

**UNIVERSIDAD AUTONOMA DE NUEVO LEON**

**FACULTAD DE INGENIERIA MECANICA Y ELECTRICA**

**PROGRAMA DOCTORAL EN INGENIERIA ELECTRICA**



**FORMULACION TRIFASICA DE SISTEMAS  
ELECTRICOS EN COORDENADAS  
DE FASE ABC**

**T E S I S**

**QUE PARA OBTENER EL GRADO DE**

**MAESTRO EN CIENCIAS EN INGENIERIA ELECTRICA  
CON ESPECIALIDAD EN SISTEMAS ELECTRICOS DE POTENCIA**

**PRESENTA:**

**CARLOS PEREZ ROJAS**

**CD. UNIVERSITARIA**

**DICIEMBRE DE 1993**

TM

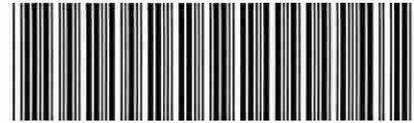
Z5853

.M2

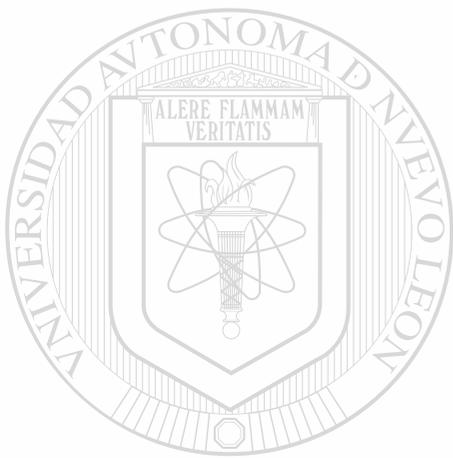
FIME

1993

P4



1020070658



# UANL

---

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN



DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

**UNIVERSIDAD AUTONOMA DE NUEVO LEON**

**FACULTAD DE INGENIERIA MECANICA Y ELECTRICA**

**PROGRAMA DOCTORAL EN INGENIERIA ELECTRICA**



**FORMULACION TRIFASICA DE SISTEMAS  
ELECTRICOS EN COORDENADAS  
DE FASE, ABC**

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN

DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

**T E S I S**  
QUE PARA OBTENER EL GRADO DE

**MAESTRO EN CIENCIAS EN INGENIERIA ELECTRICA  
CON ESPECIALIDAD EN SISTEMAS ELECTRICOS DE POTENCIA**

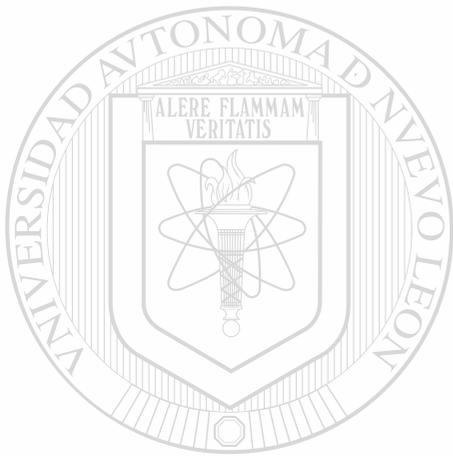
**PRESENTA:**

**CARLOS PEREZ ROJAS**

**CD. UNIVERSITARIA**

**DICIEMBRE DE 1993**

TM  
Z5853  
.M2  
FINE  
1993  
P4

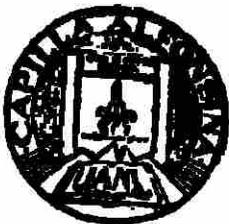


# UANL

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN

®

DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS



**FONDO TESIS**

**25998**

**Formulación Trifásica de Sistemas Eléctricos en Coordenadas de Fase abc**

Los miembros del Comité aprueban la Tesis  
de Maestría de Carlos Pérez Rojas

José Manuel Cañedo Castañeda  
Asesor

UANL

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN

Florencio Aboytes García

Salvador Acha Daza

DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

*[Handwritten signature]*

*[Handwritten signature]*

Con amor y respeto:

A la mujer que aprendió a gozar y a enriquecerse a través de un amor humilde, respetuoso, libre, auténtico y único.

MI MADRE: *Juventina Rojas Quintero.*

A la memoria del hombre que nunca mostró flaqueza ante la vida y que me enseñó a vivirla, no diciéndome cómo resolver las diversas situaciones de ésta, sino mas bien, permitiéndome ver como las resolvía El.

MI PADRE: *Angel Pérez Padilla.*

In memoriam *Soledad Quintero Rodríguez.*



UANL

---

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN

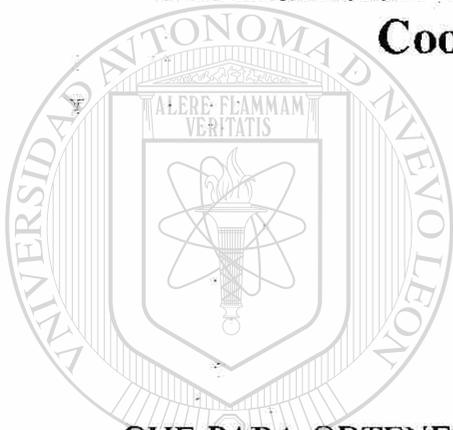
A mis hermanos: *Graciela, Ma. Elena, Guillermina, Rosa María, José, Martín Javier, Silvia Patricia y Juan Luis.*

Y con gratitud:

A todos mis amigos, compañeros y profesores que de una u otra manera intervinieron en la preparación y elaboración de este trabajo.

UNIVERSIDAD AUTONOMA DE NUEVO LEON  
FACULTAD DE INGENIERIA MECANICA Y ELECTRICA  
PROGRAMA DOCTORAL EN INGENIERIA ELECTRICA

**"Formulación Trifásica de Sistemas Eléctricos en  
Coordenadas de Fase abc"**



**TESIS**

QUE PARA OBTENER EL GRADO DE MAESTRO EN CIENCIAS EN  
INGENIERIA ELECTRICA CON ESPECIALIDAD EN SISTEMAS ELECTRICOS  
DE POTENCIA

DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

PRESENTA:

**Carlos Pérez Rojas**

Monterrey, N.L., Diciembre de 1993.

Diciembre, 15 de 1993.

## Agradecimientos

A todos a quien debo la vida.

Al Dr. José Manuel Cañedo Castañeda por su comprensión y asesoría en este trabajo.

A la Escuela de Ingeniería Eléctrica de la U.M.S.N.H.

A la Universidad Autónoma de Nuevo León.

---

Al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología.

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN



DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

## *Resumen*

### **Formulación Trifásica de Sistemas Eléctricos en Coordenadas de Fase abc**

Se presenta el modelado de la máquina síncrona trifásica en términos de las coordenadas originales, **abc**. El modelo matemático resultante es un sistema de ecuaciones diferenciales no-lineales de noveno orden, con coeficientes variantes en el tiempo y problemas de rigidez matemática. Durante el proceso de integración numérica se requiere la inversión, directa o indirecta, de la matriz de inductancias de la máquina.

La esencia del modelo de la máquina síncrona en coordenadas **abc** radica en la matriz de inductancias de la máquina, la cual depende del tiempo. En la formación de la matriz es importante utilizar adecuadamente el sistema en por unidad y el manejo apropiado de signos y factores de proporcionalidad, de manera que la matriz sea simétrica. En el presente trabajo se analizan diferentes formas de modelación de la máquina en función de las variables de estado, recomendando el modelo más adecuado. Se desarrolla en detalle la función de correspondencia entre los valores iniciales del ángulo de carga, desplazamiento del rotor, factor de potencia y ángulo de fase del voltaje terminal.

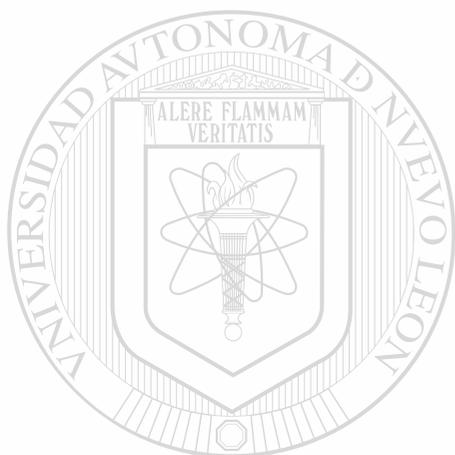
### **DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS**

Los métodos de Shipley y Bifactorización, de inversión y manejo de matrices, así como el Runge-Kutta de cuarto orden (RK4) y la Regla Trapezoidal (RT), de integración numérica; son evaluados respecto a: confiabilidad, precisión, eficiencia y facilidad de implementación computacional para simulación digital.

Se presentan resultados del comportamiento transitorio de un generador síncrono en forma individual y para la operación en paralelo con otro generador, ante perturbaciones balanceadas y desbalanceadas. El análisis se extiende al caso multimáquina. La red se modela en cantidades de fase **abc**, mediante ecuaciones diferenciales con parámetros

concentrados. Lo anterior permite realizar el estudio de transitorios lentos en la red eléctrica, por fallas o por operación de maniobra. Se detalla la descripción del algoritmo para formular las ecuaciones de equilibrio de la red, ilustrado en un sistema base.

Se incluyen resultados del comportamiento de la red, para diferentes disturbios simétricos y asimétricos.



# UANL

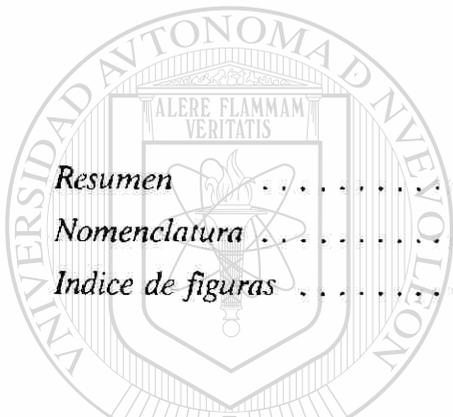
---

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN



DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

# Indice



<i>Resumen</i> .....	v
<i>Nomenclatura</i> .....	xi
<i>Indice de figuras</i> .....	xiii

# UANL

## CAPITULO 1 Introducción.

# UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN

1.1	Introducción .....	1
1.2	Estructura de la tesis .....	5

## CAPITULO 2 Modelo del generador síncrono en coordenadas abc.

2.1	Introducción .....	7
2.2	La máquina síncrona .....	8
2.2.1	Tipos de generadores .....	10
2.2.2	Devanados amortiguadores .....	11

2.3	Modelo matemático del generador síncrono en cantidades de fase .....	13
2.3.1	Formulación de enlaces de flujos .....	18
2.3.2	Formulación en términos de corrientes .....	19
2.3.3	Ecuación de oscilación .....	21
2.4	Sistema en por unidad .....	21
2.5	Valores en por unidad de las impedancias de la máquina síncrona en cantidades <b>abc</b> .....	22
2.5.1	Corrientes base del rotor utilizando las características físicas de los devanados .....	27
2.5.2	Corrientes base del rotor utilizando el principio de reciprocidad de las inductancias mutuas entre los circuitos del estator y rotor .....	28
2.6	Normalización de ecuaciones .....	31
2.7	Angulo eléctrico de fase $\theta_e$ - ángulo mecánico $\theta_r$ .....	32
2.8	Conversión de inductancias <b>dqo</b> a <b>abc</b> .....	35
2.9	Generadores en paralelo .....	39

### CAPITULO 3 Simulación y análisis del sistema generador barra infinita.

3.1	Introducción .....	41
3.2	Condiciones iniciales .....	42
3.3	Técnicas de solución numérica .....	46
3.3.1	Solución usando álgebra simbólica .....	47
3.3.2	Manejo adecuado de la matriz de inductancias .....	47
3.3.3	Selección del método de inversión de la matriz de inductancias .....	49
3.3.4	Selección del método de integración para resolver el sistema de ecuaciones diferenciales .....	50

3.4	Implementación de las formulaciones de la máquina en los métodos elegidos para su solución .....	50
3.4.1	Runge-Kutta de cuarto orden .....	50
3.4.2	Regla trapezoidal .....	52
3.4.3	Verificación del algoritmo .....	53
3.5	Simulación de fallas .....	53
3.5.1	Falla trifásica a tierra: <b>a-b-c-tierra</b> .....	54
3.5.2	Falla de fase a tierra: <b>a-tierra</b> .....	55
3.6	Análisis del funcionamiento del generador .....	55
3.7	Sincronización fuera de fase .....	62

#### CAPITULO 4 Sistema multimáquina en coordenadas abc.

4.1	Introducción .....	66
4.2	Modelado de la red .....	67
4.2.1	Generadores .....	67
4.2.2	Transformadores .....	67
4.2.3	Líneas .....	69
4.2.4	Cargas .....	71
4.3	Sistema de prueba .....	71
4.4	Formulación de las ecuaciones de equilibrio para estudios transitorios .....	74
4.5	Formulación matemática para la red de prueba .....	76
4.6	SMM con generadores en paralelo .....	82

#### CAPITULO 5 Simulación y análisis del sistema multimáquina en coordenadas abc.

5.1	Introducción .....	84
5.2	Condiciones iniciales .....	84

		x
5.2.1	Generadores .....	85
5.2.2	Red .....	85
5.3	Métodos numéricos para solucionar el sistema de ecuaciones diferenciales .....	86
5.4	Disturbios a simular en el SMM .....	87
5.4.1	Incremento en la impedancia de carga en un 50% .....	87
5.4.2	Decremento en la impedancia de carga en un 50% .....	89
5.4.3	Falla trifásica a tierra en el nodo de carga .....	89
5.4.4	Falla monofásica a tierra en el nodo de carga (fase c) .....	89
5.4.5	Apertura y recierre tripolar de la línea L3 .....	90
5.4.6	Apertura y recierre monopolar en la fase c de L3 .....	90
5.5	Resultados del comportamiento dinámico del SMM ante disturbio balanceado o desbalanceado .....	91

**CAPITULO 6 Conclusiones y Recomendaciones.**

6.1	Introducción .....	103
6.2	Conclusiones .....	103
6.3	Recomendaciones para trabajos futuros .....	104
6.4	Aportaciones .....	105

<b>REFERENCIAS</b> .....	<b>107</b>
--------------------------	------------

## Nomenclatura:

<b>V</b>	Vector de voltajes.
<b>I</b>	Vector de corrientes.
$\lambda$	Vector de enlaces de flujo.
<b>R</b>	Matriz de resistencias de los devanados.
<b>z</b>	Impedancia.
<b>Y</b>	Admitancia.
<b>S</b>	Potencia aparente.
<b>P</b>	Potencia activa.
<b>Q</b>	Potencia reactiva.
<b>L</b>	Matriz de inductancias.
<b>G</b>	Matriz ( $dL/d\theta$ ).
<b>E</b>	Voltaje pico.
$\omega_r$	Velocidad del rotor.
$\omega_B$	Velocidad base.
$\omega_s$	Velocidad síncrona.
<b>t</b>	Tiempo (segundos).

---

**p** Operador  $d/dt$ .

**p** Número de pares de polos

**f** Frecuencia.

$L_{ad}$  Inductancia de reacción de armadura.

$L_{md}$  Inductancia de magnetización del eje d.

$L_{mq}$  Inductancia de magnetización del eje q.

$L_d$  Inductancia síncrona del eje d.

$L_q$  Inductancia síncrona del eje q.

$L_l$  Inductancia de dispersión.

$L_{aa1}$  Coeficiente de la inductancia propia de armadura.

$L_{aa2}$  Coeficiente de la inductancia mutua de armadura.

$L_{nz}$  Inductancia mutua entre los elementos **n** y **z**.

donde  $n$  y  $z$  pueden ser:

$a, b, c$  Fases.

$f$  Campo.

$g, kd$  y  $kq$  devanados de amortiguamiento.

$H$  Constante de inercia (seg).

$T_m$  Par mecánico.

$T_e$  Par eléctrico.

$\delta$  Angulo de carga.

$\theta_r$  Angulo de posición del rotor, respecto a la fase  $a$ .

$\theta_e$  Angulo de fase del voltaje de la fase  $a$ .

$\phi$  Angulo del factor de potencia.



# UANL

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN



DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

## Índice de Figuras.

No. de Figura	Descripción	Página
2.1	Generador síncrono trifásico . . . . .	9
2.2	a) Rotor cilíndrico; b) Rotor de polos salientes . . . . .	10
2.3	a) Rotor de polos salientes; b) Diagrama lineal de la jaula del rotor . . . . .	11
2.4	Devanados del generador síncrono . . . . .	13
2.5	$n$ generadores en paralelo a una barra infinita . . . . .	40
3.1	Diagrama fasorial del generador síncrono . . . . .	44
3.2	Máquina a barra infinita . . . . .	54
3.3	Estado estable del hidrogenerador a barra infinita . . . . .	57
3.4	Respuesta del hidrogenerador a barra infinita ante la falla trifásica a tierra . . . . .	57
3.5	Respuesta del hidrogenerador a barra infinita ante falla monofásica a tierra . . . . .	58
3.6	Respuesta del turbogenerador a barra infinita ante falla trifásica a tierra . . . . .	59
3.7	Respuesta del turbogenerador a barra infinita ante falla monofásica a tierra . . . . .	59
3.8	Falla trifásica de dos generadores en paralelo a barra infinita ante falla trifásica a tierra, resultados del generador 1 . . . . .	60
3.9	Hidrogeneradores en paralelo, respuesta de la máquina 1 . . . . .	61
3.10	Hidrogeneradores en paralelo, respuesta de la máquina 2 . . . . .	61
3.11	Corrientes del turbogenerador ante una sincronización con $90^\circ$ de defasamiento . . . . .	64
3.12	Angulo, velocidad y par del turbogenerador ante una sincronización con $90^\circ$ de defasamiento . . . . .	64
3.13	Corrientes del turbogenerador ante una sincronización con $180^\circ$ de defasamiento . . . . .	65
3.14	Angulo, velocidad y par del turbogenerador ante una sincronización con $180^\circ$ de defasamiento . . . . .	65
4.1	Generador en abc conectado a un nodo del sistema de potencia . . . . .	68
4.2	Modelo del transformador trifásico . . . . .	68

4.3	Modelo de la línea trifásica con retorno por tierra .....	69
4.4	Circuito equivalente con parámetros concentrados de la línea de transmisión .....	70
4.5	Circuito equivalente de un banco de capacitores trifásico .....	71
4.6	Modelo de la carga trifásica conectada en estrella .....	72
4.7	Circuito seccionado del SMM base .....	73
4.8	Circuito del SMM base en forma general .....	73
4.9	Circuito del SMM base en forma trifásica .....	74
4.10	Grafo correspondiente al circuito de la Figura 4.8 .....	76
4.11	Arbol elegido para el grafo de la Figura 4.10 .....	77
4.12	$n$ generadores en paralelo en el nodo <sub><math>i</math></sub> de un SMM .....	83
5.1	Elemento serie entre dos nodos con su impedancia y admitancia equivalentes .....	86
5.2	Resultados del SMM usando el RK4 .....	88
5.3	Resultados del SMM usando RT .....	88
5.4	Estado estable del SMM .....	94
5.5	SMM ante un incremento en la impedancia de carga .....	95
5.6	SMM ante un incremento en la impedancia de carga .....	95
5.7	SMM ante una disminución en la impedancia de carga .....	97
5.8	SMM ante una disminución en la impedancia de carga .....	97
5.9	SMM ante una falla trifásica a tierra en el nodo de carga .....	98
5.10	SMM ante una falla trifásica a tierra en el nodo de carga .....	98
5.11	SMM con generadores en paralelo, falla monofásica .....	99
5.12	SMM con generadores en paralelo, falla monofásica .....	99
5.13	SMM con generadores en paralelo, apertura y recierre monopolar .....	100
5.14	SMM con generadores en paralelo, apertura y recierre monopolar .....	101
5.15	Apertura y recierre monopolar, variables nodales (nodo 1) .....	101
5.16	Apertura y recierre monopolar, variables nodales (nodo 2) .....	102
5.17	Apertura y recierre monopolar, variables nodales (nodo 3) .....	102

## **CAPITULO UNO**

### **INTRODUCCION**

#### **1.1 INTRODUCCION.**

La Máquina Síncrona (MS) es uno de los dispositivos más importantes de los sistemas eléctricos, por lo que ha sido objeto de un sinnúmero de investigaciones [21,22,23,1,4,6]. La gran mayoría de ellas dedicadas a obtener modelos matemáticos que describen su comportamiento, tanto en estado estable como en estado transitorio. El modelo de la máquina en coordenadas  $abc$ , utiliza las inductancias de los devanados. Las inductancias propias y mutuas de los devanados del estator así como las mutuas entre los devanados del estator y rotor son función de la posición del rotor, la cual a su vez cambia con el tiempo. De ahí que para obtener el comportamiento de la MS se requiere calcular las inductancias de la máquina en cada instante de tiempo. Esto en los años 20's no fue posible realizarlo por falta de herramientas de cálculo, razón por la cual las investigaciones en estos años fueron dirigidas a encontrar una transformación de similaridad con la cual se consiguiera convertir el sistema variante en el tiempo a uno invariante. Esta idea la empezó a desarrollar en Francia André Blondel [21], mientras que en los Estados Unidos lo hacían sus contemporáneos R. E. Doherty, C. A. Nickle y R. H. Park [22,23]. Este último generalizó la transformación de similaridad que a partir de entonces se conoce como *Transformación  $dqo$*  o *Transformación de Park*.

A partir de este logro, las investigaciones utilizaron la formulación de la máquina

síncrona en base al sistema de coordenadas **dqo**, obteniendo así el comportamiento de la máquina ante diferentes condiciones de operación.

Esta teoría se difundió y actualmente se aplica ampliamente, lo que ha permitido grandes avances en el entendimiento y comprensión del comportamiento de la MS.

En los últimos años con el auge de los microprocesadores con grandes capacidades de memoria y gran rapidez para realizar operaciones numéricas, es posible estudiar la máquina síncrona formulada en términos de las coordenadas trifásicas **abc**, lo que abre nuevas posibilidades de análisis del comportamiento de gran cantidad de situaciones y fenómenos que resultan complejos o aproximados por otras formulaciones.

Desafortunadamente, las investigaciones reportadas sobre la formulación trifásica son escasas, escuetas y no suficientemente claras en la formulación, pasando por alto muchos detalles que son importantes en el desarrollo del modelo, como el manejo adecuado de los valores en por unidad (pu), la conversión de los parámetros del sistema **dqo** al sistema **abc** y el cálculo de los valores iniciales de las variables rotor-estator; por otro lado han sido, en su mayoría, investigaciones dirigidas a una aplicación en particular [6,11].

---

Uno de los objetivos principales de este trabajo es el desarrollo completo y sistemático del modelo matricial de la MS en sus coordenadas de fase **abc**, poniendo especial énfasis en los detalles que la literatura generalmente no aborda con claridad o se hacen en forma incompleta.

El modelo matemático del generador síncrono, en términos de las coordenadas de fase **abc**, es un sistema de ecuaciones diferenciales no lineales con parámetros variantes en el tiempo (matriz de inductancias de orden  $7 \times 7$ ), cuya solución por integración numérica se obtiene evaluando la matriz de inductancias durante todo el tiempo de solución. En este trabajo se analizan diferentes técnicas para la solución rápida y confiable del sistema de ecuaciones. Se incluyen técnicas de manejo de matrices y selección adecuada de las variables de estado del modelo del generador. Se desarrolla un algoritmo y programa en computadora digital que se verifica exhaustivamente.

Además se presenta en detalle el procedimiento de cálculo para obtener las inductancias en términos de la formulación abc a partir de los valores estandarizados dqo. Se describen en detalle las relaciones de dependencia de las variables mecánicas del rotor, eléctricas estator y eléctricas estator-rotor, a partir de las condiciones de operación en régimen estable. Las relaciones de dependencia son generales, tienen un efecto fundamental para el inicio correcto de la simulación ante una perturbación, sin embargo, no es tratado con claridad en los trabajos reportados y generalmente son aplicados a casos particulares.

Otro tema importante es el manejo del sistema en por unidad. Aunque es tratado desde muchos años atrás por diferentes autores [2,4,5,13,1], no hay reportes de que en un solo trabajo se integre de manera completa, clara y sencilla esta problemática. Los valores en por unidad de las variables de estator se obtienen directamente, no así las variables de rotor. En este trabajo se presentan dos alternativas para el manejo de los valores en por unidad de los parámetros del rotor: la primera se basa en las características físicas de los devanados, la otra se apoya en el principio de reciprocidad de las inductancias mutuas entre los circuitos del estator y rotor.

Otro gran objetivo de esta investigación es la formulación trifásica y el desarrollo del algoritmo para un sistema multimáquinas en términos de las coordenadas de fase, que considera el comportamiento transitorio lento de la red eléctrica.

La red es modelada por ecuaciones diferenciales con parámetros concentrados, las líneas incluyen efectos capacitivos y pueden ser considerados los acoplamientos magnéticos entre líneas vecinas. El modelo de los transformadores es lineal no incluye las corrientes de magnetización.

El procedimiento algorítmico es sistemático. Es un método mixto: nodal y de mallas, que se formula a partir de las ecuaciones básicas de Kirchhoff, para cada nodo y malla fundamental. Se eligen como variables de estado los voltajes de las capacitancias equivalentes de las líneas, que son los voltajes nodales de la red y que además representan las ramas del árbol del grafo de la red correspondiente. Las otras variables de estado son las corrientes serie de los elementos RL, de líneas, transformadores y reactores; que constituyen los enlaces del árbol. Este procedimiento conforma un sistema de ecuaciones

diferenciales independientes y consistentes.

El algoritmo considera la operación de varios generadores conectados a una misma barra. Esto permite el análisis del comportamiento entre máquinas de una misma planta ante diferentes problemas de operación de relevadores en una o varias máquinas. Problema de fallas asimétricas en los generadores o en los sistemas de control. Se presenta un procedimiento para el cálculo de las condiciones de operación estable en régimen de operación asimétrica.

La formulación trifásica desarrollada en términos de las coordenadas de fase es una herramienta muy útil para el estudio de gran cantidad de fenómenos (que son complejos o aproximados cuando se emplean otras formulaciones), tales como:

Protección de sistemas eléctricos de potencia, en donde se ajusta y diseña la lógica de protecciones ante condiciones más realistas, de los fenómenos transitorios que se presentan en los sistemas eléctricos. Los elementos de protección están sujetos a las señales de voltaje y corriente, con las componentes asimétricas y armónicas propias de la red.

- Pueden ser estudiados los efectos de las fuentes que originan armónicas. Para lo cual es conveniente desarrollar modelos más detallados de los transformadores.

- Los enlaces de corriente alterna-directa en condiciones normales o asimétricas, pueden ser analizados incorporando los módulos trifásicos de los elementos convertidores y las líneas. Los modelos trifásicos son más sencillos y directos.

- Las condiciones de régimen asimétrico como apertura y recierre monopolar, puede ser analizado desde el punto de vista electromagnético y electromecánico. De manera similar pueden ser estudiados efectos de resincronización fuera de fase.

En este trabajo se modela y desarrolla un algoritmo que se considera una herramienta útil para el estudio de gran cantidad de fenómenos asimétricos en forma fácil, directa y con adecuada precisión.

## 1.2 ESTRUCTURA DE LA TESIS

El trabajo consta de seis capítulos, enumerados como se indica:

- 1.- Introducción.
- 2.- Modelo del generador en coordenadas **abc**.
- 3.- Simulación y análisis del generador en coordenadas **abc**, a barra infinita.
- 4.- Sistema multimáquina en coordenadas **abc**.
- 5.- Simulación y análisis de sistemas multimáquina en coordenadas **abc**.
- 6.- Conclusiones y recomendaciones.

El primer capítulo presenta los antecedentes, la situación del problema abordado y el alcance del presente trabajo.

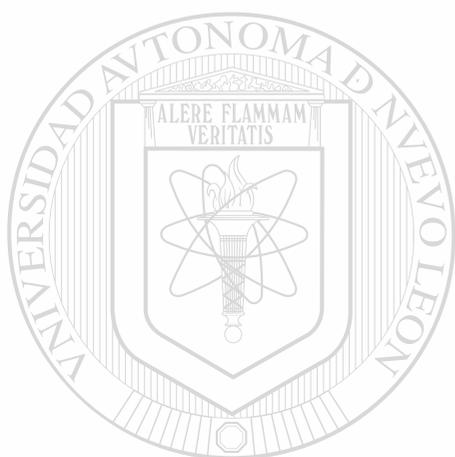
En el segundo capítulo se modela la máquina síncrona en sus coordenadas originales. El modelo se formula en términos de los estados de corrientes y de enlaces de flujo de la máquina. Se describen las características del método y se analizan éstas formulaciones, recomendando la de enlaces de flujo. Se detalla el procedimiento para el cálculo de los parámetros en por unidad para la máquina y se clarifican conceptos. También se desarrollan las ecuaciones para transformar los datos que proporciona el fabricante -los cuales se encuentran en la referencia **dqo**- a coordenadas **abc**.

El tercer capítulo presenta resultados de simulación del sistema máquina barra infinita. Se establece el procedimiento para el cálculo de las condiciones iniciales. Se analizan diferentes técnicas de solución del sistema de ecuaciones algebraicas y diferenciales con la finalidad de reducir el número de operaciones matemáticas.

En el capítulo cuarto se describe el procedimiento para la modelación y formulación del sistema multimáquina en términos de la fases **abc**. Se presentan las características fundamentales del sistema de ecuaciones resultante que describen la dinámica lenta de la red y de los generadores.

En el quinto capítulo, se muestran resultados del comportamiento transitorio ante diferentes situaciones y distintas fallas en el sistema multimáquina.

Finalmente en el sexto capítulo se dan las conclusiones, recomendaciones para trabajos futuros y las aportaciones de la presente investigación.



# UANL

---

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN



DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

**MODELO DEL GENERADOR SINCRONO EN COORDENADAS ABC**

**2.1 INTRODUCCION.**

El generador síncrono es uno de los elementos más importantes en un Sistema Eléctrico de Potencia (SEP), de ahí que exista gran cantidad de literatura sobre este tema. Los primeros modelos se formularon en términos de las cantidades de fase pero debido a la no disponibilidad de herramientas de cálculo era prácticamente imposible hacer estudios en régimen transitorio. Posteriormente, con la transformación de Park [2,3], el estudio del generador síncrono fue desarrollado en términos de las variables transformadas en el eje del rotor; este fue un gran avance que combinado con la aparición de la computadora digital en los años 60's, permitió realizar estudios con gran precisión. Actualmente, los modelos del generador basados en la transformación de Park son ampliamente utilizados ya que son computacionalmente eficientes y resuelven la mayoría de los problemas. Sin embargo, en los últimos años se han reportado publicaciones [6,11], donde el generador síncrono se modela en función de sus variables originales, esto debido principalmente a:

- La capacidad de cálculo y eficiencia de las computadoras actuales, ya que la limitante tanto en memoria como en velocidad de ejecución de las mismas, no es restrictiva como años atrás.

- El desarrollo de métodos numéricos eficientes que permiten resolver ecuaciones diferenciales con coeficientes variantes en el tiempo.
- La necesidad de validar la simulación del generador ante condiciones de operación no balanceadas.
- El estudio en detalle de la influencia de sistemas de excitación rotatorios de corriente alterna que incluyen fuentes de rectificación.
- La verificación de modelos, basados en la transformación de Park, que se resuelven por medio de ciertas suposiciones no totalmente claras.

Mediante la modelación trifásica del generador síncrono se pueden realizar otros estudios tales como: sincronización fuera de fase, evaluación de diferentes fallas asimétricas en las líneas de transmisión ante varios niveles de carga, etc. Además con esta modelación en coordenadas de fase, se pueden realizar estudios de la máquina síncrona operando como motor, incluyendo controles y diferentes tipos de arranque con cicloconvertidores, etc.

## 2.2 LA MÁQUINA SÍNCRONA.

La máquina síncrona trifásica es la más utilizada; como generador es la principal fuente de conversión de energía en los Sistemas Eléctricos de Potencia; como motor se usa en procesos especiales, en la actualidad su aplicación se está incrementando rápidamente de manera que está desplazando a las máquinas de corriente continua.

A continuación se describe, de manera breve, como está constituida la máquina síncrona, los diferentes tipos, ubicación y excitación de los devanados que forman parte de la misma; el funcionamiento básico de operación como motor y como generador así como las aplicaciones más importantes en los SEP's.

La máquina síncrona consta de tres tipos de devanados: el trifásico de la armadura (**abc**), el de campo (**f**) y los equivalentes del rotor (amortiguadores; **g, kd, kq, ...**), Figura 2.1.



lo que el devanado de campo se encuentra en el rotor y es alimentado con corriente continua. El devanado de campo puede ser alimentado por medio de anillos deslizantes o directamente con sistemas de excitación rotatorios, donde éstos últimos son generadores síncronos trifásicos de configuración invertida, montados en la flecha del generador principal. La corriente que alimenta al devanado de campo del generador principal se obtiene rectificando la corriente del devanado trifásico del excitador de manera controlada (con tiristores), o sin controlar (con diodos), teniendo así una conexión directa.

### 2.2.1 Tipos de generadores.

Existen dos tipos de rotores: Cilíndrico (sin saliencia) y de polos salientes (con saliencia), Figura 2.2.



**Fig. 2.2** a) Rotor cilíndrico; b) Rotor de polos salientes

La forma del rotor está determinada fundamentalmente por el tipo de primomotor utilizado, lo cual define dos grandes grupos de generadores: turbogeneradores e hidrogeneradores.

Los turbogeneradores son aquellos donde la máquina es movida por una turbina de vapor, la característica principal es que son máquinas de alta velocidad con 2 ó 4 polos para lograr la frecuencia nominal establecida. El devanado de campo para este tipo de generador

se sitúa en pequeñas ranuras del rotor. Debido a que la dimensión de las ranuras es pequeña en relación al diámetro del rotor, se considera de rotor liso (cilíndrico), Figura 2.2a, con un entrehierro uniforme.

