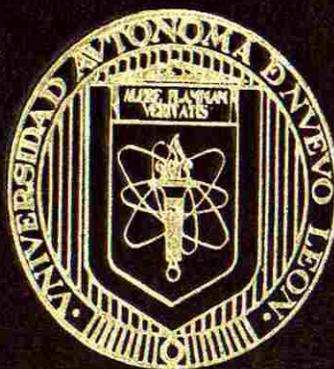


67

UNIVERSIDAD AUTONOMA DE NUEVO LEON
FACULTAD DE INGENIERIA MECANICA Y ELECTRICA
DIVISION ESTUDIOS DE POST-GRADO



ESTUDIO DE MICROESTRUCTURAS DENDRITICAS
MEDIANTE ANALISIS FRACTAL

POR:

OSWALDO LUIS MONTELONGO GONZALEZ

T E S I S

EN OPCION AL GRADO DE MAESTRO EN
CIENCIAS DE LA INGENIERIA MECANICA
CON ESPECIALIDAD EN MATERIALES

CD. UNIVERSITARIA

SEPTIEMBRE DE 1998

19

20

21

22

23

24

25

26

27

28

29

30

31

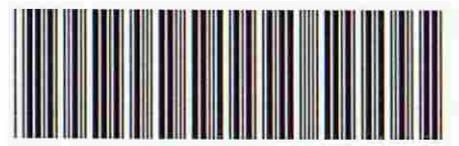
32

33

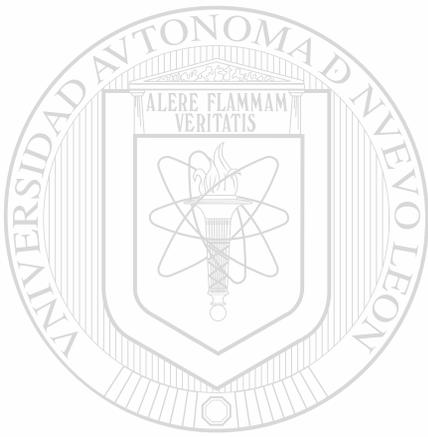
34

35

ESTUDIO DE MICROORGANISMOS DE LA TIERRA DE MICHUACAN DE MEXICO
MEDIANTE ANALISIS FRACCIÓN



1080098308



UANL

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN

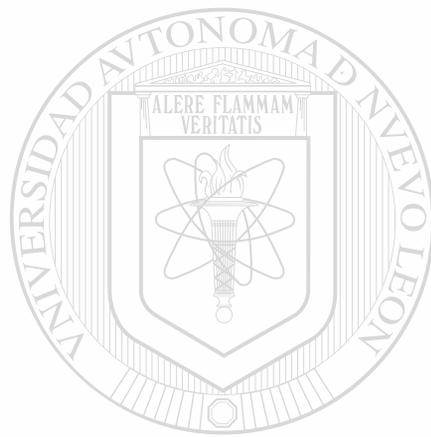


DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

26.Oct.98

Estimado Dr. Moy:
Te agradezco toda la ayuda
y asesoria brindada personal
y electrónicamente. Asimismo
te agradezco el apoyo moral
y motivacional, que sin duda
me ayudaron a culminar este
trabajo. Sinceramente,
tu amigo

Oswaldo Montelongo G.



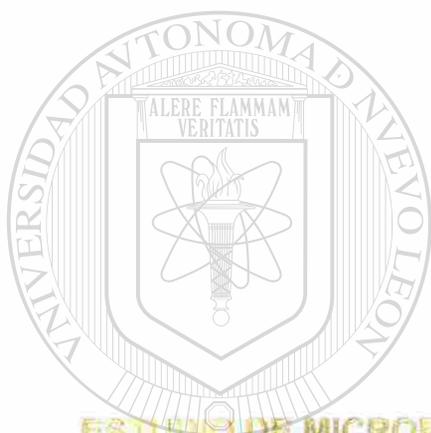
UANL

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN

DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS



UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN
FACULTAD DE INGENIERÍA MECÁNICA Y ELÉCTRICA
EDICIÓN DE ESTUDIOS DE POSTGRADO



UANI

ESTUDIO DE MICROESTRUCTURAS DENDRICAS MEDIANTE ANÁLISIS

FRACTAL

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN

®

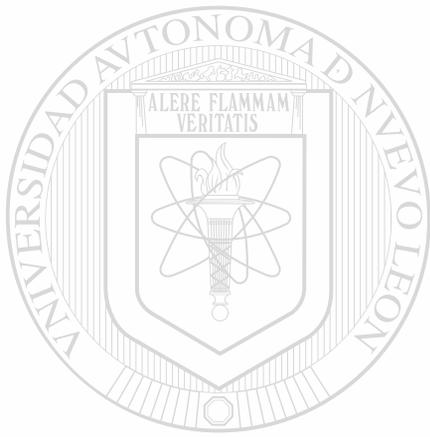
DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS
OSWALDO LUIS MONTELONGO GONZÁLEZ

TESIS

EN OPCIÓN AL GRADO DE MAESTRO EN CIENCIAS DE LA INGENIERÍA
MECÁNICA CON ESPECIALIDAD EN MATERIALES

MONTERREY, N.L., A 7 DE SEPTIEMBRE DE 1998.

TH
QA614
.86
.M6
1998



UANL

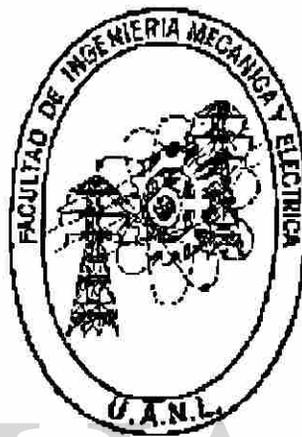
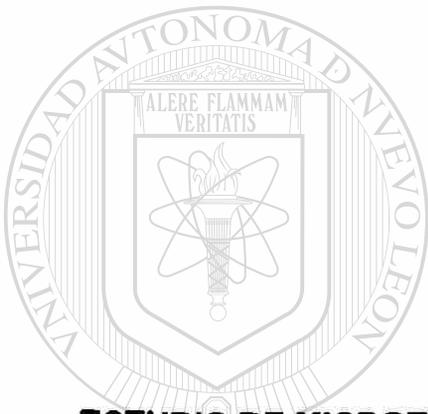
UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN

®

DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS



UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN
FACULTAD DE INGENIERÍA MECÁNICA Y ELÉCTRICA
DIVISIÓN DE ESTUDIOS DE POSTGRADO



ESTUDIO DE MICROESTRUCTURAS DENDRÍTICAS MEDIANTE ANÁLISIS

FRACTAL

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN

DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

POR
OSWALDO LUIS MONTELONGO GONZÁLEZ

TESIS

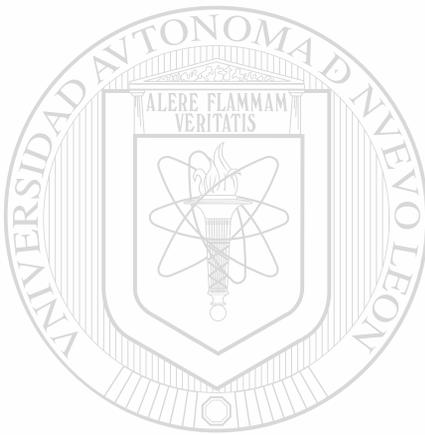
EN OPCIÓN AL GRADO DE MAESTRO EN CIENCIAS DE LA INGENIERÍA
MECÁNICA CON ESPECIALIDAD EN MATERIALES

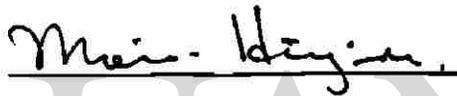
MONTERREY, N.L., A 7 DE SEPTIEMBRE DE 1998.

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN
FACULTAD DE INGENIERÍA MECÁNICA Y ELÉCTRICA
DIVISIÓN DE ESTUDIOS DE POSTGRADO

Los miembros del comité de tesis recomendamos que la tesis Estudio de Microestructuras dendríticas mediante análisis fractal realizada por el Ing. Oswaldo Luis Montelongo González sea aceptada para su defensa como opción al grado de Maestro en Ciencias de la Ingeniería Mecánica con especialidad en Materiales.

El Comité de Tesis





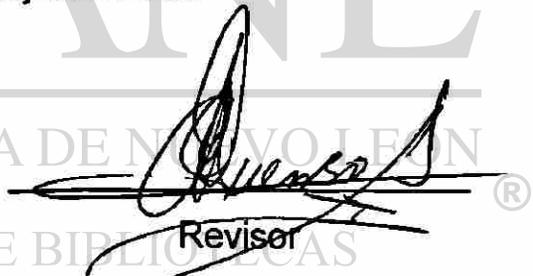
Asesor

Dr. Moisés Hinojosa Rivera



Revisor

Dr. Ubaldo Ortiz Méndez



Revisor

Dr. Carlos Guerrero Salazar



Vo. Bo.

M.C. Roberto Villarreal Garza

San Nicolás de los Garza, N.L. a 20 de Marzo de 1998.

AGRADECIMIENTOS

Aprovecho este espacio para agradecer...

A mis padres, Oswaldo Luis Montelongo Romero y Blanca Elsa González de Montelongo, que con su paciencia, cariño y apoyo a través de más de 25 años, me han sabido inculcar el amor al estudio, a la ciencia y al arte.

A mis hermanas que sin lugar a dudas han dado a mi espíritu, el trabajo en equipo, y la constante búsqueda de la verdad.

A mi novia Marisol Vázquez López, su comprensión, cariño y apoyo, que me dieron tranquilidad, y ayudaron a centrar mis ideas hacia metas altas y particulares.

