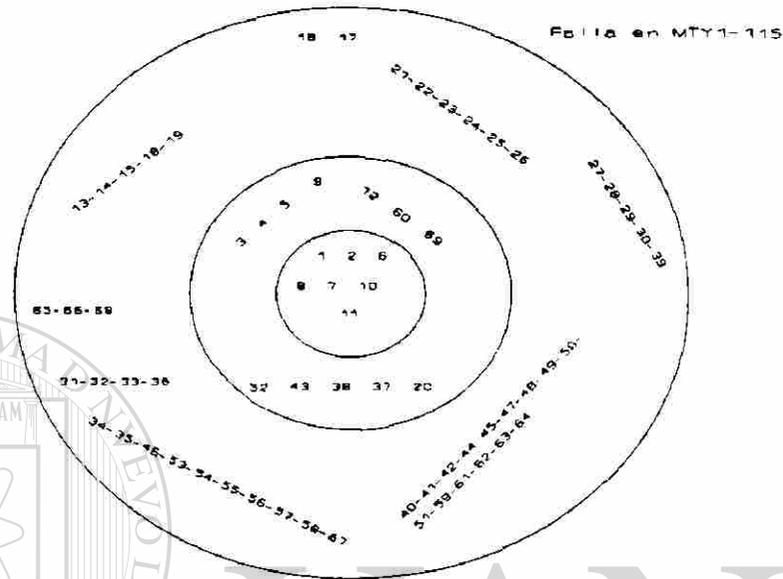


Fig 5.13 División de la red para una falla en MTY1-115

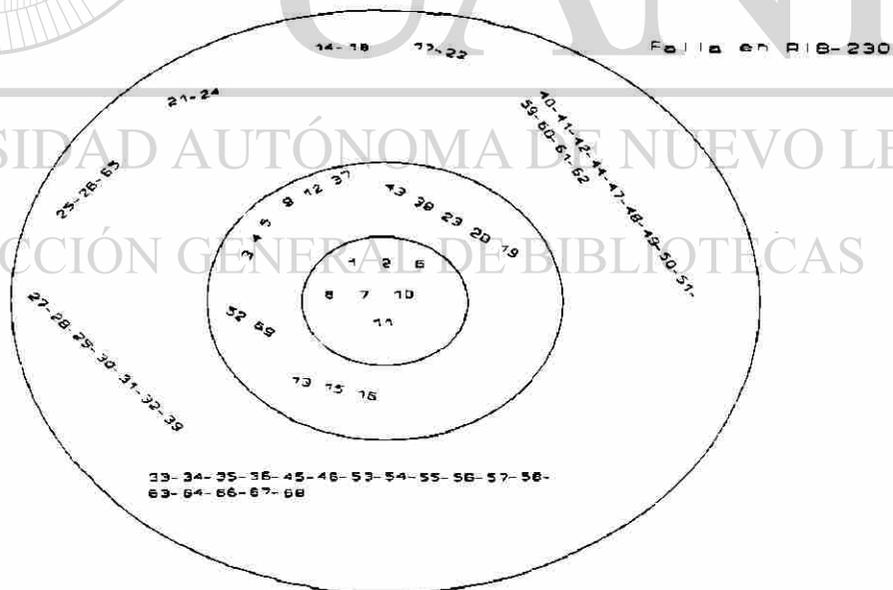


Fig. 5.14 División de la red para una falla en RIB-230

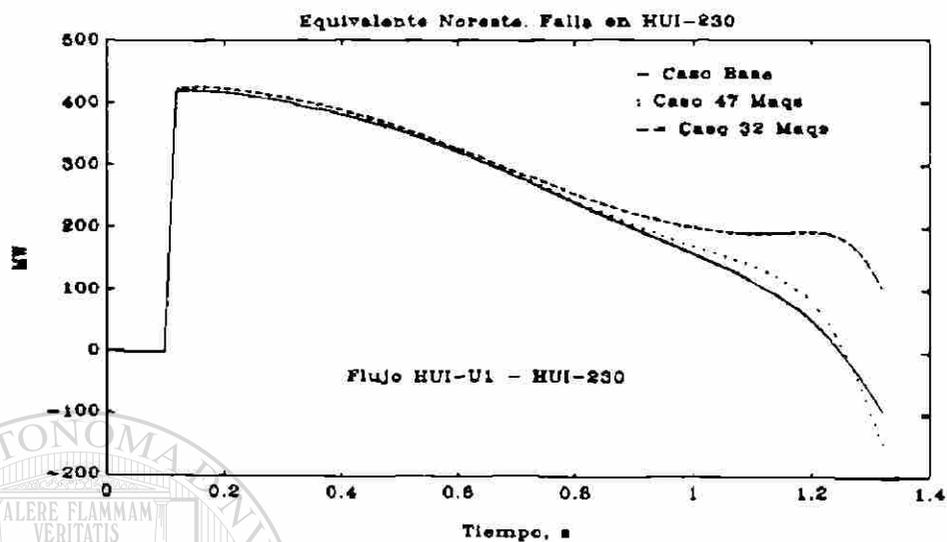


Fig. 5.15 Flujo HUI-U1 - HUI-230. $\| P_{ij69} \|_1 \approx 310.5$, $\| P_{ij47} \|_1 \approx 321.8$,
 $\| P_{ij32} \|_1 \approx 352.7$

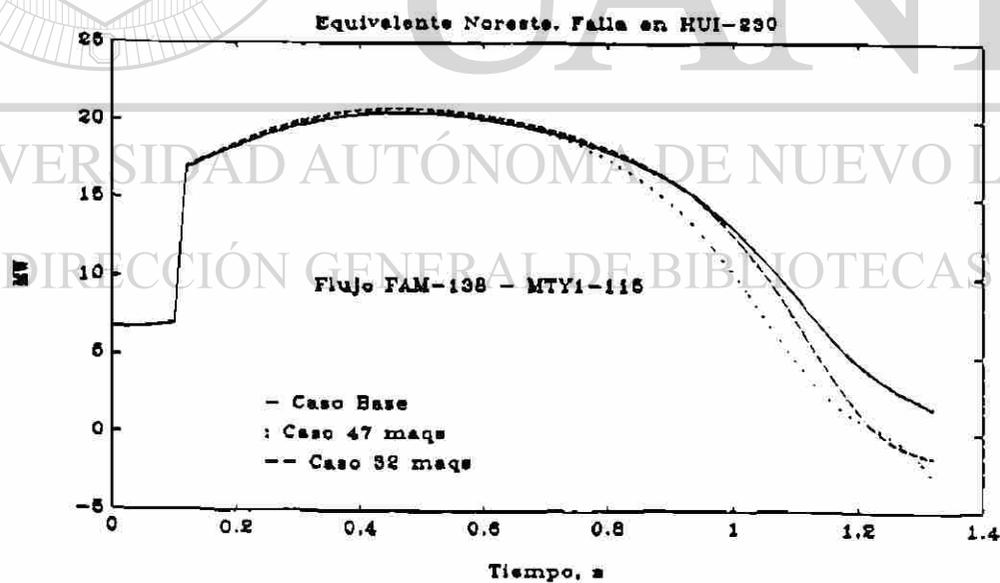


Fig. 5.16 Flujo FAM-138 - MTY1-115. $\| P_{ij69} \|_1 \approx 20.5$, $\| P_{ij47} \|_1 \approx 18.3$,
 $\| P_{ij32} \|_1 \approx 19.2$