Los hidrogeneradores, por otro lado, son aquellos donde el movimiento de la flecha lo proporciona una turbina hidráulica, se caracterizan por ser máquinas de baja velocidad, lo que implica un gran número de polos para satisfacer la frecuencia requerida. El devanado de campo es concentrado, se aloja en forma de carrete que se monta sobre el rotor, Figura 2.2b, provocando discontinuidades en el entrehierro y recibiendo el nombre de rotor de polos salientes. En un generador hidráulico el rotor es de mayor diámetro que el de un turbogenerador para las mismas condiciones nominales de placa.

### 2.2.2 Devanados amortiguadores.

En los rotores de polos salientes los devanados de amortiguamiento consisten de barras sólidas, situadas en las zapatas polares. Las barras se unen en sus extremos por medio de un anillo formando una jaula, Figura 2.3.

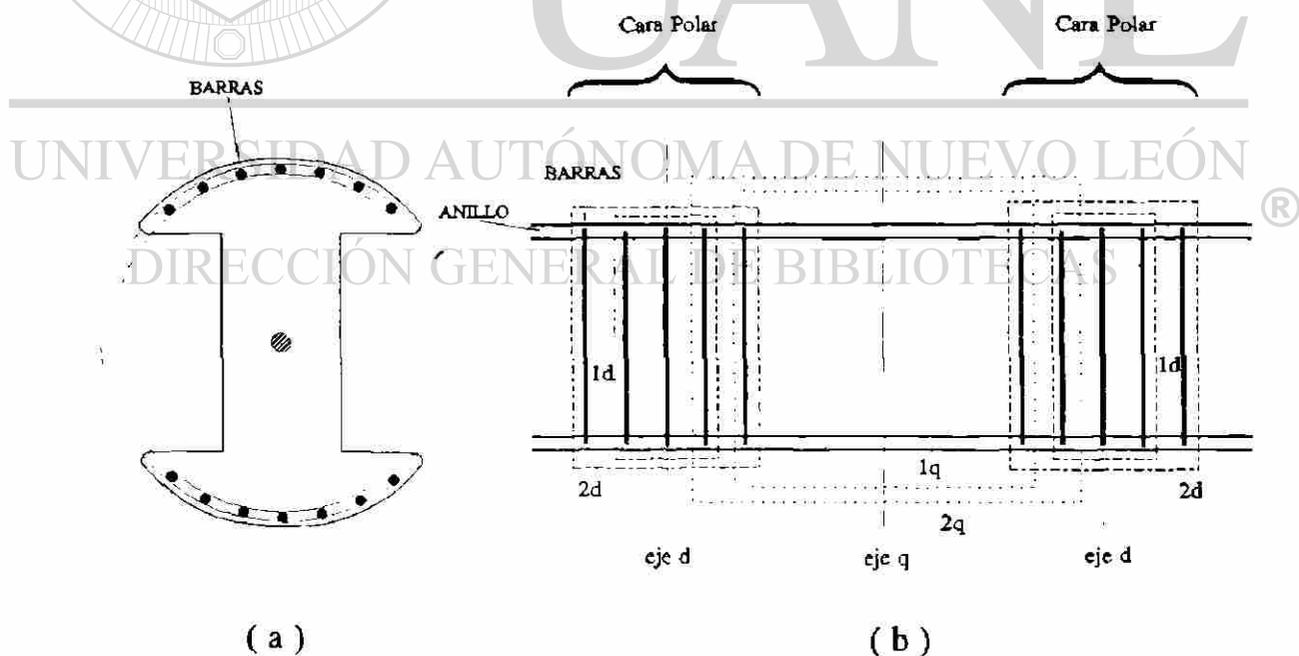


Fig. 2.3 a) Rotor de polos salientes; b) Diagrama lineal de la jaula del rotor.

Los circuitos que se forman sobre el eje directo son:  $1d, 2d, 3d, \dots$ , etc. dependiendo del número de barras colocadas en la cara polar. En el eje de cuadratura,  $90^\circ$  eléctricos adelante del eje  $d$ , se forman los circuitos:  $1q, 2q, 3q, \dots$ , etc. La simetría de los circuitos en el rotor hace que las resistencias e inductancias mutuas entre los circuitos del rotor en el eje directo y en el eje de cuadratura sean iguales a cero.

Los rotores cilíndricos son de acero sólido forjado, en los cuales las corrientes de Eddy producen el efecto de amortiguamiento; el inconveniente es que puede causar severos sobrecalentamientos locales. Para evitar los calentamientos se construye una jaula formada por barras metálicas que sirven como cuña a las ranuras donde se sitúan los devanados de campo. Los extremos de las barras se unen por un anillo dando la misma forma que para el rotor de polos salientes.

En el modelado de la máquina síncrona en este trabajo la influencia de las barras de amortiguamiento se reduce como sigue: el efecto sobre el eje  $d$ , para el hidrogenerador como para el turbogenerador, se representa por un devanado equivalente de amortiguamiento  $kd$  situado en el eje  $d$ ; el efecto sobre el eje  $q$ , para el turbogenerador se representa por dos devanados equivalentes de amortiguamiento,  $g$  y  $kq$ , situados en el eje  $q$ . Y por el devanado  $kq$ , solamente, en el caso del hidrogenerador.

Cuando la máquina opera en estado estable balanceado, la velocidad del rotor es igual a la del campo magnético resultante del estator por lo que los devanados de amortiguamiento no cortan líneas del campo magnético del estator, lo que implica que en este estado los devanados amortiguadores no tengan influencia alguna en el comportamiento de la máquina.

Los devanados amortiguadores influyen durante los procesos transitorios de la máquina. El motor síncrono no posee par de arranque propio, con estos devanados el motor arranca como si fuera uno de inducción jaula de ardilla, en este caso se lleva el rotor casi a la velocidad síncrona, y en este momento se alimenta el devanado de campo, sincronizando así las velocidades del rotor y estator. En la operación transitoria como generador los devanados de amortiguamiento contribuyen a que se restablezca el estado de equilibrio, atenuando las oscilaciones de velocidad y potencia eléctrica.

El modelo de la máquina síncrona es válido para operación motor y para operación generador. El sentido de las corrientes del estator, para operación motor son de diferente signo a los de operación generador. En la Figura 2.4 se muestra en forma esquemática los devanados y corrientes para operación generador.

A continuación se desarrolla el modelo para el generador síncrono en base a la nomenclatura de las Figuras 2.1 y 2.4.



Fig. 2.4 Devanados del generador síncrono.

### 2.3 MODELO MATEMATICO DEL GENERADOR SINCRONO EN CANTIDADES DE FASE.

El generador síncrono se modela considerando simetría en las fases, despreciando saturación y los armónicos de orden superior, es decir se asume la máquina ideal de Park. En la Figura 2.1 se muestra el diagrama esquemático de un generador síncrono.

En la Figura 2.4 se muestra la distribución de los devanados en los ejes de la máquina

síncrona, tanto en el estator (**a,b,c**), como en el rotor donde se tienen los devanados de campo y los de amortiguamiento (**f,g,kd,kq**). Los devanados del estator están distribuidos y separados  $120^\circ$  entre sí, con número de vueltas  $N_s$  y resistencia  $r_s$ ; como los devanados son balanceados el número de vueltas en cada uno de ellos es el mismo, es decir:

$$N_s = N_a = N_b = N_c \quad (2.2)$$

por lo tanto, también la resistencia de los mismos se considera igual.

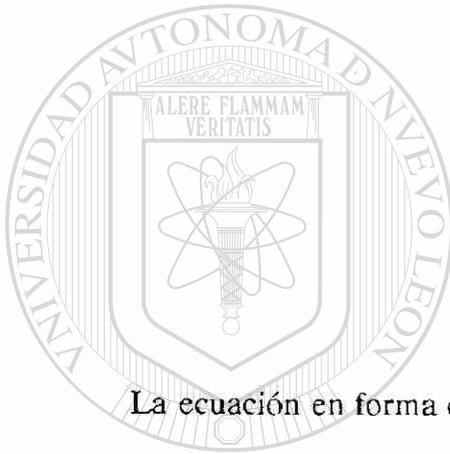
$$r_s = r_a = r_b = r_c \quad (2.3)$$

El rotor tiene el devanado de campo y tres de amortiguamiento. Sobre el eje directo (eje **d**), se encuentran los devanados: De campo (**f**) y uno de amortiguamiento (**kd**) con número de vueltas y resistencia igual a  $N_f$ ,  $r_f$  y  $N_{kd}$ ,  $r_{kd}$ , respectivamente. Los devanados (**g**) y (**kq**) con parámetros de  $N_g$ ,  $r_g$  y  $N_{kq}$ ,  $r_{kq}$ , respectivamente, se encuentran sobre el eje de cuadratura (eje **q**), el cual está  $90^\circ$  adelante del eje **d** y a su vez se encuentra a un ángulo  $\theta_r$  con respecto a la referencia en el estator, eje de la fase **a**. El giro del rotor con velocidad angular  $\omega_r$  es, como se indica en la Figura 2.1, contrario al movimiento de las manecillas del reloj.

## UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN

La formulación del transitorio eléctrico de la máquina síncrona se describe por las ecuaciones de voltaje, segunda ley de Kirchhoff, para cada devanado. En forma matricial es como se indica:

$$\begin{bmatrix} v_a \\ v_b \\ v_c \\ v_f \\ v_g \\ v_{kd} \\ v_{kq} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r_a & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & r_b & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & r_c & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & r_f & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & r_g & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & r_{kd} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & r_{kq} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \\ i_f \\ i_g \\ i_{kd} \\ i_{kq} \end{bmatrix} + \quad (2.4)$$



La ecuación en forma compacta es:

$$+ \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} L_{aa} & L_{ab} & L_{ac} & L_{af} & L_{ag} & L_{akd} & L_{akq} \\ L_{ba} & L_{bb} & L_{bc} & L_{bf} & L_{bg} & L_{bkd} & L_{bkq} \\ L_{ca} & L_{cb} & L_{cc} & L_{cf} & L_{cg} & L_{ckd} & L_{ckq} \\ L_{fa} & L_{fb} & L_{fc} & L_{ff} & 0 & L_{fkd} & 0 \\ L_{ga} & L_{gb} & L_{gc} & 0 & L_{gg} & 0 & L_{gkq} \\ L_{kda} & L_{kdb} & L_{kdc} & L_{kdf} & 0 & L_{kdkd} & 0 \\ L_{kqa} & L_{kqb} & L_{kqc} & 0 & L_{kqg} & 0 & L_{kqkq} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \\ i_f \\ i_g \\ i_{kd} \\ i_{kq} \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned} \mathbf{V} &= \mathbf{R}\mathbf{I} + p\boldsymbol{\lambda} & (a) \\ \boldsymbol{\lambda} &= \mathbf{L}\mathbf{I} & (b) \end{aligned} \quad (2.5)$$

donde

$$\mathbf{V} = [v_a \ v_b \ v_c \ v_f \ v_g \ v_{kd} \ v_{kq}]^T$$

Vector de voltajes, contiene los voltajes de: las fases, el campo y en los devanados de amortiguamiento, éstos últimos como están cortocircuitados son igual a cero.

$$\mathbf{I} = [-i_a \ -i_b \ -i_c \ i_f \ i_g \ i_{kd} \ i_{kq}]^T$$

Vector de corrientes en el estator y rotor, nótese el signo de las corrientes en el estator, el signo negativo indica operación generador, el signo positivo, operación motor.

$$\lambda = [\lambda_a \lambda_b \lambda_c \lambda_f \lambda_g \lambda_{kd} \lambda_{kq}]^T$$

Vector de enlaces de flujo en el estator y en el rotor; se relaciona con el vector de corrientes de acuerdo a (2.5b).

La matriz de resistencias de la máquina síncrona tiene valores diferentes de cero sólo en la diagonal, por lo tanto:

$$\mathbf{R} = \text{Diag} [r_a \ r_b \ r_c \ r_f \ r_g \ r_{kd} \ r_{kq}]$$

Es el vector que contiene los elementos diagonales de la matriz de resistencias, se tiene la resistencia de los devanados: de las fases, del campo y los de amortiguamiento.

$\mathbf{L}$  es la matriz de inductancias de la máquina, con la estructura siguiente:

$$\mathbf{L} = \begin{array}{c|cccc} \begin{array}{l} L_{aa} \quad L_{ab} \quad L_{ac} \\ L_{ba} \quad L_{bb} \quad L_{bc} \\ L_{ca} \quad L_{cb} \quad L_{cc} \end{array} & \begin{array}{l} L_{af} \quad L_{ag} \quad L_{akd} \quad L_{akq} \\ L_{bf} \quad L_{bg} \quad L_{bkd} \quad L_{bkq} \\ L_{cf} \quad L_{cg} \quad L_{ckd} \quad L_{ckq} \end{array} \\ \hline \begin{array}{l} L_{fa} \quad L_{fb} \quad L_{fc} \\ L_{ga} \quad L_{gb} \quad L_{gc} \\ L_{kda} \quad L_{kdb} \quad L_{kdc} \\ L_{kqa} \quad L_{kqb} \quad L_{kqc} \end{array} & \begin{array}{l} L_{ff} \quad 0 \quad L_{fkd} \quad 0 \\ 0 \quad L_{gg} \quad 0 \quad L_{gkq} \\ L_{kdf} \quad 0 \quad L_{kdkd} \quad 0 \\ 0 \quad L_{kqg} \quad 0 \quad L_{kqkq} \end{array} \end{array} \quad (2.6)$$

Las inductancias individuales de  $\mathbf{L}$  se presentan a continuación.

Inductancias propias en el estator [1].

$$L_{aa} = L_\ell + L_{aa1} + L_{aa2} \cos 2\theta_r$$

$$L_{bb} = L_\ell + L_{aa1} + L_{aa2} \cos 2(\theta_r - 2\pi/3)$$

$$L_{cc} = L_\ell + L_{aa1} + L_{aa2} \cos 2(\theta_r + 2\pi/3)$$

Inductancias mutuas en el estator

$$L_{ab} = L_{ba} = -L_{aa1}/2 + L_{aa2} \cos 2(\theta_r - \pi/3)$$

$$L_{bc} = L_{cb} = -L_{aa1}/2 + L_{aa2} \cos 2\theta_r$$

$$L_{ca} = L_{ac} = -L_{aa1}/2 + L_{aa2} \cos 2(\theta_r + \pi/3)$$

Las inductancias propias del rotor no dependen de la posición angular del rotor y son:

$$L_{ff}, L_{gg}, L_{kk} \text{ y } L_{kk}$$

Las inductancias mutuas del rotor tampoco dependen de la posición angular del rotor.

$$L_{fd} = L_{df} \text{ y } L_{gk} = L_{kg}$$

Inductancias estator-rotor

$$L_{af} = L_{fa} = L_{md} \cos \theta_r$$

$$L_{bf} = L_{fb} = L_{md} \cos (\theta_r - 2\pi/3)$$

$$L_{cf} = L_{fc} = L_{md} \cos (\theta_r + 2\pi/3)$$

$$L_{ag} = L_{ga} = -L_{mq} \sin \theta_r$$

$$L_{bg} = L_{gb} = -L_{mq} \sin (\theta_r - 2\pi/3)$$

$$L_{cg} = L_{gc} = -L_{mq} \sin (\theta_r + 2\pi/3)$$

$$L_{akd} = L_{kda} = L_{md} \cos \theta_r$$

$$L_{bkd} = L_{kdb} = L_{md} \cos (\theta_r - 2\pi/3)$$

$$L_{ckd} = L_{kdc} = L_{md} \cos (\theta_r + 2\pi/3)$$

$$L_{akq} = L_{kqa} = -L_{mq} \sin \theta_r$$

$$L_{bkq} = L_{kqb} = -L_{mq} \sin (\theta_r - 2\pi/3)$$

$$L_{ckq} = L_{kqc} = -L_{mq} \sin (\theta_r + 2\pi/3)$$

Como se desprecia la saturación, las inductancias no son función de la corriente, pero

como puede observarse dependen de la posición angular del rotor ( $\theta_r$ ), por lo que esta matriz cambia en el tiempo.

El comportamiento de la máquina síncrona es determinado por el transitorio eléctrico y el mecánico. El transitorio eléctrico de la máquina síncrona, (2.5), se formula por un sistema de ecuaciones diferenciales no-lineales (coeficientes variantes en el tiempo) de séptimo orden.

Para la solución por integración numérica es conveniente desarrollar (2.5) en la forma estándar, que implica la selección de las variables de estado: enlaces de flujos, corrientes o mixta. Independientemente de la selección de las variables de estado se requiere la determinación de la matriz de inductancias.

A continuación se presentan dos formas alternas para el modelado de la máquina síncrona.

### 2.3.1 Formulación de enlaces de flujo.

Esta formulación es la más sencilla y rápida de implementar desde el punto de vista computacional, consiste en eliminar el vector de corrientes en (2.5a), tomando como variable de estado el vector de enlaces de flujo ( $\lambda$ ). Otra forma de (2.5a) es:

$$p\lambda = V - RI \quad (2.7)$$

la corriente se expresa, de (2.5b), como:

$$I = L^{-1}\lambda \quad (2.8)$$

sustituyendo el vector de corrientes, (2.8), en la ecuación diferencial de los enlaces de flujo, (2.7), se obtiene:

$$p\lambda = V - RL^{-1}\lambda \quad (2.9)$$

Esta última ecuación describe el transitorio eléctrico del generador síncrono en términos de los enlaces de flujo. El vector de voltajes  $V$ , lo conforman funciones en el tiempo que son conocidas, el resultado del producto de las matrices de resistencias y de la inversa de las inductancias, es una matriz de séptimo orden que tiene que ser calculada para cada instante de tiempo tantas veces como sea necesario según el tiempo de estudio y el método de integración empleado.

Las corrientes de cada devanado se calculan de acuerdo a (2.8), con los enlaces de flujo obtenidos en los tiempos de interés.

La expresión de par eléctrico [1], en función de corrientes y enlaces de flujo, está dada por:

$$T_e = p \frac{2}{3\sqrt{3}} \{ \lambda_a (i_b - i_c) + \lambda_b (i_c - i_a) + \lambda_c (i_a - i_b) \} \quad (2.10)$$

El conjunto de las ecuaciones (2.8), (2.9) y (2.10) conforman el modelo de la parte eléctrica del generador síncrono trifásico.

### 2.3.2 Formulación en términos de corrientes.

Con esta formulación lo que se pretende es tener como variables de estado las corrientes en la máquina, eliminando el vector de enlaces de flujo de las ecuaciones del generador.

La derivada de (2.5b), es como sigue:

$$p\lambda = L pI + pL I \quad (2.11)$$

$$p = \frac{d}{dt} \quad \text{y} \quad \omega_r = \frac{d\theta_r}{dt} \quad (2.12)$$

donde  $\omega_r$  es la velocidad angular del rotor, entonces la derivada de la matriz de inductancias respecto al tiempo es:

$$pL = \frac{d}{dt}L = \frac{d\theta_r}{dt} \frac{d}{d\theta_r}L = \omega_r \frac{d}{d\theta_r}L \quad (2.13)$$

definiendo la derivada de la matriz de inductancias con respecto a la posición angular del rotor como la matriz  $G$ , entonces:

$$pL = \omega_r G \quad (2.14)$$

Al sustituir la derivada de las inductancias respecto al tiempo, (2.14), en la relación de la derivada de los enlaces de flujo, (2.11), y ésta a su vez en la ecuación de voltajes (2.5a), se obtiene:

$$pI = L^{-1}\{V - (R + \omega_r G)I\} \quad (2.15)$$

esta ecuación describe el transitorio eléctrico de la máquina síncrona en términos de las corrientes en los devanados de la máquina.

El par eléctrico para esta formulación está dado como:

$$T_e = p \frac{1}{2} I^T G I \quad (2.16)$$

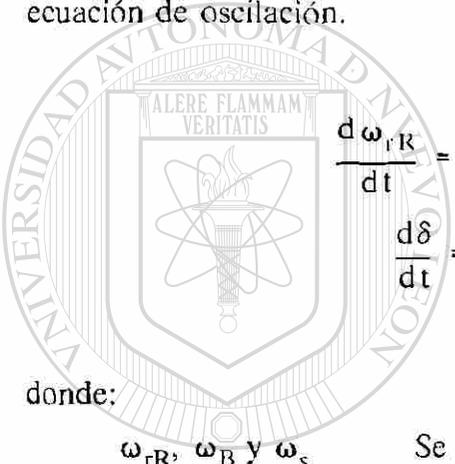
La formulación en términos de las corrientes del generador se reduce a las ecuaciones (2.15) y (2.16).

Como puede observarse de (2.9) y (2.15), la solución en términos de la formulación

de enlaces de flujo requiere un menor número de operaciones que la formulación de corrientes, por lo que en una implementación en computadora se prefiere la primera ya que es más rápida y estable. Posteriormente se presentan técnicas de solución eficiente de sistemas matriciales que no invierten la matriz de inductancias durante el proceso de integración.

### 2.3.3 Ecuación de oscilación.

La ecuación que describe el equilibrio mecánico del generador se representa por la suma de pares en la flecha del mismo. La ecuación para este modelo se conoce como la ecuación de oscilación.



$$\frac{d\omega_{rR}}{dt} = \frac{\omega_B}{2H} (T_m - T_e) \quad (a)$$

$$\frac{d\delta}{dt} = \omega_{rR} - \omega_s \quad (b)$$

(2.17)

donde:

$\omega_{rR}$ ,  $\omega_B$  y  $\omega_s$

Se encuentran en unidades reales (rad/seg).

t

En segundos (seg).

H

En segundos (seg).

$\delta$

En radianes (rad).

$T_m$  y  $T_e$

En por unidad (pu).

el par eléctrico  $T_e$  se puede obtener de (2.10) ó (2.16).

## 2.4 SISTEMA EN POR UNIDAD.

El estudio de los SEP's generalmente se realiza utilizando cantidades base de referencia que permite expresar las variables del sistema en por unidad con respecto a la referencia.

Una gran ventaja del uso de valores en por unidad, en el estudio de máquinas y transformadores, es la siguiente: las máquinas y transformadores existen en diferentes capacidades de potencia, esto es, su impedancia interna puede variar en un rango amplio, de esta forma el valor de una reactancia, en Ohms, puede ser grande para un transformador, mientras que para otro ser muy pequeña, dependiendo del rango de potencias y voltajes de cada uno. En un sistema en por unidad, con base en los valores nominales de los dispositivos, las impedancias de las máquinas y transformadores se encuentran en un rango reducido.

Cualquier cantidad puede expresarse en por unidad usando la siguiente relación:

$$a_{pu} = \frac{a_R}{a_B} \quad (2.18)$$

donde:

$a_{pu}$

Es el valor de la variable en por unidad.

$a_R$

Es el valor de la variable en sus unidades reales.

$a_B$

Es el valor base de la variable en unidades reales.

## UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN

### 2.5 VALORES EN POR UNIDAD DE LAS IMPEDANCIAS DE LA MÁQUINA SÍNCRONA EN COORDENADAS ABC.

El estudio y análisis del comportamiento de la máquina síncrona depende de los parámetros de la misma. Debido a la diferencia de magnitudes de parámetros y variables, como son: voltajes, corrientes, resistencias, etc. se logra un enfoque directo y más simple en el análisis del problema de la máquina síncrona si todas las cantidades son adimensionales, usando valores en por unidad.

En máquinas eléctricas es conveniente usar los valores pico de las cantidades del estator como valores base, por ejemplo se puede tomar los siguientes tres valores como base:

$v_B$	Voltaje pico de fase a neutro en el estator (Volts).
$i_B$	Corriente pico de fase a neutro en el estator (Amperes).
$f_B$	Frecuencia eléctrica nominal en el estator (Hertz).

Seleccionando estas cantidades se pueden calcular todas las demás cantidades base del estator usando relaciones matemáticas de circuitos eléctricos.

$(VA)_B = (3/2)v_B i_B$	Volt-Amperes trifásicos nominales base	(KVA o MVA).
$\omega_{eB} = 2\pi f_B$	Velocidad angular eléctrica base	(rad/seg).
$\omega_{rB} = \omega_{eB}/p$	Velocidad del rotor base, $p$ es el número de pares de polos.	(rad/seg).
$Z_B = v_B / i_B$	Impedancia base a condiciones nominales	(Ohms).
$L_B = Z_B / \omega_{eB}$	Inductancia base a frecuencia nominal	(Henrys).
$C_B = 1 / (Z_B \omega_{eB})$	Capacitancia base a frecuencia nominal	(Farads).
$\lambda_B = L_B i_B$	Enlace de flujo base	(Amper-Henry).
$T_B = (VA)_B / \omega_{rB}$	Par base	(Newton-Metro).
$t_B = 1 / \omega_B$	Tiempo base	(segundos).

Para las cantidades del rotor se deben de tomar en consideración todos los circuitos que formen parte de él, es decir, el devanado de campo y los devanados de amortiguamiento. La transformación en por unidad de sus impedancias debe de ser compatible con los parámetros del estator.

La impedancia en por unidad de los circuitos del rotor se obtiene transfiriendo el valor de la impedancia del rotor al estator, modificándola con una relación de transformación estator-rotor y dividiendo este valor transferido por la inductancia base del estator. Aquí aparece la mayor complicación: ¿Cómo elegir una relación de transformación estator-rotor? Para resolver este inconveniente A. W. Rankin [5], basándose en que el flujo producido por la corriente en un sistema trifásico balanceado en el devanado del rotor es constante en magnitud y gira a una velocidad angular constante y es a su vez 3/2 veces el valor máximo del flujo producido por la corriente alterna en cada fase; derivó expresiones en por unidad

para las impedancias de los circuitos del rotor, probando que la corriente unitaria es equivalente a una transformación estator-rotor. Al aplicar este concepto se logra un sistema en por unidad con impedancias mutuas recíprocas, es decir, la impedancia mutua entre la fase **a** y el campo **f** es idéntica a la impedancia mutua entre **f** y **a**.

La corriente unitaria se expresa como:

$$i_{\text{unitaria}} = \left( \frac{i_{nB}}{\frac{3}{2} i_{aB}} \right) \quad (2.19)$$

donde

$i_{nB}$  es la corriente base del n-ésimo circuito del rotor.

$i_{aB}$  es la corriente base del estator.

De aquí, se obtienen las ecuaciones generales para obtener los valores en por unidad de las cantidades del rotor referidos al estator.

Para los valores propios de resistencia (**R**) y reactancia (**X**).

$$R_{npu} = \frac{3}{2} \frac{R_{nR}}{R_{aB}} \left( \frac{i_{nB}}{\frac{3}{2} i_{aB}} \right)^2 \quad (2.20)$$

$$X_{npu} = \frac{3}{2} \frac{X_{nR}}{X_{aB}} \left( \frac{i_{nB}}{\frac{3}{2} i_{aB}} \right)^2 \quad (2.21)$$

Para los valores mutuos de reactancia.

*estator-rotor*

$$X_{anpu} = X_{napu} = \frac{3}{2} \frac{X_{anR}}{X_{aB}} \left( \frac{i_{nB}}{\frac{3}{2}i_{aB}} \right) \quad (2.22)$$

*rotor-rotor*

$$X_{nmpu} = X_{mnpu} = \frac{3}{2} \frac{X_{nmR}}{X_{aB}} \left( \frac{i_{nB} i_{mB}}{\frac{9}{4}i_{aB}^2} \right) \quad (2.23)$$

Para obtener los voltajes en los circuitos del rotor, se utiliza (2.24), recordando que los devanados amortiguadores están cortocircuitados, por lo que su voltaje es cero.

$$V_{npu} = \frac{V_{nR}}{V_{aB}} \left( \frac{i_{nB}}{\frac{3}{2}i_{aB}} \right) \quad (2.24)$$

donde:

$n, m$  Son subíndices que pueden tomar las variables pertenecientes a los circuitos del rotor.

$a$  Es la variable de la fase  $a$  del estator.

$pu$  Es el subíndice que indica el valor en por unidad.

$R$  Es el subíndice que indica el valor en unidades reales.

$B$  Subíndice que indica el valor base en unidades reales.

por ejemplo:

$X_{nm pu}$  Es el valor de la reactancia mutua entre los circuitos  $n$  y  $m$ , en pu.

$X_{nmR}$  Es el valor de la reactancia mutua entre los circuitos  $n$  y  $m$ , en unidades reales (Ohms).

$X_{aB}$  Valor de la reactancia base del estator, en unidades reales (Ohms).

Se observa que todos los valores en por unidad para las cantidades del rotor implican el valor base de la corriente del estator, así como las corrientes base de los circuitos del rotor. Es importante notar que con el uso de la corriente unitaria se tiene un sistema en por unidad fundamental y generalizado. Al elegir esta base se tienen las siguientes ventajas:

- La reactancia mutua en por unidad entre los devanados del estator y los devanados de rotor para cada eje son iguales, es decir:

$$X_{af} = X_{akd} = X_{fkd} = X_{md} \quad (2.25)$$

$$X_{ag} = X_{akq} = X_{gkq} = X_{mq}$$

para una máquina de polos salientes, y para una de rotor liso se tiene que:

$$X_{md} = X_{mq} = X_{ad} \quad (2.26)$$

- La reactancia de dispersión del estator

$$X_{\ell} = (X_d - X_{af}) \quad (2.27)$$

ó

$$X_{\ell} = (X_d - X_{md}) \quad (2.28)$$

Las corrientes base de los circuitos del rotor pueden obtenerse de dos maneras: una, que depende de las características físicas de los devanados del rotor; y la otra, usando el principio de reciprocidad de las inductancias mutuas entre los circuitos del estator y del rotor. Ambas se explican a continuación:

### 2.5.1 Corrientes base del rotor utilizando las características físicas de los devanados.

La corriente de campo base que se obtiene a partir de las características físicas del devanado, tiene la expresión siguiente [5]:

$$i_{fB} = \frac{3}{2} i_{aB} \left( \frac{4}{\pi} \frac{A_{d1}}{F_{d1}} \frac{N}{K_p K_d p_1} \frac{1}{N_f} \right) \quad (2.29)$$

donde:

$A_{d1}$  Factor por el cual la densidad de flujo máximo es multiplicada para obtener la máxima componente fundamental de la densidad de flujo, cuando la máquina está excitada por una fuerza magnetomotriz (fmm) de onda senoidal y el eje directo coincide con el centro del polo.

$F_{d1}$  Igual que  $A_{d1}$ , pero con la máquina excitada por la fmm en el devanado de campo del eje directo.

$N$  Número de vueltas serie por fase del estator.

$K_p$  Factor de paso de los devanados.

$K_d$  Factor de distribución de los devanados.

$p_1$  Número de polos.

$N_f$  Vueltas por polo del devanado de campo del rotor.

La corriente base para los otros devanados del rotor, devanados de amortiguamiento, se obtiene en forma similar, su expresión es la siguiente:

$$i_{nB} = \frac{3}{2} i_{aB} \left( \frac{4}{\pi} \frac{A_{d1}}{D_{d1n}} \frac{N}{K_p K_d p_1} \frac{1}{N_n} \right) \quad (2.30)$$

donde

$n$  Identifica los devanados de amortiguamiento.

$D_{d1n}$  Igual que  $A_{d1}$ , pero con la máquina excitada por la fmm del n-ésimo circuito adicional del rotor.

$N_n$  Vueltas por polo del  $n$ -ésimo circuito adicional del rotor.

todas las demás variables ya han sido definidas con anterioridad.

### 2.5.2 Corrientes base del rotor utilizando el principio de reciprocidad de las inductancias mutuas entre los circuitos del estator y rotor.

Las inductancias mutuas entre los circuitos del estator y rotor tendrán el mismo valor sólo si los Volt-Amperes base de cada uno de los circuitos del rotor son iguales a los Volt-Amperes base del circuito trifásico del estator. En otras palabras para que las inductancias mutuas sean recíprocas es necesario que los Volt-Amperes base en todos y cada uno de los circuitos de la máquina síncrona, sean iguales.

En una máquina de polos salientes la inductancia de magnetización en los ejes  $d$  y  $q$ , se puede expresar en pu de la manera siguiente:

$$X_{md\ pu} = \frac{X_{mdR}}{X_{aB}} \quad (2.31)$$

y

$$X_{mq\ pu} = \frac{X_{mqR}}{X_{aB}} \quad (2.32)$$

en una máquina de rotor liso, la inductancia de reacción de armadura en pu, es:

$$X_{ad\ pu} = \frac{X_{adR}}{X_{aB}} \quad (2.33)$$

Para calcular las inductancias mutuas entre estator y campo, por ejemplo, se usa (2.22) sustituyendo el subíndice  $n$  por el de  $f$ , que es el que indica el devanado de campo.

$$X_{afpu} = \frac{3}{2} \frac{X_{afR}}{X_{aB}} \begin{pmatrix} i_{fB} \\ \frac{3}{2} i_{aB} \end{pmatrix} \quad (2.34)$$

como se desea que  $X_{afpu} = X_{adpu}$  se obtiene:

$$i_{fB} = \frac{X_{adR}}{X_{afR}} i_{aB} \quad (2.35)$$

Para las máquinas de polos salientes la corriente base del devanado de campo es:

$$i_{fB} = \frac{X_{mdR}}{X_{afR}} i_{aB} \quad (2.36)$$

procediendo de manera similar, para el devanado amortiguador kd de eje directo.

$$X_{akdpu} = \frac{3}{2} \frac{X_{akdR}}{X_{aB}} \begin{pmatrix} i_{kdB} \\ \frac{3}{2} i_{aB} \end{pmatrix} \quad (2.37)$$

igualando (2.33) y (2.34), se tiene:

$$i_{kdB} = \frac{X_{adR}}{X_{akdR}} i_{aB} \quad (2.38)$$

para la máquina de polos salientes  $X_{ad}$  toma el valor de  $X_{md}$ .