Aunque el trabajo a nivel postgrado es en gran parte gracias a la dedicación particular de cada investigador, sería ingrato no mencionar el gran apoyo de mis maestros y amigos. Sin lugar a dudas, aquella persona que al cumplir con la docencia también involucra la amistad, demuestra el mayor interés al prójimo, por tanto a Dios y a su nación. Mi admiración y respeto a ellos. Muy en especial a mis amigos Moisés Hinojosa, Ubaldo Ortiz, Carlos Vázquez, Eulogio Velasco y Carlos Guerrero, por su apoyo en todo momento en la elaboración del presente estudio.

Por último, quiero agradecer a aquellos hermanos que brinda la sociedad, que en alguna forma, tal vez sin darme cuenta, ayudaron en mi crecimiento espiritual e intelectual.

A Dios por encima de todo, por permitirme el ser, y predisponer los medios y libertad de acción. "La ciencia le pertenece a Dios, lo único que hacemos es conocerle, y aplicarle".

ÍNDICE GENERAL

Capítulo	Página
PRÓLOGO	1
RESUMEN	3
1. INTRODUCCIÓN	
1.1 Nacimiento de una nueva ciencia	4
1.2 Objetivos del trabajo	4
1.3 Justificación	5
1.4 Metodología	5
2. GEOMETRIA FRACTAL	
2.1 Geometría euclidiana y geometría fractal	7
2.2 Fractales matemáticos y naturales	9
2.3 Iteración	11
2.3.1 Conjunto de Mandelbrot	12
2.3.2 Conjunto de Julia	13
2.4 Dimensión	13
2.4.1 Dimensión topológica	15
2.4.2 Dimensión de Hausdorff-Besicovitch	16 [®]
2.4.3 Dimensión de conteo de celdas	18
2.5 Autosimilitud	18
2.5.1 Autosimilitud estadística	19
2.5.2 Efecto Richardson	19
2.6 Relación Área-Perímetro	20
2.7 Uso del análisis fractal para la descripción de microestructuras metálicas.	21
3. EL ALUMINIO Y SUS FORMAS	
3.1 Aleaciones de Aluminio	
3.1.1 Introducción	23
3.1.2 Aleaciones de Aluminio-Silicio	23
3.2 Estructuras dendríticas	
3.2.1 Solidificación y crecimiento	25
3.2.2 Solidificación de aleaciones eutécticas	27
3.2.3 Morfología del eutéctico	28

3.2.4 Tamaño de grano.	29
4. EXPERIMENTACIÓN	
4.1 Introducción	30
4.2 Material	
4.2.1 Composición química	31
4.2.2 Obtención de muestras	32
4.3 Microscopía óptica y digitalización de imágenes	32
4.4 Análisis de Imágenes.	
4.4.1 Selección de campos de observación empleados	34
4.4.2 Medición de Áreas y Perímetros	36
4.5 Medición del espaciamiento dendrítico	36
4.6 Medición de la microdureza Vickers	37
4.7 Factor de forma	38
5. RESULTADOS	
5.1 Análisis de imágenes y dimensión fractal	39
5.1.1 Corte longitudinal	39
5.1.2 Corte transversal	41
5.1.3 Dendrita A	43
5.1.4 Dendrita B	45
5.1.5 Dendrita C	47
5.1.6 Dendrita D	50
5.1.7 Dendrita E	51
5.1.8 Dendrita F	53
5.2 Análisis de resultados sobre la dimensión fractal	54
5.3 Medición de los espaciamientos dendríticos	55
5.4 Medición de la microdureza Vickers	56
6. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES PARA TRABAJOS FUTUROS	
6.1 Conclusiones	59
6.2 Recomendaciones	61
REFERENCIAS	62
APÉNDICE	64
LISTADO DE FIGURAS	72
LISTADO DE TABLAS	74
RESUMEN AUTOBIOGRAFICO	75

PRÓLOGO

Desde los orígenes de la humanidad, el hombre ha buscado conocer su mundo y saber el por qué de todas las cosas. Dentro de sus limitaciones el hombre justificó las razones de su existencia y entorno. El cúmulo de conocimiento del hombre ha crecido, tomando como base del conocimiento nuevo, el existente, y poniendo gran resistencia al conocimiento que rechaza lo ya establecido.

El conocimiento se ha desarrollado con el paso de los siglos, Aristóteles en el *De Caelo* muestra, como argumentos para probar que la Tierra está en reposo, que si lanzamos verticalmente hacia arriba una piedra, ésta cae en el mismo sitio y no hacia el oeste, entonces Aristóteles desconocía el principio de inercia. Posteriormente Galileo logra eliminar el argumento Aristotélico contra el giro de la Tierra, sin embargo sus fundamentos sobre la perpetuidad del movimiento rectilíneo y uniforme no son completos, para quedar a manos de Descartes y Newton completarlos. Desde entonces a la fecha el conocimiento ha evolucionado, y con ello, ha surgido toda una ciencia del movimiento. Sin embargo, el desarrollo no es estático, lo que actualmente funciona para nuestro pequeño subconjunto del conocimiento será algún día parte de un universo más completo, y por lo tanto será sujeto a prueba.

La geometría fractal es una joven rama de las matemáticas desarrollada con el fin de describir con mayor facilidad formas y figuras en donde la geometría euclidiana no es apropiada. Es en sí, una forma más completa de la geometría, que análogamente podríamos visualizar como la teoría relativista, comparada con las leyes del movimiento de Newton.

Mediante el uso de la geometría fractal es posible describir formas y figuras tan complejas como lo es una nube, un árbol, un relámpago, una línea costera, un grano de polvo o la microestructura de un material. Cuando el uso de la geometría euclidiana es insuficiente, se abre la oportunidad a la geometría fractal.

El presente estudio toma por objeto de análisis a las microestructuras de los materiales, y dentro de ese contexto a aquellos materiales dendríticos. Es de gran interés en el área de los materiales el conocer y caracterizar cuantitativa y cualitativamente a los materiales en cuanto a su estructura, su composición, y sus propiedades. Por ello, el uso de una nueva herramienta representa una puerta no antes explorada.



UANL

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN



DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

RESUMEN

Este trabajo se realiza con la finalidad de aplicar la geometría de fractales al análisis de microestructuras dendríticas. Encontrar si los materiales con esas estructuras se comportan como fractales naturales y obtener su dimensión fractal. También es de interés buscar relaciones entre las propiedades mecánicas y la dimensión fractal.

Se realiza un análisis de imágenes de microscopía óptica sobre muestras de una aleación Al-Si dendrítica, mediante la obtención de áreas y perímetros de las dendritas en la muestra, y a su vez de imágenes globales que incluyen cúmulos de dendritas, para las magnificaciones de 50x, 100x, 200x y 400x.

Se realizan mediciones de los espaciamentos dendríticos en tres direcciones (vistas: lateral, frontal y superior), y se obtiene la distribución de los espaciamentos dendríticos.

Se realizan mediciones de microdureza sobre el eje principal de las dendritas, para posteriormente buscar relaciones con la dimensión fractal.

A partir de los datos obtenidos del análisis de imágenes, se obtiene la dimensión fractal, y el factor de forma.

Se buscan relaciones entre el factor de forma, dimensión fractal, distribución de espaciamentos dendríticos y microdureza.

Se encontró que las microestructuras dendríticas son fractales naturales que poseen autosimilitud estadística.

Se encontró la relación entre la microdureza y los espaciamentos interdendríticos.

No se encontró relación entre la dimensión fractal, y la microdureza.

CAPÍTULO 1

INTRODUCCIÓN

1.1 NACIMIENTO DE UNA NUEVA CIENCIA.

A partir de los ensayos pioneros de B.B. Mandelbrot en 1975 y 1982 [1,2] sobre geometría fractal, se despertó una nueva ciencia, rama de las matemáticas, llamada geometría fractal. Esta nueva geometría se basa en el uso de algoritmos y dimensiones fraccionarias a diferencia de la geometría euclidiana, o tradicional, que utiliza modelos matemáticos y dimensiones enteras.

No obstante del corto tiempo transcurrido, ya se cuenta con numerosos estudios, artículos, y bibliografía referente al tema, y su aplicación tecnológica. Sin embargo, existe aún mucho camino por recorrer en su desarrollo y aplicación.

1.2 OBJETIVO.

Describir cuantitativamente la microestructura dendrítica de aleaciones metálicas usando geometría de fractales y explorar relaciones con la propiedad mecánica de la dureza.

1.3 JUSTIFICACIÓN.

El presente estudio se realiza con el fin de contribuir al desarrollo de las nuevas técnicas de análisis fractal en el ámbito de la ciencia de los materiales, mediante una caracterización fractal de morfologías dendríticas en un material específico, una aleación aluminio-silicio A319 modificada; así como encontrar relaciones entre ésta caracterización y las propiedades físicas del material.

Durante el crecimiento, las interfases están sujetas a perturbaciones causadas por partículas insolubles, fluctuaciones térmicas o fronteras de grano, dichas perturbaciones son aleatorias. Como se verá más adelante, el factor aleatorio que genera la microestructura forma un objeto estadísticamente autosimilar a diferentes magnificaciones.

1.4 METODOLOGÍA.

Mediante el uso de un microscopio óptico metalúrgico y un analizador de imágenes se obtienen imágenes a las magnificaciones de 50x, 100x, 200x y 400x de muestras de aluminio-silicio vaciado. El analizador de imágenes cuenta con una cámara de vídeo que digitaliza las imágenes directamente del microscopio, esto permite guardar imágenes en archivos de computadora, para su análisis posterior.

La obtención de las imágenes se realiza en dos formas, la primera es una imagen global que implica un conjunto de dendritas dentro de un espacio fijo, para posteriormente magnificar ese mismo espacio muestral. La segunda implica la toma de una dendrita específica, a las magnificaciones antes mencionadas.

Las imágenes son posteriormente analizadas para encontrar áreas y perímetros de las dendritas. Este proceso se repite para las muestras en sus tres vistas (frontal, superior y lateral).

A partir de los datos obtenidos en el analizador de imágenes, y el procesamiento de los datos por medio de diferentes técnicas de análisis fractal, se encuentra la dimensión fractal.