Tabla 5.14 Modos de oscilación del SIN

Frecuencia (Hz)	Máquinas que participan	Frecuencia (Hz)	Máquinas que participan
1.- 4.56	20	30.- 0.85	3*,4
2.- 3.27	16	31.- 1.60	66*,67
3.- 2.23	47*,48	32.- 0.85	13
4.- 2.02	63*,64	33.- 0.87	27,28,29,37*,38*,39
5.- 2.01	17	34.- 1.58	43*,44*,49,55
6.- 1.98	40*,41	35.- 0.92	3,4,8*,18
7.- 1.90	40*,41*,43,45	36.- 1.56	58
8.- 0.0	Todas	37.- 1.55	47,48,49,54,55*
9.- 0.25	27*,28*,29*,38*,39*	38.- 0.94	65*,69
10.- 0.4	14*,21*,22*,24*,25*	39.- 1.5	27,28*,29
11.- 1.83	50*,51	40.- 0.98	32*,33*,37,39
12.- 1.82	43*,44,45,53,60	41.- 1.49	30
13.- 0.52	1,2,3,4,8,21*,24*,25*	42.- 1.0	52*,56,57
14.- 1.78	53*,55	43.- 1.48	36
15.- 1.77	45*,60	44.- 1.47	10
16.- 1.74	7	45.- 1.48	10,43,44,49,50*,51*,55
17.- 1.74	44*,45	46.- 1.02	27*,33,34,37*,39
18.- 0.68	33,34,37,38*	47.- 1.45	14*,15
19.- 1.72	47,48,49*	48.- 1.046	33*,34
20.- 1.67	61*,62	49.- 1.05	14,18*,34
21.- 1.66	5*,6	50.- 1.43	59,66*,67*,69
22.- 0.78	21*,24,25,26,52,69*	51.- 1.40	12,50,51,59*
23.- 1.65	59*,63,64	52.- 1.07	31,32,33*
24.- 0.79	21,25*,38,52,69*	53.- 1.11	12*,52,59*,62*,65,69
25.- 1.65	56*,57	54.- 1.37	12*,42*,50,59
26.- 1.62	1*,2	55.- 1.16	1*,2*,8,11
27.- 1.62	22*,23	56.- 1.15	25*,26
28.- 0.83	3*,14,18,21*,38	57.- 1.18	34,35*,54

Tabla 5.14 (continuación)

Frecuencia (Hz)	Máquinas	Frecuencia (Hz)	Máquinas
58.- 1.18	24,35,52*,54	64.- 1.32	42*,46
59.- 1.18	23*,24*,25,26,54	65.- 1.30	8,9*,11
60.- 1.21	31*,32	66.- 1.31	19*,22,23,24*
61.- 1.25	5,6,8,9*,11*	67.- 1.28	5,6,8*,11
62.- 1.27	14*,19	68.- 1.28	42*,46*,61,62
63.- 1.32	27*,29	69.- 1.30	9,12*,42,46,59*,62
29.- 1.61	68		

5.7 Equivalentes por modo de oscilación

Existen otros equivalentes de la red que son útiles para propósitos más específicos y que no pueden dejar de mencionarse en este trabajo. Tal es el caso de los equivalentes por modo de oscilación cuando se desea realizar estudios de tipo local como sintonizar parámetros del sistema de excitación o estabilización de los generadores síncronos.

Estos equivalentes pueden obtenerse del análisis modal, técnica que permite lograr una asociación entre los modos del sistema y las máquinas que principalmente los excitan. [®]

Se realizó el cálculo de los modos de oscilación para el sistema interconectado nacional, obteniéndose los resultados mostrados en la Tabla 5.14. Las máquinas cuyo número presenta un asterisco (*) oscilan en oposición de fase con respecto a las que restantes, de acuerdo con la matriz de eigenvectores derechos []. Se consideran sólo las máquinas cuyo factor de participación es mayor o igual a 0.05.

Las frecuencias de oscilación se encuentran en el intervalo de 0.25 - 2.1 Hz, excepto las frecuencias de 3.27 y 4.56 Hz, asociadas a máquinas demasiado pequeñas, FRC-123 y BOQ-1A4, respectivamente. Por otro lado, puede verificarse que en cada modo, con

excepción de algunos casos, no intervienen más de 5 máquinas.

Existen 8 modos en los que se involucra fundamentalmente una sola máquina, con un factor de participación cercano a la unidad:

20 (BOQ-1A4), 16 (FRC - 123), 17 (FRC-U4), 7 (FAM-U1), 13 (STO-U1), 58 (SRO-UD1), 30 (OVI-U2), 36 (SLA-U1)

La mayoría de estas máquinas tiene un coeficiente de inercia bastante pequeña, comparado con la central de mayor inercia MNZ-UD1 (68.96 s), por lo que puede concluirse que, para ese modo, la máquina prácticamente está oscilando contra una barra infinita. Aun más, esas máquinas no tienen participación importante en ningún otro modo.

Los siguientes modos están asociados a máquinas de una misma área: Noreste, 16, 21, 26, 30, 32, 44, 55, 61, 65, 67; Norte, 1, 2, 5, 10, 27, 47, 56, 62, 66; Noreste, 9, 18, 33, 39, 40, 41, 43, 46, 48, 52, 60, 63; Central, 3, 6, 7, 11, 17, 19, 64; Occidental, 14, 25, 36, 42; Sureste, 4, 20, 23, 31, 38, 50.

Los modos por lo general involucran máquinas eléctricamente cercanas, por lo que son menos los modos en los que existe participación de máquinas geográficamente lejanas; como un ejemplo están los modos 22, 24, 45, 53 de la Tabla 5.14, (véase la Figura 5.2).

En la red existen máquinas que pertenecen a la misma central eléctrica, pero están conectadas a diferentes nodos, por ejemplo REC-U1 y REC-U3; en estos casos, para los modos en los que participa una máquina, también lo hace la otra, es decir, las máquinas son parte de grupos fuertemente coherentes.

5.8 Ejemplificación de la reproducción de modos

Como ha quedado establecido en la Tabla 5.14, la mayoría de los modos se excitan principalmente por la interacción de unas cuantas máquinas. Esto significa que existe la posibilidad de excitar cualquier modo considerando únicamente las máquinas correspondientes y los enlaces que las conectan.

En ocasiones puede ser interesante trabajar con algún modo de interés particular, por ejemplo, cuando se desee ajustar parámetros de algunos controles con el fin de lograr un mejor amortiguamiento. En tales casos es útil centrar la atención en las máquinas que intervienen en ese modo y dejar a un lado las que influyen poco en él.