Con un procedimiento similar se obtienen las corrientes base de los devanados amortiguadores g y kq. En forma general las corrientes base de los circuitos del rotor se obtienen aplicando el método de inducción, la relación general es:

$$i_{nB} = \frac{X_{mR}}{X_{anR}} i_{aB} \quad (2.39)$$

donde el subíndice **m** identifica la inductancia de magnetización correspondiente al tipo de máquina; si es de polos salientes se sustituye por **md** ó **m<sub>q</sub>**, de acuerdo al eje donde se encuentre el devanado en el que se está calculando su corriente; si la máquina en estudio es de rotor liso **m** se sustituye por **ad**.

Las corrientes base del rotor dependen de parámetros reales de inductancias así como de la corriente base del estator. Los demás parámetros: resistencias e inductancias, del rotor en por unidad se pueden obtener aplicando (2.20) a (2.23). Como ya se tiene la corriente y la potencia base se pueden calcular las otras cantidades base del rotor usando las relaciones de dependencia.

El voltaje de campo (excitación) base, se obtiene como:

$$V_{fB} = \frac{3v_B i_B}{i_{fB}} \quad (2.40)$$

aplicando la ley de Ohm se obtiene la impedancia base. Para los devanados de amortiguamiento el voltaje es cero, por lo tanto con la relación:

$$Z_{nB} = \frac{3v_B i_B}{i_{nB}^2} \quad (2.41)$$

se obtiene directamente la impedancia base del n-ésimo devanado de amortiguamiento.

Con lo anterior se tienen las relaciones completas para obtener los parámetros en pu para la máquina síncrona en sus referencias originales, conociendo los valores de sus parámetros en unidades reales.

En los desarrollos anteriores se considera que las cantidades del estator están

relacionadas a la frecuencia nominal (frecuencia base), entonces las reactancias en pu serán iguales en magnitud a las inductancias en pu. Por tanto de la expresión:

$$X_{ad} = 2\pi f L_{ad} \quad \Omega \quad (2.42)$$

que expresada en pu se reduce a:

$$X_{ad pu} = \frac{f}{f_B} L_{ad pu} \quad (2.43)$$

si  $f=f_B$ , entonces:

$$X_{ad pu} = L_{ad pu} \quad (2.44)$$

la velocidad angular base es:

$$\omega_B = 2\pi f_B \quad (2.45)$$

De (2.45) se deriva la expresión para el tiempo base.

$$t_B = \frac{1}{\omega_B} \quad (2.46)$$

y el tiempo en por unidad se expresa como:

$$t_{pu} = \frac{t_R}{t_B} \quad (2.47)$$

## 2.6 NORMALIZACION DE ECUACIONES.

Una vez establecido el sistema en por unidad se puede normalizar las ecuaciones que describen el comportamiento de la máquina síncrona.

En el presente trabajo el conjunto de ecuaciones que conforman la modelación eléctrica de la máquina síncrona, tanto en enlaces de flujos como en corrientes, los parámetros se expresan en por unidad. Es práctica generalizada que en las simulaciones el tiempo se exprese en unidades reales ( $t=t_R$ ), entonces las ecuaciones que modelan la máquina en su parte eléctrica, son las siguientes:

$$\frac{d}{dt} \lambda = \omega_B (V - RL^{-1} \lambda) \quad (2.48)$$

$$\frac{d}{dt} I = \omega_B L^{-1} \{V - (R + \omega_r G) I\} \quad (2.49)$$

La interacción entre la parte mecánica y la eléctrica de la máquina es a través de la ecuación de oscilación; ésta última ecuación tiene variables expresadas en unidades reales y otras en pu, esto para facilitar la interpretación de resultados. Se debe notar que en la ecuación de oscilación la velocidad mecánica del rotor está en rad/seg y en las formulaciones eléctricas se requiere en por unidad, por lo que se recomienda cuidar este detalle al momento de enlazar el comportamiento eléctrico con el mecánico en la máquina síncrona.

## 2.7 ANGULO ELECTRICO DE FASE $\theta_e$ - ANGULO MECANICO $\theta_r$

El ángulo de fase eléctrico  $\theta_e$ , ángulo del rotor, y el desplazamiento relativo angular  $\delta$  o ángulo de carga; tienen una relación de dependencia en función de las condiciones de operación iniciales del generador. La relación de dependencia se obtiene mediante el siguiente procedimiento, donde la relación del voltaje en la fase a, está dada por:

$$v_a = \sqrt{2} |V| \cos(2\pi ft + \theta_{ea}) \quad (2.50)$$

también puede escribirse como:

$$v_a = \sqrt{2} |V| \cos(\theta_c) \quad (2.51)$$

de donde:

$$\theta_c = 2\pi ft + \theta_{eo} \quad (2.52)$$

como:

$$\omega_c = 2\pi f \quad (2.53)$$

entonces:

$$\theta_c = \omega_c t + \theta_{eo} \quad (2.54)$$

$\theta_{eo}$  es el ángulo de fase inicial de la fase **a** respecto a la referencia, Figura 2.1. Su valor es determinado por el estudio de flujos de carga al conocer los voltajes y sus ángulos nodales.  $\theta_{eo}$  es el ángulo entre el vector de voltaje en la fase **a** y la referencia física, se mide de ésta última hacia el vector de voltaje en el sentido contrario a las manecillas del reloj, figura 2.1.

La corriente en la fase **a** es:

$$i_a = \sqrt{2} |I| \cos(\theta_c - \phi) \quad (2.55)$$

y el factor de potencia se determina de las potencias P y Q, obtenidas del estudio de flujos, usando la relación:

$$\phi = \tan^{-1} \left( \frac{Q}{P} \right) \quad (2.56)$$

Las inductancias de los devanados son dependientes del desplazamiento angular  $\theta_r$ , definido como:

$$\theta_r = \omega_r t + \theta_{r0} \quad (2.57)$$

El ángulo  $\theta_r$  es medido entre la referencia única y el eje magnético del campo, eje directo, en el sentido de giro del rotor.

Los ángulos: del rotor  $\theta_r$ , de carga  $\delta$ , de fase  $\theta_e$  y factor de potencia  $\phi$ ; están interrelacionados, la ecuación de dependencia se obtiene mediante el procedimiento siguiente:

La componente de corriente en el eje directo, obtenida a partir del modelo del generador en términos de las variables de Park es:

$$i_d = |I| \text{Sen}(\phi + \delta) \quad (2.58)$$

La componente de corriente de eje directo obtenida por la transformación de Park, es:

$$i_d = \frac{2}{3} \left[ i_a \text{Cos} \theta_r + i_b \text{Cos} \left( \theta_r - \frac{2\pi}{3} \right) + i_c \text{Cos} \left( \theta_r + \frac{2\pi}{3} \right) \right] \quad (2.59)$$

en esta última relación se sustituyen los valores de  $i_a$ ,  $i_b$  e  $i_c$ ; por sus expresiones en cantidades de fase instantáneas, (2.55), desarrollando y simplificando se reduce a:

$$i_d = |I| \text{Cos}(\theta_r - \theta_e + \phi) \quad (2.60)$$

entonces igualando (2.58) y (2.60), se tiene:

$$\begin{aligned} \text{Sen}(\delta + \phi) &= \text{Cos}(\theta_r - \theta_e + \phi) \\ &= \text{Sen} \left( \frac{\pi}{2} + \theta_r - \theta_e + \phi \right) \end{aligned} \quad (2.61)$$

que se reduce a:

$$\delta = \frac{\pi}{2} + \theta_r - \theta_e \quad (2.62)$$

El ángulo del rotor en la transformación de Park está medido del eje magnético de la fase **a** al eje principal del rotor, eje **d**.

Sustituyendo  $\theta_e$ , (2.54), y  $\theta_r$ , (2.57), en (2.62) se tiene que:

$$\delta = \frac{\pi}{2} + (\omega_r - \omega_e)t + \theta_{ro} \quad (2.63)$$

en condiciones iniciales balanceadas  $\omega_e = \omega_r$ . El ángulo inicial del eje directo respecto al eje de la fase **a** ( $\theta_{\infty} = 0$ ), es:

$$\theta_{ro} = \delta_o - \frac{\pi}{2} \quad (2.64)$$

donde el ángulo de carga inicial es conocido.

Este resultado obtenido en forma analítica se puede visualizar directamente de la gráfica de la Figura 2.1. Observando que el ángulo del rotor se mide entre la referencia magnética de la fase **a** y el eje directo, su desplazamiento es en el sentido positivo del rotor; mientras que el ángulo eléctrico se mide entre los ejes de la referencia y la fase **a**, girando a la velocidad eléctrica  $\omega_e$ , y el ángulo de carga se mide entre el eje de la fase **a** y el eje de cuadratura medidos en el sentido positivo del rotor.

## 2.8 CONVERSION DE INDUCTANCIAS **dqo** a **abc**.

Los parámetros de la máquina síncrona son proporcionados por el fabricante en referencia a cantidades en los ejes **dqo**; para el estudio de la máquina en cantidades de fase, las inductancias deben ser expresadas en coordenadas originales; a continuación se indica el procedimiento para transformar las inductancias de los ejes **dqo** al sistema **abc**.

*Para el estator:*

La inductancia propia para la fase **a**, es:

$$L_{aa} = L_{\ell} + L_{aa1} + L_{aa2} \cos 2\theta_r \quad (2.65)$$

las inductancias propias de las fases **b** y **c**, se obtienen sustituyendo un defasamiento de  $-2\pi/3$  y  $+2\pi/3$  radianes, respectivamente.

La inductancia mutua entre las fases **a** y **b**, es:

$$L_{ab} = L_{ba} = -\frac{1}{2} L_{aa1} + L_{aa2} \cos 2\left(\theta_r - \frac{\pi}{3}\right) \quad (2.66)$$

Al realizar la transformación para las inductancias de la máquina de las coordenadas **abc** a las coordenadas **dqo** utilizando la transformada de Park, se obtiene:

$$L_d = L_{\ell} + \frac{3}{2} L_{aa1} + \frac{3}{2} L_{aa2} \quad (2.67)$$

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN

$$L_q = L_{\ell} + \frac{3}{2} L_{aa1} - \frac{3}{2} L_{aa2} \quad (2.68)$$

DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

$$L_o = L_{\ell} \quad (2.69)$$

Por definición, la inductancia propia de un devanado es igual a la inductancia de dispersión del devanado más la inductancia de magnetización del mismo, es decir:

$$L = L_{\ell} + L_m \quad (2.70)$$

por lo tanto las inductancias propias del eje **d** y **q** son:

$$L_d = L_\ell + L_{md} \quad (2.71)$$

y

$$L_q = L_\ell + L_{mq} \quad (2.72)$$

de (2.67) y (2.68) se observa que la inductancia de magnetización para el eje  $d$  se puede expresar como:

$$L_{md} = \frac{3}{2} (L_{aa1} + L_{aa2}) \quad (2.73)$$

y para el eje  $q$ :

$$L_{mq} = \frac{3}{2} (L_{aa1} - L_{aa2}) \quad (2.74)$$

despejando los valores de  $L_{aa1}$  y  $L_{aa2}$  de (2.71) a (2.74);

$$L_{aa1} = \frac{1}{3} (L_d + L_q) - \frac{2}{3} L_\ell \quad (2.75)$$

$$L_{aa2} = \frac{1}{3} (L_d - L_q) \quad (2.76)$$

Con estas dos últimas relaciones se obtienen las inductancias propias y mutuas de la submatriz estator - estator, (2.6), de coordenadas  $dqo$  a  $abc$ .

#### *Rotor.*

Como el devanado de campo ( $f$ ) y el de amortiguamiento ( $kd$ ) se encuentran sobre el eje directo, sus inductancias propias son:

$$L_{ff} = L_{f\ell} + L_{md} \quad (2.77)$$

$$L_{kd kd} = L_{kd\ell} + L_{md} \quad (2.78)$$

Por otro lado las inductancias mutuas entre devanados colineales son iguales cuando se expresan en por unidad.

$$L_{fkd} = L_{kd f} = L_{md} \quad (2.79)$$

Para los devanados de amortiguamiento (g) y (kq) que se encuentran sobre el eje de cuadratura (q), las inductancias propias son:

$$L_{gg} = L_{g\ell} + L_{mq} \quad (2.80)$$

$$L_{kq kq} = L_{kq\ell} + L_{mq} \quad (2.81)$$

y la inductancia mutua entre ellos es:

$$L_{gkq} = L_{kq g} = L_{mq} \quad (2.82)$$

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN

DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS  
Estator - Rotor.

Las inductancias mutuas entre los devanados de las fases del estator y los devanados del rotor son: para la fase **a** y los devanados sobre el eje directo se igualan a la inductancia  $L_{md}$ , es decir:

$$L_{af} = L_{a kd} = L_{md} \quad (2.83)$$

para las dos fases restantes sólo se cambia, el subíndice que identifica las fases. Asimismo, para la fase **a** y los devanados del eje de cuadratura, se tiene que:

$$L_{ag} = L_{akq} = L_{mq} \quad (2.84)$$

para las fases **b** y **c** se obtienen siguiendo el mismo procedimiento.

Las expresiones de los parámetros de la máquina síncrona en coordenadas **abc** en dependencia de los parámetros en los ejes **d**, **q**, son:

$$\begin{aligned} L_{aa1} &= \frac{1}{3} (L_d + L_q) - \frac{2}{3} L_\ell \\ L_{aa2} &= \frac{1}{3} (L_d - L_q) \\ L_{md} &= L_d - L_\ell \\ L_{mq} &= L_q - L_\ell \\ L_{ff} &= L_{f\ell} + L_{md} \\ L_{gs} &= L_{g\ell} + L_{mq} \\ L_{kd kd} &= L_{kd\ell} + L_{md} \\ L_{kq kq} &= L_{kq\ell} + L_{mq} \end{aligned} \quad (2.85)$$

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN

## 2.9 GENERADORES EN PARALELO.

El estudio de **n** generadores en paralelo a una barra infinita, Figura 2.5, se realiza de la siguiente forma: el voltaje en terminales para cada generador es el de la barra infinita, el cual es una función conocida, de amplitud y frecuencia constantes.

$$[v]_{G1} = [v]_{G2} = \dots = [v]_{Gn} = [v]_{\text{Barra infinita}} \quad (2.86)$$

El conjunto de ecuaciones que describe a un sistema de **n** generadores en paralelo son del tipo (2.5) y (2.17), que en forma compacta son:

$$[V]_i = \{Ri + p\lambda\}_i \quad (2.87)$$

$$p\omega_{r_i} = \left\{ \frac{\omega_B}{2H} (T_m - T_e) \right\}_i \quad (2.88)$$

$$p\delta_i = \{\omega_r - \omega_s\}_i \quad (2.89)$$

donde  $i = 1 \dots n$ .

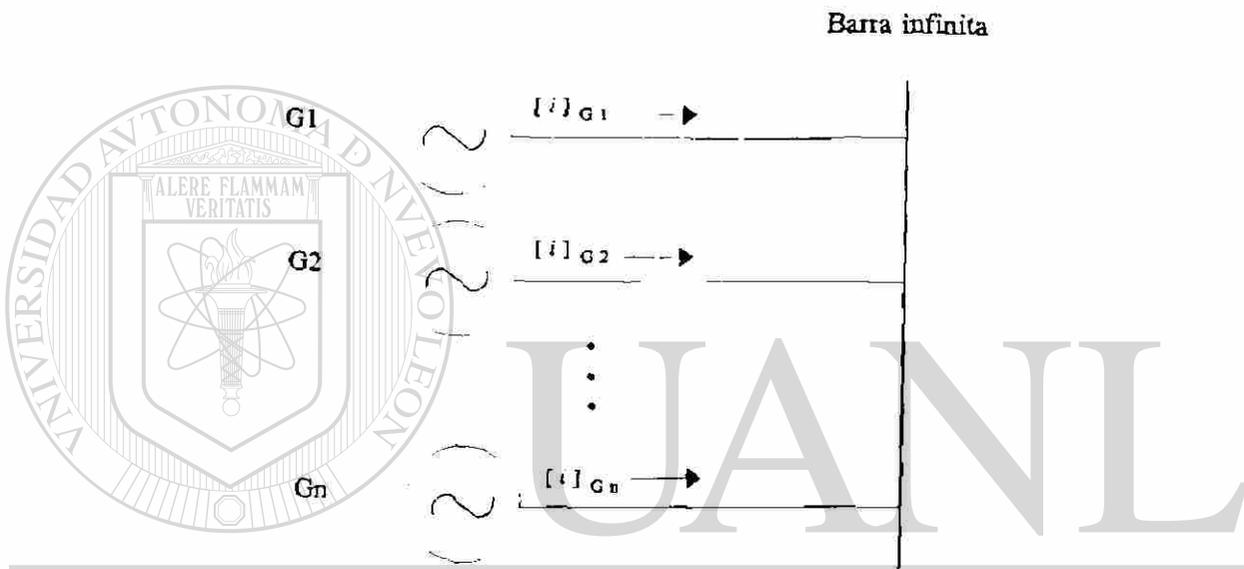


Fig. 2.5  $n$  generadores en paralelo a una barra infinita.

En donde  $[V]_i$ , es el vector de voltajes en terminales para las fases **abc**, de campo y cero para los devanados amortiguadores, del  $i$ -ésimo generador, es decir:

$$[V]_i = [v_a, v_b, v_c, v_f, 0, 0, 0]_i \quad (2.90)$$

el voltaje del estator de cada generador es el de barra infinita. Esto significa que la simulación de cada generador, respecto a barra infinita, puede ser realizada en forma independiente.

**SIMULACION Y ANALISIS DEL SISTEMA  
GENERADOR BARRA INFINITA**

**3.1 INTRODUCCION.**

En el presente capítulo se indica un procedimiento a seguir para obtener las condiciones iniciales del generador síncrono, en un punto de equilibrio en estado estable. Se analizan diferentes técnicas de solución del sistema de ecuaciones algebraicas no-lineales para cada paso de integración; durante la integración numérica de las ecuaciones diferenciales. Se evalúan métodos de integración para la solución simultánea de sistemas de ecuaciones diferenciales, indicando el procedimiento para su implementación en computadora digital. El modelo, la técnica de solución algebraica y el algoritmo de solución se examinan mediante un procedimiento de verificación, del que se describen sus características.

Se presentan resultados de simulaciones ante fallas simétricas y asimétricas, empleando generadores de rotor liso o de rotor con saliencia, en operación individual y en paralelo.

### 3.2 CONDICIONES INICIALES.

La formulación del comportamiento dinámico en enlaces de flujos o en corrientes, para la máquina síncrona son ecuaciones diferenciales cuya solución, utilizando un método numérico, requiere de condiciones iniciales para las variables de estado; éstas se calculan para las condiciones de predisturbio. Las condiciones iniciales de las variables de estado se determinan a partir de las condiciones de operación en estado estacionario balanceado; que puede ser obtenido de un estudio de flujos de carga del sistema eléctrico de potencia, al cual se encuentra conectada la máquina como generador.

De los resultados proporcionados por el estudio de flujos: los voltajes, ángulos nodales ( $V/\theta_{eo}$ ) y las inyecciones de potencia nodal ( $S = P + jQ$ ); se obtiene el voltaje y corriente en terminales del generador en coordenadas de fase y son de la forma que se muestra en la siguiente relación:

$$\begin{aligned} v_a &= \sqrt{2} |V| \cos \left( 2\pi ft + \theta_{eo} \right) \\ v_b &= \sqrt{2} |V| \cos \left( 2\pi ft + \theta_{eo} - \frac{2\pi}{3} \right) \\ v_c &= \sqrt{2} |V| \cos \left( 2\pi ft + \theta_{eo} + \frac{2\pi}{3} \right) \end{aligned} \quad (3.1)$$

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN  
donde  $\theta_{eo}$  es el ángulo de fase del voltaje para  $t = 0$ , respecto a la referencia única. ®

#### DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

La corriente inicial de fase puede ser calculada a partir de la potencia compleja ( $S$ ) y voltaje nodal ( $V$ ), usando la siguiente relación:

$$I = \left( \frac{S}{V} \right)^* \quad (3.2)$$

las ecuaciones para las corrientes en cantidades de fase son:

$$\begin{aligned}
 i_a &= \sqrt{2} |I| \cos \left( 2\pi ft + \theta_{eo} - \phi \right) \\
 i_b &= \sqrt{2} |I| \cos \left( 2\pi ft + \theta_{eo} - \phi - \frac{2\pi}{3} \right) \\
 i_c &= \sqrt{2} |I| \cos \left( 2\pi ft + \theta_{eo} - \phi + \frac{2\pi}{3} \right)
 \end{aligned}
 \tag{3.3}$$

donde  $\phi$  es el factor de potencia.

Las ecuaciones (3.1), (3.3) describen las condiciones iniciales de voltaje y corriente para los circuitos del estator. Las demás variables de la máquina pueden ser obtenidas resolviendo las ecuaciones en estado permanente con los modelos en las coordenadas de Park, después se aplica la matriz de transformación inversa de Park para obtener los resultados en componentes abc. Las condiciones iniciales también pueden ser obtenidas utilizando directamente las expresiones en términos de las variables de fase del rotor.

A continuación se describe el procedimiento para obtener las variables partiendo de la formulación basándose en los ejes  $d$  y  $q$  del rotor.

Las condiciones iniciales en  $dqo$  se obtienen a partir del diagrama fasorial de la Figura 2.1, y de las ecuaciones en estado estable del generador síncrono. Las relaciones fasoriales para obtener los valores de  $\delta$ ,  $E_q$  y  $E_f$ , son:

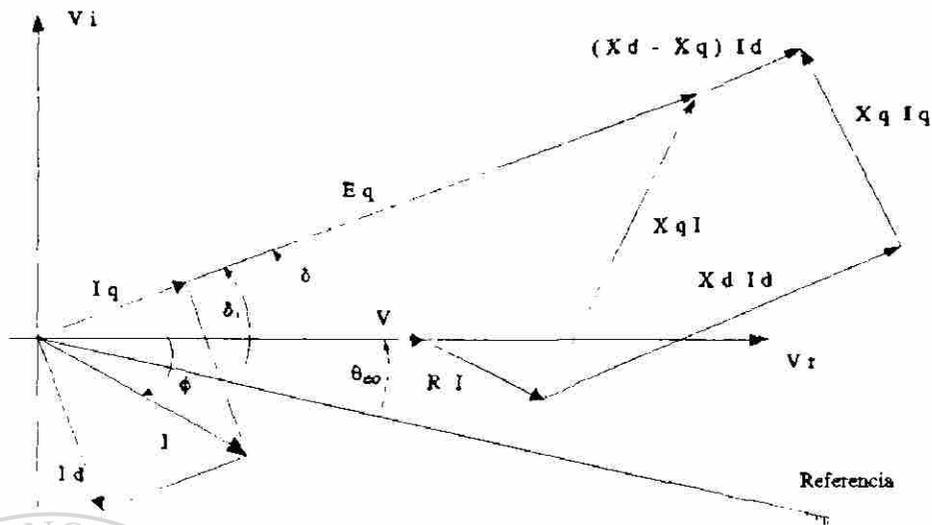
$$E_q = V + (R_a + jX_q)I \tag{3.4}$$

Esta relación es conocida como voltaje atrás de la reactancia del eje en cuadratura.

$$\delta_l = \tan^{-1} \left( \frac{\text{Im} \{E_q\}}{\text{Re} \{E_q\}} \right) \tag{3.5}$$

$$\delta = \delta_l - \theta_{eo} \tag{3.6}$$

$\delta$  es el ángulo de carga.



**Fig. 3.1** Diagrama fasorial del generador síncrono.

El voltaje de campo equivalente en el estator se obtiene como:

$$E_f = |E_q| + (X_d - X_q) I_d \quad (3.7)$$

La corriente en el devanado de campo en el rotor se expresa mediante:

$$I_f = \frac{E_f}{X_{md}} \quad (3.8)$$

y el voltaje en el devanado de campo en el rotor se calcula con:

$$V_f = R_f I_f \quad (3.9)$$

Para la condición de operación en estado estable las corrientes que circulan en los devanados de amortiguamiento son cero.

$$i_g = i_{kd} = i_{kq} = 0 \quad (3.10)$$

asimismo, los voltajes aplicados en dichos devanados son cero.

$$v_g = v_{kd} = v_{kq} = 0 \quad (3.11)$$

Las componentes de corriente en el eje directo y cuadratura son:

$$I_d = |I| \text{Sen}(\phi + \delta) \quad (3.12)$$

$$I_q = |I| \text{Cos}(\phi + \delta) \quad (3.13)$$

para las condiciones de operación en estado estable, la corriente de secuencia cero.

$$I_o = \frac{1}{3} (i_a + i_b + i_c) = 0 \quad (3.14)$$

Las componentes de voltaje para cada eje son:

$$V_d = |V| \text{Sen} \delta \quad (3.15)$$

$$V_q = |V| \text{Cos} \delta \quad (3.16)$$

y

$$V_o = \frac{1}{3} (v_a + v_b + v_c) = 0 \quad (3.17)$$

Aplicando la matriz inversa de Park se obtienen las condiciones iniciales de corriente y voltaje en las coordenadas abc.

Los enlaces de flujo en estado estable son: eje directo,

$$\begin{aligned}\lambda_f &= -L_{md}I_d + L_f I_f \\ \lambda_d &= -L_d I_d + L_{md} I_f \\ \lambda_{kd} &= -L_{md} I_d + L_{md} I_f\end{aligned}\quad (3.18)$$

eje en cuadratura

$$\begin{aligned}\lambda_g &= -L_q I_q \\ \lambda_q &= -L_{mq} I_q \\ \lambda_{kq} &= -L_{mq} I_q\end{aligned}\quad (3.19)$$

Los enlaces de flujo para cada una de las fases *abc* se obtienen aplicando la matriz inversa de Park, a los enlaces calculados por (3.18) y (3.19). Se observa que los enlaces del rotor son invariantes ante la transformación de Park; de ahí que pueden emplearse sólo las componentes  $\lambda_d$ ,  $\lambda_q$ ,  $\lambda_o$ , para obtener  $\lambda_a$ ,  $\lambda_b$  y  $\lambda_c$ .

### 3.3 TÉCNICAS DE SOLUCION NUMERICA.

El modelo matemático del generador síncrono trifásico en términos de las coordenadas originales *abc*, lo conforman un sistema de ecuaciones diferenciales no lineales de séptimo orden. La matriz de inductancias es función del tiempo, por lo que esta matriz deberá ser evaluada durante el proceso de integración numérica.

En este trabajo se analizaron las siguientes alternativas para optimizar el proceso de la solución numérica:

- Solución usando algebra simbólica.
- Manejo adecuado de la matriz de inductancias **L**.
- Selección de métodos para la inversión de **L**.
- Selección del método para resolver el sistema de ecuaciones diferenciales.

### 3.3.1 Solución usando algebra simbólica.

Para la solución en el tiempo de las ecuaciones diferenciales mostradas en (2.48) y (2.49), independientemente del método de integración numérica, la inversa de la matriz de inductancias se debe calcular al menos una vez por cada paso de integración. Para mejorar la rapidez y eficiencia de la solución se debe de optimizar, computacionalmente, el cálculo de la inversa de la matriz de inductancias. La primera prueba consistió en obtener la inversa de  $\mathbf{L}$  en forma simbólica, se utilizaron paquetes de computadora de matemática simbólica, para así poder evaluar todos sus elementos matriciales mediante expresiones algebraicas directas. Sin embargo, al invertir simbólicamente la matriz  $\mathbf{L}$  las expresiones resultantes fueron extensas y complicadas de manejar, concluyendo que se requeriría de mayor tiempo para la evaluación numérica de estas expresiones que el requerido por un método tradicional de inversión. Por esta razón se descartó la posibilidad de reducir en forma simbólica el modelo trifásico del generador y se reforzó la idea de manejar métodos numéricos para inversión de matrices.

### 3.3.2 Manejo adecuado de la matriz de inductancias.

En la transformación de Park aparece un factor (2/3), el cual es necesario para obtener el valor unitario de las variables en el eje directo y de cuadratura por una unidad en el estator de las cantidades trifásicas. Al realizar la transformación de abc a dqo de los enlaces de flujo, (2.5b), se obtiene:

$$\begin{bmatrix} \lambda_d \\ \lambda_f \\ \lambda_{kd} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_d & L_{md} & L_{md} \\ \frac{3}{2}L_{md} & L_{ff} & L_{md} \\ \frac{3}{2}L_{md} & L_{md} & L_{kd kd} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -I_d \\ I_f \\ I_{kd} \end{bmatrix} \quad (3.20)$$

donde se observa que la matriz de inductancias resultante, no es simétrica ya que los elementos mutuos rotor-estator están afectados por un coeficiente de 3/2; el inverso del factor de la transformada de Park. Para hacer  $\mathbf{L}$  en dqo simétrica, las inductancias mutuas

$$\begin{bmatrix} \lambda_q \\ \lambda_g \\ \lambda_{kq} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_q & L_{mq} & L_{mq} \\ \frac{3}{2} L_{mq} & L_{gg} & L_{mq} \\ \frac{3}{2} L_{mq} & L_{mq} & L_{kq kq} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -I_q \\ I_g \\ I_{kq} \end{bmatrix} \quad (3.21)$$

de estator-rotor y las de la submatriz del rotor-rotor se afectan por el factor de 3/2, sin embargo para no alterar el equilibrio de la ecuación, las corrientes del rotor también se modifican con el coeficiente de 2/3; lo cual resulta en:

$$\begin{bmatrix} \lambda_d \\ \lambda_f \\ \lambda_{kd} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_d & \frac{3}{2} L_{md} & \frac{3}{2} L_{md} \\ \frac{3}{2} L_{md} & \frac{3}{2} L_{ff} & \frac{3}{2} L_{md} \\ \frac{3}{2} L_{md} & \frac{3}{2} L_{md} & \frac{3}{2} L_{kd kd} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -I_d \\ \frac{2}{3} I_f \\ \frac{2}{3} I_{kd} \end{bmatrix} \quad (3.22)$$

$$\begin{bmatrix} \lambda_q \\ \lambda_g \\ \lambda_{kq} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_q & \frac{3}{2} L_{mq} & \frac{3}{2} L_{mq} \\ \frac{3}{2} L_{mq} & \frac{3}{2} L_{gg} & \frac{3}{2} L_{mq} \\ \frac{3}{2} L_{mq} & \frac{3}{2} L_{mq} & \frac{3}{2} L_{kq kq} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -I_q \\ \frac{2}{3} I_g \\ \frac{2}{3} I_{kq} \end{bmatrix} \quad (3.23)$$

Estos son los parámetros transformados con los que se formula las ecuaciones en **dqo**. Para utilizar estos parámetros en el modelo trifásico se invierte la secuencia seguida en esta transformación, lo que se resume en lo siguiente: se modifican todos los elementos de la matriz **L** en **abc**, obtenidos a partir de **dqo** utilizando las relaciones de (2.85), que tengan relación con el rotor por la constante 2/3 y las corrientes del rotor por 3/2.

Lo anterior permite que la matriz **L** en componentes **abc** sea simétrica. Otro concepto importante es el signo de la corriente en las fases del devanado del estator. El manejo adecuado de este signo hace que la matriz **L** conserve o no su simetría. Si este signo

se maneja en el vector de corrientes la matriz  $L$  conserva su simetría, en cambio sí el signo se coloca en las matrices que premultiplican al vector de corriente, entonces  $L$  pierde simetría. En este trabajo se utiliza el signo dentro del vector de corrientes, con la finalidad de utilizar métodos de inversión de matrices que aprovechen la simetría de las mismas.

### 3.3.3 Selección del método de inversión de la matriz de inductancias.

Como se explicó anteriormente, se descartó la inversión de  $L$  en forma simbólica quedando como alternativas el uso de métodos numéricos eficiente. Se analizaron dos métodos:

- a) Inversión en el mismo lugar, Shipley [24], de la matriz de inductancias y calcular las derivadas de las variables de estado utilizando (2.48) y (2.49).
- b) Solución eficiente del sistema de ecuaciones diferenciales y algebraicas mediante un proceso de eliminación gaussiana intermedio, sin la inversión directa de la matriz de inductancia.

Se realizaron pruebas solucionando la formulación con la matriz  $L$  simétrica utilizando Bifactorización [24], así como con la matriz  $L$  asimétrica aplicando Shipley. Además la formulación con la matriz  $L$  simétrica se probó usando Shipley y Bifactorización, arrojando mejores resultados al aprovechar la simetría con Bifactorización. ®

#### DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

El método de Bifactorización no invierte, explícitamente, la matriz de inductancias, sino que resuelve en forma eficiente el sistema de ecuaciones algebraicas:

$$\lambda = LI \quad (3.24)$$

donde  $I$  es el vector a calcular y el vector  $\lambda$  es conocido. Aprovecha la simetría de la matriz de inductancias obtenida como se explica en la sección 3.3.2.

La presentación del sistema de ecuaciones que describe la dinámica del generador se modifica adecuadamente para obtener la máxima utilidad de las características eficientes del método de Bifactorización.

### 3.3.4 Selección del método de integración para resolver el sistema de ecuaciones diferenciales.

Se analizaron específicamente dos métodos para la solución del sistema de ecuaciones diferenciales: Runge-Kutta de cuarto orden y la Regla Trapezoidal; llegando a las siguientes conclusiones:

- La implementación computacional, tomando en cuenta los detalles mencionados para la matriz  $L$ , no es difícil para ninguno de los métodos.
- En la solución del sistema de ecuaciones el Runge-Kutta es más exacto y la Regla Trapezoidal es más estable.
- En la utilización del Runge-Kutta se calcula cuatro veces la la función de derivadas de  $L$  para cada paso de integración, mientras que para la Regla Trapezoidal la función de derivadas se calcula  $n$  veces, ya que como es un método implícito se resuelve el sistema de ecuaciones hasta que se cumpla una tolerancia dada. Si esta tolerancia tiene un valor razonable, una milésima (0.001) por ejemplo, la Regla Trapezoidal es mas rápida que el Runge-Kutta.