Al obtener las imágenes resulta claro que el campo de una imagen a 50x es cuatro veces más grande que el de una imagen a 100x, éste a su vez es cuatro veces más grande que una imagen a 200x, y éste finalmente es cuatro veces más grande que el de una imagen a 400x. Por lo que para tomar a distintas magnificaciones la misma imagen a 50x, resulta necesario tomar 4 imágenes a 100x, 16 imágenes a 200x, y 64 imágenes a 400x.

El área y perímetro de las dendritas de las imágenes obtenidas a diferentes aumentos permite obtener su dimensión fractal, y con ello caracterizarlas.

Se realizan mediciones sobre los espaciamentos dendríticos; es decir, las distancias de los brazos de las dendritas, mediante el uso del analizador de imágenes, con el fin de buscar relaciones y ayudar a la caracterización fractal.

Como una propiedad mecánica importante se encuentra la dureza, con la ayuda de un microdurómetro Vickers, se realizan mediciones de microdureza sobre puntos situados sobre el eje principal de las dendritas.

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN

DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

CAPÍTULO 2

GEOMETRÍA FRACTAL

2.1 GEOMETRÍA EUCLIDIANA Y GEOMETRIA FRACTAL.

La palabra geometría etimológicamente alude a "medir la tierra". Una antigua opinión transmitida por Herodoto atribuye el origen de la geometría a la necesidad de medir las tierras de cultivo con la finalidad de que los impuestos se pagasen en forma equitativa.

La necesidad de comparar áreas y volúmenes de figuras simples, la construcción de canales y edificios, el estudio del movimiento de los astros contribuyeron al desarrollo de esas reglas y propiedades geométricas encontradas en los documentos de las civilizaciones egipcia y mesopotámica.

En manos de los griegos, particularmente los pitagóricos, esos conocimientos adquieren fisonomía científica. Creándose teoremas, propiedades, métodos, se analizan fundamentos, se plantean problemas, se inventan curvas, de modo que dos siglos después, hacia finales del siglo IV, la geometría griega abarcaba un vasto conjunto de conocimientos.

Aunque existían intentos anteriores, la primera compilación de ese conjunto de conocimientos, que ha perdurado hasta hoy en día, está plasmada en los célebres Elementos de Euclides (300 A.C.). Después de Euclides, Arquímedes (287-212), no sólo perfeccionó los elementos, sino que enriqueció la geometría con nuevas aportaciones, y así mismo Apolonio (190 A.C.). En 1637, Descartes anexa a la geometría el álgebra.

Durante siglos, los matemáticos pusieron en tela de duda los axiomas de Euclides al tratar de remover el quinto axioma [3] argumentando que podría llegar a deducirse de los otros cuatro. Este axioma enunciaba: “Si una recta corta a otras dos formando ángulos internos, por el mismo lado que sumen menos de dos ángulos rectos, las dos rectas prolongadas indefinidamente se cortaran” (Fig. 2.1). Muchos pensadores plantearon el problema omitiendo el quinto axioma, otros plantearon un quinto axioma que resultaba al final ser análogo al original. Durante más de dos mil años se consideró a la geometría de Euclides como la verdad absoluta.

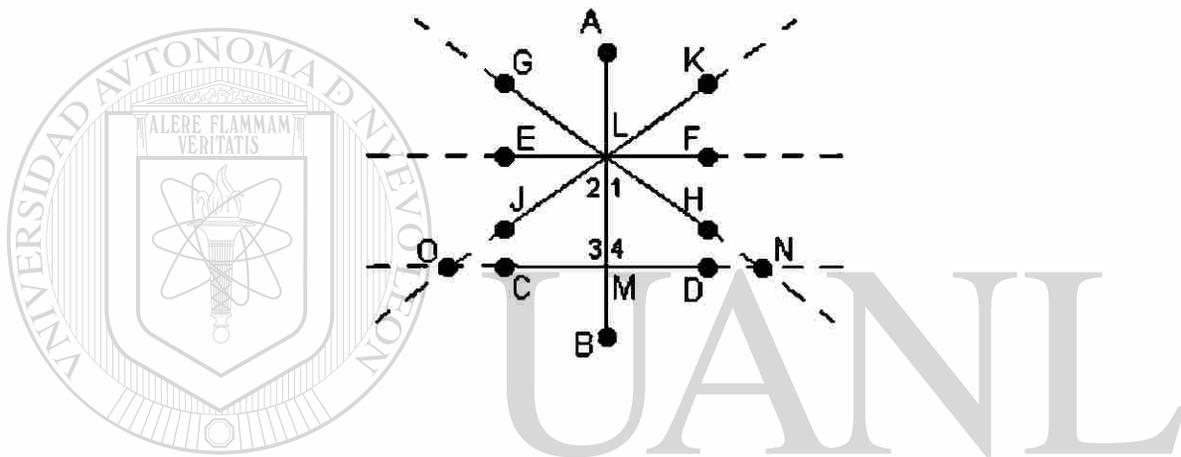


Fig. 2.1. Representación gráfica del quinto axioma de Euclides.

En 1733 el sacerdote italiano Girolamo Saccheri tuvo una idea que no se le había ocurrido a nadie durante más de dos mil años. Plantear una geometría, donde el quinto axioma de Euclides era sustituido por un axioma contradictorio al quinto. La idea de Saccheri era comprobar que el quinto axioma era redundante esperando obtener una contradicción. Sin embargo no encontró contradicciones. Saccheri había concebido una geometría no euclidiana, matemáticamente consistente. La idea de la existencia de una geometría no euclidiana, derrumbaría la “verdad absoluta de Euclides”, y esta sola idea provocó que Saccheri abandonara su trabajo.

En 1826 el ruso Nicolai Ivanovich Lobachevski desarrolló los teoremas de la geometría aguda. En 1831, el húngaro János Bolyai y su padre plantean los

principios de la geometría aguda. Se atribuye a Lobachevski y a Bolyai el descubrimiento de la primera geometría no euclidiana.

En 1854, el alemán Georg Riemman creó una tercera geometría, la geometría obtusa.

Con la concepción de estas nuevas geometrías surgieron nuevas incógnitas y nuevas propuestas entre los pensadores. Es Benoît Mandelbrot quien resume y aporta los elementos para crear otra geometría, la geometría fractal.

La geometría fractal adquiere su nombre a mediados de la década de los años 70, bautizada así por Benoît Mandelbrot. Él observó que aquellas construcciones geométricas aparentemente "caóticas" desarrolladas por otros matemáticos, realmente no lo eran del todo, como se pensaba. En su lugar observó que objetos cotidianos tales como costas, nubes, hojas y montañas se pueden llegar a describir naturalmente como fractales. Ordinariamente las construcciones geométricas que utilizan líneas rectas y curvas suaves no ayudan mucho a entender o modelar los intrincados patrones de la naturaleza. De ahí el surgimiento de una nueva rama de las matemáticas, la geometría fractal. En lo que lleva de vida, este campo de las matemáticas ha probado ser extremadamente útil en diversas aplicaciones tales como el estudio de materiales, análisis de fracturas en los materiales, estudio de la morfología celular, compresión de archivos de computadora, y muchas otras.

La geometría euclidiana utiliza modelos matemáticos como herramienta para describir formas y figuras, en cambio la geometría fractal hace uso de algoritmos.

2.2 FRACTALES MATEMÁTICOS Y NATURALES.

Existen varias definiciones sobre lo que es un conjunto fractal, sin embargo tales definiciones no siempre son satisfactorias en el contexto general. Los siguientes puntos delimitan a un conjunto fractal F dentro de un espacio métrico [4]:

- a) F tiene una estructura fina, que es irregular en detalle a escalas arbitrariamente pequeñas.
- b) F es muy irregular para ser descrito por el cálculo o el lenguaje de la geometría tradicional, tanto local como globalmente.
- c) Frecuentemente F tiene algún tipo de autosimilitud o autoafinidad, que puede ser en un sentido exacto o estadístico.
- d) Frecuentemente la 'dimensión de Hausdorff-Besicovitch de F , es estrictamente mayor a su dimensión topológica.
- e) En muchos casos de interés F tiene una definición muy simple, tal vez recursiva.
- f) Frecuentemente F tiene una apariencia 'natural'.

En la naturaleza existe una familia de formas irregulares demasiado complicadas para ser descritas por medio de geometría (ejemplos: las nubes, el contorno de las montañas, el cauce de los ríos, las líneas costeras, copos de nieve, árboles, y el movimiento browniano), a este tipo de formas se les denomina fractales naturales.

El término fractal proviene del latín fractus (romper, fragmento), y alude a aquello que es irregular y que puede dividirse en elementos similares al original.

Matemáticamente, un fractal es un objeto ideal que presenta características de autosimilitud y dimensión fraccionaria en forma estricta. La naturaleza presenta fractales naturales que no cumplen rigurosamente lo establecido por la matemática. Sin embargo al usar la geometría fractal para describir estas formas naturales, obtenemos una excelente aproximación a la realidad.

Un fractal matemático presenta las mismas características a cualquier magnificación o resolución con que se analice, un fractal natural presenta similitud en un intervalo limitado de magnificaciones.

Como ejemplos de fractales matemáticos tenemos: el conjunto de Cantor, las curvas de Von Koch (fig. 2.2), los conjuntos de Julia (fig. 2.4) y cientos de fractales provenientes del generador de Mandelbrot (fig. 2.3).