A continuación se sugiere una técnica para reproducir un modo de interés al desprestigiar elementos que prácticamente no influyen en él. A este proceso se le denomina *equivalentes por modo* [63]. Una consideración importante es tomar todos los flujos de potencia que inciden en los nodos de alta como cargas en ellos mismos, excepto el que corresponde a las líneas que unen las centrales de interés. Así, la red queda reducida a unos cuantos nodos de generación y carga enlazados por líneas reales.

DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

Reproducción del modo en el que participan principalmente las centrales 31 (EFU-U1), 32 (TPO-U1) y 33 (BRT-U1). De la Tabla 5.14, modo número 52, se observa que la frecuencia de oscilación es 1.07 Hz. La Figura 5.17 muestra el diagrama unifilar correspondiente. Se consideró este modo porque intervienen máquinas de centrales diferentes.

Los datos de la red en la Fig. 5.17 son:

$$S_{\text{generada (EFU-U1)}} = 35.0 + j11.55 \text{ MVA}$$

$$S_{\text{generada (TPO-U1)}} = 37.0 + j14.0 \text{ MVA}$$

$$S_{\text{generada (BRT-U1)}} = 40.0 + j4.68 \text{ MVA}$$

$$|V_{\text{EFU-U1}}| = 1.03 \text{ pu}$$

$$|V_{\text{TPO-U1}}| = 0.976 \text{ pu}$$

$$|V_{\text{BRT-U1}}| = 1.0 \text{ pu}$$

$$S_{\text{carga EFU-115}} = 18.242 + j1.695 \text{ MVA}$$

$$S_{\text{carga TPO-115}} = 63.894 + j17.447 \text{ MVA}$$

$$S_{\text{carga BRT-115}} = 28.929 + j1.184 \text{ MVA}$$

$$X_{\text{transf EFU-U1}} = j0.13694 \text{ pu}$$

$$X_{\text{transf TPO-U1}} = j0.23110 \text{ pu}$$

$$X_{\text{transf BRT-U1}} = j0.06310 \text{ pu}$$

$$Z_{\text{linea EFU-115 - TPO-115}} = 0.20648 + j0.51385 \text{ pu}$$

$$Z_{\text{linea EFU-115 - BRT-115}} = 0.36991 + j2.37027 \text{ pu}$$

$$Z_{\text{linea TPO-115 - BRT-115}} = 0.14471 + j1.29376 \text{ pu}$$

$$Y_{\text{sh}/2_{\text{lineas}}} = 0.0 \text{ pu}$$

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN



En estas condiciones se realiza el análisis modal para la red equivalente, resultando las siguientes matrices; característica (A), de vectores derechos (V) y de participación (P):

$$A = \begin{bmatrix} -40.905 & 22.369 & 18.5343 \\ 24.654 & -43.555 & 18.900 \\ 9.631 & 8.930 & -18.559 \end{bmatrix}, V = \begin{bmatrix} 0.668 & -0.578 & -0.587 \\ -0.744 & -0.577 & -0.572 \\ 0.004 & -0.577 & 0.573 \end{bmatrix}, P = \begin{bmatrix} 0.469 & 0.261 & 0.270 \\ 0.530 & 0.237 & 0.233 \\ 0.0 & 0.503 & 0.497 \end{bmatrix}$$

Frecuencia de oscilación = 1.29 Hz (asociado a las máquinas 31 y 32)

Frecuencia de oscilación = 1.0 Hz (asociado a las tres máquinas)

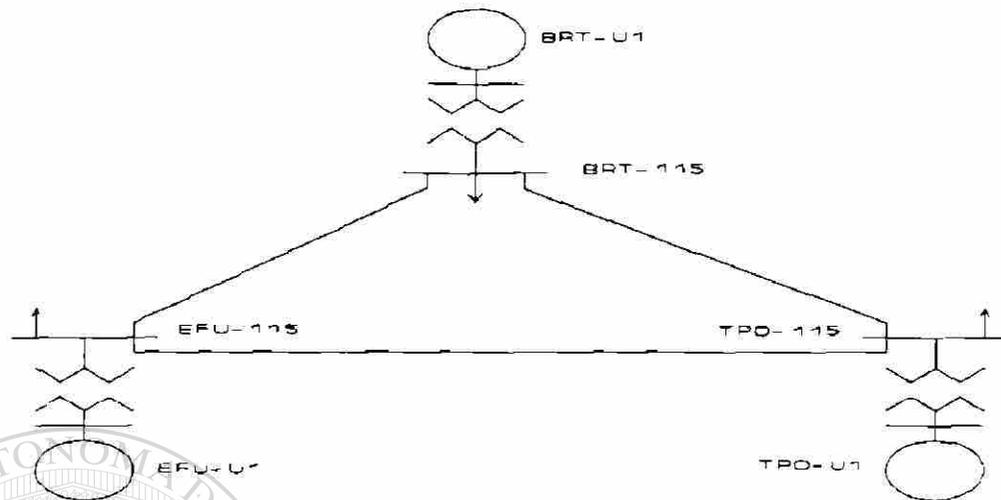


Fig. 5.14 Modo BRT-U1 - EFU-U1 - TPO-U1

Al estar involucradas máquinas que representan a tres centrales, aparecen dos modos, entre los que se encuentra el de particular interés (1.0 Hz).

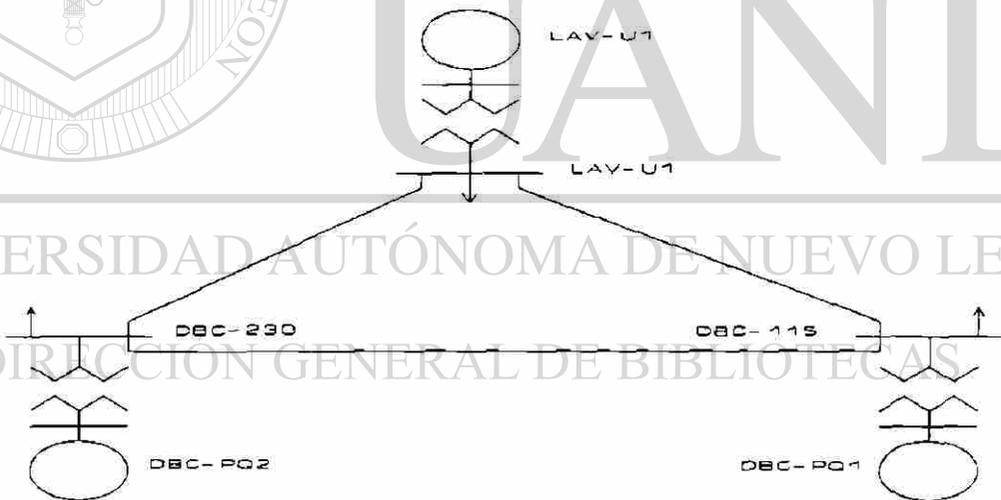


Fig. 5.15 Modo LAV-U1 - DBC-PQ1 - DBC-PQ2

Reproducción del modo en el que participan principalmente las máquinas 63 (DBC-PQ2), 64 (DBC-PQ1) y 59 (LAV-U1). De la Tabla 5.14, modo número 23, se observa que la frecuencia de oscilación es 1.65 Hz. La Figura 5.15 muestra el diagrama unifilar correspondiente.