---

## UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN

### 3.4 IMPLEMENTACION DE LAS FORMULACIONES DE LA MAQUINA EN LOS METODOS ELEGIDOS PARA SU SOLUCION.

DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

A continuación se ilustra la implementación en forma algorítmica de las formulaciones, de enlaces de flujo y corrientes, para la máquina síncrona, utilizando los métodos de *integración numérica*, descritas anteriormente.

#### 3.4.1 Runge-Kutta de Cuarto Orden.

La formulación general de este método es:

$$y_{t+\Delta t} = y_t + \Delta t \left[ \frac{1}{6} (k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4) \right]$$

$$k_1 = f(t, y_t)$$

$$k_2 = f\left(t + \frac{1}{2} \Delta t, y_t + \frac{1}{2} \Delta t k_1\right)$$

$$k_3 = f\left(t + \frac{1}{2} \Delta t, y_t + \frac{1}{2} \Delta t k_2\right)$$

$$k_4 = f(t + \Delta t, y_t + \Delta t k_3)$$
(3.25)

El subíndice  $t + \Delta t$  indica nuevo valor y el subíndice  $t$  valor anterior; es un método explícito ya que el nuevo valor depende solamente del anterior.

Para la formulación en enlaces de flujos, (2.48), las variables se obtendrán como:

$$\lambda_{t+\Delta t} = \lambda_t + \Delta t \left[ \frac{1}{6} (k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4) \right]$$
(3.26)

donde para el cálculo de las  $k$ 's se debe evaluar la función de derivadas con los argumentos indicados en (3.25), los cuales están en función del tiempo  $t$  y del paso de integración  $\Delta t$ , para esta formulación la función de derivadas, empleando la inversión por Shipley es:

$$f(t, \lambda) = \omega_B (V - RL^{-1}\lambda)$$
(3.27)

$t$  está implícito en la matriz de inductancias en la dependencia del ángulo del rotor  $\omega_r(t)$ . Para la solución empleando Bifactorización, la función de derivadas es:

$$f(t, I) = \omega_B (V - RI)$$
(3.28)

donde  $I$  se obtiene de la solución de (3.24); como la matriz de resistencias es diagonal y constante el producto  $RI$  se obtiene fácilmente dentro del proceso de cálculo de  $I$  por Bifactorización. El par eléctrico es función de las corrientes y enlaces de flujo en el estator,

por lo que es conveniente conservar los últimos valores de las corrientes y así ahorrar cálculos.

Para la formulación en corrientes, (2.49), las corrientes se obtendrán como:

$$I_{t+\Delta t} = I_t + \Delta t \left[ \frac{1}{6} (k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4) \right] \quad (3.29)$$

la función para esta formulación invirtiendo  $L$  por Shipley es:

$$f(t, I) = \omega_B L^{-1} \{V - (R + \omega_r G)I\} \quad (3.30)$$

la función de las derivadas para obtener la solución utilizando Bifactorización es:

$$Lf(t, I) = \omega_B (V - RI + \omega_y GI) \quad (3.31)$$

la función de derivadas se obtiene resolviendo (3.31), donde el miembro de la derecha de la ecuación es conocido.

### 3.4.2 Regla Trapezoidal.

Es un método iterativo que calcula el valor de la variable en el nuevo instante, en función del instante actual y del instante anterior, su formulación general es:

$$y_{t+\Delta t} = y_t + \frac{1}{2} \Delta t [f(y_{t+\Delta t}) + f(y_t)] \quad (3.32)$$

para la formulación en enlaces de flujo se tiene:

$$\lambda_{t+\Delta t} = \lambda_t + \frac{1}{2} \Delta t [f(\lambda_{t+\Delta t}) + f(\lambda_t)] \quad (3.33)$$

donde la función es:

$$f(\lambda) = \omega_B (V - RL^{-1}\lambda) \quad (3.34)$$

La aplicación de este método a la formulación en corrientes resulta en:

$$I_{t+\Delta t} = I_t + \frac{1}{2} \Delta t [f(I_{t+\Delta t}) + f(I_t)] \quad (3.35)$$

$$f(I) = \omega_B L^{-1} \{V - (R + \omega_r G)I\} \quad (3.36)$$

Las expresiones indicadas están descritas en forma matricial, y para utilizar métodos de inversión directa; las funciones de derivadas en base al método de Bifactorización se calculan como se describió anteriormente, (3.28) y (3.31).

### 3.4.3 Verificación del algoritmo.

Para probar la validez del modelado del generador síncrono, y del algoritmo empleado, se desarrolló un programa digital en TurboPascal y Fortran. La estabilidad del algoritmo se probó haciendo simulaciones de hasta 15 segundos para una falla tipo cero (sin perturbación), se observó que las variables de estado no cambiaron durante la simulación. El par electromecánico experimentó una diferencia máxima de 0.0018 en pu, entre la condición inicial y la obtenida para 15 segundos, con un paso de integración de 0.001 segundos.

Se observó que cuando se incluye un valor de resistencia en la armadura,  $r = 0.001$  pu, el comportamiento de las variables de estado no fue tan estable como para el caso con  $r = 0.0$ , aún así el comportamiento fue aceptable. El modelo que utiliza las corrientes como variables de estado tuvo mas variaciones que el modelo en términos de los enlaces de flujo.

## 3.5 SIMULACION DE FALLAS.

Para verificar el modelo, el programa y el algoritmo de la máquina síncrona, Figura 3.2, se procede a realizar pruebas ante fallas en terminales de la máquina cuando ésta se encuentra conectada a una barra infinita. Se realizaron estudios transitorios ante dos tipos de fallas, la falla trifásica y la monofásica a tierra. Se eligen estas dos por su importancia

y debido a que incluyen el comportamiento del sistema, ante condiciones balanceadas y desbalanceadas. Para la falla trifásica, la cual inherentemente es balanceada, el sistema opera en un transitorio balanceado, mientras que para la falla monofásica el sistema opera con un transitorio desbalanceado. Las fallas se simulan modificando los voltajes de las fases a partir del instante de falla. En las simulaciones se emplea el sistema conocido como máquina transformada, donde se incorporan las resistencias e inductancias del transformador a las de la máquina.

### 3.5.1 Falla trifásica a tierra: a-b-c-tierra.

El modelo de esta falla consiste en hacer cero el valor de los voltajes en las terminales del generador, es decir:

$$\begin{aligned} v_a &= 0 \\ v_b &= 0 \\ v_c &= 0 \end{aligned} \quad (3.37)$$

con lo cual el generador no entrega potencia al sistema.

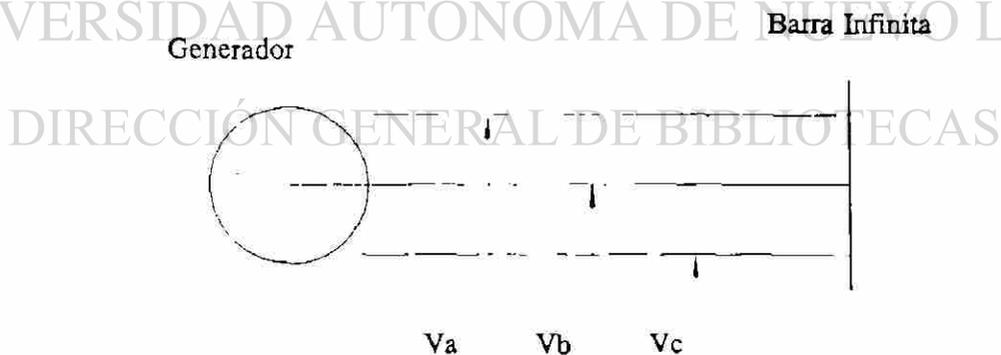


Fig. 3.2 Máquina a barra infinita.

### 3.5.2 Falla de fase a tierra: a-tierra.

En esta falla se elige una fase para la cual durante la falla el voltaje es cero. En el presente trabajo la fase fallada es la **a**, por lo tanto los voltajes en terminales del generador son:

$$\begin{aligned} v_a &= 0 \\ v_b &= \sqrt{2} |V| \cos \left( 2\pi ft + \theta_{eo} - \frac{2\pi}{3} \right) \\ v_c &= \sqrt{2} |V| \cos \left( 2\pi ft + \theta_{eo} + \frac{2\pi}{3} \right) \end{aligned} \quad (3.38)$$

con esta falla el generador está operando en forma desbalanceada.

## 3.6 ANALISIS DEL FUNCIONAMIENTO DEL GENERADOR.

El comportamiento dinámico del generador se analiza para las fallas indicadas, se consideran 2 tipos de generadores, hidráulicos y térmicos, con polos salientes y rotor liso respectivamente. Los datos para cada generador expresados en coordenadas **dqo**, se convierten a coordenadas **abc**. De un estudio de flujos se tiene un punto de equilibrio del sistema, se calculan las condiciones iniciales para el generador que son el punto de arranque para el análisis en coordenadas **abc**. Para simular la respuesta del generador en cantidades directas de fase se tomaron parámetros en **dqo** de un turbogenerador y un hidrogenerador de la referencia [6].

La potencia del turbogenerador es de 835 MVA, 26 KV, 60 Hz, 2 polos, 3600 rpm velocidad nominal. Los parámetros en por unidad a la potencia de la máquina, son:

$$\begin{array}{ll} r_a = 0.003 & L_f = 0.19 \\ r_f = 0.000929 & L_d = 1.8 \\ r_g = 0.00178 & L_q = 1.8 \\ r_{kd} = 0.01334 & L_{df} = 0.1414 \\ r_{kq} = 0.00841 & L_{tq} = 0.8125 \end{array}$$

$$H = 5.6 \text{ s} \quad L_{\ell kd} = 0.08125$$

$$L_{\ell kq} = 0.0939$$

La potencia del hidrogenerador es de 325 MVA, 20 KV, 60 Hz, 64 polos, 112.5 rpm velocidad nominal. Los parámetros en por unidad a la potencia de la máquina, son:

$$r_a = 0.0019 \quad L_\ell = 0.12$$

$$r_f = 0.00041 \quad L_d = 0.85$$

$$r_{kq} = 0.0136 \quad L_q = 0.48$$

$$r_{kd} = 0.01410 \quad L_{\ell f} = 0.2049$$

$$H = 7.5 \text{ s} \quad L_{\ell kq} = 0.1029$$

$$L_{\ell kd} = 0.160$$

El generador, hidráulico o térmico, está operando en estado estable en forma balanceada y para cierta condición de carga tiene los siguientes valores nodales en pu:

$$V = 1.0$$

$$\theta = 0.0$$

$$P = 0.85$$

$$Q = 0.5268$$

## DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

Se simula el sistema generador barra infinita usando el hidrogenerador sin disturbio alguno, es decir en estado estable. Lo anterior es con la finalidad de probar el método de solución, se observa en la Figura 3.3 que las corrientes generadas por la máquina cuando se encuentra sin disturbio son trifásicas defasadas  $120^\circ$  y de la misma amplitud. Este resultado se obtiene usando cualquiera de los dos métodos de integración antes indicados.

Los resultados que se muestran en la Figura 3.4 son los obtenidos al aplicar una falla trifásica sólida a tierra. Se presentan las gráficas de la corriente en el estator en la fase a ( $i_a$ ), la corriente de campo ( $i_f$ ), el par eléctrico ( $T_e$ ), el ángulo de carga ( $\delta$ ), la velocidad ( $\omega$ ) y el plano de fase ( $\omega - \delta$ ).

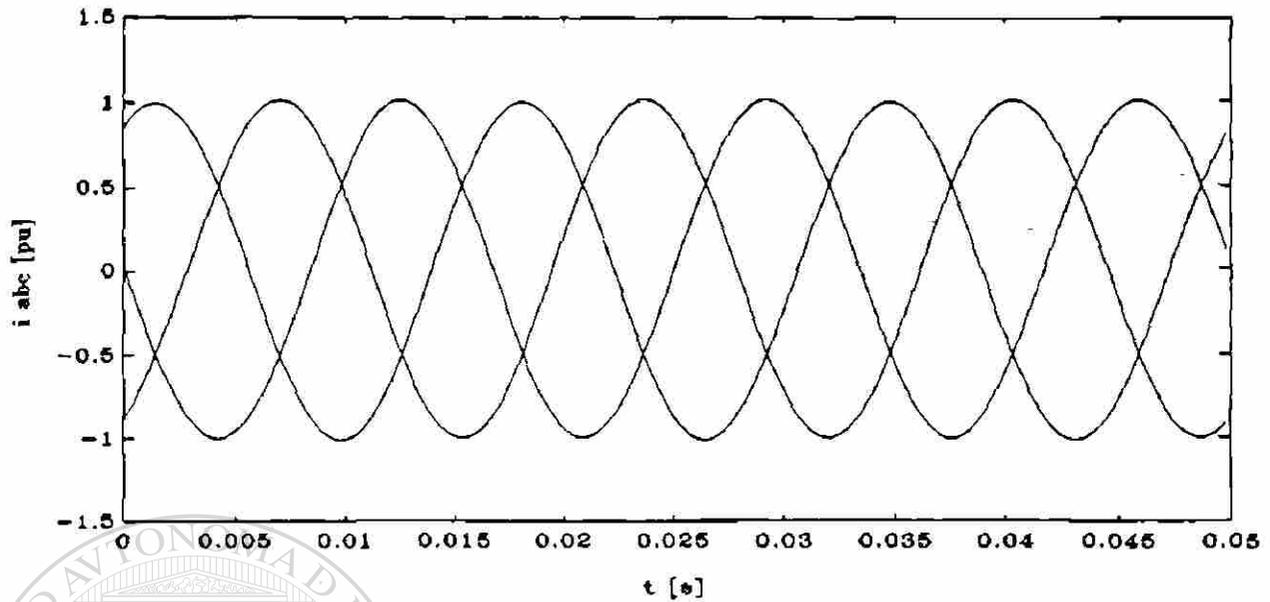


Fig. 3.3 Estado estable del hidrogenador a barra infinita.

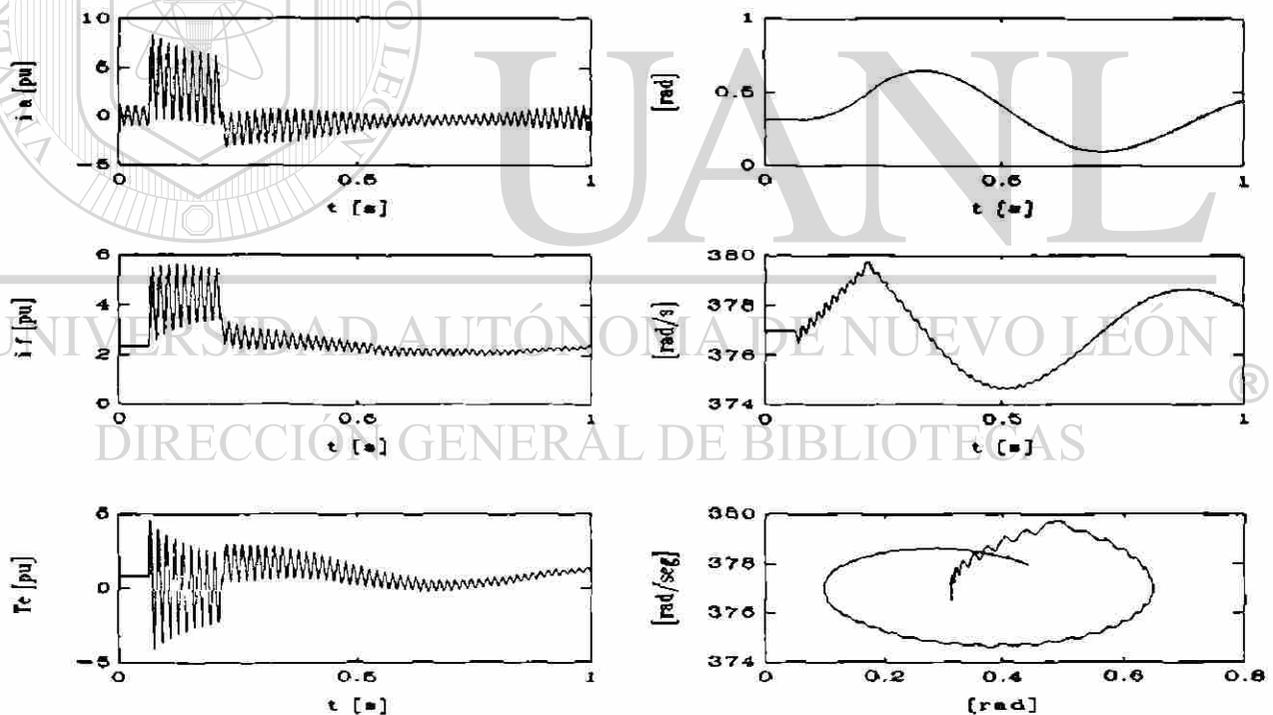
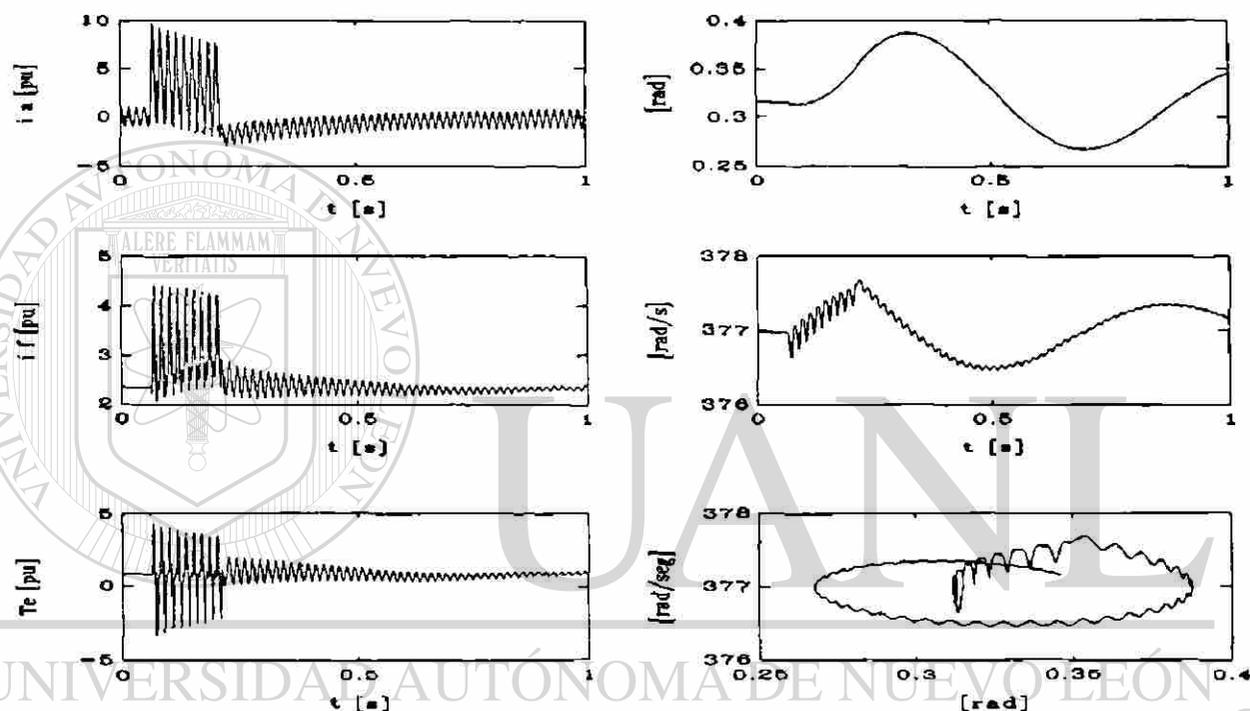


Fig. 3.4 Respuesta del hidrogenador a barra infinita ante la falla trifásica a tierra.

Se muestran los valores máximos que alcanzan las corrientes en el estator y rotor así como los valores que alcanza el par, el ángulo y la velocidad durante la falla. La falla se

aplica en el instante 0.0625 s (3.75 ciclos), que es un punto en que el voltaje de la fase **a** es cero y la onda de voltaje va del semiciclo negativo al positivo. La duración de la falla es de 0.15 s (9 ciclos), el tiempo de estudio es de 1.0 s y el paso de integración es de 0.0001 s. Los resultados muestran el comportamiento del generador hidráulico durante la falla y después de liberada, las oscilaciones de las variables y su tendencia a estabilizarse a las condiciones de prefalla; esto se puede ver directamente en el plano de fase el cual indica que el sistema se estabiliza.



**Fig. 3.5** Respuesta del hidrogenerador a barra infinita ante falla monofásica a tierra.

Los resultados para el generador hidráulico ante una falla monofásica, se muestran en la Figura 3.5. Comparando éstos resultados con los obtenidos para la falla trifásica a tierra, se observa que la falla monofásica presenta un impacto menor en el comportamiento de las variables. La magnitud de las oscilaciones es menor, con excepción de la corriente en la fase **a** que es la fase fallada; en este caso la amplitud de la corriente en la fase **a** es mayor durante el período de falla. La máquina no pierde sincronismo, como se puede observar del plano de fase.

En las Figuras 3.6 y 3.7 se presentan los resultados de las variables de un

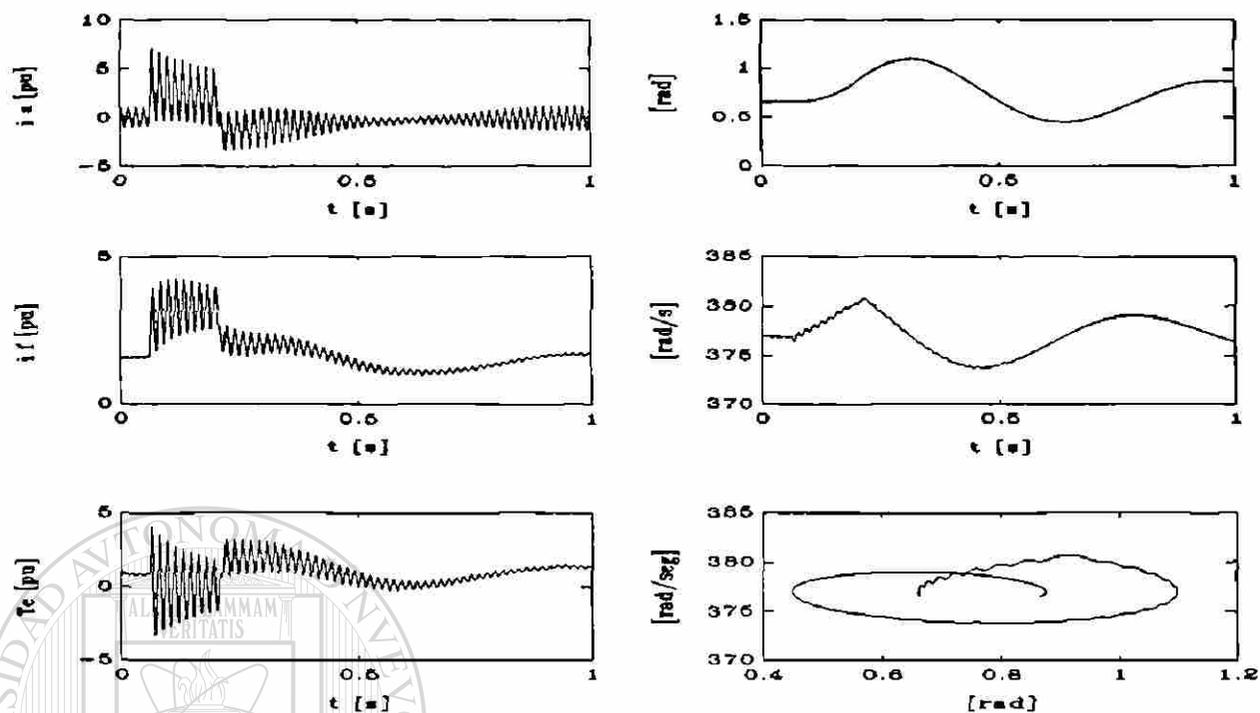


Fig. 3.6 Respuesta del turbogenerador a barra infinita ante falla trifásica a tierra.

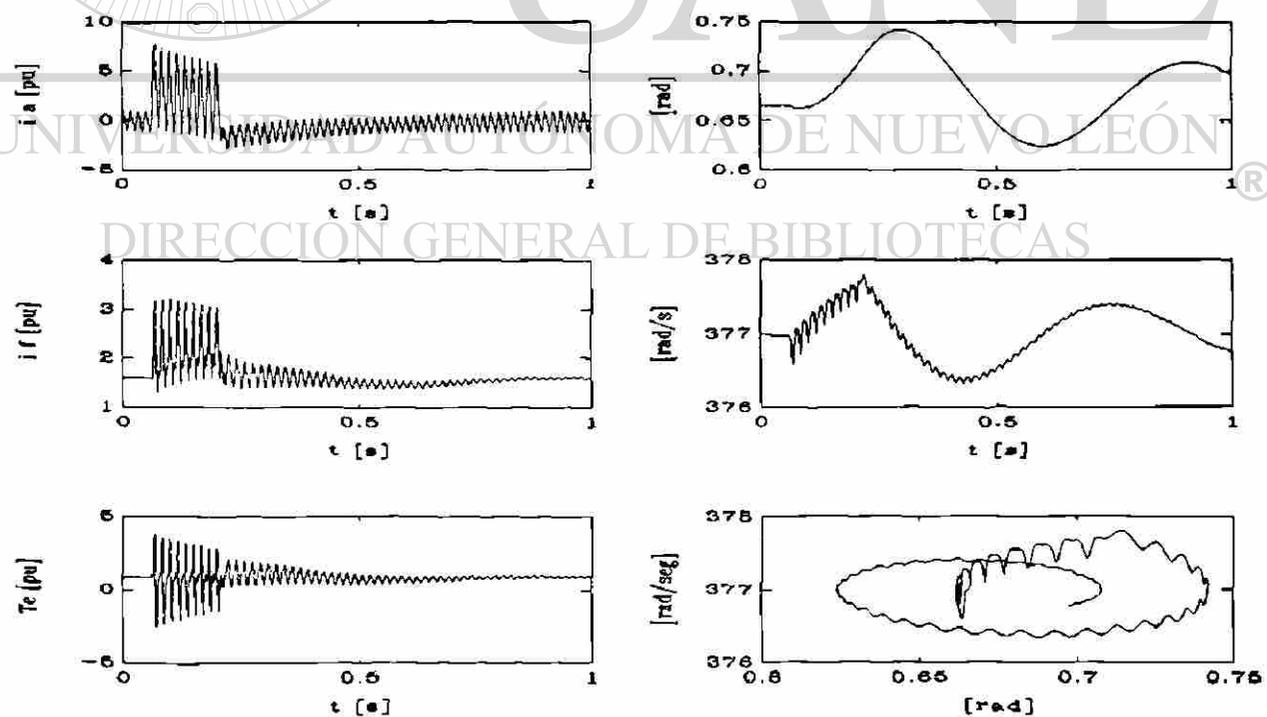
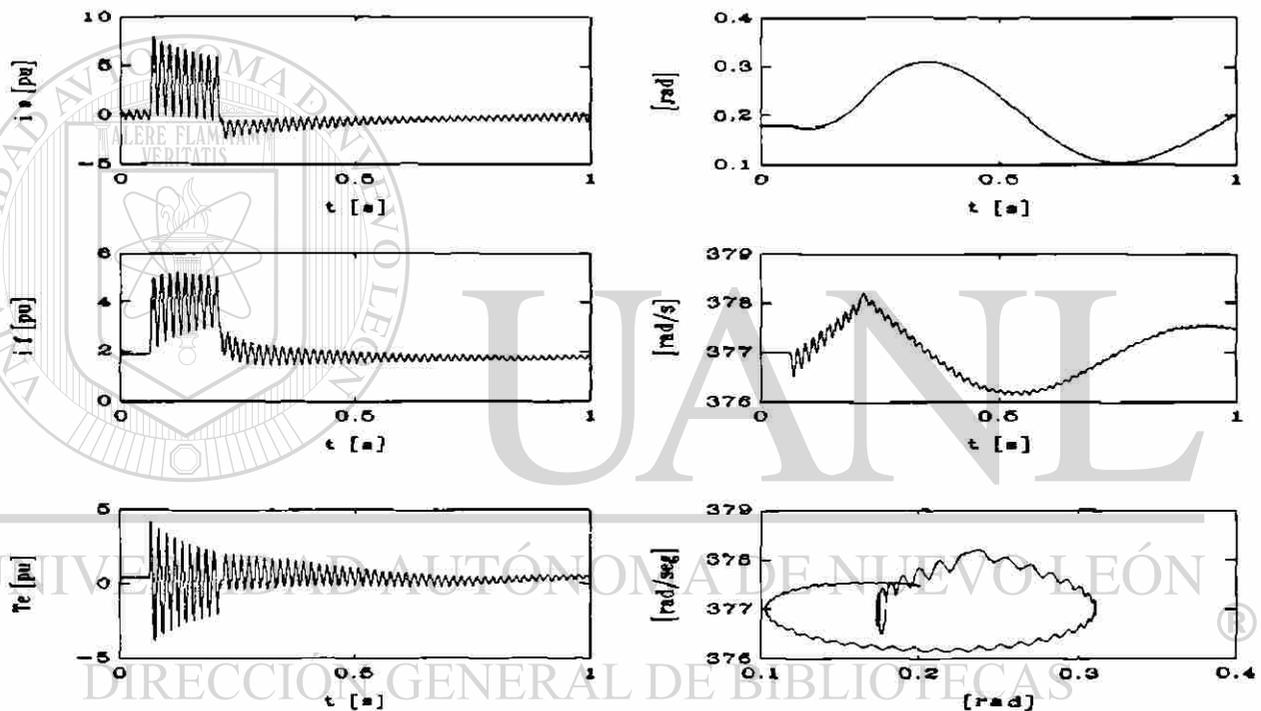


Fig. 3.7 Respuesta del turbogenerador a barra infinita ante falla monofásica a tierra.

turbogenerador para las fallas trifásica y monofásica a tierra. Observando las gráficas se concluye que la falla trifásica a tierra tiene un mayor impacto en el sistema. Se debe notar en la respuesta del turbogenerador que las oscilaciones de las variables mecánicas son mayores en amplitud y en frecuencia, que las obtenidas en la respuesta del hidrogenerador, Figuras 3.4 y 3.5.

A continuación se proporcionan los resultados del comportamiento dinámico de dos generadores conectados a una misma barra infinita.



**Fig. 3.8** Falla trifásica de dos generadores en paralelo a barra infinita, resultados del generador 1.

Como caso base de prueba se consideran dos generadores hidráulicos conectados en paralelo a barra infinita, los generadores son iguales en potencia y parámetros, éstos se proporcionan al inicio de este apartado. Los generadores están aportando potencias iguales, el sistema es el mismo que se analizó con un solo generador, por tanto al alimentar el sistema con dos generadores a cada uno se le asigna la mitad de la potencia que antes aportaba uno. Con lo que cada generador aporta  $P = 0.425$  pu y  $Q = 0.2634$  pu.

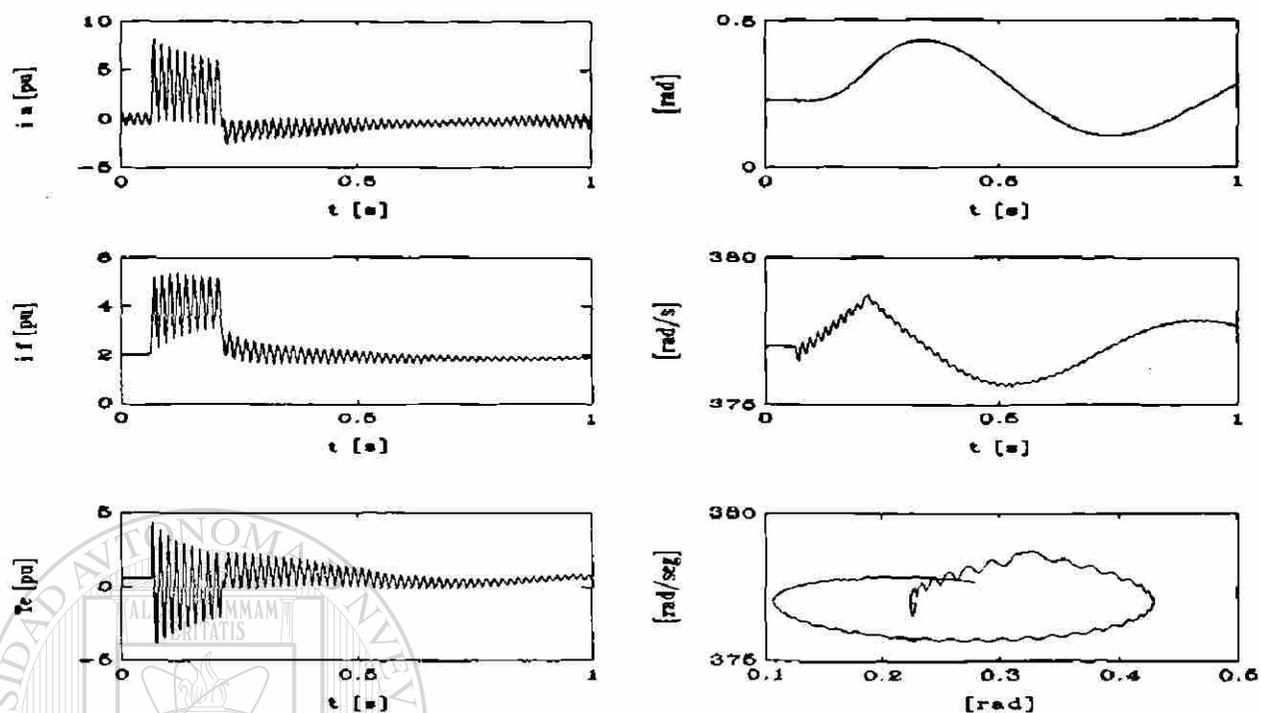


Fig. 3.9 Hidrogeneradores en paralelo, respuesta de la máquina 1.