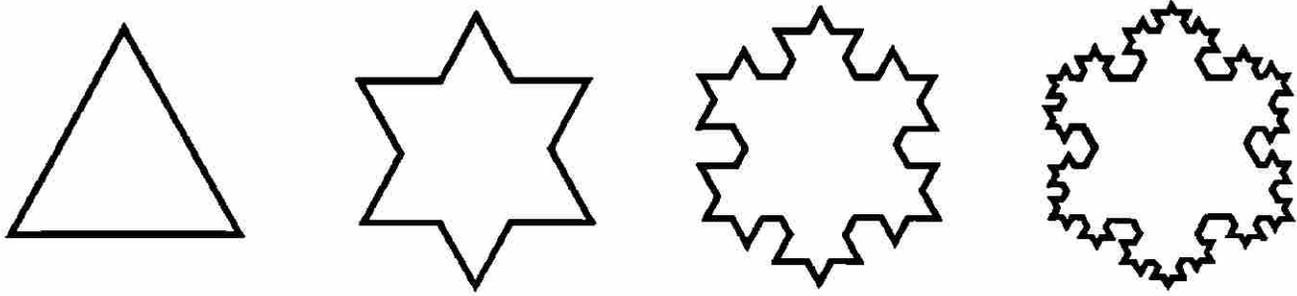


Fig. 2.2. Primeras 4 etapas en la construcción del copo de nieve de Koch.

En resumen, un fractal es todo lo que presenta un crecimiento con lazos de retroalimentación de la información sobre su propio crecimiento.

2.3 ITERACIÓN.

La iteración es la repetición de un proceso n veces. En matemáticas este proceso consiste comúnmente en la aplicación repetida de una función matemática. Para los conjuntos de Mandelbrot y de Julia, la función utilizada es $f(x) = x^2 + c$, donde c es una constante. Para iterar $x^2 + c$, se comienza con una "semilla", ésta puede ser un número real o complejo (x_0). Al evaluar la función en x_0 se obtiene el siguiente número,

$$x_1 = x_0^2 + c$$

El siguiente valor se obtiene de la iteración del cálculo previo como alimentación para el siguiente, por lo tanto:

$$x_2 = x_1^2 + c$$

$$x_3 = x_2^2 + c$$

$$x_4 = x_3^2 + c$$

y así sucesivamente. Los números generados ($x_0, x_1, x_2, x_3, \dots$) por esta iteración toman el nombre de "órbita" de x_0 bajo la iteración $x^2 + c$. El comportamiento de las órbitas obtenidas puede ser: convergente, divergente, cíclico o errático.

2.3.1 Conjunto de Mandelbrot.

El conjunto de Mandelbrot consiste en todas aquellas órbitas con semilla $x_0=0$, con valores complejos de c que no divergen.

La definición del conjunto de Mandelbrot (fig. 2.2) [2,4], nos da consigo el algoritmo para calcularlo.

Para construir el conjunto de Mandelbrot, considérese un plano de números reales versus números complejos. Entonces para cada valor dentro del plano se calcula si su órbita diverge o converge. Si la órbita de un pixel específico (valor específico de c) converge, se le asigna un color negro. De lo contrario, se deja al pixel un color blanco.

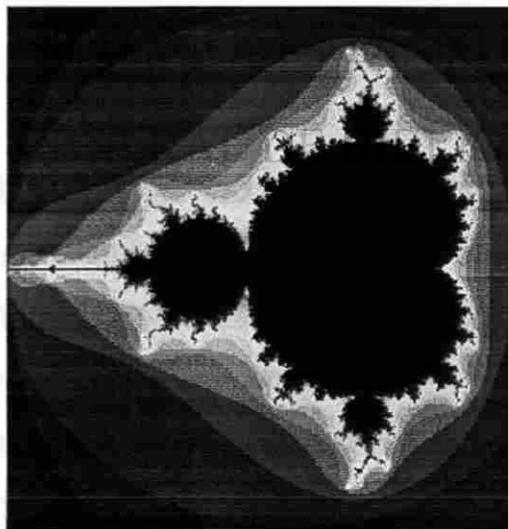


Fig. 2.3. El conjunto de Mandelbrot

2.3.2 Conjuntos de Julia.

Los conjuntos de Julia (fig. 2.3) [2,5] para $x^2 + c$ difieren del conjunto de Mandelbrot en que se da un valor específico a c . Se calculan las órbitas para cada posible semilla, donde formarán parte de un conjunto de Julia aquellas semillas cuyas órbitas sean convergentes.

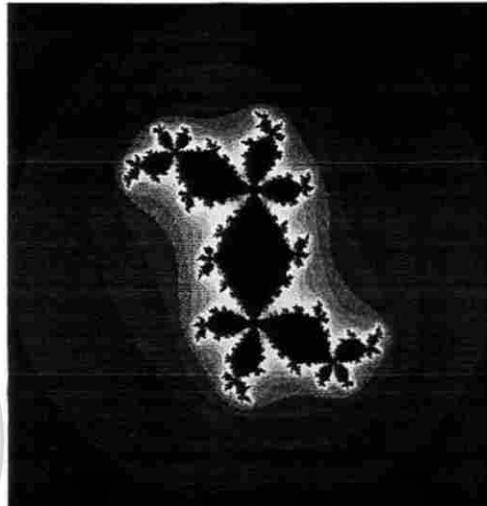
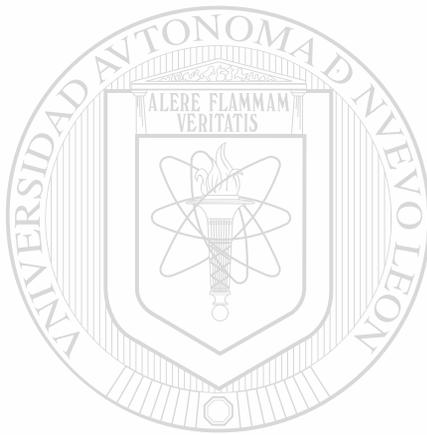


Fig. 2.4. Un conjunto de Julia



2.4 DIMENSIÓN.

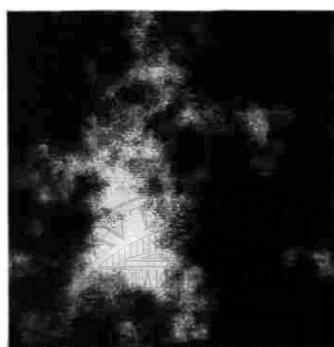
La geometría euclidiana está limitada a conjuntos donde las dimensiones son enteras y del mismo orden, de forma tal que podrían ser llamados conjuntos de dimensiones concordantes. Este tipo de geometría tiene principal aplicación en objetos creados por el hombre.

Gran cantidad de objetos naturales son más fácilmente descritos por medio de geometría fractal, con dimensión intermedia entre dos valores enteros. Una línea recta tiene una dimensión de 1, mientras una curva tendrá una dimensión entre 1 y 2, dependiendo del espacio que tome el hacer sus dobleces. Entre mejor llenado del plano tenga un fractal, más se aproximará a 2 dimensiones. Del mismo modo una "sábana en el espacio" tendrá una

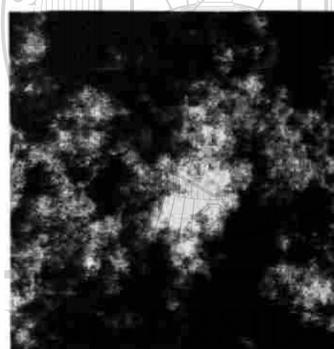
dimensión entre 2 y 3. Las siguientes imágenes de nubes naturales (fig. 2.4), muestran consigo su dimensión fractal.

De las imágenes de la fig. 2.5 se puede observar que conforme se tiene una dimensión fractal menor, las nubes resultan más difusas, es decir “llenar” con menor eficiencia el espacio.

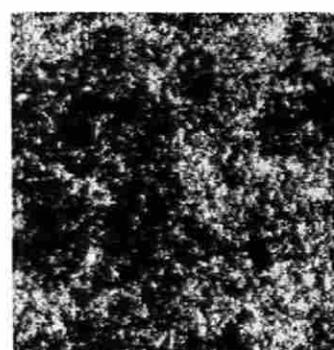
La tabla 2.1 muestra la dimensión fractal de algunos objetos matemáticos y reales.



Nubes con dimensión $D \approx 2.15$



Nubes con dimensión $D \approx 2.50$



Nubes con dimensión $D \approx 3.00$

Fig. 2.5. La dimensión fractal de las nubes.

Tabla 2.1. Dimensión fractal de objetos matemáticos y reales [6]

Objeto	Dimensión	Comentarios:
Conjunto de Cantor	0.63093	Obtenido mediante la Fórmula de Hausdorff-Besicovitch.
Copo de nieve de Koch	1.26186	Idem.
Triángulo de Sierpinsky	1.58496	Idem.
Esponja de Menger	2.72683	Idem.
Línea costera	1.05-1.25	Reportado por Mandelbrot.