Los datos de la red son:

$$S_{\text{generada (DBC-PQ2)}} = 85.0 + j59.5 \text{ MVA}$$

$$S_{\text{generada (DBC-PQ1)}} = 180.0 + j81.67 \text{ MVA}$$

$$S_{\text{generada (LAV-U1)}} = 600.0 - j42.113 \text{ MVA}$$

$$|V_{\text{DBC-PQ2}}| = 1.0321 \text{ pu}$$

$$|V_{\text{DBC-PQ1}}| = 1.0541 \text{ pu}$$

$$|V_{\text{LAV-U1}}| = 1.0001 \text{ pu}$$

$$S_{\text{carga DBC-230}} = 212.789 + j68.497 \text{ MVA}$$

$$S_{\text{carga DB1-115}} = 196.810 + j22.926 \text{ MVA}$$

$$S_{\text{carga LAV-400}} = 453.751 - j64.865 \text{ MVA}$$

$$X_{\text{transf DBC-PQ2}} = j0.04647 \text{ pu}$$

$$X_{\text{transf DBC-PQ1}} = j0.04345 \text{ pu}$$

$$X_{\text{transf LAV-U1}} = j0.00943 \text{ pu}$$

$$Z_{\text{linea DBC-230 - DB1-115}} = 0.00572 + j0.04979 \text{ pu}$$

$$Z_{\text{linea DBC-230 - LAV-400}} = 0.01316 + j0.1217 \text{ pu}$$

$$Z_{\text{linea DB1-115 - LAV-400}} = 0.01031 + j0.25347 \text{ pu}$$

$$Y_{\text{sh/2 líneas}} = 0.0 \text{ pu}$$

El análisis modal para la red equivalente resultante es

$$A = \begin{bmatrix} -114.012 & 59.042 & 54.970 \\ 59.042 & -117.449 & 58.407 \\ 15.276 & 16.231 & -31.506 \end{bmatrix}, V = \begin{bmatrix} -0.693 & 0.577 & -0.678 \\ 0.721 & 0.577 & -0.638 \\ -0.008 & 0.577 & 0.366 \end{bmatrix}, P = \begin{bmatrix} 0.480 & 0.179 & 0.341 \\ 0.519 & 0.179 & 0.302 \\ 0.0 & 0.643 & 0.357 \end{bmatrix}$$

donde, A es la matriz característica, V es la matriz de eigenvectores derechos, P es la matriz de participación.

Frecuencia de oscilación = 2.1 Hz (asociado a las máquinas 63 y 64)

Frecuencia de oscilación = 1.55 Hz (asociado a las tres máquinas)

El modo de interés se preserva en valor y dirección, esto es, LAV-U1 oscilando contra DBC-PQ1 y DBC-PQ2. Nótese que en este caso el modo de interés está asociado a dos centrales.

5.9 Resumen del capítulo

En este capítulo se han presentado resultados relacionados con la disminución del número de generadores para estudios de estabilidad transitoria en el Sistema Interconectado Nacional aplicando la metodología propuesta en el capítulo anterior. En una primera fase, la agregación de centrales eléctricas permite pasar de 150 a 69 generadores. Después, al obtener un equivalente para cada área del sistema, empleando el algoritmo de división de la red, es posible disminuir la cantidad en 60-65% para el caso estricto y en 45-50% para el caso relajado. En este último, para cada área es posible tener, en promedio, un equivalente formado por 33 generadores. Así, las técnicas de identificación de coherencia, las medidas de distancia y el algoritmo propuesto han demostrado ser aplicables a una red eléctrica real.

DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

Se ha realizado el análisis modal de la red considerando las ecuaciones mecánicas de los generadores. El objetivo es obtener un conocimiento general de la red sobre todo lograr la asociación de los modos con las máquinas que principalmente influyen en ellos. Esto permite verificar si el equivalente formado, para una zona de estudio determinada, preserva con buena aproximación los modos mecánicos; lo que indicará que tiene muchas posibilidades de reproducir los resultados de un estudio de estabilidad. También ayuda en la reproducción de cualquier modo de interés particular, al desprestigiar elementos que influyen poco en él. Se puede observar del análisis modal para los sistemas equivalentes,

la preservación adecuada de los modos en que participan las máquinas de interés. Esto permite tener confianza de que las simulaciones en el tiempo se asemejen a las del caso base.

De los resultados del análisis modal es posible reproducir con buena aproximación modos específicos, sobre todo aquellos en los que participan máquinas que representan centrales relativamente cercanas, lo cual puede ser de gran utilidad para el analista de la red.

Se han presentado conclusiones de carácter general sobre la red nacional, tales como la fuerte interrelación existente entre las áreas de control del sur del país y la conveniencia de dividir en dos las áreas del norte, con el propósito de formar equivalentes válidos para cualquier perturbación dentro de esa *subárea*. Las Areas de Control Central y Sureste son las más íntimamente unidas, debido a la concentración de centrales importantes y de enlaces relativamente robustos.

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN

DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

CAPITULO 6

CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

A continuación se presentan las conclusiones y aportaciones de este trabajo y se hacen recomendaciones para investigaciones futuras relacionadas con el tema.

6.1.1 Conclusiones Sobre Estudios Máquina-Barra Infinita

- La técnica de realizaciones balanceadas ha mostrado su utilidad al aplicarla a modelos matemáticos en estudios dinámicos en sistemas de potencia. En particular, las aplicaciones para reducir modelos en estudios máquina - barra infinita y modelos de sistemas de excitación han tenido resultados satisfactorios.
- La aplicación de la técnica de la ecuación de oscilación equivalente permite obtener una ecuación de segundo orden que incluye la dinámica electromecánica del generador y de todos sus controles automáticos.

DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

6.1.2 Conclusiones Sobre Equivalentes de Centrales Eléctricas

- La agregación de generadores en centrales eléctricas mediante, la técnica propuesta, reduce significativamente el número de ecuaciones y el tiempo de cálculo para estudios de estabilidad transitoria. La coherencia entre las máquinas de una misma central ha quedado formalizada con las condiciones de Coherencia Geométrica Estricta. El equivalente obtenido preserva el comportamiento del desplazamiento angular *promedio* y de los flujos de potencia en las líneas, como se observa de la comparación de los resultados calculados

con la máquina equivalente y con el caso base.

- Con la utilización de un *transformador equivalente* con relación de transformación real se reproducen los resultados del estado estable, el principal beneficio es no manejar una matriz de admitancias nodal asimétrica, lo cual es ventajoso para emplear técnicas eficientes en el manejo de matrices.
- La metodología utilizada en la obtención de los parámetros equivalentes de la máquina y sistemas de excitación presenta resultados satisfactorios y es válida en la agregación de otros sistemas de control.
- Las reactancias transitorias de eje directo equivalentes tienden a ser los valores de las reactancias paralelo correspondientes. Los parámetros equivalentes en p.u. de los sistemas de excitación Tipo 1 tienden a situarse entre los valores de los excitadores individuales, y como una aproximación podría emplearse un promedio aritmético.