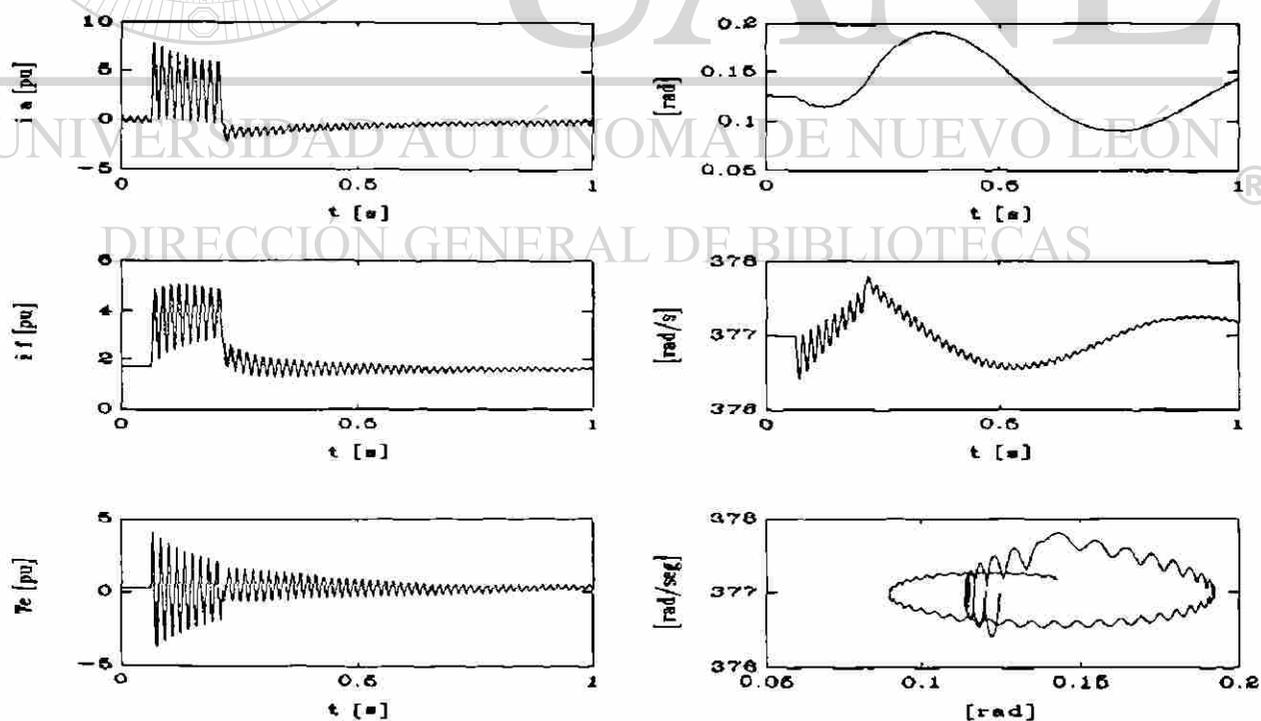


Fig. 3.10 Hidrogeneradores en paralelo, respuesta de la máquina 2.

Los resultados para el generador 1 son los mostrados en la Figura 3.8, cuando se aplica una falla trifásica sólidamente aterrizada en las terminales del los generadores. Para el generador 2, los resultados son exactamente iguales a los del generador 1, puesto que ambos se encuentran operando a las mismas condiciones de voltaje y potencia.

Al analizar éstos resultados con los del hidrogenerador a barra infinita ante la falla trifásica aterrizada, Figura 3.4, se observa que el comportamiento en las magnitudes de las variables en los generadores es el mismo que el obtenido para uno solo, la diferencia se observa en el período de posfalla. En los generadores en paralelo el efecto del disturbio es más reducido al que se obtiene con un solo generador, ya que los generadores en paralelo se dividen la carga por partes iguales. Durante el período de falla los generadores en paralelo se comportan como si fueran generadores independientes.

Los resultados en las Figuras 3.9 y 3.10, corresponden a la simulación de la falla trifásica a tierra de dos hidrogeneradores conectados a una misma barra infinita, cuando uno proporciona al sistema 2/3 de la potencia total que inicialmente daba uno, sistema de la Figura 3.4, y por consiguiente el segundo proporciona 1/3 de la potencia, es decir  $P_1 = 0.5667$  pu,  $Q_1 = 0.3512$  pu,  $P_2 = 0.2833$  pu y  $Q_2 = 0.1756$ . Los parámetros para ambos hidrogeneradores son iguales y se indican al inicio de este apartado, donde la única diferencia es que la constante de inercia de la máquina 2 se cambió de  $H = 7.5$  s a  $H = 6.5$  s.

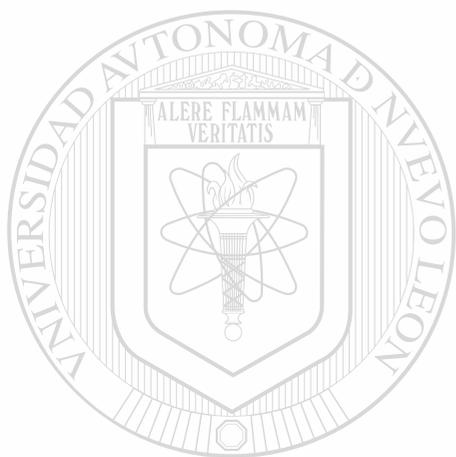
Estos resultados indican la diferencia de comportamiento en las dos máquinas, la máquina que suministra mayor potencia es más afectada por la falla y es mayor su influencia en el sistema eléctrico. La frecuencia es muy similar en ambas máquinas y el cambio notorio es en la amplitud del ángulo de carga, siendo mayor en la máquina más cargada.

### 3.7 SINCRONIZACION FUERA DE FASE

Al sincronizar una máquina a una red eléctrica, se debe de cumplir que las amplitudes y la secuencia de fase del voltaje, tanto de la máquina como de la red, así como la frecuencia sean iguales. Cuando estas condiciones no son satisfechas ocurre un transitorio eléctrico en

el sistema, que dependiendo de la magnitud del defasamiento, provocará grandes corrientes en el estator y en el par eléctrico que pueden dañar los devanados del transformador, producir fatiga en el rotor del generador o perder sincronismo.

Cuando la sincronización se hace a  $90^\circ$  de defasamiento el sistema oscila pero conserva el sincronismo, las Figuras 3.11 y 3.12 muestran los resultados para el turbogenerador al sincronizarlo con el defasamiento de  $90^\circ$ . La amplitud de las corrientes de fase es comparable al caso de la falla trifásica descrito anteriormente. Cuando el defasamiento es de  $180^\circ$ , que equivale a una polaridad invertida, el efecto es tal que el turbogenerador pierde sincronismo, Figuras 3.13 y 3.14.



# UANL

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN



DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

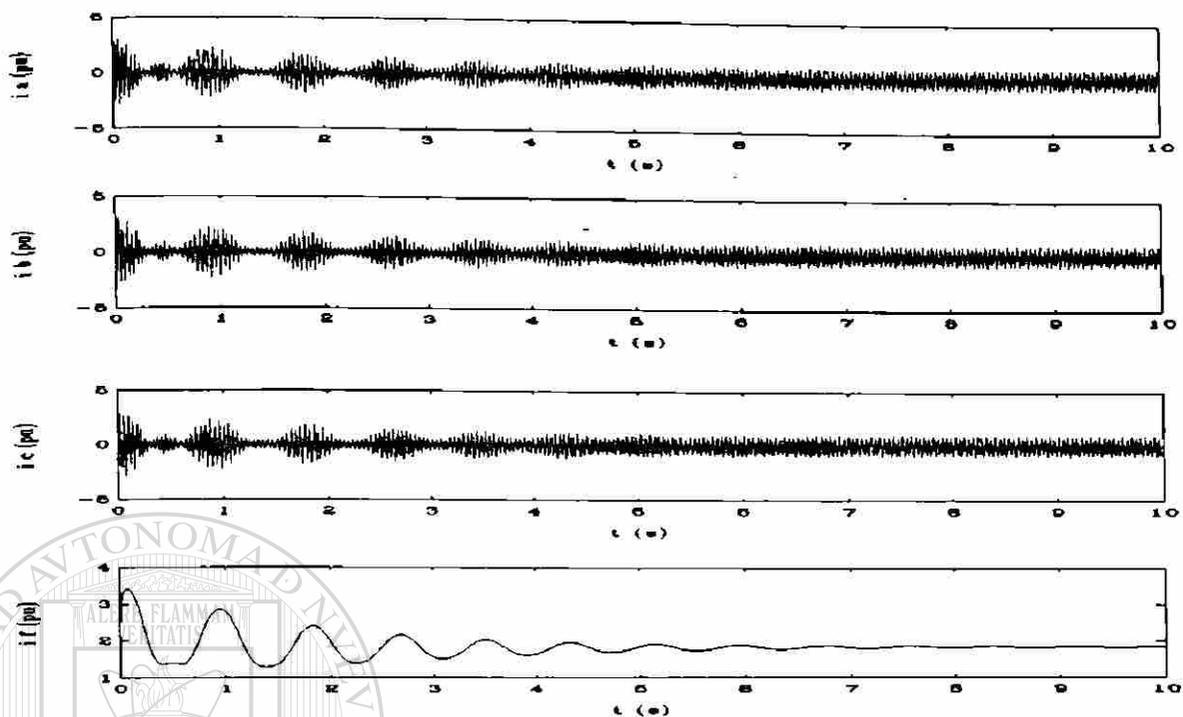


Fig. 3.11 Corrientes del turbogenerador ante una sincronización con  $90^\circ$  de defasamiento.

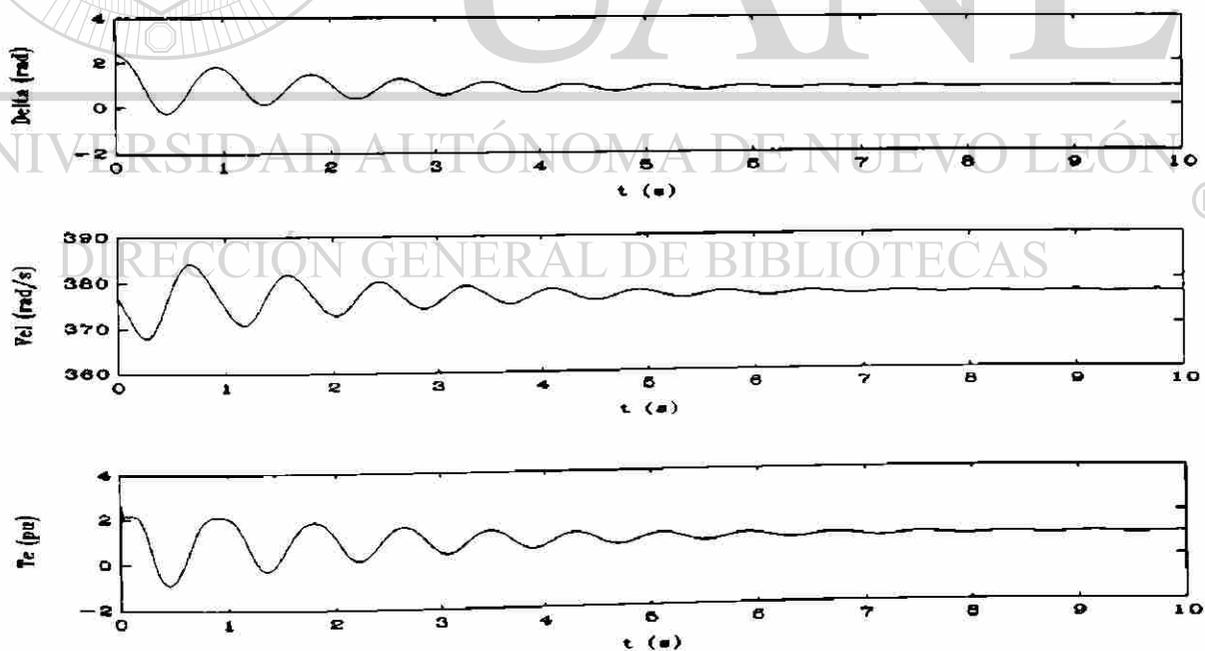


Fig. 3.12 Ángulo, velocidad y par del turbogenerador ante una sincronización con  $90^\circ$  de defasamiento.

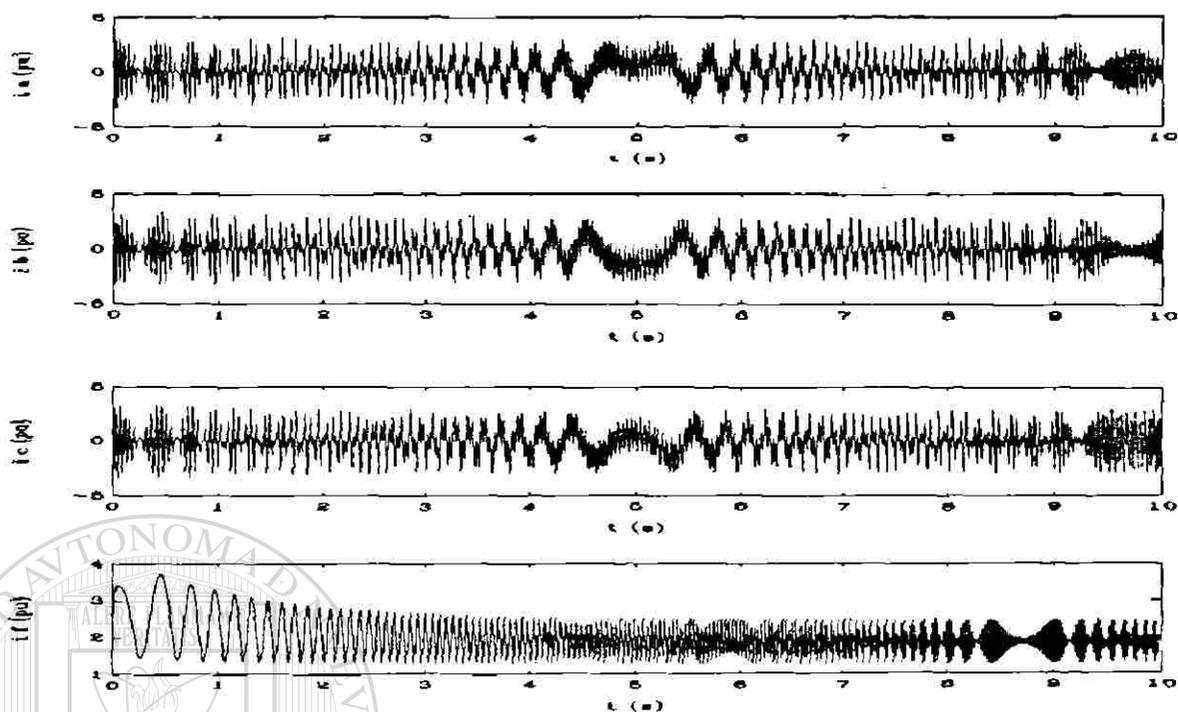


Fig. 3.13 Corrientes del turbogenerador ante una sincronización con  $180^\circ$  de defasamiento.

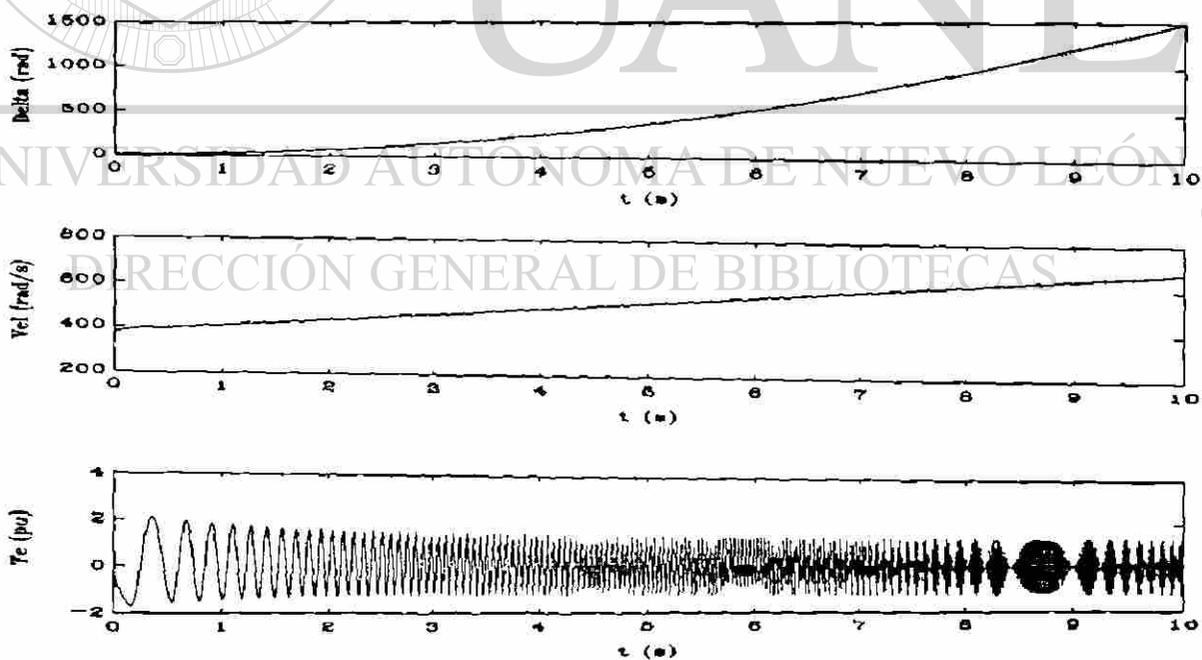


Fig. 3.14 Angulo, velocidad y par del turbogenerador ante una sincronización con  $180^\circ$  de defasamiento.

### SISTEMA MULTIMAQUINA EN COORDENADAS ABC

#### 4.1 INTRODUCCION.

El modelo y análisis del generador en coordenadas **abc** conectado a una barra infinita descrito en los capítulos anteriores tiene como característica el conocimiento de una variable de la cual se tiene su comportamiento en el tiempo, esta variable es el voltaje en la barra infinita; es decir se conoce que el voltaje en este nodo tiene frecuencia y amplitud constante.

---

En el presente capítulo se estudia el Sistema MultiMáquina (SMM), donde se pierde el término "barra infinita" y las variables de los elementos que conforman el sistema se comportan de acuerdo a la dinámica propia, ante condiciones de estado estable y transitorias.

Se presenta una formulación matemática trifásica directa en términos de las fases **abc** del sistema de potencia, que permite estudiar fenómenos electromecánicos y electromagnéticos causados por maniobras o fallas.

Los elementos de un SMM: generadores, transformadores, líneas, elementos en derivación, etc. se modelan a partir de sus parámetros primitivos **RLC**. El procedimiento se ilustra con un sistema que consta de tres nodos, dos de generación y uno de carga.

El sistema es expuesto a diferentes disturbios simétricos y asimétricos, como: fallas

trifásicas y monofásicas, cambios de configuración en la red, apertura y recierre tripolar y apertura y recierre monopolar. Se analiza el sistema con dos generadores uno en cada nodo de generación y posteriormente con tres generadores uno en un nodo de generación y los otros dos en paralelo en el segundo nodo de generación.

## 4.2 MODELADO DE LA RED.

De acuerdo al tipo de estudio que se desea realizar, es el grado de complejidad del modelo con el que se debe de representar cada uno de los componentes del sistema. En un estudio dinámico, la representación de los componentes del sistema; generadores, transformadores, líneas, cargas, capacitores, reactores, etc.; debe ser formulado por ecuaciones diferenciales las cuales son resueltas en forma simultánea. Las ecuaciones diferenciales para cada elemento del sistema se describen en términos de sus parámetros primitivos.

### 4.2.1 Generadores.

El modelo de los generadores en coordenadas abc, se desarrolló en la sección (2.3), donde se obtuvo:

$$v_e = R_e i_e + L_e \frac{d}{dt} i_e \quad (4.1)$$

En forma gráfica la conexión del generador a la red se muestra en la Figura 4.1.

### 4.2.2 Transformadores.

En este trabajo los transformadores trifásicos se modelan como un circuito equivalente YY simplificado para cada fase, con tap nominal y despreciando: la saturación, los efectos armónicos y las corrientes de magnetización, Figura 4.2.

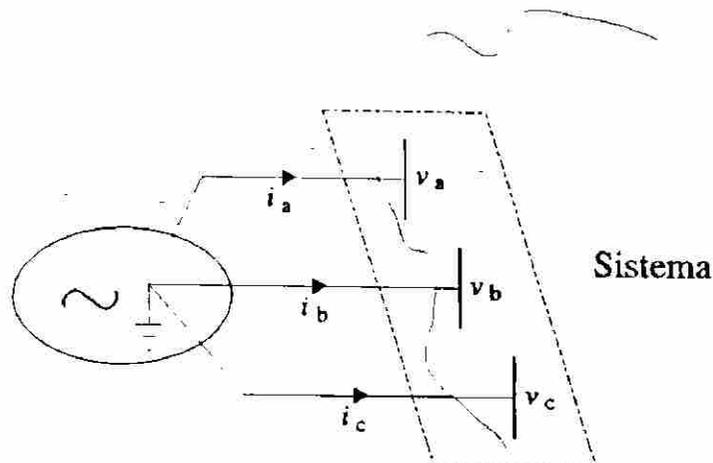


Fig. 4.1 Generador en abc conectado a un nodo del sistema de potencia.

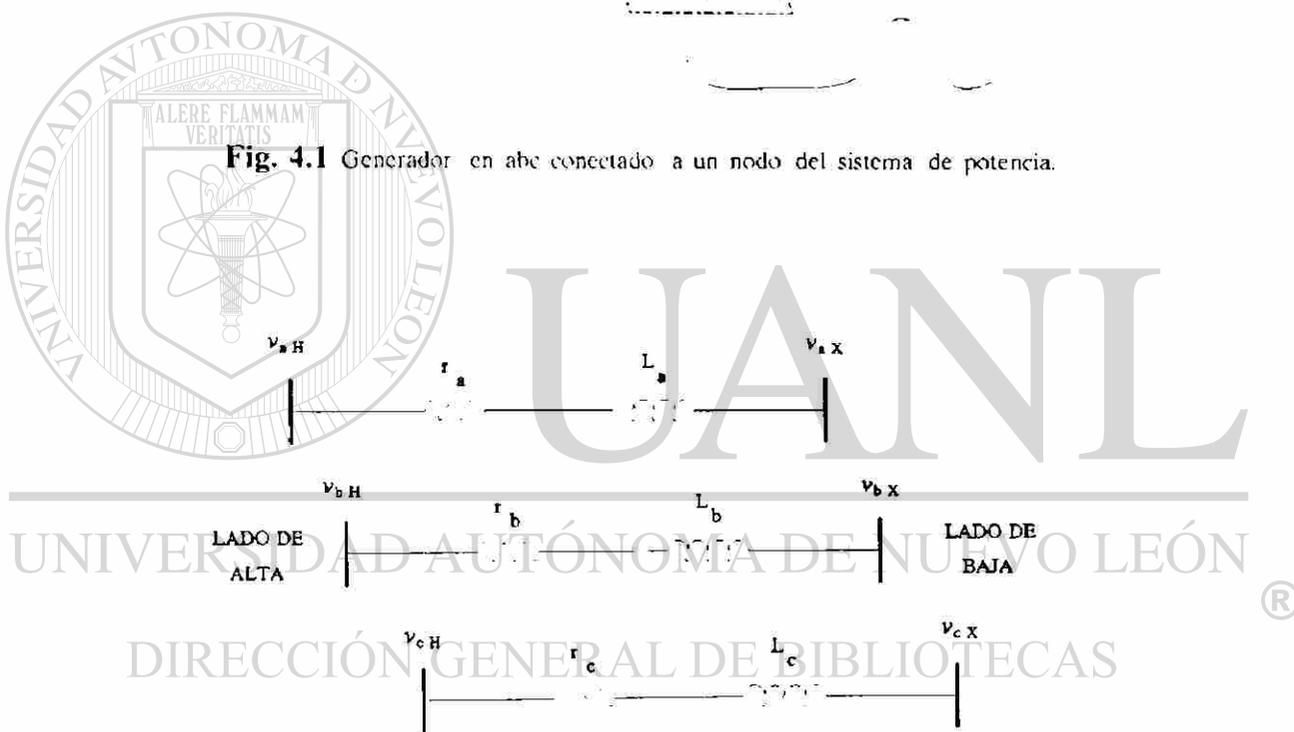


Fig. 4.2 Modelo del transformador trifásico.

El modelo en forma matricial para el transformador es:

$$v_H - v_X = R_T i + L_T \frac{d}{dt} i \quad (4.2)$$

donde  $L_T$  es la matriz trifásica equivalente de  $3 \times 3$  del transformador y  $R_T$  es una matriz diagonal de  $3 \times 3$ .

Es normal encontrar en las plantas generadoras las unidades compuestas por un generador y su correspondiente transformador, por lo que pueden formarse los bloques Generador-Transformador, sumando el circuito **RL** equivalente de cada línea del transformador a los circuitos **RL** de la matriz de inductancias de la máquina, es decir reflejar el efecto del transformador en la máquina. En la Figura 4.1 se representa el bloque Generador-Transformador si los circuitos **RL** del transformador están reflejados en la máquina. Para detalles de formulación trifásica de transformadores consultar [20].

#### 4.2.3 Líneas.

El modelo de las líneas de transmisión, en términos de parámetros concentrados, es un circuito **RLC** equivalente por fase así como sus respectivos circuitos mutuos; la Figura 4.3 muestra el circuito equivalente de una línea trifásica con retorno por tierra, sin incluir los elementos capacitivos.



Fig. 4.3 Modelo de la línea trifásica con retorno por tierra.

El considerar el efecto de retorno por tierra, figura (3.3), lleva a tener cuatro entradas-cuatro salidas, donde el proceso de este sistema de cuatro entradas-cuatro salidas se lleva a cabo mediante una matriz de datos de 4x4, pero en base a que el voltaje de tierra es conocido este sistema de (4x4) se reduce a uno de 3x3, reflejando el efecto del retorno por tierra en las fases mediante la eliminación de Kron [25]. Similarmente, se aplica lo anterior si se quiere considerar hilos de guarda, es decir el modelo de la línea se reduce a la Figura 4.4, en la cual se muestra el circuito equivalente con parámetros concentrados de la línea de transmisión.

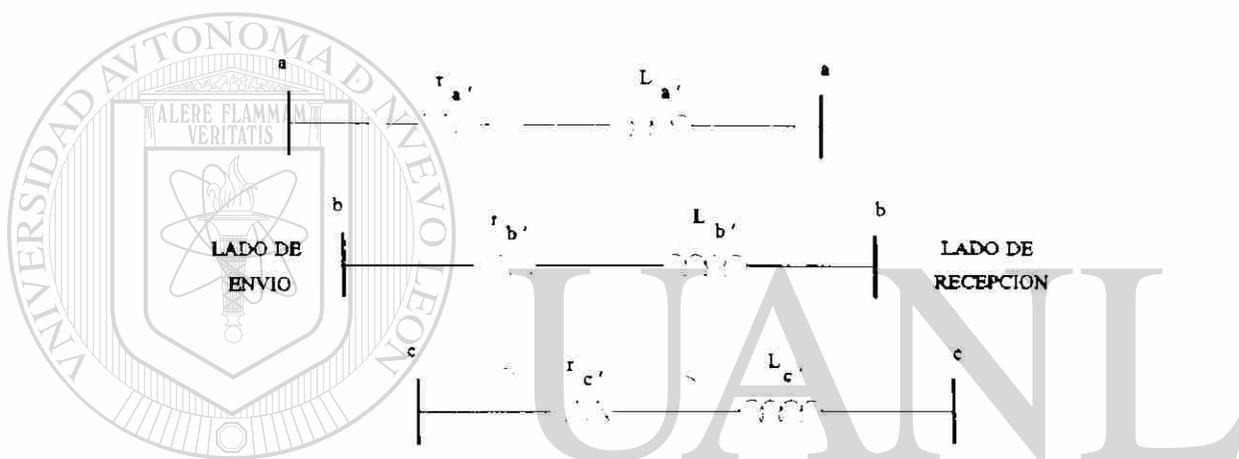


Fig. 4.4 Circuito equivalente con parámetros concentrados de la línea de transmisión.

## DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

El sistema de ecuaciones de los elementos serie de la línea de transmisión es [25]:

$$\begin{bmatrix} v_{ae} - v_{ar} \\ v_{be} - v_{br} \\ v_{ce} - v_{cr} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_{a'} & L_{ab'} & L_{ac'} \\ L_{ba'} & L_{b'} & L_{bc'} \\ L_{ca'} & L_{cb'} & L_{c'} \end{bmatrix} \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} r_{a'} & r_{ab'} & r_{ac'} \\ r_{ba'} & r_{b'} & r_{bc'} \\ r_{ca'} & r_{cb'} & r_{c'} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} \quad (4.3)$$

Para líneas específicas: Cortas, medianas o largas; que incluyen dentro de su modelo  $\pi$  o T- el elemento serie, Figura 4.4, y los efectos capacitivos correspondientes, éstos últimos se consideran como bancos de capacitores su conexión se ilustra en la figura 4.5, la ecuación matricial de corriente para el capacitor es:

$$\begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{aa} & C_{ab} & C_{ac} \\ C_{ba} & C_{bb} & C_{bc} \\ C_{ca} & C_{cb} & C_{cc} \end{bmatrix} \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} v_a \\ v_b \\ v_c \end{bmatrix} \quad (4.4)$$

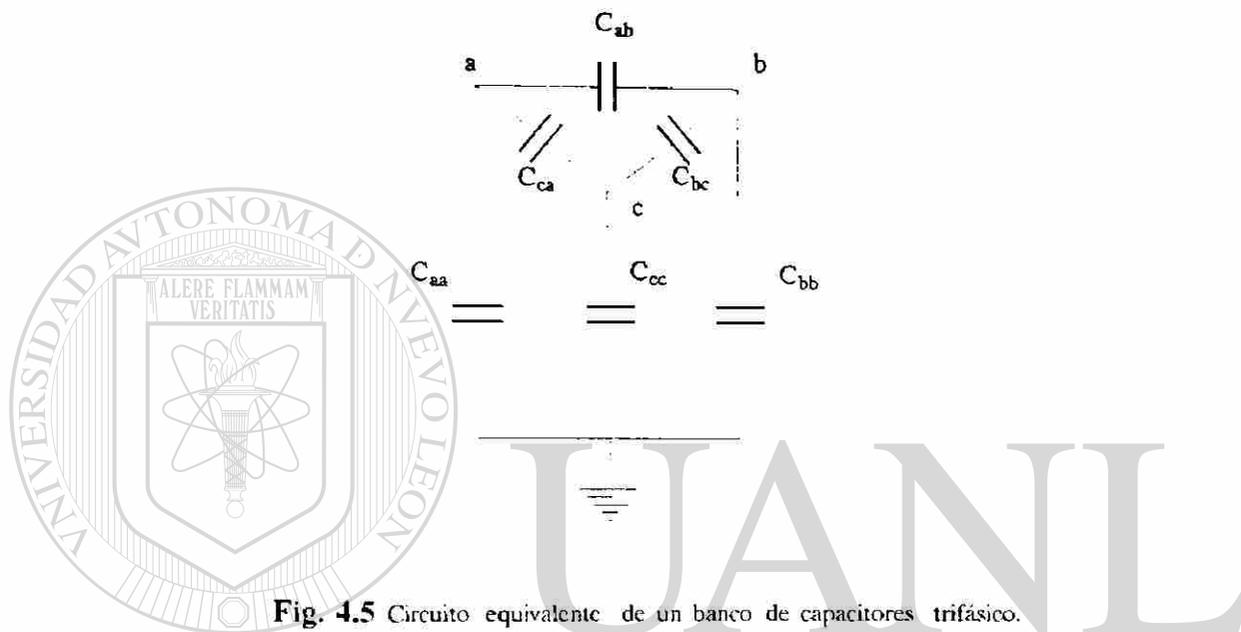


Fig. 4.5 Circuito equivalente de un banco de capacitores trifásico.

#### 4.2.4 Cargas.

La carga trifásica balanceada se modela como circuitos **RL**, conectados en estrella. La Figura 4.6 ilustra la representación de la carga en forma trifásica. La ecuación de voltaje por fase de la carga es:

$$v_L = R_L i + L_L \frac{d}{dt} i \quad (4.5)$$

### 4.3 SISTEMA DE PRUEBA.

La respuesta transitoria de un SMM se obtiene al solucionar en forma simultánea las

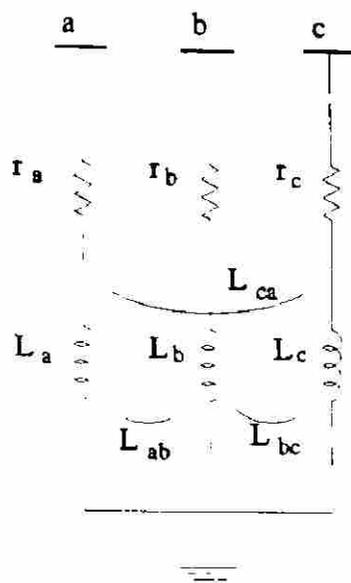


Fig. 4.6 Modelo de la carga trifásica conectada en estrella.

ecuaciones diferenciales que describen la dinámica de cada elemento del sistema. Por lo tanto se requiere conocer los elementos y configuración del sistema para así poder formular el conjunto de ecuaciones diferenciales a solucionar.