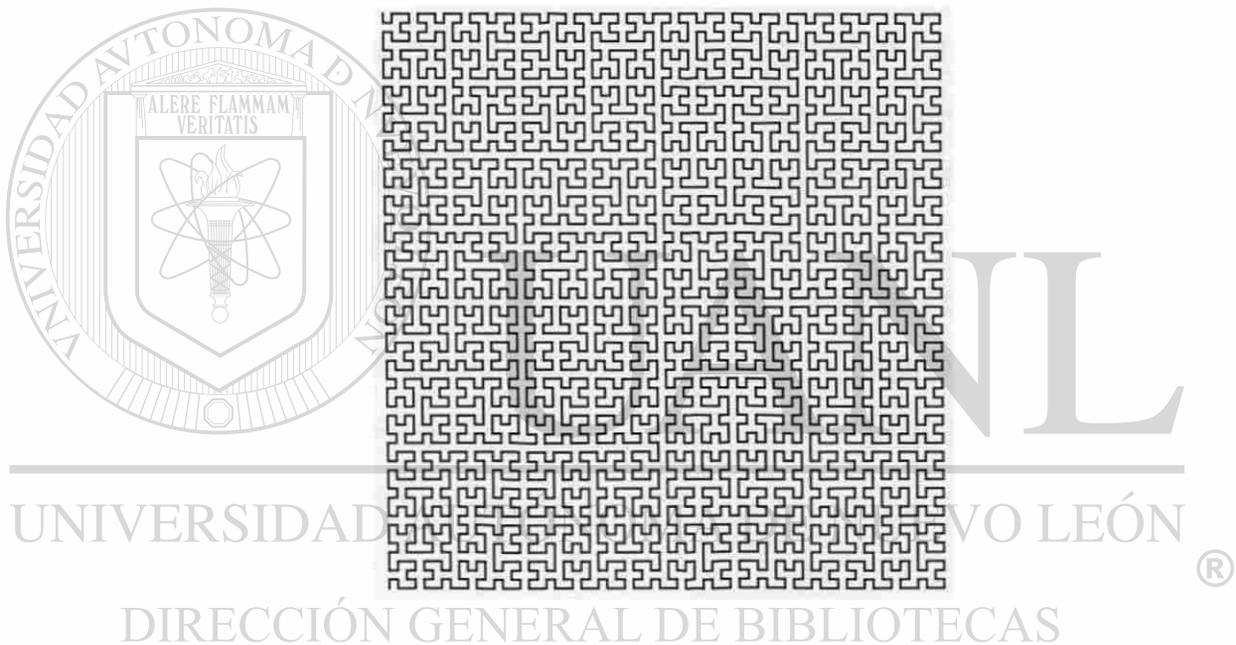


Fig. 2.6. La curva de Peano, propone la ambigüedad de tener dimensión 1 ó dimensión 2. Gracias a B. Mandelbrot, hoy en día sabemos que tiene una dimensión fraccionaria que tiende a $D = 2$, conforme r tiende a 0.

2.4.1 Dimensión Topológica.

La dimensión topológica se obtiene a partir del número de parámetros o coordenadas requeridos para describir un objeto. En topología, un objeto tiene dimensión n , si puede ser dividido en dos a partir de otro con dimensión $(n-1)$.

Así, un punto tiene dimensión cero, no es divisible; una línea tiene dimensión 1, ya que puede ser dividida en dos por un punto; un área tiene dimensión 2, puesto que puede ser dividida en dos por una línea; un volumen tiene dimensión 3, ya que puede ser dividido en dos por una superficie.

2.4.2 Dimensión de Hausdorff-Besicovitch.

Es de interés general el cuantificar el tamaño de los objetos. Los objetos naturales presentan infinidad de detalles, donde resultan ignorables aquellos inferiores en tamaño a la unidad de medición. Se obtendrá una mayor medida al considerar mayor detalle por medio de una unidad de medición menor. De esta forma resultarían las medidas infinitamente grandes. Sin embargo, esta ambigüedad se rompe al encontrar la relación existente para diferentes unidades de medición y las medidas respectivas.

Un método clásico para medir una superficie plana consiste en cubrir esa superficie con cuadrados muy pequeños, y posteriormente contar esos cuadrados con dimensión $E = 2$. De la misma forma podemos realizar la medición para longitudes y volúmenes [7].

$$M = \sum \varepsilon^E \quad \text{Ec. 2.1}$$

De esta forma, la medida M es el resultado de la sumatoria de una serie de elementos ε de dimensión entera E . En 1919, Hausdorff propuso permitir que la dimensión fuera fraccionaria. La medición es nuevamente el resultado de la sumatoria de elementos infinitamente pequeños, pero con dimensión D [7]:

$$M = \sum \varepsilon^D \quad \text{Ec. 2.2}$$

Donde el valor del exponente que hace que la medición sea independiente de ε , es la dimensión de Hausdorff-Besicovitch.

Si V representa la medida de un objeto y L representa su tamaño lineal. Podríamos decir que $V \approx L^D$, donde D es una dimensión efectiva que podría ser fraccionaria o entera.

Consideremos un cubo con volumen unitario u^3 , cada una de sus caras tiene un área de u^2 , y cada una de sus aristas una longitud de u . Ahora bien, si a este cubo se le cambia la escala por un factor de 3, las medidas del cubo para el volumen serán de $27u^3$, donde cada una de sus caras tendrá un área de $9u^2$, y cualquiera de sus aristas tendrá una longitud de $3u$.

En otras palabras:

Una línea unitaria u al ser escalada a $3X$ ($r = 1/3$) tendrá un tamaño igual a 3 veces el original ($N = 3$).

Un área unitaria u^2 al ser escalada a $3X$ ($r = 1/3$) tendrá un tamaño igual a 9 veces el original ($N = 9$).

Un volumen unitario u^3 al ser escalado $3X$ ($r = 1/3$) tendrá un tamaño igual a 27 veces el original ($N = 27$).

Para cualquier objeto de dimensión D y longitud unitaria u , al efectuar un escalamiento de orden $1/r$ y contar el nuevo número de partes N de longitud unitaria, se tendrá que [6]:

$$N(r^D) = 1$$

de donde:

$$D = \log(N)/\log(1/r)$$

Ec. 2.3

Debido a que no existen restricciones, D resulta ser muy general. Se puede observar, que el valor del tamaño real del objeto (V) puede ser presentado como la medida obtenida para una cierta escala o magnificación.

El concepto de una dimensión generalizada se remonta al matemático alemán Felix Hausdorff (1868-1942). Considerando el tamaño total de un objeto como L , y luego llenándolo o cubriéndolo con N diminutos cubos (o esferas) de tamaño r , la dimensión de Hausdorff [6] queda denotada por:

$$D_{H-B} = \log N(r) / \log(1/r) \quad \text{Ec. 2.4}$$

2.4.3 Dimensión de conteo de celdas.

La dimensión de conteo de celdas (*box counting dimension*, o dimensión de Minkowski) es conceptualmente la dimensión más simple utilizada en trabajos experimentales. Para encontrar el valor de la dimensión fractal de un objeto, éste se recubre con $N(\varepsilon)$ fragmentos de tamaño ε . Al utilizar diferentes valores de ε , $N(\varepsilon)$ varía proporcionalmente a ε^{-D} :

$$N(\varepsilon) \propto \varepsilon^{-D} \quad \text{Ec. 2.5} \quad [7]$$

quedando la dimensión de conteo de celdas definida por:

$$D = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{\log N(\varepsilon)}{\log (1/\varepsilon)} \quad \text{Ec. 2.6} \quad [7]$$

Conforme se evalúan valores menores de ε , resultarán valores mayores de $N(\varepsilon)$.

2.5 Autosimilitud.

Un objeto posee autosimilitud cuando, una vez que se amplifica una porción del mismo, la porción es idéntica al objeto total. El proceso de amplificación puede continuar, guardando siempre para porciones cada vez menores la autosimilitud a la imagen total.

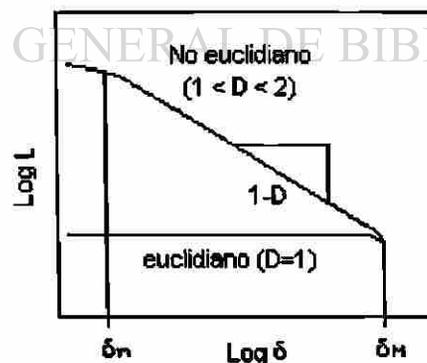
2.5.1 Autosimilitud estadística.

Mandelbrot en su ensayo de 1967 [8] indica que la mayoría de los fractales naturales poseen autosimilitud estadística. La autosimilitud estadística se presenta en curvas altamente intrincadas tales que una porción puede ser considerada, en términos estadísticos, una reducción de la imagen total. En el presente estudio los materiales caracterizados presentan este tipo de autosimilitud, también llamada autoafinidad.

2.5.2 Efecto Richardson.

El perímetro medido de un objeto, L , depende de la unidad de medición utilizada δ , donde para un δ cada vez menor se obtendrá una medición mayor del perímetro. Para fractales naturales, esto será válido dentro de cierto rango [9], hasta que δ sea tan pequeño que se considera el ancho de línea mismo. Richardson [8] mostró empíricamente que:

$$L(\delta) \propto \delta^{1-D} \quad \text{Ec. 2.7}$$



Donde: $L(\delta)$ es la medida, δ es la unidad de medición.

Fig. 2.7. Dependencia del perímetro medido P sobre el tamaño de la unidad de medición δ , para objetos euclidianos y no euclidianos.

2.6 RELACIÓN ÁREA - PERÍMETRO.

Para círculos, cuadrados, triángulos, y otros polígonos euclidianos, la relación ente el perímetro y la raíz cuadrada de su área [10],

$$\rho = P / A^{1/2} \quad \text{Ec. 2.8}$$

es independiente del tamaño del polígono. La relación ρ es la misma para todas las curvas cerradas con la misma forma.

Para "islas" con perímetro fractal $L(\delta)$, la relación área-perímetro depende de la unidad de medición δ utilizada durante la medición, donde $L(\delta) \rightarrow \infty$, cuando $\delta \rightarrow 0$. Por otra parte, el área $A(\delta)$ de la isla, al ser medida cubriendo la superficie con cuadrados de área δ^2 , permanece constante. Mandelbrot [1] muestra que para curvas fractales la relación divergente ρ debe ser reemplazada por la relación dada por

$$\rho_D = (P)^{1/D} / (A)^{1/2} = [L(\delta)]^{1/D} / [A(\delta)]^{1/2} \quad \text{Ec. 2.9}$$

donde ρ_D es una constante para todas las "islas" de forma similar. D es la dimensión fractal de la periferia de las islas. La relación ρ_D es independiente del tamaño de la isla, así como de la unidad de medición δ utilizada.

2.7 USO DEL ANÁLISIS FRACTAL PARA LA DESCRIPCIÓN DE MICROESTRUCTURAS METÁLICAS.

El procedimiento básico consiste en digitalizar una imagen, para posteriormente contar la cantidad de píxeles que definen el área (A), y el número de píxeles que definen el perímetro (P).

$$A = x\delta^2 \qquad P = y\delta \qquad [11]$$

El campo de observación depende de la magnificación, es decir un mayor aumento de la imagen equivale a un decremento de la unidad de medición (δ). Conforme δ se aproxime al ancho de la línea del contorno, el parámetro euclidiano P tenderá a su medida real.