6.1.3 Conclusiones Sobre Identificación de Generadores Coherentes

• Se analizan y clarifican conceptos de diferentes enfoques representativos del problema de identificación de grupos de generadores coherentes para estudios de estabilidad transitoria. El hecho de disponer de varias opciones para abordar el problema conduce a la obtención de equivalentes confiables. Las metodologías empleadas se han seleccionado debido a sus argumentos formales y a su aplicabilidad a una red real.

• El método modal-coherente es el más accesible y su algoritmo el de menor carga computacional. El disturbio considerado es el escalón ZMIID en la potencia mecánica de cada una de las máquinas, el cual es proporcional al cuadrado de las constantes de inercia. Este disturbio, junto con el cálculo de las medidas de coherencia rms entre cada par de

generadores, es suficiente para determinar grupos de generadores coherentes sin necesidad de simulación en el tiempo ni el cálculo de la eigenestructura. Los equivalentes modal y coherente derivados de la medida de coherencia rms son semejantes. El método modal-coherente identifica los grupos estrechamente interconectados, de esos grupos se eliminan las oscilaciones de mayor frecuencia.

- El equivalente de perturbaciones singulares tiene el atractivo computacional de manejar un modelo cuya matriz característica A es de orden $n \times n$; esto debido a que desprecia el amortiguamiento de los modos mecánicos. Se hace notar que los r modos de baja frecuencia son los r modos más lentos de A ; esta elección de r a priori es una de las críticas importantes al método. Una vez que se eligen los r modos más lentos, el interés es encontrar una matriz de agrupación L_g que indique cómo quedan conformadas las áreas coherentes. Esto se logra aplicando un algoritmo para determinar la matriz dicotómica L_d sin necesidad del cálculo de la eigenestructura. En resumen, el método tiene las siguientes desventajas: *a)* la elección de r a priori; *b)* no es posible obtener una separación en áreas para un disturbio particular.

- Los métodos basados en coherencia hacen uso de propiedades lineales para obtener la eigenestructura completa (derecha e izquierda) de la matriz A ($2n \times 2n$) a partir de \bar{A} ($n \times n$). Estos métodos consideran que la localización explícita de la falla es fundamental en las potencias acelerantes experimentadas por las máquinas durante la falla y, por ende, sobre la coherencia de las máquinas. Las consideraciones más importantes del algoritmo de coherencia hacen que sólo se utilice una matriz característica A , durante todo el estudio, disminuyendo la carga computacional. La desventaja consiste en la necesidad del cálculo de los eigenvalores de A_1 de orden $(n-1) \times (n-1)$.

- o Los métodos basados en coherencia hacen uso de la solución modal de las ecuaciones diferenciales a fin de identificar los generadores coherentes. Se hace uso de una medida de

coherencia rms, que es fácil de calcular una vez determinada la eigenestructura. Con los índices de coherencia y mediante la regla transitiva de reconocimiento de coherencia se eligen los grupos coherentes. El método es ingenioso y relativamente simple pero para sistemas de gran escala el costo computacional del cálculo de la eigenestructura es significativo.

- De las metodologías utilizadas, ninguna de ellas por si sola permite obtener equivalentes dinámicos que sean aplicables para cualquier condición de operación y para diferentes perturbaciones. Primero, todos los métodos se formulan linealmente, lo que ya de por sí es una limitante porque el problema original de estabilidad transitoria es no-lineal. Segundo, la mayoría de las técnicas están basadas en simplificaciones que permiten obtener un algoritmo computacionalmente aplicable.

- La aplicación de realizaciones balanceadas permite estimar el grado de agregación posible de grupos coherentes en sistemas multimáquina. La utilidad práctica está limitada a sistemas de potencia pequeños. La razón se debe a que la herramienta computacional para calcular los gramianos de controlabilidad y observabilidad no se puede utilizar cuando la matriz característica A del modelo de estado tiene grandes dimensiones.

DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

- El uso de medidas de distancia electromecánicas permite delimitar la zona de contingencias con poco esfuerzo de cálculo. El hecho de calcular equivalentes para una zona de contingencias o para diversas condiciones de operación hace de esta metodología una de las más prometedoras. Con el propósito de preservar exactitud de resultados, se considera conveniente definir una zona intermedia. En ésta zona las máquinas serían representadas con menor detalle que las que pertenecen a la zona interna pero no se agregan como las de la zona externa.

- Del análisis de las diferentes formulaciones para la obtención de grupos coherentes,

aprovechando ventajas particulares, se propone un algoritmo para la identificación del área externa e intermedia. Los resultados obtenidos muestran que los equivalentes son confiables.

- La utilización conjunta de la técnica de distancias electromecánicas, de las metodologías para identificar grupos coherentes y el algoritmo para la definición de las zonas intermedia y externa, ha permitido establecer una metodología para formar equivalentes dinámicos prácticamente para cualquier grupo particular de generadores dentro de una zona de contingencia.

6.1.4 Conclusiones de la Aplicación de la Metodología

- Se han presentado resultados de equivalentes dinámicos para el sistema eléctrico de CFE. Aunque las técnicas empleadas para obtener grupos coherentes están desarrolladas para un sistema linealizado de ecuaciones diferenciales, los resultados de simulaciones en el tiempo utilizan un programa de estabilidad transitoria, donde se resuelve el conjunto no-lineal de ecuaciones para una condición de operación específica.

- En el problema de adaptación de parámetros de la máquina equivalente, ante cambios en la condición de operación, pueden ser de utilidad las expresiones (3.37) a (3.42), ya que proporcionan una relación directa entre los parámetros de la máquina equivalente y las condiciones operativas.

- Para formar equivalentes de la red en estudio, las tres áreas del norte son más difíciles de tratar, debido a enlaces débiles y a la influencia que tiene la inercia de plantas importantes (MNZ, MMT) localizadas al sur. En general, las áreas Central y Sureste tienen gran influencia sobre aquellas.

- De los resultados obtenidos para las diferentes áreas de control, se sugiere dividir las áreas Occidental, Noroeste, Norte y Sureste en dos sub-áreas y obtener un equivalente para cada una de ellas, de tal forma que se tengan dos zonas de contingencia general por área y así lograr equivalentes precisos. Se concluye también que no es conveniente agregar plantas como MNZ, MMT, TUL, LAV, ALT (debido a su inercia e importancia) si se quiere conservar exactitud de resultados, a pesar de que en ocasiones los resultados del algoritmo indiquen que se puede hacer.
- La frecuencia de oscilación del modo mecánico más grande está asociada a la máquina más pequeña (BOO-1A4). Por lo demás, las frecuencias se encuentran en el rango 0.25-2.1 Hz. En la mayoría de los modos se ven involucradas de forma importante un promedio de 4-5 máquinas.
- Del análisis modal para los sistemas equivalente y base se observó la preservación con buena aproximación de los modos en que participan las máquinas de interés. Esto permite concluir que las simulaciones en el tiempo se asemejen a las del caso base.