Con la finalidad de mostrar el proceso a seguir en el planteamiento y solución de un SMM, se considera un sistema que consta de tres nodos, dos de generación y uno de carga interconectados por tres líneas. El sistema se ilustra en la Figura 4.7, el la cual se muestran los componentes en forma monofásica.

Aquí se puede observar que los elementos que forman el sistema se encuentran separados de los nodos a los que se deben de unir, esto es con la finalidad de que se note que se puede usar cualquier modelo de línea -corta, media o larga-, el cual puede o no incluir efectos capacitivos. El sistema desglosado de la Figura 4.7, al unirlo se tendrá el mostrado en la Figura 4.8.

Donde la capacitancia equivalente por nodo:  $C_1, C_2$  y  $C_3$ ; es la suma de todos los efectos capacitivos correspondiente a todas las líneas y bancos de capacitores que convergen a dicho nodo. Por ejemplo, la capacitancia equivalente  $C_3$ , es la suma del efecto capacitivo de la línea  $L_2$  y de la línea  $L_3$ , es decir  $C_3 = cL_2 + cL_3$ . En forma trifásica el sistema se

observa en la Figura 4.9, donde todos los componentes se encuentran indicados mediante su circuito trifásico equivalente.

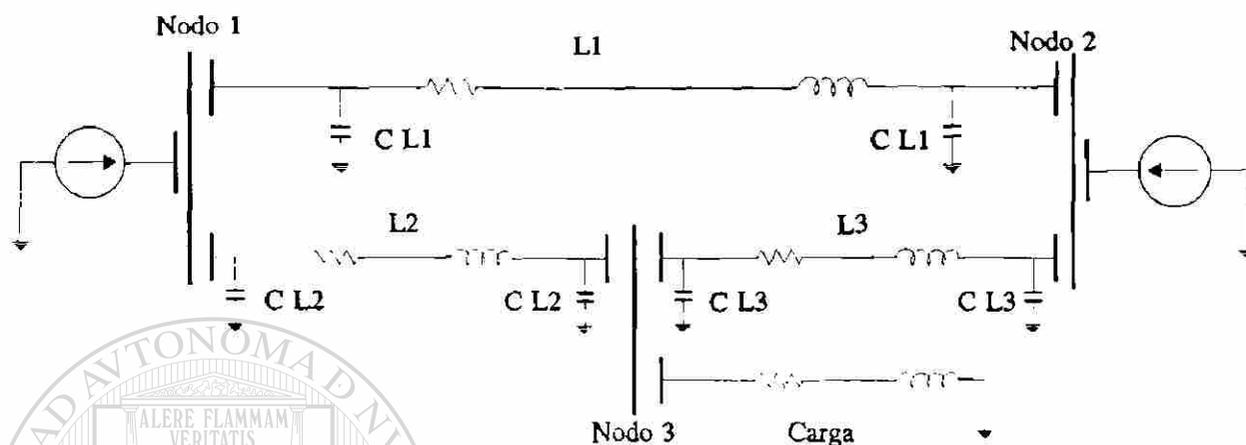


Fig. 4.7 Circuito seccionado del SMM base.

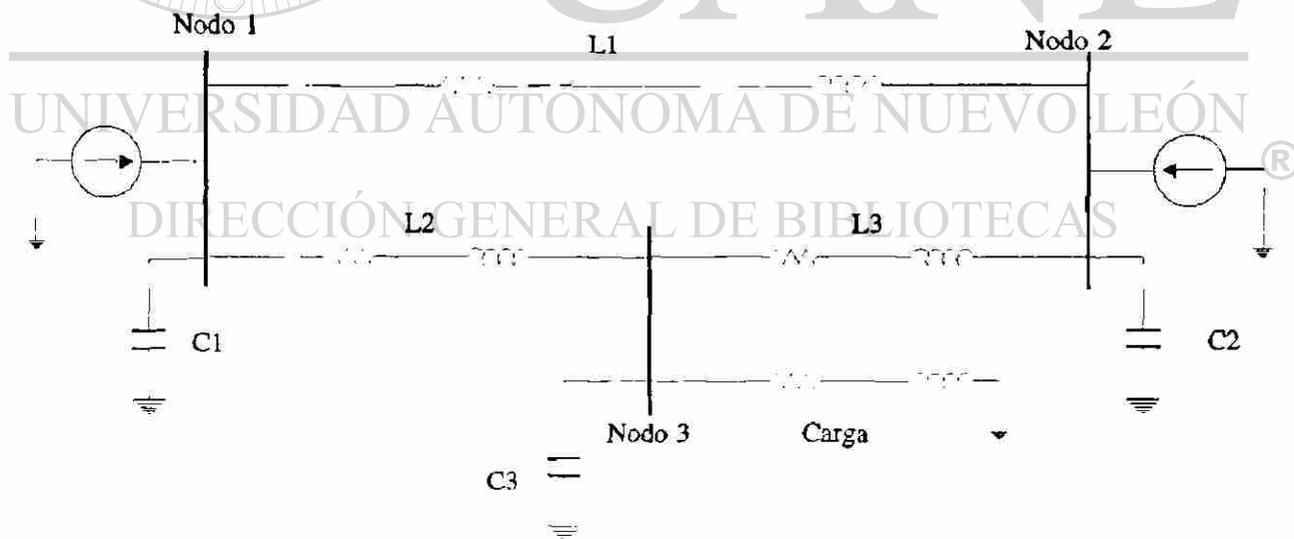


Fig. 4.8 Circuito del SMM base en forma general.

En los nodos 1 y 2 se tienen indicadas dos fuentes de corriente, respectivamente, con la finalidad de mantener la generalidad del sistema. Ya que dichas fuentes de corriente se

pueden sustituir por un generador o un grupo de generadores en paralelo, de acuerdo al SMM en estudio.

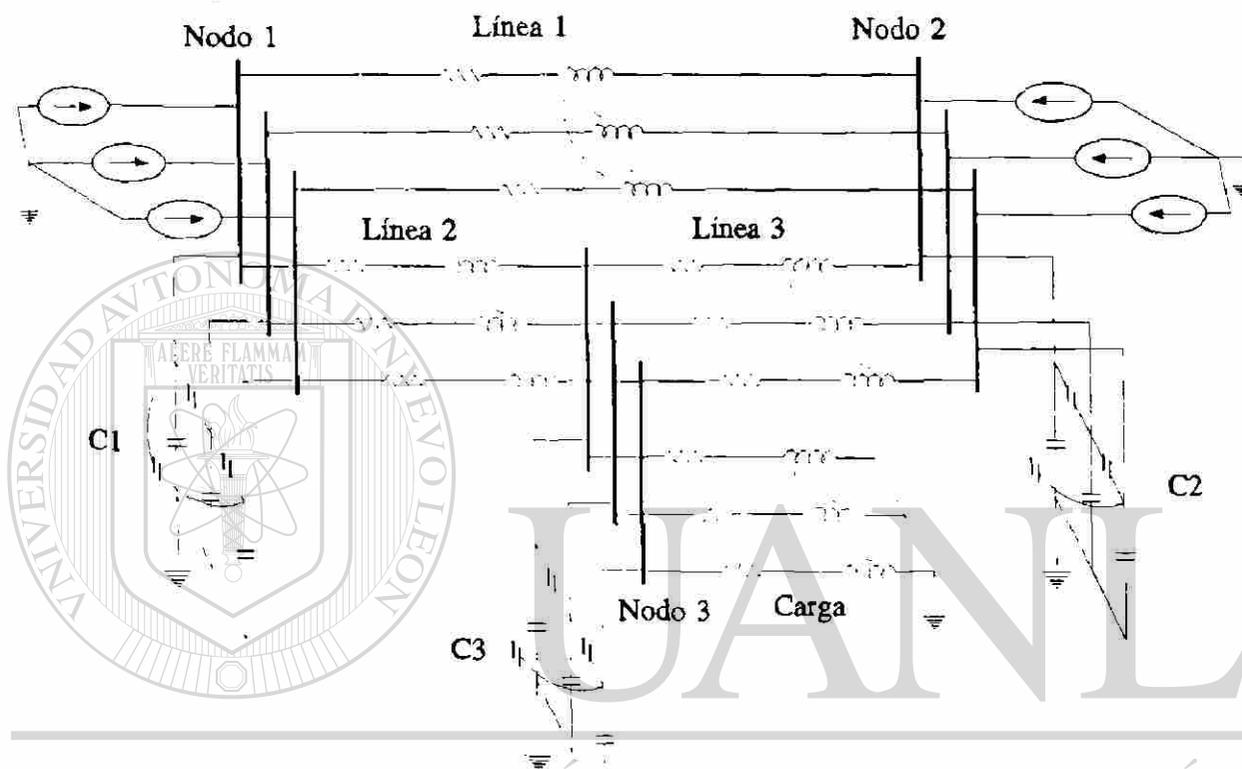


Fig. 4.9 Circuito del SMM base en forma trifásica.

#### 4.4 FORMULACION DE LAS ECUACIONES DE EQUILIBRIO PARA ESTUDIOS TRANSITORIOS.

Un sistema eléctrico de potencia está formado por la interconexión de diferentes elementos. En general cada elemento puede ser descrito por ecuaciones diferenciales que pueden ser lineales, no lineales, con parámetros distribuidos o concentrados. En el estudio de los fenómenos eléctricos se hacen abstracciones que permiten simplificar el modelado

matemático y análisis de los fenómenos de interés. La red eléctrica compuesta de transformadores, líneas, bancos de capacitores o reactores, es modelada por ecuaciones diferenciales con parámetros concentrados.

En general cada elemento del sistema eléctrico es formulado por ecuaciones diferenciales. El número total de ecuaciones diferenciales depende del número de elementos, tipo de los mismos y configuración de la red. Cada generador es representado por 8 ó 9 ecuaciones diferenciales según sea el tipo y las variables de estado utilizadas.

Cada línea se describe por 3 ó 9 ecuaciones diferenciales, según se consideren o no los efectos capacitivos. Las variables de estado son las corrientes por las fases de la línea [i], y los voltajes nodales en los extremos. Cada banco de capacitores se describe por 3 ecuaciones diferenciales, las variables de estado son los voltajes de conexión. Los bancos de reactores se describen por 3 ecuaciones, con las corrientes como variables de estado. Los transformadores se describen por 3 ecuaciones diferenciales, las variables de estado son las corrientes en las fases.

El número de ecuaciones diferenciales de la red primitiva será igual a la suma de las ecuaciones diferenciales de todos los elementos. La formulación del sistema de multimáquinas se hace aplicando las leyes de Kirchhoff para la red de interés. El sistema de ecuaciones resultante es numeroso. Se simplifica empleando un método mixto nodal-mallas, en donde el árbol del grafo está formado por los voltajes de los capacitores. De ahí que cada una de las corrientes de fase en los circuitos RL, líneas, cargas, reactores, son corrientes fundamentales o de malla, asegurando que las ecuaciones sean independientes.

El resto de las variables de estado se obtienen seleccionando como estados a los voltajes en los elementos capacitivos. El sistema de ecuaciones que representan la dinámica del sistema de potencia se formula utilizando el método mixto indicado, empleando como corriente de malla la corriente de cada fase de los elementos inductivos de la red (enlaces del árbol del grafo), y el voltaje del elemento capacitivo (rama del árbol), es decir:

$$\sum_{j=1}^{n_{malla}} r_j i_j + \sum_{j=1}^{n_{malla}} L_j \frac{di_j}{dt} + v_c = 0 \quad (4.6)$$



Donde los elementos 1, 2 y 3 son los efectos serie de las líneas, circuito tipo RL, el elemento 4 es la carga, circuito RL, los elementos 5, 6 y 7 son los bancos de capacitores o los efectos capacitivos de las líneas del nodo correspondiente, son circuitos tipo C. Los elementos 8 y 9 son las fuentes de corriente, éstas últimas representan a los generadores.

Formando un árbol apropiado para el grafo, la Figura 4.11, donde las ramas se muestran con líneas continuas.

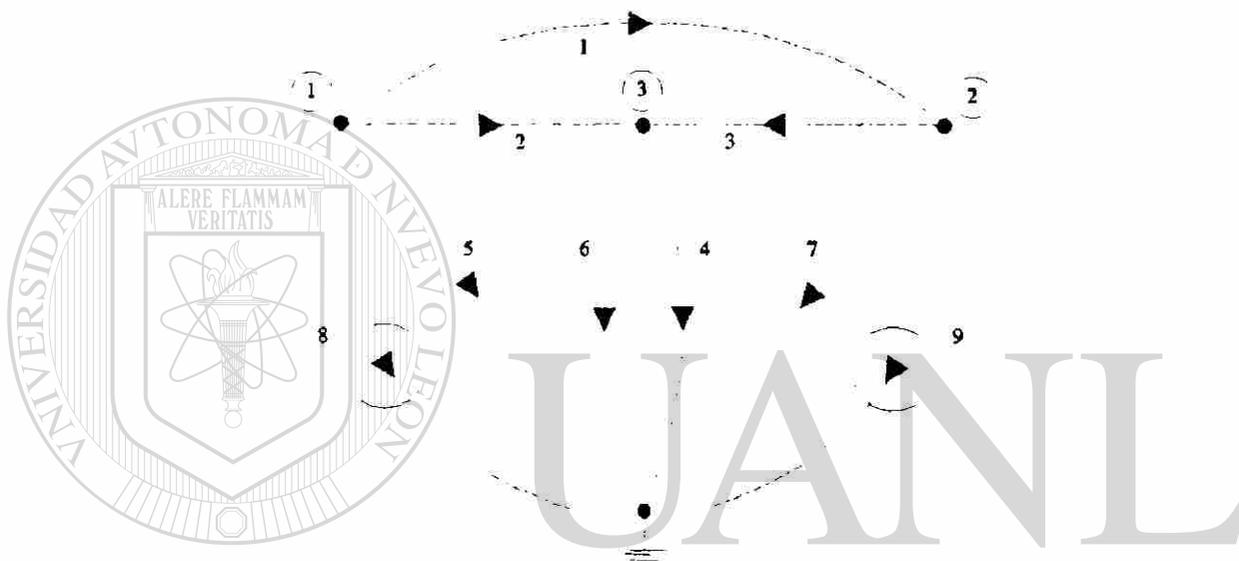


Fig. 4.11 Árbol elegido para el grafo de la Figura 4.10.

Aplicando la primera ley de Kirchhoff a los nodos del circuito de la figura (3.11), se tienen las siguientes ecuaciones de corriente:

$$i_5 = -i_8 - i_2 - i_1 \quad (4.8)$$

$$i_6 = i_2 + i_3 - i_4 \quad (4.9)$$

$$i_7 = -i_9 + i_1 - i_3 \quad (4.10)$$

De la segunda ley de Kirchhoff, cada enlace (línea punteada), forma una malla

fundamental. Los voltajes en todos y cada uno de los elementos de enlace, son:

$$v_1 = v_5 - v_7 \quad (4.11)$$

$$v_2 = v_5 - v_6 \quad (4.12)$$

$$v_3 = v_7 - v_6 \quad (4.13)$$

$$v_4 = v_6 \quad (4.14)$$

$$v_8 = v_5 \quad (4.15)$$

$$v_9 = v_7 \quad (4.16)$$

Las relaciones de voltaje-corriente para cada elemento son:

$$v_1 = R_1 i_1 + L_1 \frac{di_1}{dt} \quad (4.17)$$

$$v_2 = R_2 i_2 + L_2 \frac{di_2}{dt} \quad (4.18)$$

$$v_3 = R_3 i_3 + L_3 \frac{di_3}{dt} \quad (4.19)$$

$$v_4 = R_4 i_4 + L_4 \frac{di_4}{dt} \quad (4.20)$$



UANL

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN

®

DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

$$i_5 = C_5 \frac{dv_5}{dt} \quad (4.21)$$

$$i_6 = C_6 \frac{dv_6}{dt} \quad (4.22)$$

$$i_7 = C_7 \frac{dv_7}{dt} \quad (4.23)$$

Los voltajes de (4.14) y (4.16), son los voltajes nodales **1** y **2**, respectivamente; y considerando que las fuentes de corriente en el nodo **1** y **2** son los generadores **1** y **2**, entonces:

$$v_8 = v_5 = v_{G1_{abc}} = V_1 \quad (4.24)$$

$$v_9 = v_7 = v_{G2_{abc}} = V_2 \quad (4.25)$$

$$i_8 = -i_{G1_{abc}} \quad (4.26)$$

$$i_9 = -i_{G2_{abc}} \quad (4.27)$$

donde  $v_{G1}$  es el voltaje en el generador **1** y  $v_{G2}$  lo es en el generador **2**. Sustituyendo las relaciones voltaje-corriente, (4.17) a (4.23) en (4.8) a (4.16), así como las relaciones de las fuentes de corriente, (4.24) a (4.27); se obtiene:

$$C_5 \frac{dv_5}{dt} = i_{G1} - i_2 - i_1 \quad (4.28)$$

$$C_6 \frac{dv_6}{dt} = i_2 + i_3 - i_4 \quad (4.29)$$

$$C_7 \frac{dv_7}{dt} = i_{G2} + i_1 - i_3 \quad (4.30)$$

$$R_1 i_1 + L_1 \frac{di_1}{dt} = v_{G1} - v_7 \quad (4.31)$$

$$R_2 i_2 + L_2 \frac{di_2}{dt} = v_{G1} - v_6 \quad (4.32)$$

$$R_3 i_3 + L_3 \frac{di_3}{dt} = v_7 - v_6 \quad (4.33)$$

$$R_4 i_4 + L_4 \frac{di_4}{dt} = v_6 \quad (4.34)$$

El conjunto de (4.28) a (4.34), relaciona la dinámica eléctrica de la red monofásica de la Figura 4.8, para transformarlo al sistema trifásico de la Figura 4.9, se requiere transformar los elementos de resistencias e inductancias ( $R,L$ ), a matrices de  $3 \times 3$  ( $[R],[L]$ ) y los voltajes y corrientes a vectores de  $3 \times 1$  ( $[v],[i]$ ), con lo cual se tiene que la transformación de las ecuaciones del sistema monofásico al sistema trifásico es:

$$[C_5] \frac{d}{dt} [v_{G1_{abc}}] = [i_{G1_{abc}}] - [i_2] - [i_1] \quad (4.35)$$

$$[C_6] \frac{d}{dt} [v_6] = [i_2] + [i_3] - [i_4] \quad (4.36)$$

$$[C_7] \frac{d}{dt} [v_{G2_{abc}}] = [i_{G2_{abc}}] + [i_1] - [i_3] \quad (4.37)$$

$$[L_1] \frac{d}{dt} [i_1] = [v_{G1_{abc}}] - [v_{G2_{abc}}] - [R_1][i_1] \quad (4.38)$$

$$[L_2] \frac{d}{dt} [i_2] = [v_{G1_{abc}}] - [v_6] - [R_2][i_2] \quad (4.39)$$

$$[L_3] \frac{d}{dt} [i_3] = [v_{G2_{abc}}] - [v_6] - [R_3][i_3] \quad (4.40)$$

$$[L_4] \frac{d}{dt} [i_4] = [v_6] - [R_4][i_4] \quad (4.41)$$

la formulación eléctrica de los generadores es:

$$\frac{d}{dt} [\lambda_{G1}] = [v_{G1}] - [R_{G1}][i_{G1}] \quad (4.42)$$

$$[i_{G1}] = [L_{G1}]^{-1} [\lambda_{G1}] \quad (4.43)$$

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN

$$\frac{d}{dt} [\lambda_{G2}] = [v_{G2}] - [R_{G2}][i_{G2}] \quad (4.44) \textcircled{R}$$

DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

$$[i_{G2}] = [L_{G2}]^{-1} [\lambda_{G2}] \quad (4.45)$$

donde los vectores de corrientes y voltajes son de  $7 \times 1$  ó  $6 \times 1$ , de acuerdo al tipo de máquina que se esté modelando: turbogenerador o hidrogenerador; así como las matrices de  $L$  y  $R$  tienen una dimensión de  $7 \times 7$  ó  $6 \times 6$ . Las ecuaciones (4.35) a (4.41) y (4.42) a (4.45) describen el comportamiento eléctrico del SMM mostrado en la Figura 4.9. De los elementos de la red en estudio, los generadores no solo tienen dinámica eléctrica, sino también el transitorio mecánico formulado mediante la ecuación de oscilación que para cada generador es:

$$\frac{d}{dt} \omega_{G1} = \frac{1}{2H_{G1}} (T_{e_{G1}} - T_{m_{G1}}) \quad (4.46)$$

$$\frac{d}{dt} \delta_{G1} = \omega_{G1} - \omega_B \quad (4.47)$$

$$\frac{d}{dt} \omega_{G2} = \frac{1}{2H_{G2}} (T_{e_{G2}} - T_{m_{G2}}) \quad (4.48)$$

$$\frac{d}{dt} \delta_{G2} = \omega_{G2} - \omega_B \quad (4.49)$$

Con estas últimas relaciones se completa el sistema de ecuaciones diferenciales total, que para este sistema es de 37 a 39 ecuaciones, dependiendo del tipo o tipos de máquinas que se modelen, las cuales se resuelven simultáneamente.

El número de ecuaciones diferenciales que describen la dinámica de la red es:

$$N_{ET} = 3N_{LINEAS} + 3N_{NODOS} + 3N_{REACTORES} + 3N_{TRANSFORMADORES}$$

el triple de la suma del número de líneas, nodos, reactores y transformadores. ®

### DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

Es conveniente incorporar los parámetros del transformador de máquina al generador correspondiente, reduciendo el número de ecuaciones del transformador. El número de ecuaciones diferenciales del sistema eléctrico es igual a la de la red mas 8 ó 9 veces el número de generadores; cuando en estos se incluyan los sistemas automáticos de control, el número de ecuaciones se incrementará de acuerdo al tipo de sistema de control.

#### 4.6 SMM CON GENERADORES EN PARALELO.

En el apartado (1.9) se ilustró la manera de estudiar  $n$  generadores en paralelo a una barra infinita, los cambios requeridos para realizar el estudio en un SMM que tenga  $n$

generadores en paralelo en el nodo<sub>i</sub>, Figura 4.12, en voltajes son:

$$[v]_{G1} = [v]_{G2} = \dots = [v]_{Gn} = [v]_{\text{nodo}_i} \quad (4.50)$$

donde *i* corresponde a la numeración de los nodos en el SMM.

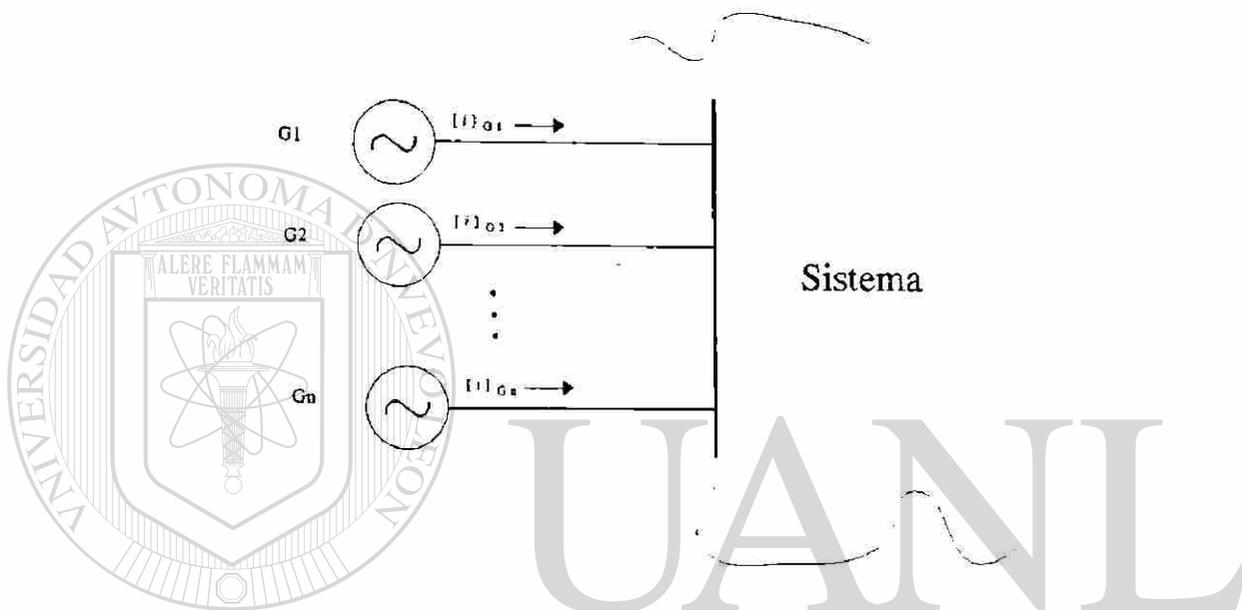


Fig. 4.12 *n* generadores en paralelo en el nodo<sub>i</sub> de un SMM.

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN

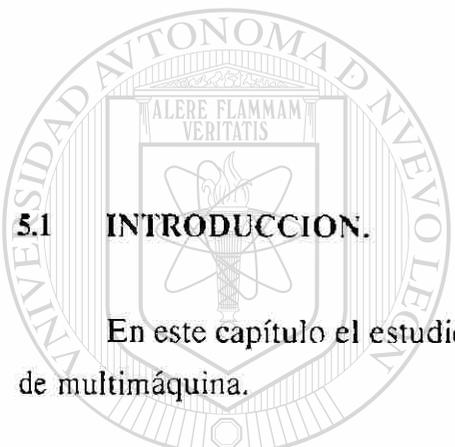
®

DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS  
La corriente neta en el nodo<sub>i</sub>, es:

$$[i]_{\text{nodo}_i} = [i]_{G1} + [i]_{G2} + \dots + [i]_{Gn} \quad (4.51)$$

## CAPITULO CINCO

### *SIMULACION Y ANALISIS DE SISTEMAS MULTIMAQUINA EN COORDENADAS ABC*



#### 5.1 INTRODUCCION.

En este capítulo el estudio del sistema del generador barra infinita se extiende al caso de multimáquina.

Los elementos del sistema de potencia se formulan en términos de las coordenadas *abc*. La red; transformadores, líneas, bancos y cargas; se modelan por ecuaciones diferenciales con parámetros concentrados. Se describe el algoritmo para obtener la formulación completa del SMM. Se señala el procedimiento para obtener las condiciones de estado estable ante operación balanceada o desbalanceada. Se analiza un sistema de prueba, donde se presentan resultados ante diferentes contingencias.

#### 5.2 CONDICIONES INICIALES.

La dinámica del SMM está descrita por un conjunto de ecuaciones diferenciales, las cuales son resueltas mediante métodos numéricos. Para el SMM al igual que en barra infinita se parte de los resultados de un diagrama de flujos de cargas en un punto de

equilibrio; para calcular las condiciones iniciales tanto en las unidades generadoras como en todos los elementos de la red, se considera inicialmente un SMM trifásico balanceado. Las condiciones iniciales son los valores que tienen los estados como: voltajes, enlaces de flujo, corrientes, velocidades, etc; en el instante inicial  $t_0$ , o punto de equilibrio.

### 5.2.1 Generadores.

Utilizando el diagrama fasorial del generador en estado estable se calculan las condiciones iniciales para el generador partiendo de un estudio de flujos de carga, es decir, de los valores de voltaje, ángulo y potencia nodales. La secuencia seguida en la sección 3.1 se generaliza para el número de unidades generadoras en el SMM.

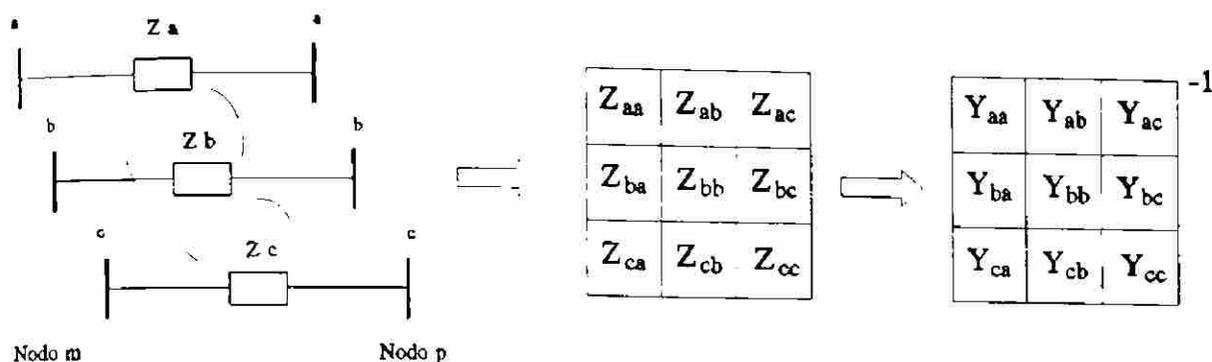
### 5.2.2 Red.

Conociendo los voltajes nodales proporcionados por el estudio de flujos de carga, así como los modelos de los elementos que forman la red, se procede a calcular los valores de los estados de la red. En este caso los estados de la red a determinar son las corrientes en los elementos RL, en el instante  $t_0$ . En forma general el cálculo se realiza suponiendo una matriz de impedancias del modelo trifásico de cada elemento, entre los nodos  $m$  y  $p$ , Figura 5.1. La relación en forma matricial para obtener las corrientes por fase del elemento que se muestra en la Figura 5.1, es:

$$[I] = [Z_{\text{rama}}]^{-1}[V] = [Y_{\text{rama}}][V] \quad (5.1)$$

como el estudio se inicia bajo condiciones balanceadas es suficiente con el cálculo de la corriente en la fase  $a$  y las restantes  $b$  y  $c$ , se obtienen defasando la fase  $a$   $-2\pi/3$  y  $+2\pi/3$ , respectivamente, la relación que se obtiene para calcular la corriente en la fase  $a$  partiendo de (5.1) es:

$$i_a = y_p v_a + y_m (v_b + v_c) \quad (5.2)$$



**Fig. 5.1** Elemento serie entre dos nodos con su impedancia y admitancia equivalentes.

donde  $y_p$  es la admitancia propia por fase del elemento serie y  $y_m$  es la admitancia mutua entre fases del elemento serie.

Aplicando esta relación a todos los elementos serie de la red se obtienen las condiciones iniciales que complementan el punto de equilibrio de la red.

### 5.3 METODOS NUMERICOS PARA SOLUCIONAR EL SISTEMA DE ECUACIONES DIFERENCIALES.

Existen en la literatura diferentes métodos para integrar las ecuaciones diferenciales, en el presente trabajo se analizan dos: El método de Runge-Kutta de cuarto orden (RK4) y la regla trapezoidal implícita (RT). En la aplicación de estos métodos al estudio y análisis del generador síncrono a barra infinita, ambos métodos tienen una precisión prácticamente igual para un  $\Delta t \leq 0.001$  s, mientras que, para el SMM se observa mas estabilidad en la RT. El método de RK, aunque al inicio es mas exacto el error numérico global va aumentando hasta que pierde estabilidad numérica, mientras la RT aunque inicia con un error pequeño éste se reduce con el tiempo, en otras palabras el error global converge; se comprueba la mejor estabilidad numérica del método de la RT en el estudio de los SMM.

Lo anterior se ilustra mediante el análisis del sistema de la Figura 4.9. Ante una falla monofásica en el nodo de carga, en el instante 0.0292 s y se libera en el instante 0.0542 s. Las Figuras 5.2 y 5.3 presentan los resultados de los voltajes y corrientes del generador en el nodo 2. Durante el período de prefalla se puede considerar que ambos métodos dan resultados iguales, y a partir del instante de disturbio las variables calculadas con el RK4, Figura 5.2, empiezan a incrementar su error de forma incontrolable hasta la pérdida de estabilidad numérica del método. Lo cual no indica que el sistema eléctrico es el que sale de sincronismo como se puede comprobar en la Figura 4.3 donde se tienen las variables calculadas mediante la RT, y se observa el comportamiento de éstas durante la falla y después de ella.

El método RK4 es un método explícito cuya estabilidad numérica, aparte de la inherente del método que depende del truncamiento y redondeo numérico, depende del tamaño del paso de integración; mientras que para la RT que es un método implícito, siempre tiene convergencia, mientras el sistema sea lineal. La RT es un método de integración numérica A-estable. Para sistemas no lineales no se asegura convergencia para cualquier valor del paso de integración, pero sí es más estable que el RK4.

## 5.4 DISTURBIOS A SIMULAR EN EL SMM.

Se plantean a manera de caso base seis tipos de disturbios clásicos en los SEP's. Se muestra que su modelación es directa y sencilla de aplicar.

### 5.4.1 Incremento en la impedancia de carga en un 50%.

Este disturbio consiste en incrementar la impedancia de carga  $Z_L$  a  $1.5Z_L$  en forma balanceada, con lo que la corriente en la carga tenderá a disminuir, los generadores a acelerarse y el desplazamiento angular del rotor a incrementarse.