Considerando δ como el instrumento de medición y a la vez la unidad de medida. Al tomar la medida del perímetro de la imagen mediante la sobreposición punto por punto de δ , alrededor del perímetro, se obtiene el perímetro medido, que se incrementará de acuerdo a una observación más detallada de la periferia (δ menor) [7,11].

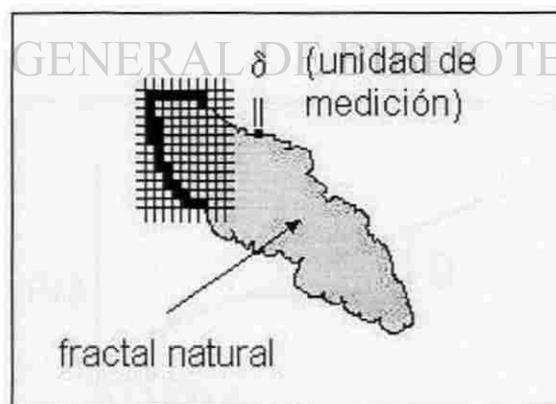


Fig. 2.8. Esquema del procedimiento de análisis de imágenes.

Definiendo el factor de forma como:

$$\rho = P_R / A^{1/2} \quad \text{para objetos euclidianos.}$$

$$\rho = P_R^{1/D} / A^{1/2} \quad \text{para objetos fractales.}$$

ahora bien, si

$$P = P_R \delta^{1-D}$$

$$P_R = P / \delta^{1-D}$$

entonces:

$$(P \delta^{1-D})^{1/D} = \rho (A^{1/2})$$

$$(1/\delta) (P \delta^{1-D})^{1/D} = \rho (A^{1/2}/\delta)$$

$$(1/\delta^D)^{1/D} (P \delta^{1-D})^{1/D} = \rho (A^{1/2}/\delta)$$

$$(P/\delta)^{1/D} = \rho (A^{1/2}/\delta)$$

$$(1/D) \log(P/\delta) = \log(A^{1/2}/\delta) + \log \rho$$

$$\log(P/\delta) = D \log(A^{1/2}/\delta) + D \log \rho$$

Ec. 2.10

Donde $D \log(\rho)$ es una constante, y por tanto, de la gráfica logarítmica de los datos $A^{1/2}/\delta$ versus P/δ se tiene por pendiente a la dimensión fractal D [6].

DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

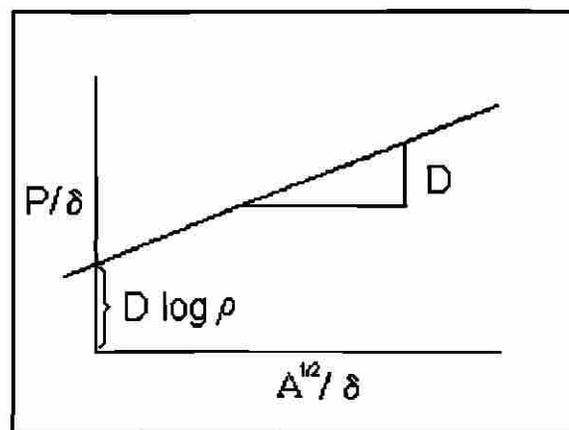


Fig. 2.9. Gráfica típica $A^{1/2}/\delta$ versus P/δ .

CAPÍTULO 3

EL ALUMINIO Y SUS FORMAS

3.1 ALEACIONES DE ALUMINIO.

3.1.1 INTRODUCCIÓN.

Las aleaciones de aluminio se han desarrollado para mejorar sus propiedades mecánicas, de resistencia a la corrosión, baja temperatura de fusión, fluidez, buena conductividad térmica y eléctrica. Así como reducir los costos en su producción.

El uso del aluminio ha tenido gran aceptación, y ha desplazado a otros materiales como madera, hierro y aceros, en todas las industrias.

En el presente capítulo se exponen algunas generalidades de las aleaciones Al-Si obtenidas por fundición en cuanto a su morfología, y el método de análisis fractal utilizado.

3.1.2 ALEACIONES ALUMINIO-SILICIO.

El aluminio [15] y el silicio forman un sistema eutéctico simple con algunas solubilidades de los sólidos en ambos extremos. El eutéctico de aluminio y silicio contiene 12.6% de Si y solidifica a 577°C. El componente rico en aluminio, en condiciones de equilibrio tiene 1.65% de Si a esta temperatura, y

el constituyente rico en silicio contiene 0.5% de aluminio. La solubilidad del silicio sólido en aluminio baja al 1.3% a 550°C, 0.8% a 500°C, 0.29% a 400°C y 0.05-0.008% a 250°C (fig. 3.1). Pueden existir dos formas de silicio en aleaciones: la resultante de la precipitación sólida y la producida por la solidificación directa de la fusión eutéctica. Ambas son cristalográficamente equivalentes aunque difieren en la forma y distribución. No hay compuestos intermetálicos entre el aluminio y el silicio.

Las aleaciones basadas en el sistema Al-Si son de particular importancia en la industria de la fundición debido a su elevada fluidez. El silicio reduce la fragilidad en el intervalo de temperatura de trabajo en caliente en la solidificación y también reduce el coeficiente de dilatación térmica, en tanto que el cobre y el níquel mejoran las propiedades a temperaturas elevadas.

Las principales aplicaciones de las aleaciones de Al-Si en formas forjadas son como barras de soldar y revestimientos de baja temperatura de fusión para soldadura fuerte de hoja de calidad, algunas aleaciones de bajo coeficiente de expansión térmica responden al tratamiento de precipitaciones a temperaturas elevadas y se utilizan forjadas en los cuerpos de los cilindros de motores de combustión interna convencionales, motores radiales de aviación y otros [15].

En la industria automotriz, el aluminio ha sido ampliamente utilizado, empleándose en la fabricación de partes como: monobloques, cabezas y pistones en los motores de combustión interna, corazas de transmisión, componentes y accesorios. En esta industria, las aleaciones aluminio-silicio son las aleaciones de aluminio que mejor han logrado satisfacer sus requerimientos.

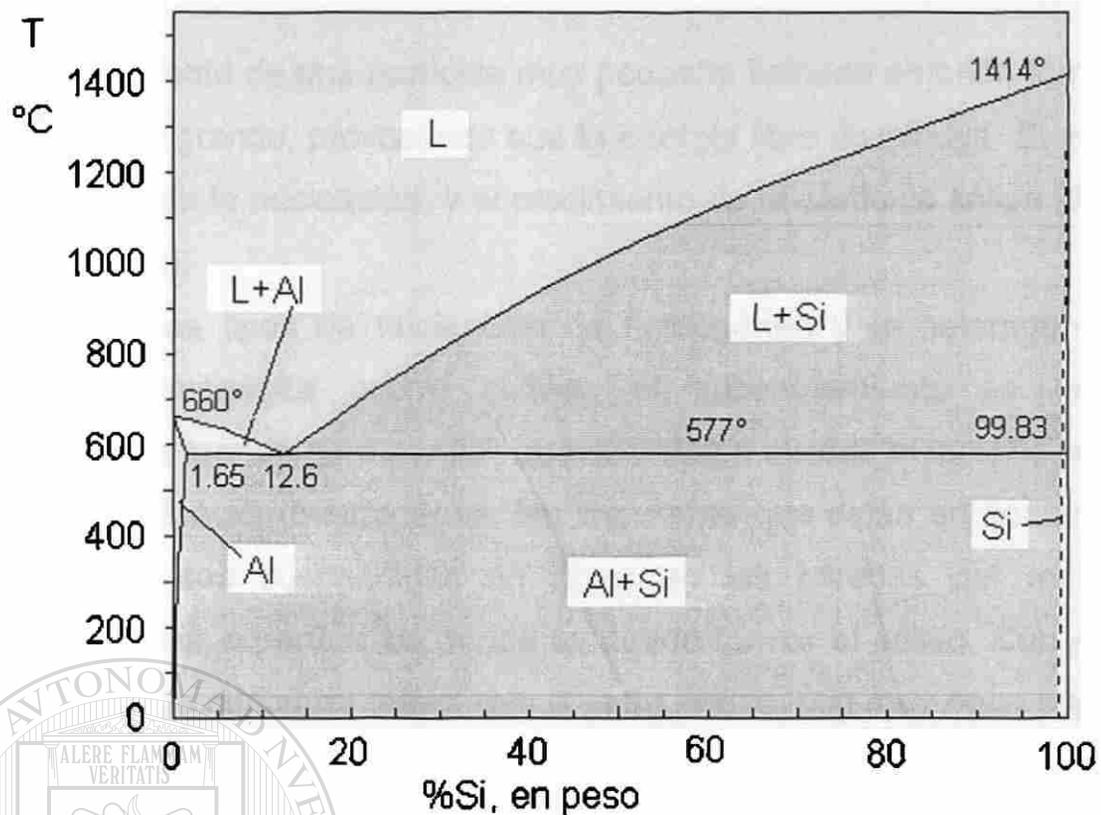


Fig. 3.1. Diagrama de equilibrio Al-Si

3.2 ESTRUCTURAS DENDRÍTICAS.

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN

3.2.1 Solidificación y crecimiento.

La solidificación requiere de dos etapas: nucleación y crecimiento. La nucleación ocurre cuando una pequeña partícula sólida se forma dentro del líquido.

Se espera que un material solidifique cuando el líquido se enfríe por debajo de la temperatura de solidificación del mismo. Cuando esto ocurre, la energía asociada con la estructura cristalina del sólido es progresivamente menor que la energía del líquido, haciendo cada vez más estable al sólido conforme la temperatura desciende.

El crecimiento de una partícula muy pequeña llamada embrión forma una partícula sólida grande, provocando que la energía libre disminuya. Si el sólido es estable, se da la nucleación, y el crecimiento de la partícula sólida (llamada núcleo) da inicio.