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN

DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

6.2 Recomendaciones para trabajos futuros

A continuación se sugieren temas de los que pueden desprenderse investigaciones importantes.

6.2.1 Recomendaciones Sobre Equivalentes de Centrales Eléctricas

- La reducción de los modelos de sistemas de excitación y sistemas de regulación modernos de velocidad, es un tema de gran interés.
- Para los parámetros del sistema de excitación equivalente no existe reportada una forma explícita de calcularlos, utilizar el ajuste de curvas para tratar de conocer su sensibilidad respecto a variaciones de carga es un proceso laborioso. El cálculo de los parámetros de una manera analítica es deseable.
- La agregación de sistemas de excitación de diferente tipo es un tópico de interés. Se debe incluir la problemática de las no-linealidades correspondientes.

6.2.2 Recomendaciones Sobre Sistemas Multimáquina

o La ecuación de oscilación equivalente puede facilitar una interpretación de las contribuciones de los diferentes elementos al par eléctrico. En este tema existe trabajo por realizar. Además, otra de las ventajas de la técnica es su posible implementación en modelos multimáquina, y es un tema potencial de investigación.

- El problema de identificación de coherencia es un problema abierto, hasta la fecha, por ejemplo, no se ha estudiado cómo influyen los controles y las cargas en el comportamiento coherente de los generadores para estudios de varios segundos.

- También, se puede observar que teóricamente existen diversas maneras de satisfacer las condiciones de coherencia estricta. Así, la carga inicial, los ángulos iniciales, la localización del disturbio, etc., son factores que influyen en el comportamiento coherente, hasta la fecha no se ha podido determinar claramente cómo están entrelazados cada uno de ellos en el comportamiento coherente.

- Es importante continuar la investigación sobre la forma de conectar un generador equivalente a la red que se retiene, respetando en todo momento las inyecciones de potencia al sistema, de acuerdo al comportamiento de las máquinas individuales.

- Formular las ecuaciones del método de perturbaciones singulares empleando como condición inicial el estado inmediatamente después de liberada la falla, se debe investigar la mejor elección del número r de reas coherentes en que se divide el sistema.

- Es necesario e importante detallar procedimientos para formar equivalentes válidos para diferentes condiciones de operación y ante diversas perturbaciones. En esta tesis, la aplicación se hizo en las Areas de Control de CFE para una condición de operación. Es interesante obtener datos (por ejemplo, factores de sensibilidad) que permitan adaptar el equivalente para diferentes condiciones de operación.

- Es necesario continuar con el estudio de metodologías no-lineales en la obtención de equivalentes dinámicos.

- La incorporación de otras medidas de distancia, evaluación de las mismas, así como de otros procedimientos de conjunción, son deseables.

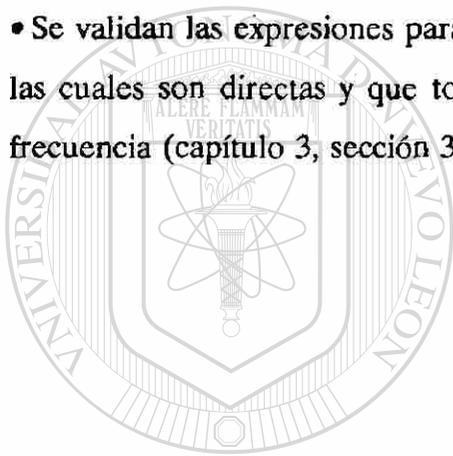
6.3 Aportaciones

- Se propone un algoritmo (capítulo 4, sección 4.10) y una metodología (capítulo 4, sección 4.11) para la formación de equivalentes dinámicos válidos para una zona de contingencias y aplicables a estudios de estabilidad transitoria en sistemas eléctricos de potencia.
- Se presenta una técnica formal que permite separar la dinámica del sistema de potencia en tres zonas. El procedimiento es sistemático, fácil de implementar y seguro en la delimitación de las zonas (capítulo 4, sección 4.11).
- Se comprueba la aplicabilidad de la técnica de realizaciones balanceadas en la reducción del orden de los modelos linealizados de generadores y de los sistemas de control automático, así como en el cálculo de un índice de calidad para la agregación de generadores (capítulo 3, sección 3.3.1 y 3.4).
- La validez y eficiencia de la metodología propuesta ha sido verificada con la obtención de equivalentes dinámicos para cada una de las Areas de Control del Sistema Interconectado Nacional, donde se obtuvieron resultados que se comparan cercanamente a los del caso base (capítulo 5).
- Se presentan en detalle y se realiza un análisis crítico de las metodologías más relevantes para identificar grupos coherentes, señalando sus ventajas, desventajas y clarificando conceptos. Se realizan modificaciones y adaptaciones para mejorar algunas de sus desventajas (capítulo 4, sección 4.6).
- Se confirma la utilidad de un área intermedia en la red eléctrica, y se comprueba la utilidad de la técnica de distancias electromecánicas en la delimitación precisa de las zonas

intermedia y externa (capítulo 5).

- Se probaron las ventajas y utilidad de la técnica de la ecuación de oscilación equivalente en la obtención de una ecuación de segundo orden equivalente, que incluye toda la dinámica electromecánica del generador, sistema de excitación y demás controles, independientemente del orden del modelo del generador y sistemas de control (capítulo 3, sección 3.3).

- Se validan las expresiones para el cálculo de los parámetros del generador equivalente, las cuales son directas y que toman ventaja sobre el ajuste de curvas de respuesta a la frecuencia (capítulo 3, sección 3.5.2).