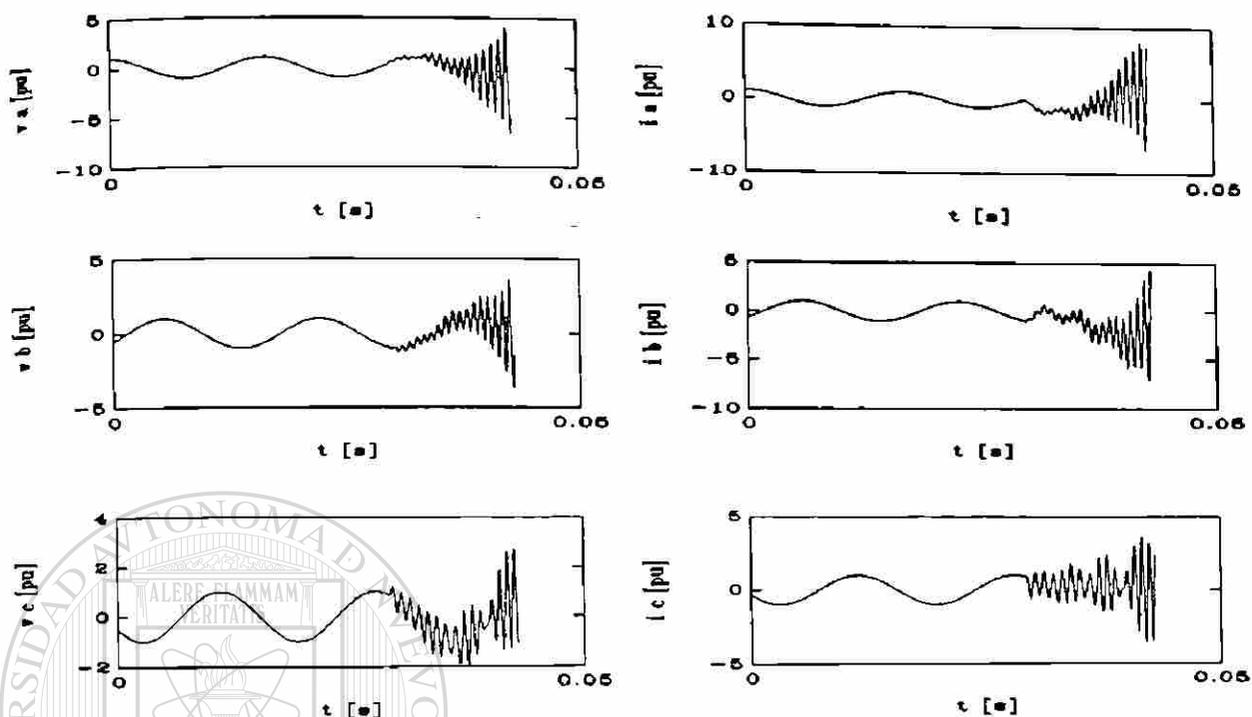


Fig. 5.2 Resultados del SMM usando el RK4.

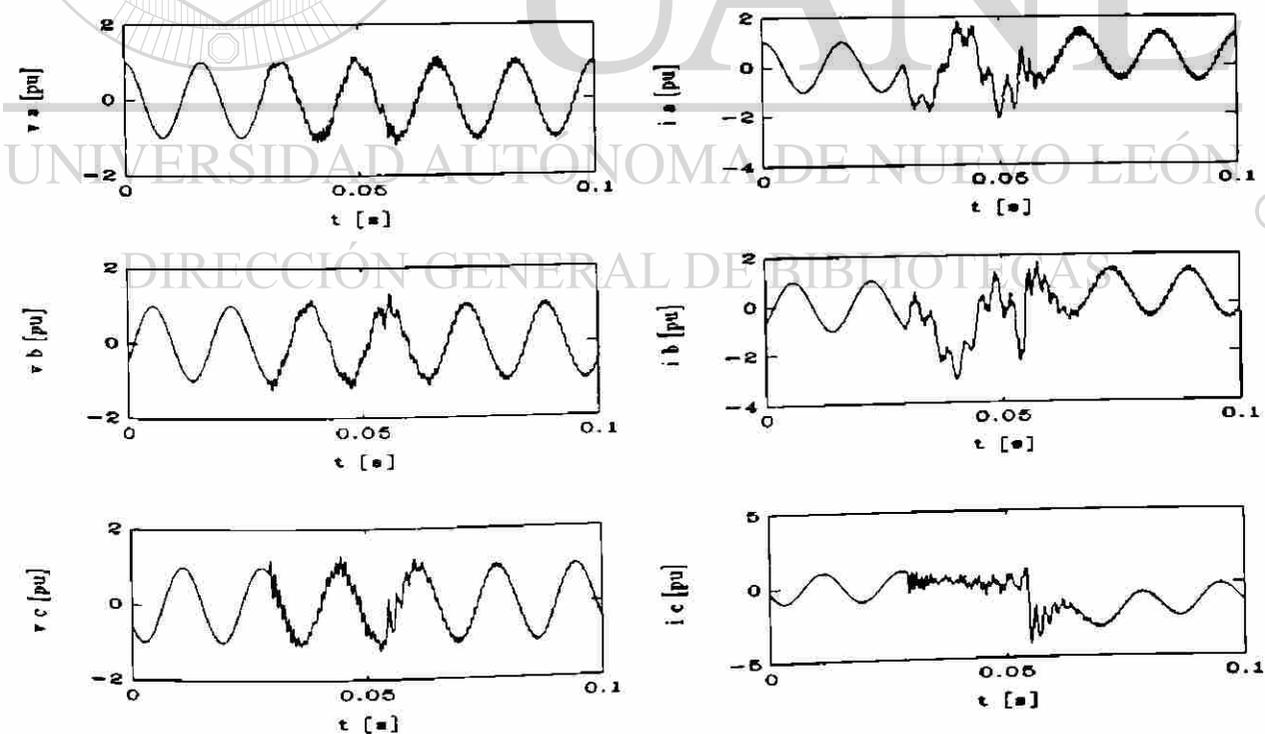


Fig. 5.3 Resultados del SMM usando RT.

#### 5.4.2 Decremento en la impedancia de carga en un 50%.

Este disturbio consiste en decrementar la impedancia de carga  $Z_L$  a  $0.5Z_L$  en forma balanceada, con lo que la corriente en la carga tenderá a aumentar, los generadores a desacelerarse y el desplazamiento angular del rotor a reducirse.

#### 5.4.3 Falla trifásica a tierra en el nodo de carga.

En este disturbio se considera que el voltaje en el nodo de carga, denominado  $V_1$ , se hace cero en sus tres fases **a**, **b** y **c**, en el instante de falla y así permanece mientras la falla perdure. Esto es:

$$V_{1_{abc}} = 0 \quad (5.3)$$

así como toda variación de éstos voltajes debe de ser cero.

$$\frac{dV_{1_{abc}}}{dt} = 0 \quad (5.4)$$

#### 5.4.4 Falla monofásica a tierra en el nodo de carga (fase c).

En este disturbio se considera que el voltaje en la fase **c** del nodo de carga, se hace cero en el instante en que se presenta la falla y así permanece durante el tiempo en que la falla persista, es decir:

$$V_{1_c} = 0 \quad (5.5)$$

al igual que las variaciones de este voltaje deben de ser cero.

$$\frac{dV_{1_c}}{dt} = 0 \quad (5.6)$$

#### 5.4.5 Apertura y recierre tripolar de la línea L3.

Este disturbio consiste en eliminar la línea L3, de la Figura 3.8, y analizar los efectos que ello provoca en el comportamiento del sistema. La salida de esta línea consiste en eliminar los parámetros de las tres fases de la línea del modelo de la línea, lo cual se refleja en hacer cero su corriente y las variaciones de ésta, es decir:

$$I_{L3_{abc}} = 0 \quad (5.7)$$

$$\frac{dI_{L3_{abc}}}{dt} = 0 \quad (5.8)$$

#### 5.4.6 Apertura y recierre monopolar en la fase c de la línea L3.

Aquí se elimina del modelo del sistema los parámetros de la fase c de la línea L3, con lo cual el sistema permanece operando en forma desbalanceada.

$$I_{L3_c} = 0 \quad (5.9)$$

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN

$$\frac{dI_{L3_c}}{dt} = 0 \quad (5.10) \textcircled{R}$$

DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

La simulación de los disturbios consiste en lo siguiente: se mantiene el sistema operando en condiciones balanceadas de estado estable durante un tiempo  $t_1$ , se aplica el disturbio deseado por un tiempo determinado y se limpia en  $t_2$ , quedando el sistema en su operación de posfalla. La operación desbalanceada del sistema se simula aplicando un disturbio desbalanceado sin liberarlo durante el tiempo de estudio. Esta es una forma para obtener los parámetros del sistema para una condición de equilibrio desbalanceada con el cual se deseé iniciar el sistema para un estudio transitorio, es decir, arranque del sistema ante operación desbalanceada.

## 5.5 RESULTADOS DEL COMPORTAMIENTO DINAMICO DEL SMM ANTE DISTURBIO BALANCEADO O DESBALANCEADO.

Los disturbios que se indican en la sección (4.4) se aplican al SMM de la Figura 4.9, para el sistema original, con dos generadores y agregando un generador con lo que se tiene dos generadores en paralelo en el nodo 2. Los resultados y análisis se proporcionan en esta sección. A continuación se proporcionan los datos, a la base del sistema, de todos los elementos que forman el sistema de la Figura 4.9. Las máquinas son las mismas que se utilizaron en el análisis del generador a barra infinita, apartado (2.6), con los parámetros reflejados a la potencia base del sistema.

Potencia base del sistema  $P_B = 100 \text{ MVA}$   
 Frecuencia base del sistema  $f = 60 \text{ Hz}$

Los parámetros en por unidad del turbogenerador a la potencia base del sistema, son:

$r_a = 0.000359281$	$L_f = 0.022754491$
$r_f = 0.000111257$	$L_d = 0.215568862$
$r_g = 0.000213173$	$L_q = 0.215568862$
$r_{kd} = 0.001597604$	$L_{pf} = 0.016934131$
$r_{kq} = 0.001007185$	$L_{\ell g} = 0.097305389$
$H = 46.76 \text{ s}$	$L_{pkd} = 0.009730538$
	$L_{\ell kq} = 0.011245508$

Los parámetros en por unidad del hidrogenerador a la potencia del sistema, son:

$r_a = 0.0005846$	$L_f = 0.036923$
$r_f = 0.000126153$	$L_d = 0.26153846$
$r_{kq} = 0.004184615$	$L_q = 0.147692307$
$r_{kd} = 0.00433846$	$L_{pf} = 0.063046153$
$H = 24.375 \text{ s}$	$L_{\ell kq} = 0.031661538$
	$L_{\ell kd} = 0.049230769$

La matriz de impedancias para la línea L1 es:

$$Z_{L1} = \begin{bmatrix} 0.0893 & j0.3333 & 0.0223 & j0.1333 & 0.0223 & j0.1333 \\ 0.0223 & j0.1333 & 0.0893 & j0.3333 & 0.0223 & j0.1333 \\ 0.0223 & j0.1333 & 0.0223 & j0.1333 & 0.0893 & j0.3333 \end{bmatrix}$$

Los parámetros de impedancia de la línea L2 son:

$$Z_{L2} = \begin{bmatrix} 0.0072 & j0.0413 & 0.0029 & j0.0104 & 0.0029 & j0.0104 \\ 0.0029 & j0.0104 & 0.0072 & j0.0413 & 0.0029 & j0.0104 \\ 0.0029 & j0.0104 & 0.0029 & j0.0104 & 0.0072 & j0.0413 \end{bmatrix}$$

La matriz de impedancia para la línea L3, es:

$$Z_{L3} = \begin{bmatrix} 0.0069 & j0.0410 & 0.0020 & j0.0081 & 0.0020 & j0.0081 \\ 0.0020 & j0.0081 & 0.0069 & j0.0410 & 0.0020 & j0.0081 \\ 0.0020 & j0.0081 & 0.0020 & j0.0081 & 0.0069 & j0.0410 \end{bmatrix}$$

La matriz de impedancias para la carga es la siguiente:

$$Z_{I_{carga}} = \begin{bmatrix} 0.2434 & j0.0562 & 0.0000 & j0.0000 & 0.0000 & j0.0000 \\ 0.0000 & j0.0000 & 0.2434 & j0.0562 & 0.0000 & j0.0000 \\ 0.0000 & j0.0000 & 0.0000 & j0.0000 & 0.2434 & j0.0562 \end{bmatrix}$$

Los parámetros para los capacitores C1, C2 y C3 se indican a continuación:

$$Y_{C1} = \begin{bmatrix} 0.0000 & j0.1934 & 0.0000 & -j0.0056 & 0.0000 & -j0.0056 \\ 0.0000 & -j0.0056 & 0.0000 & j0.1934 & 0.0000 & -j0.0056 \\ 0.0000 & -j0.0056 & 0.0000 & -j0.0056 & 0.0000 & j0.1934 \end{bmatrix}$$

$$Y_{C2} = \begin{bmatrix} 0.0000 & j0.3505 & 0.0000 & -j0.0059 & 0.0000 & -j0.0059 \\ 0.0000 & -j0.0059 & 0.0000 & j0.3505 & 0.0000 & -j0.0059 \\ 0.0000 & -j0.0059 & 0.0000 & -j0.0059 & 0.0000 & j0.3505 \end{bmatrix}$$

$$Y_{C3} = \begin{bmatrix} 0.0000 & j0.1939 & 0.0000 & -j0.0055 & 0.0000 & -j0.0055 \\ 0.0000 & -j0.0055 & 0.0000 & j0.1939 & 0.0000 & -j0.0055 \\ 0.0000 & -j0.0055 & 0.0000 & -j0.0055 & 0.0000 & j0.1939 \end{bmatrix}$$

Para la carga especificada se obtiene el equilibrio de la red en condiciones balanceadas, con el auxilio de un estudio de flujos de carga el cual proporciona el punto de equilibrio del sistema [19]. Para los datos del SMM de la Figura 4.9, los valores nodales son:

$$\begin{aligned} V_{\text{nodo } 1} &= 1.0 \angle 0.0^\circ \\ V_{\text{nodo } 2} &= 1.0 \angle -0.9804^\circ \\ V_{\text{nodo } 3} &= 0.98 \angle -3.8956^\circ \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} P_{\text{nodo } 1} &= 2.28828 \text{ pu} & Q_{\text{nodo } 1} &= 0.15642 \text{ pu.} \\ P_{\text{nodo } 2} &= 0.15000 \text{ pu} & Q_{\text{nodo } 2} &= 0.21156 \text{ pu.} \end{aligned}$$

Con lo anterior se indica que el generador en el nodo 1 está proporcionando al sistema la potencia  $P_{\text{nodo } 1}$  y  $Q_{\text{nodo } 1}$  a un voltaje  $V_{\text{nodo } 1}$ . Así como el generador en el nodo 2 proporciona al sistema la potencia  $P_{\text{nodo } 2}$  y  $Q_{\text{nodo } 2}$  a un voltaje  $V_{\text{nodo } 2}$ . En la Figura 5.4 se presentan los voltajes del nodo 2 y las corrientes de estado estable del SMM de la Figura 4.9 con los datos de los parámetros del sistema y los voltajes nodales y potencias indicados.

Los voltajes y corrientes son los que está generando la máquina 1, y se observa simetría trifásica, tienen igual amplitud y un defasamiento de  $120^\circ$ . Los resultados de la Figura 5.4 muestran que el modelo del sistema así como el del método numérico son válidos.

A continuación se presentan los resultados de la aplicación de los disturbios indicados en la sección (4.4) ante diferentes configuraciones y perturbaciones en el sistema de la Figura 4.9.

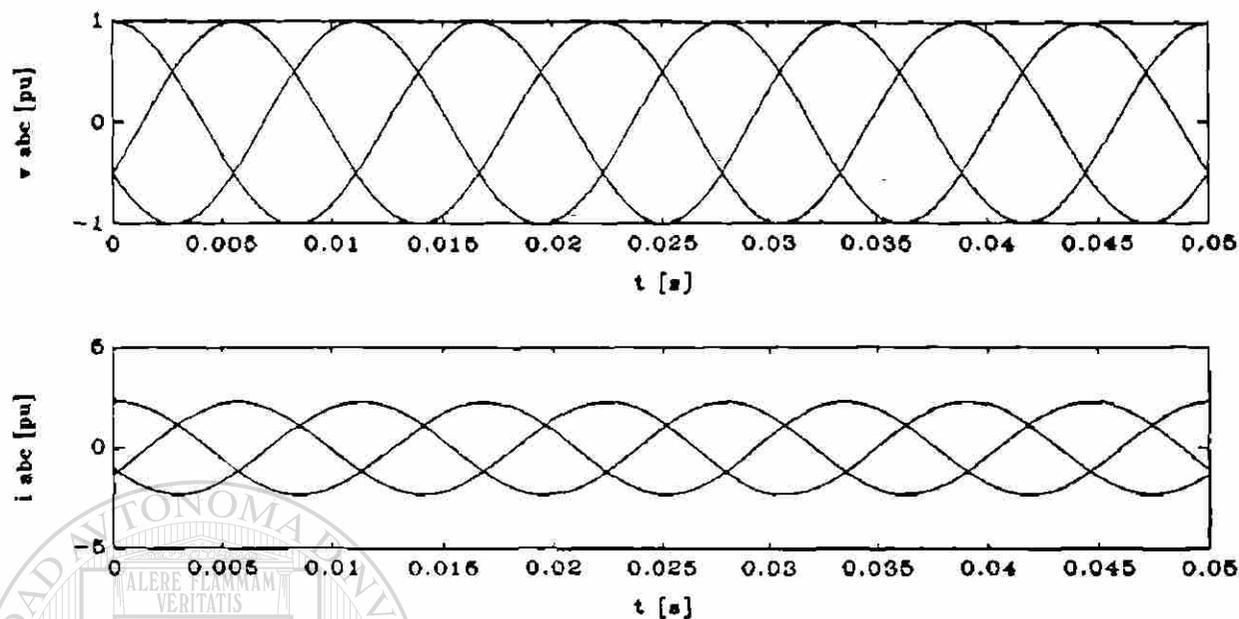


Fig. 5.4 Estado estable del SMM.

El disturbio se provoca cuando las potencias requeridas por cada nodo la están proporcionando dos hidrogeneradores, uno en el nodo 1 y el otro en el nodo 2. Los resultados de este disturbio, incremento balanceado de la impedancia de carga (rechazo proporcional de carga), se ilustran en las Figuras 5.5 y 5.6, en el primer renglón se tiene el voltaje y corriente en la fase a, de la máquina del nodo 1, en el segundo renglón éstas variables para la máquina del nodo 2 y en el tercer renglón, la corriente de campo de ambas máquinas. La falla se aplica en 3.75 ciclos, cuando el voltaje de la fase a en el nodo 1 pasa por cero iniciando el ciclo positivo, y tiene una duración de 9 ciclos.

Las gráficas de la Figura 5.6 muestran el par eléctrico, ángulo de carga, velocidad del rotor y plano de fase para las máquinas -columna izquierda máquina 1, columna derecha máquina 2-. Como la red es simétrica el incremento de cambio de carga se distribuye por igual, la respuesta de los rotores es prácticamente la misma; ante esta perturbación el sistema permanece en sincronismo y su dinámica es lenta.

*Cambio del tipo de generador:* La potencia en el nodo 2 se suministra ahora por un turbogenerador y el disturbio aplicado consiste en disminuir la impedancia de carga

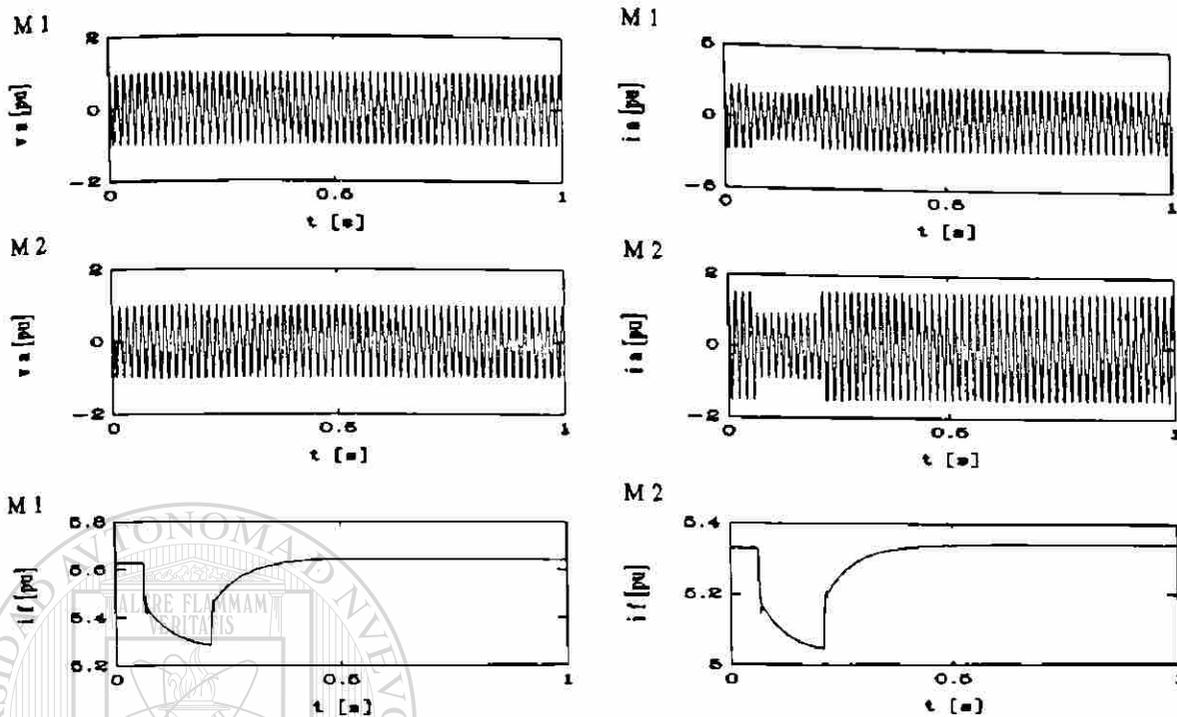


Fig. 5.5 SMM ante un incremento en la impedancia de carga.

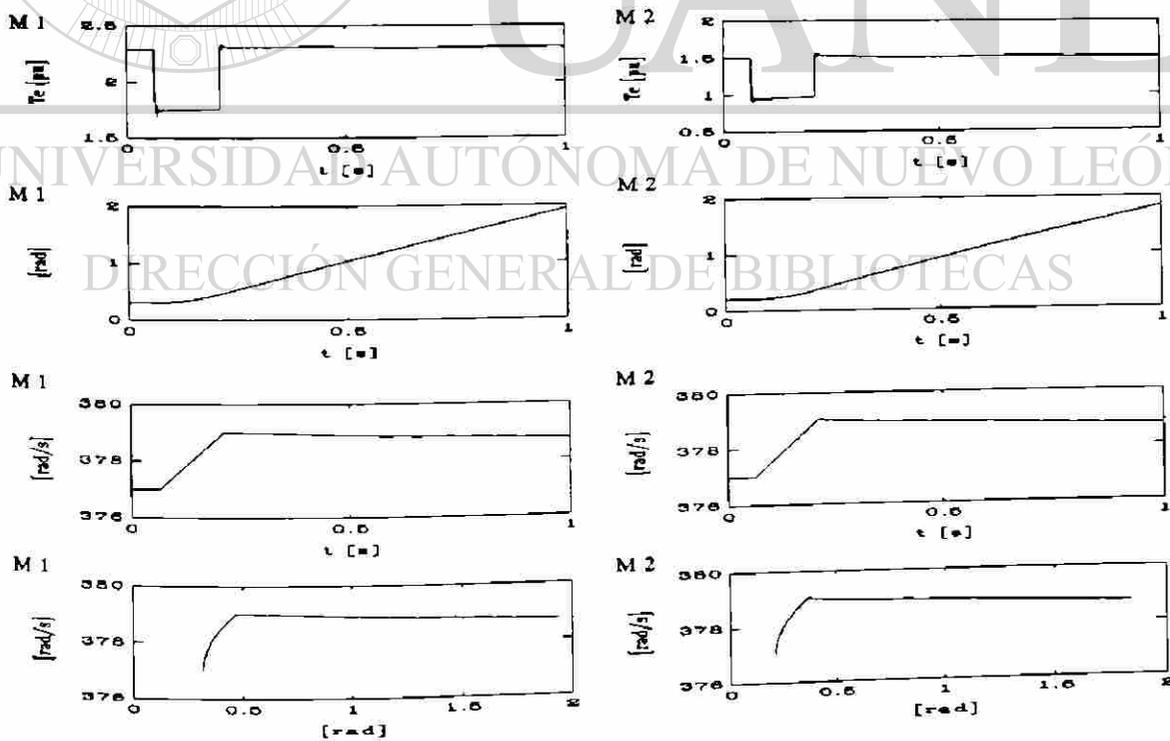


Fig. 5.6 SMM ante un incremento en la impedancia de carga.

(aumento de carga), el tiempo en que se aplica es el mismo que para el caso anterior. Los resultados se muestran en las Figuras 5.7 y 5.8. Se observa que el efecto de esta perturbación en los voltajes no tiene gran impacto como el que se tiene en las corrientes en el estator de cada máquina. El rotor de los generadores se desacelera, lo contrario de la perturbación anterior.

Las gráficas de las Figuras 5.9 y 5.10 muestran la respuesta del sistema al ocurrir una falla trifásica a tierra en el nodo 3, nodo de carga. Se observa la respuesta mas rápida en el turbogenerador que en el hidrogenerador. Durante la falla los voltajes y corrientes tienen magnitudes superiores en las variables del turbogenerador, siendo que en el período de prefalla estas magnitudes son superiores en el hidrogenerador ya que es éste el que inicialmente proporciona mas potencia. En la Figura 5.10 se muestran las variables electromecánicas: par, desplazamiento angular y plano de fase; para el generador 1, columna izquierda y para el generador 2, columna derecha.

*Se incluye otro turbogenerador al nodo 2:* La potencia requerida por el nodo 2, ahora se proporciona por dos turbogeneradores iguales y aportando la misma potencia, es decir, de la potencia en el nodo 2 cada turbogenerador aporta la mitad. La falla aplicada al sistema es monofásica en el nodo de carga, el tiempo de aplicación y duración de la misma son los usados en los disturbios anteriores. Las Figuras 5.11 y 5.12 presentan la respuesta del sistema ante esta falla. Las gráficas en la Figura 5.11 son: primer renglón, el ángulo y velocidad de la máquina 1 en el nodo 1, segundo renglón, las mismas variables para la máquina 2 en el nodo 2 y tercer renglón son las variables iguales para la máquina 3 en el nodo 2. Los resultados de las máquinas en paralelo, situadas en el nodo 2, son idénticos puesto que tienen los mismos parámetros y proporcionan la misma potencia. La Figura 5.12 muestra los resultados del par eléctrico y plano de fase de las máquinas en los nodos 1 y 2, en el mismo orden seguido en la figura anterior.

*Sistema anterior con apertura y recierre monopolar:* El disturbio consiste en apertura y recierre monopolar. Se aplica la apertura a los 3.75 ciclos, permanece durante 3 ciclos y ocurre el recierre monopolar; los resultados se presentan en las Figuras 5.13 y 5.14.

La apertura y recierre monopolar de la fase  $e$  en la línea L3, la cual se encuentra

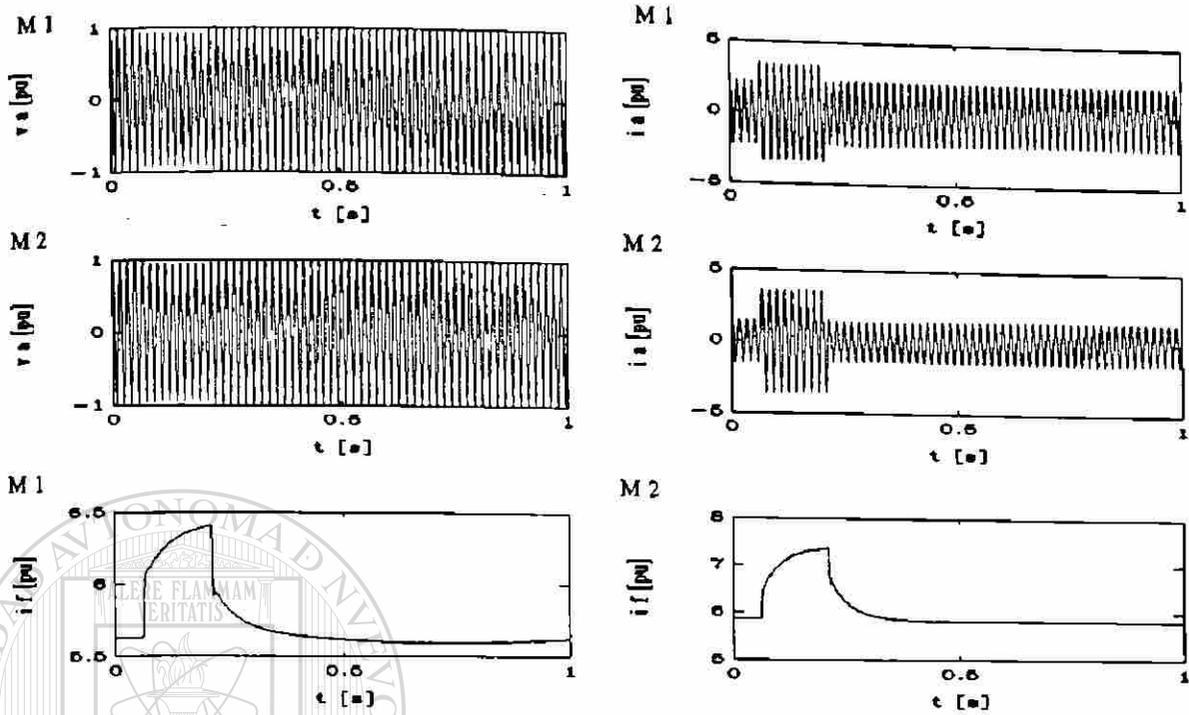


Fig. 5.7 SMM ante una disminución en la impedancia de carga.

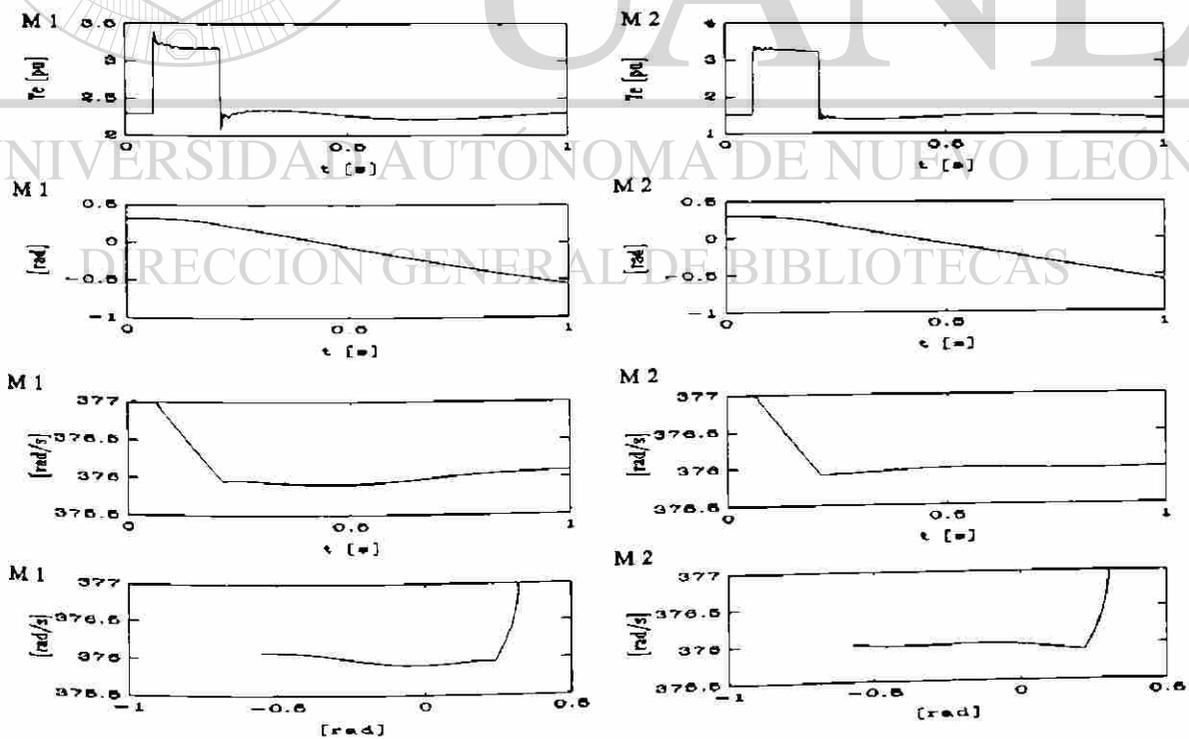


Fig. 5.8 SMM ante una disminución de la impedancia de carga.

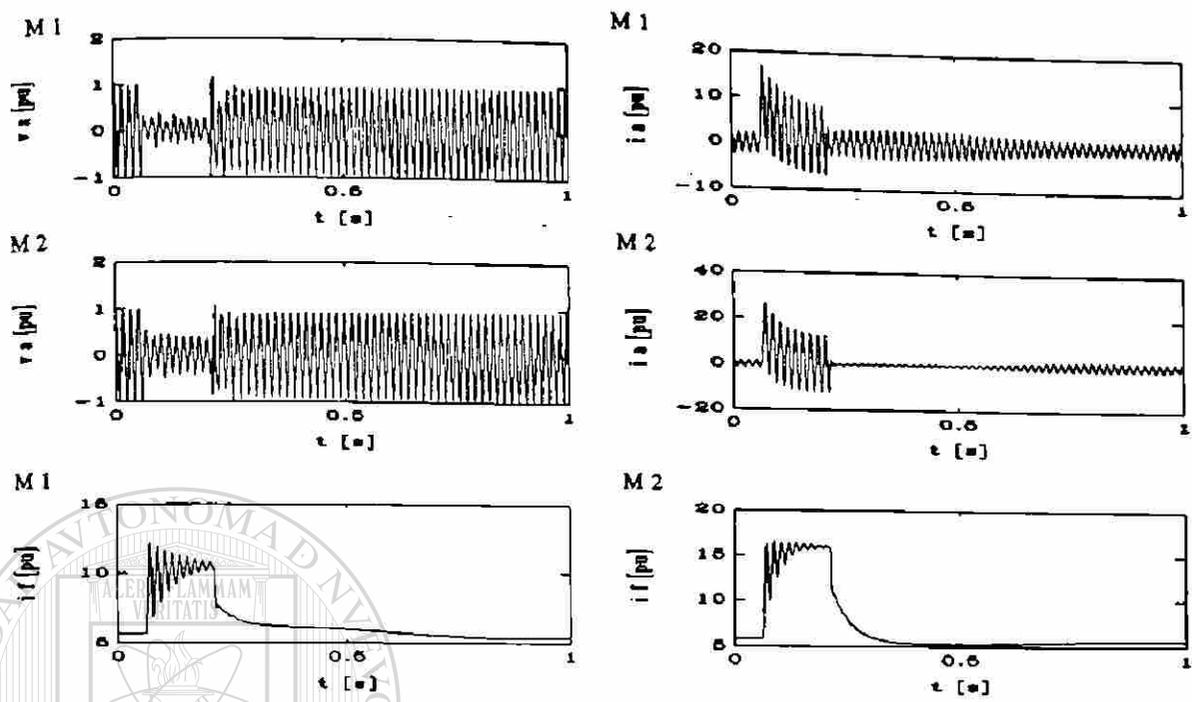


Fig. 5.9 SMM ante una falla trifásica a tierra en el nodo de carga.