Existen dos tipos de nucleación, la homogénea y la heterogénea. La nucleación homogénea ocurre cuando el subenfriamiento se hace lo suficientemente grande para permitir que el embrión exceda el tamaño crítico.

En la nucleación heterogénea, las impurezas que están en contacto con el líquido, ya sea suspendidas en él, o en las paredes del recipiente, proporcionan una superficie en donde se puede formar el sólido. Con esto se tiene un radio de curvatura mayor que el radio crítico, con muy poca superficie total entre el sólido y el líquido. Sólo unos cuantos átomos necesitan reunirse para producir una partícula sólida con el radio requerido. A medida que el subenfriamiento aumenta, el tamaño crítico del núcleo disminuye, como se puede observar en la fig. 3.2.

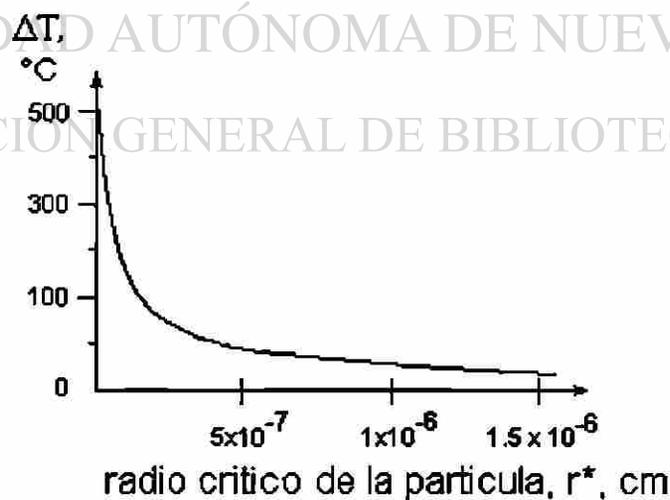


Fig. 3.2. Radio crítico de un núcleo de Cu, en función del subenfriamiento.

Algunas veces se introducen intencionalmente impurezas en el líquido. Tales prácticas en los metales son llamadas refinamiento de grano, o inoculación.

Cuando un líquido inoculado se enfría lentamente bajo condiciones de equilibrio, la temperatura del metal líquido es mayor que la temperatura de solidificación. El calor latente de fusión puede eliminarse solamente por conducción desde la interfase sólido-líquido hacia los alrededores sólidos. Cualquier protuberancia que empiece a crecer en la interfase es rodeada por metal líquido que está a una temperatura superior a la de solidificación. El crecimiento en la protuberancia se detiene entonces hasta que el resto de la interfase la alcanza. Este mecanismo es conocido como crecimiento planar. Sin embargo, cuando la nucleación no es significativa, el líquido puede subenfriarse a una temperatura inferior a la de solidificación. Bajo estas circunstancias, una pequeña protuberancia sólida llamada dendrita se forma en la interfase y empieza a crecer. Conforme crece la dendrita sólida, el calor latente de fusión es conducido hacia el líquido subenfriado, elevando la temperatura del líquido hacia la temperatura de solidificación. También se pueden formar brazos secundarios y terciarios en los troncos primarios de la dendrita para acelerar la evolución del calor latente. El crecimiento continúa hasta que el líquido subenfriado alcanza la temperatura de solidificación. Cualquier remanente solidifica entonces por crecimiento planar.

3.2.2 Solidificación de aleaciones eutécticas.

En la solidificación de aleaciones eutécticas se forman dos fases sólidas simultáneamente a partir del líquido, $L \rightarrow \alpha + \beta$, donde L es fase líquida, y tanto α como β son fases sólidas. El punto eutéctico del Al-Si se alcanza con 12.6% de Si y a la de temperatura de 577°C. Si una aleación de la zona hipoeutéctica es enfriada, la cristalización dará inicio con la formación y crecimiento de dendritas fase α (aluminio primario). Conforme las dendritas

crecen, aumenta el porcentaje de Si en el líquido. El proceso continúa hasta que el líquido está tan saturado de silicio, que se da paso a la nucleación de la fase β . La fase α y β (Al y Si principalmente) crecen entonces simultáneamente a partir del líquido. Donde la mayoría de los átomos de aluminio cristalizan en fase α , y la mayoría de los átomos de silicio en fase β .

3.2.3 Morfología del eutéctico.

El eutéctico puede presentarse básicamente en 3 formas: Regular, irregular, y regular-complejo.

Eutéctico Regular.

Existen dos tipos : laminar y fibrosa. La microestructura laminar está constituida por placas paralelas de dos fases alternadas (fig. 3.3a); la microestructura fibrosa está formada por barras de una fase dentro de una matriz constituida por la otra fase (fig. 3.3b).

Eutéctico Irregular.

La microestructura irregular es un arreglo donde dos fases se presentan con orientaciones aleatorias (fig. 3.3c).

Eutéctico Regular complejo.

Se observan dos tipos de regiones, regiones con un tipo regular repetitivo, y regiones con orientación aleatoria (fig. 3.3d).

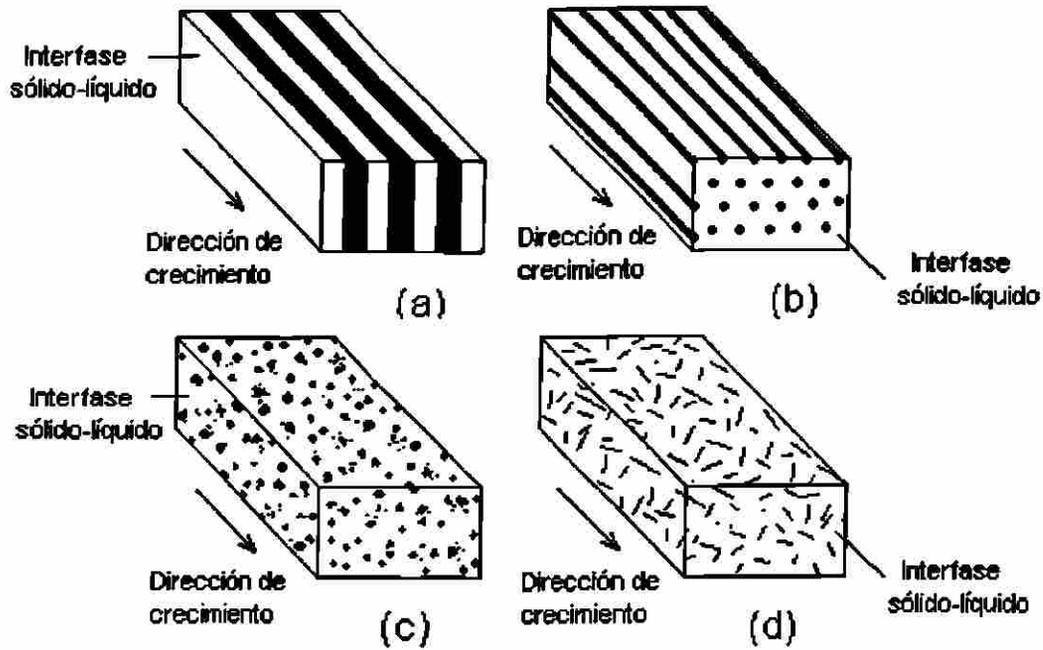


Fig. 3.3. Morfología que presentan las fases sólidas en un eutéctico.

3.2.4 Tamaño de grano.

Un tamaño de grano fino mejora en forma significativa las propiedades mecánicas, tales como: la resistencia a la tensión, la resistencia a la fatiga y la tenacidad. La reducción en el tamaño de grano mejora la distribución de las fases, reduce el tamaño de los poros y la fracción volumétrica de los mismos.

CAPÍTULO 4

EXPERIMENTACIÓN

4.1 INTRODUCCIÓN.

Como punto de partida para el presente trabajo se plantean las siguientes hipótesis:

Las dendritas son objetos fractales naturales. Por su morfología y mecanismo de crecimiento deben ser fractales anisotrópicos (autoafines).

El análisis fractal debe reflejar dicha anisotropía.

Existen relaciones entre el espaciamiento interdendrítico, la dureza y la dimensión fractal en materiales con microestructura dendrítica.

Para poner a prueba las anteriores hipótesis, el material a utilizar en la experimentación debería cumplir con los siguientes requisitos:

Poseer una microestructura dendrítica.

Poseer un contraste marcado entre sus fases.

Las fronteras de las dendritas no deberán sufrir daños por ataque químico.

El material seleccionado fue la aleación de aluminio A319, debido a que este material cumplía los requisitos, además de tener aplicación práctica en la industria.

La metodología experimental consistió en la preparación de las muestras de aluminio silicio A319 (ver 4.2.2). Una vez preparadas las muestras se llevaron al microscopio óptico para posteriormente obtener y digitalizar imágenes de acuerdo al criterio de selección de campos de observación. Las imágenes digitalizadas son procesadas en el analizador de imágenes para medir las áreas y perímetros de las dendritas contenidas. Los datos del análisis de imágenes son utilizados en el análisis fractal para la obtención de la dimensión fractal.

Sobre las imágenes digitalizadas se realizan mediciones de los espaciamientos interdendríticos para su posterior análisis.

En forma complementaria se realizan mediciones de microdureza Vickers a lo largo del eje principal de las dendritas y del eutéctico.

El análisis fractal realizado en el presente estudio consiste en la obtención de la dimensión fractal haciendo uso de la relación área-perímetro de Mandelbrot [10] sobre las dendritas, en forma similar al célebre "slit island analysis" de Mandelbrot y Passoja [13].

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN



DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

4.2 MATERIAL.

4.2.1 Composición química.

La tabla 4.1 muestra la composición química de las muestras utilizadas en comparación con la composición nominal del A319. Donde se puede observar que las muestras utilizadas son más ricas en silicio que un A319, sin embargo se conservan las mismas características de un A319.

Tabla 4.1. Composición química de las muestras utilizadas comparada con la composición nominal del aluminio A319.