UANL

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN

DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS



Referencias

- [1] Brown, H.E., Shippley, R.B., Coleman, D., "Study of Stability Equivalents.", *IEEE Trans. on PAS* 88, No. 3, pp. 200-206, March 1969.
- [2] Davison, E. J., "A New Method for Simplifying Large Linear Dynamic Systems.", *IEEE Trans. on AC* 13, No. 2, pp. 214-215, Apr. 1968.
- [3] Elangovan, S. and Kuppurajulu, A., "System Analysis by Simplified Models.", *IEEE Trans. on AC* 15, No. 2, pp. 234-237, Apr. 1970.
- [4] Okobo, S., Suzuki, H. and Vemura, K., "Modal Analysis for Power Dynamic Stability.", *IEEE Trans. on PAS* 97, No. 4, pp. 1313-1318, July/Aug 1978.
- [5] Pérez Arriaga, I. J., Schweppe, F. C. and Verghese, G. C., "Selective Modal Analysis: Basic Results.", *IEEE PES Winter Meeting*, pp. 649-656, New York 1980.
- [6] Van Ness, J. E., "Improving Reduced Dynamic Models on Power Systems.", *IEEE PICA*, pp. 155-157, Conference 1975.
- [7] Chang, E. and Adibi, M. M., "Power System Dynamic Equivalents.", *IEEE Trans. on PAS* 89, No. 8, pp. 1737-1743, Nov/Dec 1970.
- [8] Lee, S.T. and Schweppe, F. C., "Distance Measures and Coherency Recognition for Transient Stability Studies.", *IEEE Trans. on PAS* 93, No. 5, pp. 1550-1557, Sept/Oct 1973.
- [9] Lawler, J. S. and Schlueter, R. A., "Computational Algorithms for Constructing Modal-Coherent Dynamic Equivalents.", *IEEE Power Summer Meeting*, Paper No. 81, SM 427-4, Portland, Oregon, July 26-31, 1981.
- [10] Podmore, R., "Identification of Coherent Generators for Dynamic Equivalents.", *IEEE Trans. on PAS* 97, No. 4, pp. 1344-1354, July/Aug. 1978.
- [11] Podmore, R. and Germond, A., "Development of Dynamic Equivalents for Transient Stability Studies.", *Final Report on EPRI Project RP 763*, May 1977.
- [12] Schlueter, R. A., Akthar, H. and Modir, H., "An RMS Coherency Measure: A Basic for Unification of Coherence and Modal Analysis Model Aggregation Techniques.", *IEEE PES Summer Power Meeting*, Paper A78 533-2, 1978.

- [13] Chow, J. H., Allemong, J. J. and Kokotovic, P. V., "Singular Perturbation Analysis with Sustained High Frequency Oscillations.", *Automatica*, 14, No. 3, pp. 271-279, May/June 1978.
- [14] Winkelman, J. R., Avramovic, B., Chow, J. H. and Kokotovic, P. V., "Area Decomposition for Electromechanical Models of Power Systems.", *IFAC Symposium on Large Scale System Theory and Application*, 1980.
- [15] Pai, M. A. and Adgoankar, R. P., "Identification of Coherent Generators Using Weighted Eigenvectors.", *IEEE PES Winter Power Meeting*, Paper AZ9-022-5, 1969.
- [16] Moore, B. C., "Principal Component Analysis in Linear Systems: Controllability, Observability, and Model Reduction.", *IEEE Trans. on AC* 26, No. 1, pp.17-32, Feb. 1981.
- [17] Ramírez, J. M. y Cañedo, J. M., "Aplicación de las Realizaciones Balanceadas a los Sistemas Eléctricos de Potencia.", *IEEE RVP-90-SIS-20*, pp. 135-141 Vol. Sistemas de Potencia, Acapulco, Gro. 1990
- [18] Troullinos, G. and Dorsey, J. F., "Application of Balanced Realizations to Power System Equivalents.", *IEEE Trans. on AC* 30, No. 4, pp. 414-416, April 1985.
- [19] Vargas, R., Aboytes, F. "Análisis y Aplicación de Equivalentes en Sistemas Eléctricos de Potencia", *Reporte Interno I. CFE, CENACE-DID*, 1983.
- [20] Dicaprio, U. and Marconato, R., "Structural Coherency Conditions in Multimachine Power Systems.", *VII IFAC World Congress*, 1980.
- [21] Dorsey, J. F., "The Determination of Reduced Order Models for Local and Global Analysis of Power Systems.", *Ph. D. Thesis*, Michigan State University, 1980.
- [22] Dorsey, J. F. and Schlueter, R. A., "Structural Archetypes for Coherency: A Framework for Comparing Power System Equivalents.", *Automatica*, 20, No. 3, pp. 349-352, 1984.
- [23] Troullinos, G. and Dorsey, J., "Coherency and Model Reduction: State Space Point of View.", *IEEE Trans. on PWS* 4, No. 3, pp.988-995, Aug. 1989.

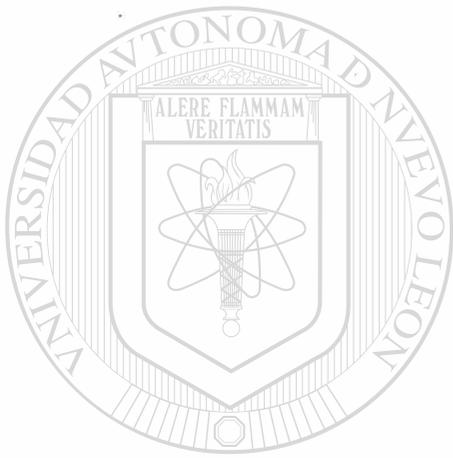
- [24] Meisel, J., "Reference Frames and Emergency State Control for Bulk Electric Power Systems.", *Proceedings of the 1977 Joint Automatic Control Conference*, Vol. 2, pp. 747-754.
- [25] Anderson, P. M. and Fouad, A., "Power System Control and Stability." *Iowa State University Press, Ames, IA*, 1977.
- [26] Schlueter, R. A., Ahn, U. and Modir, H., "Modal Analysis Equivalents Derived Based on the RMS Coherency Measure.", *IEEE PES Winter Meeting 1979*, Paper A 79 061-3.
- [27] Lawler, J. and Schlueter, R. A., "Modal-Coherent Equivalents Derived from an RMS Coherency Measure.", *IEEE Trans. on PAS* 99, No. 4, pp. 1415-1425, July/Aug. 1980.
- [28] Ramírez, J.M. y Cañedo, J.M., "Equivalentes dinámicos de las áreas de control de CFE para estudios de estabilidad transitoria". *IEEE Sección México, RVP-92-SIS-03*, pp. 13-20, Acapulco, Gro., 1992.
- [29] Lawler, J. S., "Modal-Coherent Equivalents Derived from an RMS Coherency Measure.", *Ph. D. Thesis*, Michigan State University, 1979.
- [30] "Coherency Based Dynamic Equivalents for Transient Stability Studies", *Final report on EPRI Project RP904*, Dec.1974.
- [31] Undrill, J. M. and Turner, A. E., "Construction of Power System Electromechanical Equivalents by Modal Analysis.", *IEEE Trans. on PAS* 90, pp. 2049-2071, Sep/Oct 1971.
- [32] Porter, B. and Crossley, R., "Modal Control. Theory and Applications". *Taylor & Francis Ltd.* 1972.
- [33] Kokotovic, P. V., Avramovic, B., Chow, J. H. and Winkelman, J. R., "Coherency Based Decomposition and Aggregation.", *Automatica*, 18, No. 1, pp. 47-56, 1982.
- [34] Kokotovic, P. V., Avramovic, B., Chow, J. H. and Winkelman, J. R., "An Analysis of Interarea Dynamics on Multimachine Systems.", *IEEE Trans. on PAS* 100, No. 2, pp. 754-762, Feb. 1981.