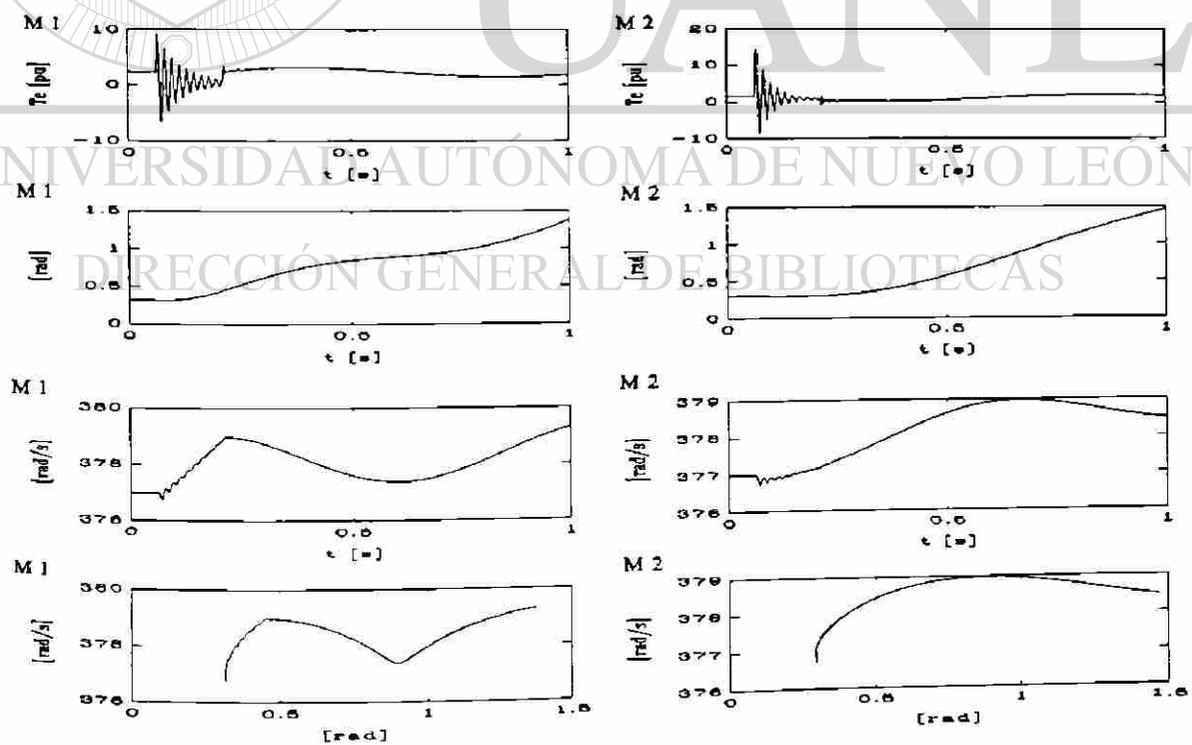


Fig. 5.10 SMM ante una falla trifásica a tierra en el nodo de carga.

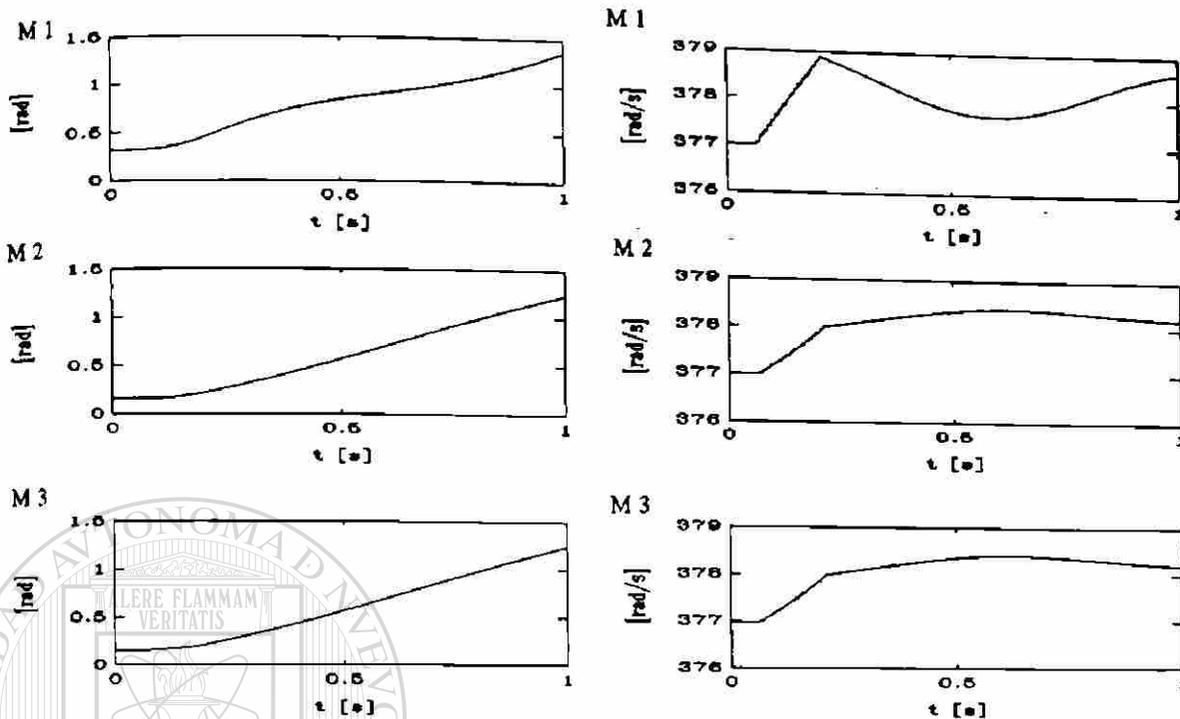


Fig. 5.11 SMM con generadores en paralelo, falla monofásica.

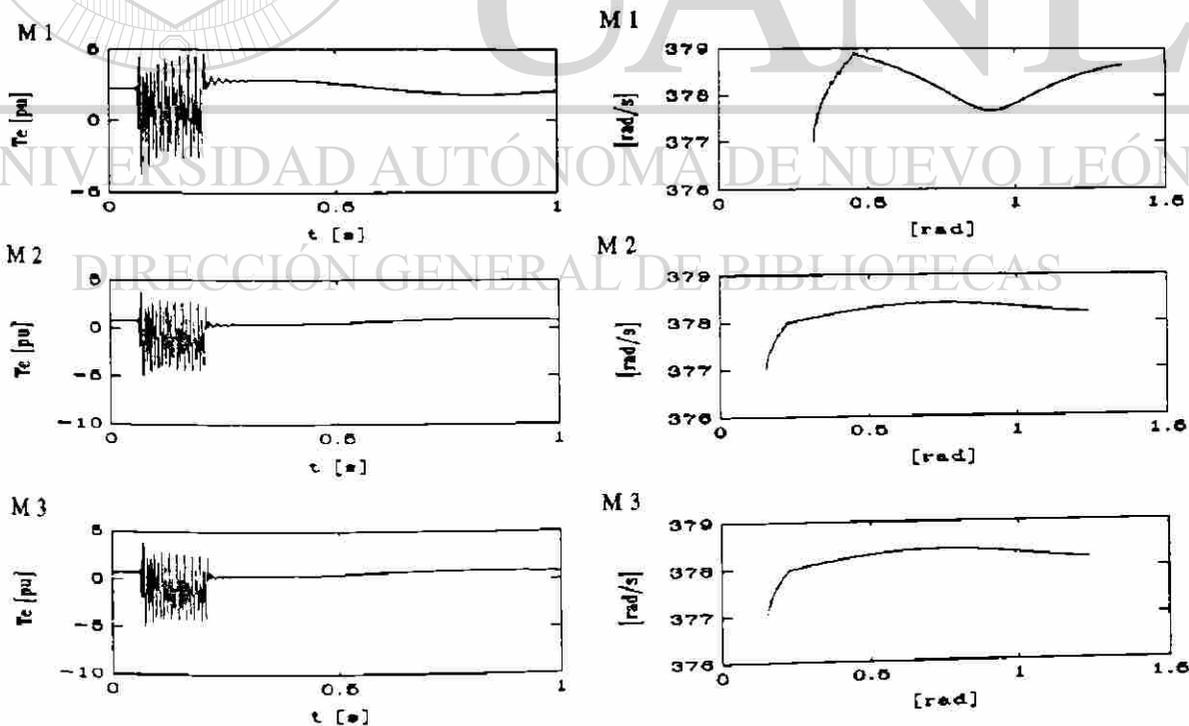


Fig. 5.12 SMM con generadores en paralelo, falla monofásica.

entre los nodos 2 y 3, provoca un incremento de voltaje y corriente en nodo 3, nodo 1 y nodo 2, en este orden. Los resultados de voltajes y corrientes nodales para la apertura y recierre monopolar se muestran en las Figuras 5.15, 5.16 y 5.17.

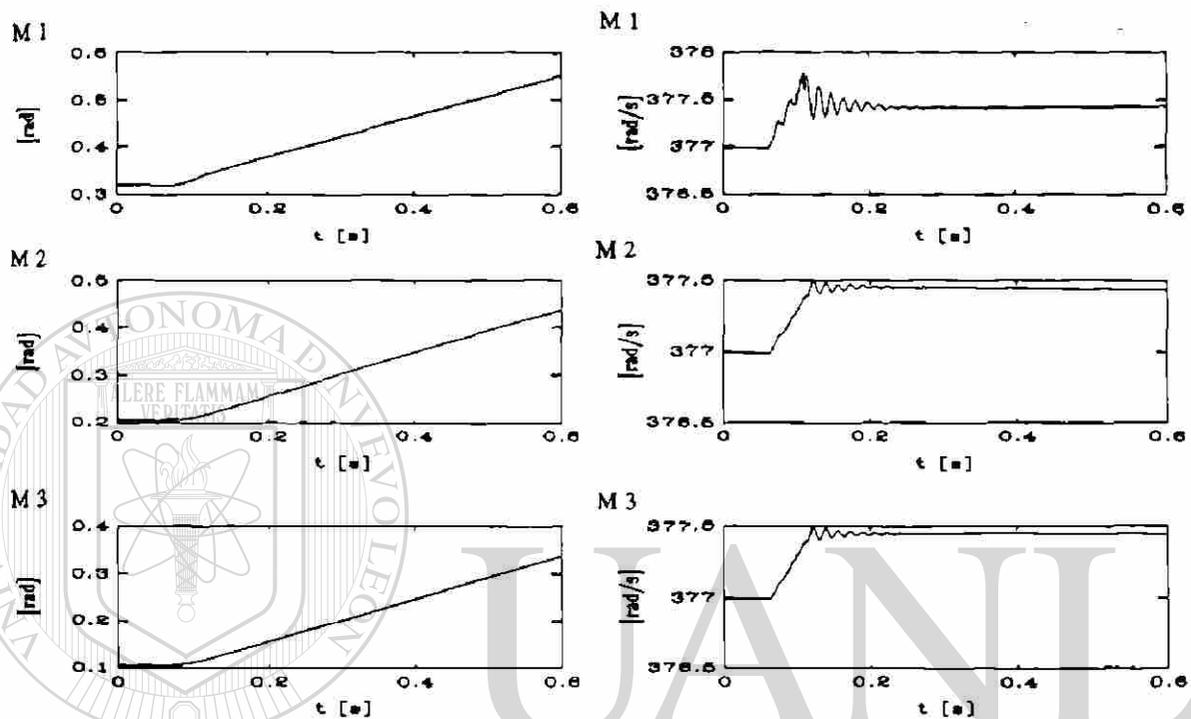


Fig. 5.13 SMM con generadores en paralelo, apertura y recierre monopolar.

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN

DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS



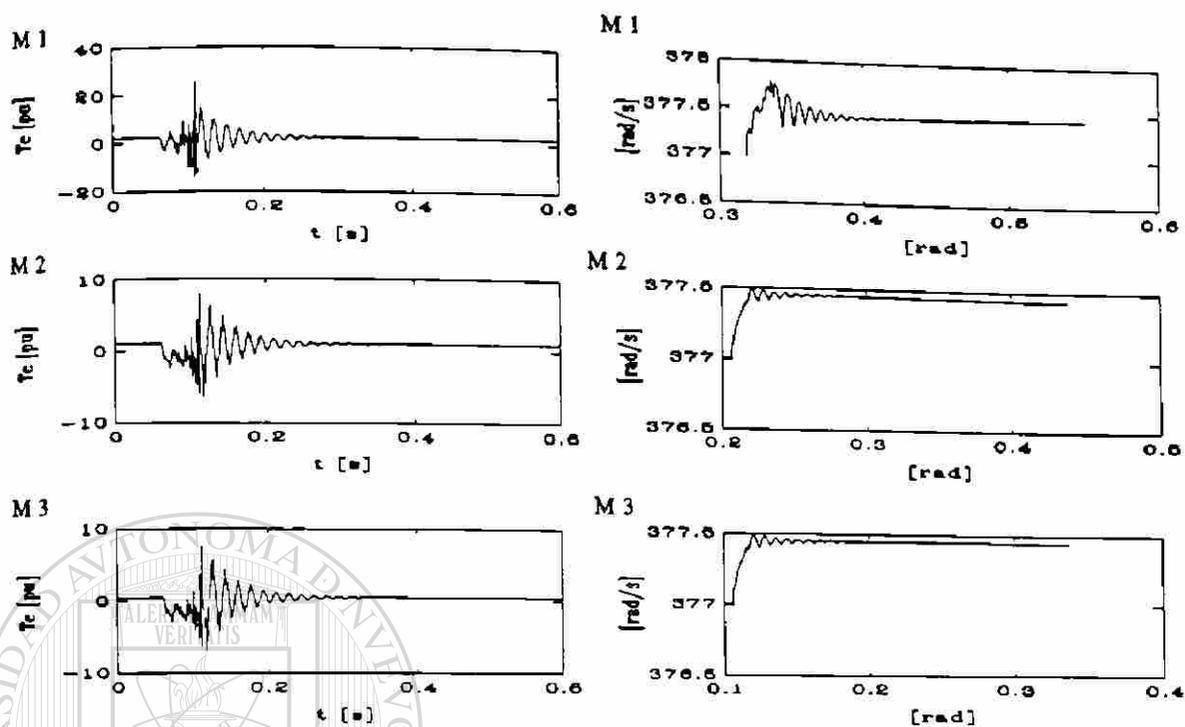


Fig. 5.14 SMM con generadores en paralelo, apertura y recierre monopolar.

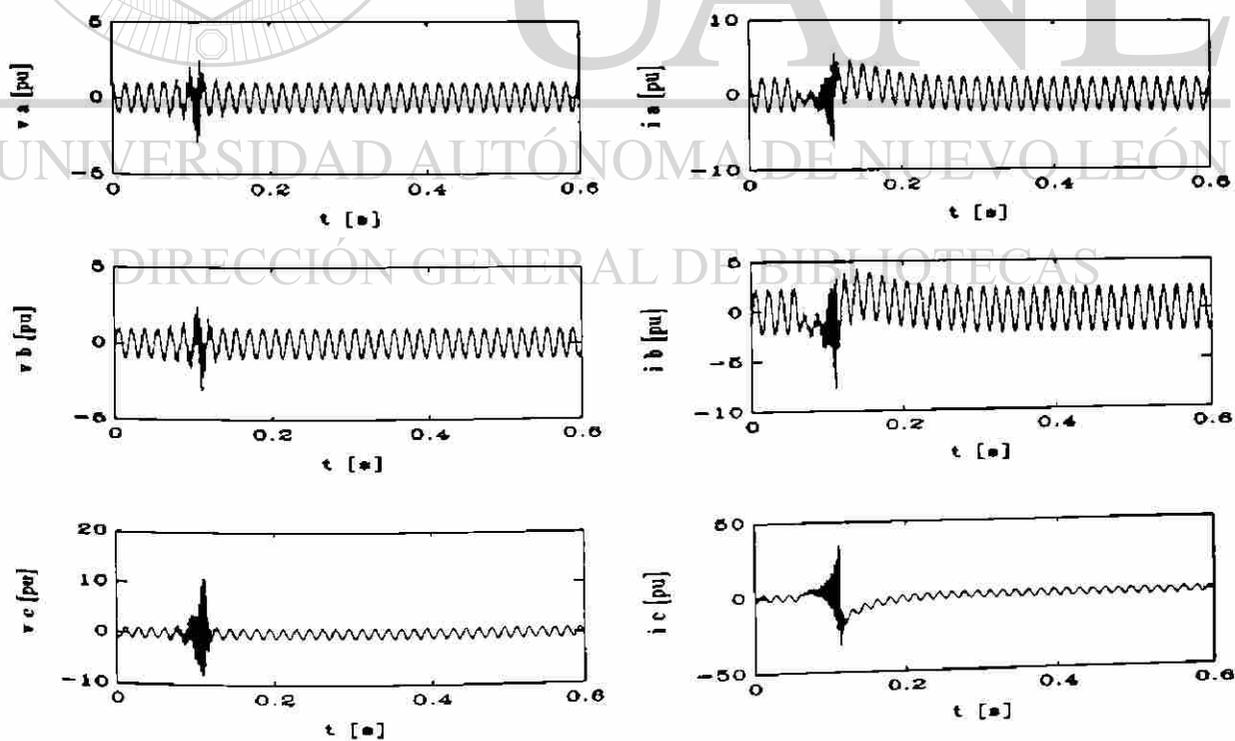


Fig. 5.15 Apertura y recierre monopolar, variables nodales (nodo 1).

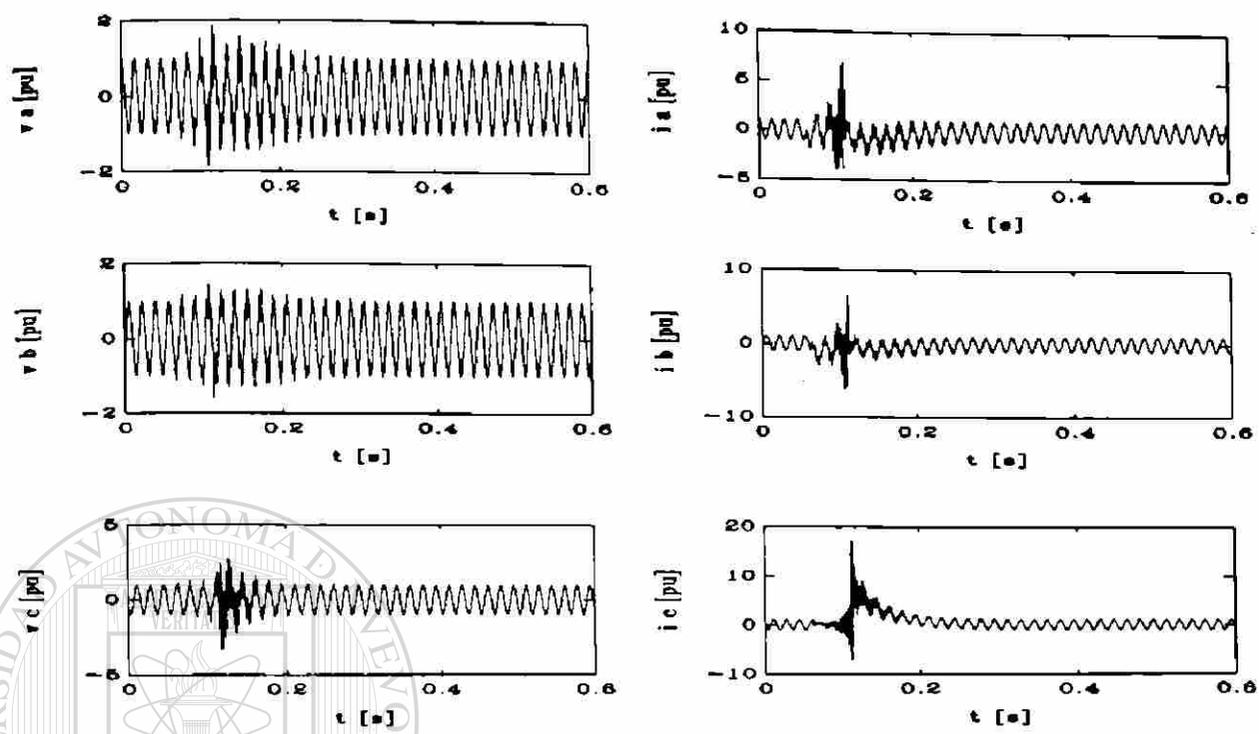


Fig. 5.16 Apertura y recierre monopolar, variables nodales (nodo 2).

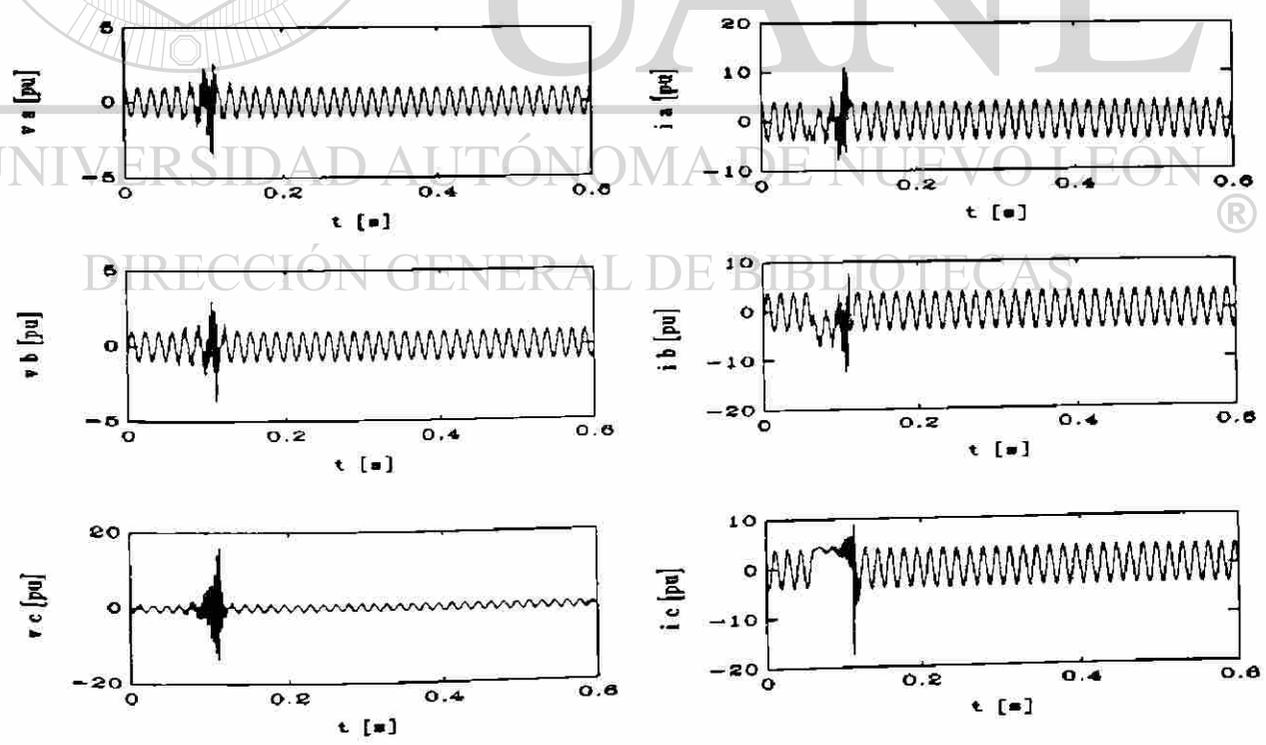


Fig. 5.17 Apertura y recierre monopolar, variables nodales (nodo 3).

**CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES**

**6.1 INTRODUCCION**

Durante el desarrollo del presente trabajo se observó que el modelado de un SEP en coordenadas  $abc$  se puede llevar a cabo eficientemente debido al avance que han tenido las computadoras, tanto en memoria de almacenamiento como en la rapidez de tiempo en la ejecución de operaciones aritméticas. En el pasado esto no fue factible por falta de herramientas computacionales, por tal razón las investigaciones se encaminaron a obtener transformaciones de similitud que hicieron que el sistema variante en el tiempo se transformara en invariante.

**6.2 CONCLUSIONES.**

De los estudios y análisis desarrollados en el presente trabajo, se concluye lo siguiente:

- La formulación de enlaces de flujo es la más eficiente para modelar la máquina síncrona, requiere de menor número de operaciones numéricas y es más estable. Así mismo, la formulación que emplea la matriz de inductancias simétrica con inversión por Bifactorización, es más eficiente.

- ☛ Se clarifica y desarrolla en detalle la relación entre las variables eléctricas con las mecánicas y las condiciones iniciales de operación. De igual forma se detalla la obtención de los parámetros del generador para la simulación en coordenadas **abc** a partir de los datos del fabricante en **dqo**.
- ☛ Se presenta un algoritmo para la formulación trifásica de un sistema multimáquinas que permite el estudio de fenómenos electromecánicos y transitorios de la red lentos causados por maniobra o fallas.
- ☛ Con la formulación trifásica se pueden analizar directa y fácilmente condiciones de operación desbalanceada y perturbaciones asimétricas.
- ☛ De los resultados de las simulaciones del sistema a barra infinita y el sistema multimáquina se confirma la estabilidad numérica de la regla trapezoidal.
- ☛ La formulación trifásica coordenadas de fase **abc**, permite obtener con gran precisión y en forma más realista el análisis, simulaciones y rediseños de diferentes esquemas de control y protección en los SEP's.

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN

### 6.3 RECOMENDACIONES PARA TRABAJOS FUTUROS.

Durante el desarrollo de la investigación se encontraron varias aplicaciones del modelo en **abc** del sistema eléctrico, tomando como base este trabajo se recomienda lo siguiente:

- ☛ Realizar estudios donde al modelo de la máquina se le incluyan las no linealidades de los materiales, considerar las fuentes que producen armónicas, así como incluir el modelo mecánico completo del primomotor.

☛ Implementar los modelos de protecciones para cada uno de los elementos del sistema eléctrico, de manera de realizar simulaciones de ajuste y rediseño de los esquemas de protección indicados en la literatura de protecciones. El estudio con este tipo de modelo proporcionará información directa y más completa para seleccionar los tipos de esquemas de protección más apropiados.

☛ Continuar con la inclusión de modelos más detallados de las diferentes conexiones de los transformadores e interruptores; desarrollo del programa digital que obtenga la formulación trifásica propuesta, por algoritmo.

☛ Incluir elementos de electrónica de potencia, como lo son el control de máquinas eléctricas, los convertidores de corriente alterna a corriente directa y el modelado e implementación trifásica de líneas de enlace de CA/CD. El estudio en coordenadas **abc** proporciona las corrientes y voltajes instantáneos, balanceados o desbalanceados.

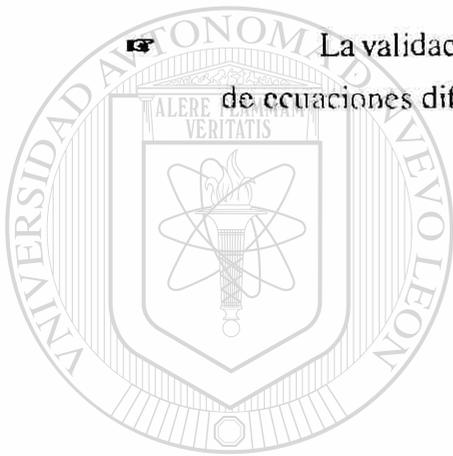
☛ Continuar la investigación de métodos o alternativas, como el procesamiento en paralelo, para obtener la solución de los sistemas de ecuaciones diferenciales de manera más rápida. La solución del modelo en coordenadas **abc** es aún lento para el análisis en tiempo real, su aplicación es recomendable en el diseño y planeación del sistema, así como análisis del mismo fuera de línea.

#### 6.4 APORTACIONES

Este trabajo pretende ser la base para el desarrollo de investigaciones futuras en las áreas de: protecciones, controles, convertidores, fenómenos transitorios asimétricos y en general la operación de sistemas eléctricos desbalanceados.

Las aportaciones de este trabajo son:

- ✎ El análisis y demostración del sistema en por unidad para las variables de la máquina tanto en el estator, como en el rotor.
- ✎ Se propone una alternativa para obtener y/o validar las condiciones iniciales del generador síncrono bajo condiciones desbalanceadas en régimen estable del sistema eléctrico.
- ✎ Un algoritmo para formular las ecuaciones diferenciales para un sistema multimáquina que incluye el transitorio eléctrico lento en la red eléctrica.
- ✎ La validación computacional de los métodos para la solución del sistema de ecuaciones diferenciales no lineales con coeficientes variantes en el tiempo.



# UANL

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN

DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS



## REFERENCIAS

- [1] Concordia, C., *Synchronous Machines, Theory and Performance*. Wiley, 1951.
- [2] Park, R.H., "Two-Reaction Theory of Synchronous Machines, Generalized Method of analysis - Part I". AIEE trans., Vol. 48, July 1929, pp. 716-730.
- [3] Park, R.H., "Two-Reaction Theory of Synchronous Machines - II". AIEE trans., Vol. 52, June 1933, pp. 352-355.
- [4] Rankin, A.W., "The Equations of the Idealized Synchronous Machine". General Electric Review, June 1944, pp. 31-36.
- [5] Rankin, A.W., "Per-Unit Impedances of Synchronous Machines I and II". AIEE, Trans. Vol. 64, 1945, pp. 569-572, 839-841.
- [6] Subramaniam, P., and Malik, O.P., "Digital Simulation of Synchronous Generator in Direct-Phase Quantities". Proc. IEE, 1971, 118, pp. 153-160.
- [7] Krause, P.C., *Analysis of Electric Machinery*. McGraw-Hill, 1986.
- [8] O'Kelly, D. and Simmons, S., *Introduction to Generalized Electrical Machine Theory*. McGraw-Hill, 1968.
- [9] Fitzgerald, A.E, Kingsley, Charles Jr. y Kusko, Alexander, *Teoría y Análisis de las Máquinas Eléctricas*. Editia Mexicana 1984.
- [10] Chapman, S.J., *Electric Machines Fundamentals*. McGraw-Hill, 1985.
- [11] El-Serafi, A.M and Shehata, S.A., "Digital Simulation of an AC/DC System in Direct-Phase Quantities". IEEE, PAS-95, No. 2, March/April 1976. pp 731-742.
- [12] Makram, E.B et al, "Three-Phase Modeling for Transient Stability of Large Scale Unbalanced Distributions Systems". IEEE, Power System, Vol. 4, No. 2, May 1989.
- [13] Anderson, P.M. and Fouad, A.A., *Power System Control and Stability*. Iowa State University Press, 1982.
- [14] Harit Majmudar, *Electromechanical Energy Converters*. Allyn and Bacon, Boston 1965
- [15] Pérez Rojas C., Cañedo Castañeda J.M., *Modelado simulación y análisis trifásico del generador síncrono*. Reporte Interno. DIE-93, UANL.

- [16] Pérez Rojas C., Cañedo Castañeda J.M., "*Modelado simulación y análisis trifásico del generador síncrono*", IEEE México, RVP-92. Acapulco, Gro. Julio de 1992.
- [17] Pérez Rojas C., Cañedo Castañeda J.M., "*Simulación trifásica en coordenadas abc del generador síncrono ante condiciones de operación asimétrica*", SIEEEM, Monterrey, N.L., México, Octubre de 1993.
- [18] Balabanian, N., and Bickart, T., *Electrical Network theory*. Wiley 1969.
- [19] García Martínez, J.M., *Análisis de sistemas desbalanceados para el diseño y operación de redes eléctricas*. M.C. Tesis, FIME-UANL, Diciembre de 1989.
- [20] Aréchiga Rodríguez, L.D., *Modelos generalizados de unidades de transformación para el análisis de sistemas eléctricos de potencia*. M.C. Tesis, FIME-UANL, Diciembre de 1989.
- [21] Blondel, A., "*Synchronous motor and converters*", Translation by Mailloux, C.D., 1913, part 3.
- [22] Doherty, R.E., and Nickle, C.A., "*Synchronous machines I and II, an extension of Blondel's two-reaction theory*", AIEE, Trans., Vol. 44, 1925, pp. 844-856.
- [23] Park, R.H., "*Definition of an ideal synchronous machine and formula for the armature flux linkages*". General Electric Review, Vol. 31, June 1928, pp. 332-334.
- [24] *Postgrado en sistemas eléctricos de potencia*, Notas, Escuela de Ingeniería Eléctrica, UMSNH, 1990.
- 
- [25] Anderson, P.M., *Analysis of faulted power Systems*. Iowa State University Press, 1973.