- [35] Fossard, A. J., Berthelot, M. and Magni, J. F., "On Coherency-Based Decomposition Algorithms.", *Automatica*, 19, No. 3, pp. 247-253, 1983.
- [36] Kokotovic, P. V., Khalil, H. K. and O'Reilly, J., "Singular Perturbation Methods in Control: Analysis and Design.", *Academic Press*, 1986.
- [37] Strang, G., "Algebra Lineal y sus Aplicaciones.", Fondo Educativo Interamericano, 1982.
- [38] Grande Morán, C., "Reduced Order Modelling in Multimachine Power Systems.", *Ph. D. Thesis*, Iowa State University, 1982.
- [39] Skelton, R. E., "Dynamic Systems Control", *John Wiley & Sons*, 1988.
- [40] Chen, C. T., "Linear System Theory and Design.", *Holt, Rinehart and Winston*, 1984.
- [41] Pérez Arriaga, J.I., "Selective Modal Analysis With Applications to Electric Power Systems.", *Ph. D. Thesis*, MIT, 1981.
- [42] Al-fuhaid, A. S., "Coherency Identification and Stability Equivalent for Transient Stability Studies of Power Systems.", *Ph.D. Thesis*, North Carolina State University, 1982.
- [43] Ralston, A. and Rabinowitz, P., "A First Course in Numerical Analysis.", *McGraw-Hill*, 1978.
-
- [44] Salinas, H. y Aboytes, F., "Análisis y aplicación de equivalentes en sistemas de potencia". *Proyecto de investigación DIE-88-04*, UANL, Junio de 1988.
- [45] H. Rudnick, R. I. Patino and A. Brameller, "Power System Dynamic Equivalents: Coherency Recognition via the Rate of Change of Kinetic Energy". *IEE Proc.* vol. 128, Pt.C, No. 6, pp. 325-333, Nov. 1981.
- [46] D. E. T. Hiyama, "Identification of Coherent Generators Using Frequency Responses," *IEE Proc.* vol. 128, Pt. C, No. 5, pp. 262-268, Sept. 1981.
- [47] Lj. T. Grujic, M. Darwish and J. Fantin, "Coherence Vector Liapunov Functions and Large-scale Power Systems", *Int. J. Systems Science*, Vol. 10, No. 3, pp. 351-362, 1979.
- [48] Yao-nan Yu and M.A. El-Sharkawi, "Estimation of External Dynamic Equivalents of a Thirteen-machine System". *IEEE Trans. on PAS*, 1324-1332, March 1981.

- [49] Belhomme, R. and Pavella, M., "A Composite Electromechanical Distance Approach to Transient Stability. *IEEE Trans. on PWS*, Vol. 6, No. 2, May 1991.
- [50] Belhomme, R., "Distances électromécaniques en stabilité transitoire. Une approche de décomposition-agrégation des réseaux électriques." *Thèse de Doctorat*, Université de Liège, 1990.
- [51] Djukanovic, N., Sobajic, D.J., and Pau, Y.H., "Artificial Neural Network Based Identification of Dynamic Equivalents". *Electric Power Systems Research*, 24 (1992), pp. 39-48.
- [52] Savu Savulescu, "Equivalents for security analysis of power systems". *IEEE Trans. on PAS*, Vol. 100, No. 5, May 1981. pp. 2672-2682.
- [53] Elgerd, O.I. "Electric Energy Systems Theory. An Introduction". *McGraw-Hill*, 1982.
- [54] Aboytes, F., Ramírez R., Sánchez F., Cañedo J. M. "Estabilidad Dinámica en Sistemas Eléctricos de Potencia". *CFE*, 1991.
- [55] Arroyo, G., Aboytes, F., " Estabilidad Transitoria en Sistemas Eléctricos de Potencia". *CFE*, 1990.
- [56] Haque, M.H., Rahim, A.H.M.A. "An Efficient Method of Identifying Coherent Generators Using Taylor Series Expansion". *IEEE Trans. on PWR*, Vol. 3, No.3, August 1998.
-
- [57] Ramírez, J.M., y Cañedo, J.M., "Modelos de orden reducido". *Reporte de investigación*, 1992.
- [58] Ramírez, J.M., y Cañedo, J.M., "Metodologías para la obtención de equivalentes dinámicos". *Reporte de investigación*, 1992
- [59] Cañedo C., J.M., "Oscilaciones de Potencia Eléctrica". IX de Transmisión y Distribución de Energía Eléctrica. *IEEE Sección México*, Noviembre de 1987.
- [60] Schulz, R.P. "Synchronous Machine Modeling". *Symposium on Adequacy and Philosophy of Modeling: System Dynamic Performance*. IEEE Publ. 75 CH O970-PWR, 1975.
- [61] Cañedo, J.M., "Estudio Comparativo del Generador Síncrono Utilizando Diferentes Formulaciones". *IEEE Sección México*, RVP-89-SIS-10. pp. 68-76. Acapulco, Gro,

- 1989.
- [63] Ramírez, J.M., y Cañedo, J.M., "Equivalentes dinámicos en la red de CFE". *Reporte de investigación*, 1992.
- [64] Ward, J.B., "Equivalent Circuits for Power-Flow Studies". *IEEE Trans. on PAS*, Vol. 68, 1974, pp. 373-382.
- [65] Pernebo, L. and Silverman, L.M., "Model Reduction Via Balanced State Space Representations". *IEEE Trans. on Automatic Control*, Vol. AC-27, No. 2, April 1982, pp. 328-337.
- [66] Allemong, J.J., "A Singular Perturbation Approach to Power System Dynamic". *Ph. D. Thesis, University of Illinois at Urbana-Champaign*, 1978.
- [67] Sauer, P.W., Ahmed-Zaid S. and Kokotovic, P., "An Integral Manifold Approach to Reduced Order Dynamic Modeling of Synchronous Machines". *IEEE Trans. on PWR*, Vol. 3, No.1, Feb. 1988, pp. 17-23.
- [68] Aboytes, F. y Salinas, H., "Obtención de Equivalentes para el Diseño de Esquemas de Desconexión de Carga por Baja Frecuencia". *Reunión de Verano de Potencia organizada por el IEEE Sección México en Acapulco, Gro.* RVP-SIS-12, pp. 166-172.
- [69] Aboytes, F. y Salinas, H., "Aplicación de Equivalentes Híbridos en el Análisis de Sistemas de Potencia". *IEEE Sección México*. I-RVP-88-SP-26, presentada en Acapulco, Gro. 1988
- [70] Aboytes, F. y Salinas, H., "Aplicación de Equivalentes en el Análisis de Sistemas de Potencia". *Tercer Encuentro Regional Latinoamericano de CIGRE, Foz Do Iguacu, Brasil*, Mayo de 1989.
- [71] Tinney, W.F. and Bright J.M., "Adaptive Reductions for Power Flow Equivalent". *IEEE Trans. on Power Systems*, Vol. PWRS-2, No. 2, May 1987. pp.351-360
- [72] Vargas, R., Aboytes, F. "Determinación de Equivalentes de Plantas Generadoras en Estudios de Estabilidad Transitoria", *Reporte Interno*. CFE-CENACE-DID, Mayo de 1986.

[73] Vargas, R., Aboytes, F. "Equivalentes Heurísticos Combinados para Análisis en Estado Estable y Dinámico", *Reporte Interno*. CFE-CENACE-DID, Abril de 1987.



UANL

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN

®

DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