	A319 (nominal)	Muestra
Elemento	% en peso	% en peso
Si	5.50 - 6.50	8.030
Cu	3.00 - 4.00	3.360
Fe	0.00 - 1.00	0.678
Mn	0.00 - 0.50	0.481
Mg	0.00 - 3.00	0.357
Zn	0.00 - 0.25	0.528
Ti	0.00 - 0.35	0.076
Otros	0.00 - 0.50	0.157
Al	Balance	Balance

4.2.2 Obtención de muestras.

Las muestras utilizadas para la experimentación fueron extraídas de piezas de aluminio vaciado A319, con la composición química mostrada en la tabla 4.1. Las muestras fueron cortadas, montadas y pulidas hasta un acabado espejo. Se realizaron pruebas con diferentes ataques químicos, donde el mejor resultado se obtuvo al no realizar ataque alguno, ya que las fronteras entre las dendritas y el eutéctico presentaban daños con el ataque, además de que al no realizarse ataque químico resultaba buen contraste para el análisis de imágenes.

4.3 MICROSCOPIA ÓPTICA Y DIGITALIZACIÓN DE IMÁGENES.

Las observaciones realizadas sobre la microestructura se efectuaron con un microscopio óptico metalográfico marca Nikon Epiphot-TME con platina invertida motorizada, equipado con cuatro objetivos para observaciones a 50,

100, 200, y 400X. El microscopio se encuentra conectado a un equipo de análisis de imágenes marca Leica modelo Quantimet Q520+.

La imagen obtenida en el microscopio es captada por una cámara de vídeo tipo CCD (Charged coupled device) y es transferida al analizador de imágenes, la imagen es digitalizada (512x480 pixeles) a 256 niveles de gris. El equipo permite realizar mediciones que, de acuerdo a especificaciones del mismo[14], son reproducibles a ± 1 pixel (picture element). El equipo fue calibrado para las magnificaciones de 50x, 100x, 200x y 400x, resultando los factores de calibración de: 1.904, 0.952, 0.479 y 0.239 $\mu\text{m}/\text{pixel}$ respectivamente. Las imágenes son grabadas y a partir de ellas se realizan las mediciones.

Puesto que el error de la imagen reproducida es del orden de ± 1 pixel [14], el error de la medición efectuada durante el análisis de imágenes depende del tamaño del objeto en la imagen y de su magnificación.

$$\text{Error} = \text{factor de calibración} / \text{longitud}$$

Considerando que los perímetros medidos en este trabajo fueron mayores a los $940\mu\text{m}$, donde los errores respectivos a las magnificaciones de 50x, 100x, 200x y 400x para esta medida son del orden de 0.20%, 0.10%, 0.05%, 0.03%. considerándose éstos muy pequeños.

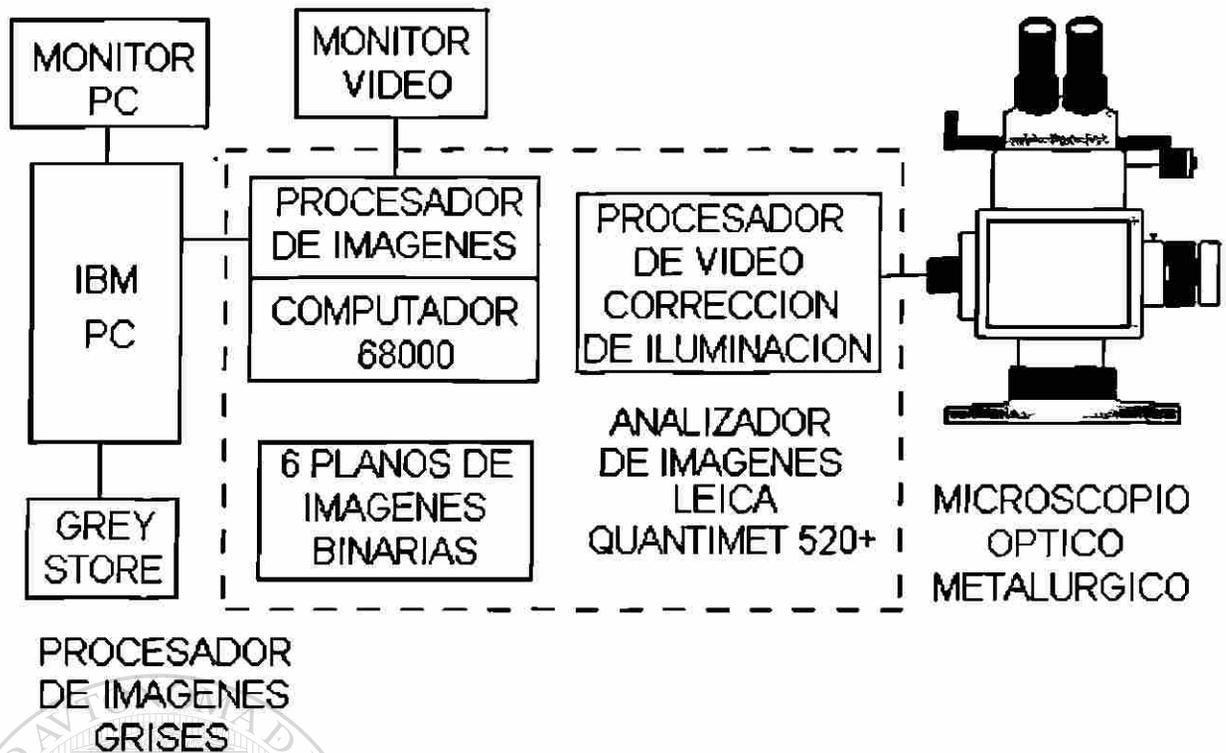


Fig. 4.1. Disposición del equipo de análisis de imágenes.

4.4 ANÁLISIS DE IMÁGENES.

4.4.1 Selección de campos de observación empleados.

Cuando se observa por medio de un microscopio un objeto a mayor magnificación se tendrá un menor campo de observación. En el presente estudio se hace uso de 4 diferentes magnificaciones (50x, 100x, 200x y 400x), Lo cual sugiere 3 métodos para la obtención de imágenes.

Una dendrita se asemeja a un árbol, de forma tal que el corte longitudinal mostrará el tronco y sus ramas, mientras que el corte transversal mostrará "islas" [12]. Debido a estas diferencias, las propiedades macroscópicas del material muestran anisotropía. Por lo tanto, se requiere de análisis fractal tanto para el corte transversal como longitudinal.

4.4.1.1 Método de imagen global.

El mayor campo de observación es el de 50x. Para observar la totalidad de la imagen a 50x se requiere de 4 imágenes a 100x, 16 imágenes a 200x y 64 imágenes a 400x. (Véase fig. 4.2).

Para las observaciones globales, se digitaliza la imagen de un conjunto de dendritas a diferentes magnificaciones, se obtuvo 1 imagen a 50x, 4 imágenes a 100x, 16 imágenes a 200x y 64 imágenes a 400x. Donde el área del campo de observación es la misma para cada magnificación.

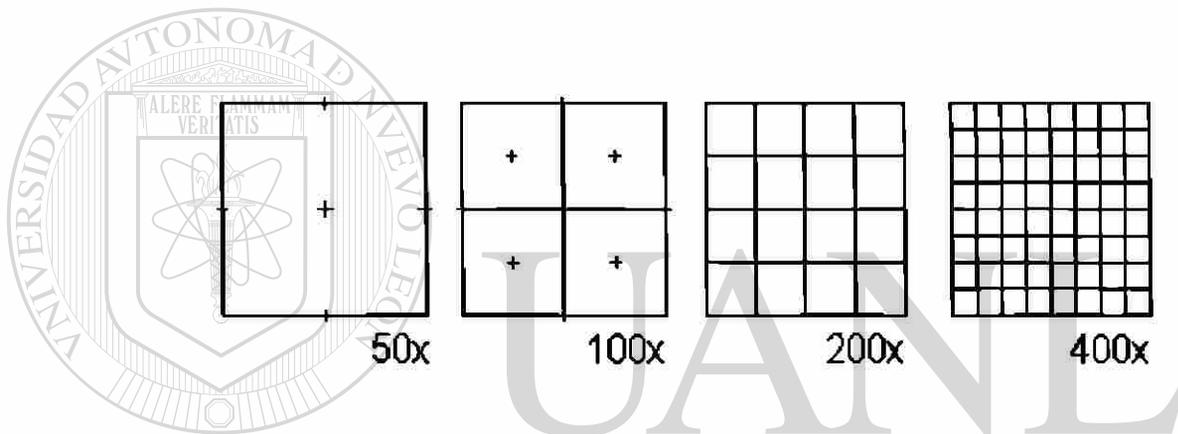


Fig. 4.2. Imágenes requeridas a 50x, 100x, 200x y 400x para cubrir la misma área de observación, por el método global.

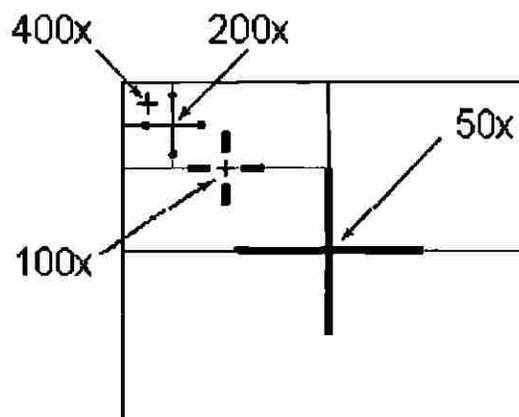


Fig. 4.3. Primer campo de observación a 50x, 100x, 200x y 400x.

4.4.1.2 Método de dendrita individual.

Para dendritas pequeñas el campo de observación a cualquier magnificación se cubrirá con una sola imagen. Por lo que no se requerirá hacer lo que para imágenes globales.

Sin embargo, para el caso de dendritas grandes puede requerirse de varias imágenes a magnificaciones superiores.

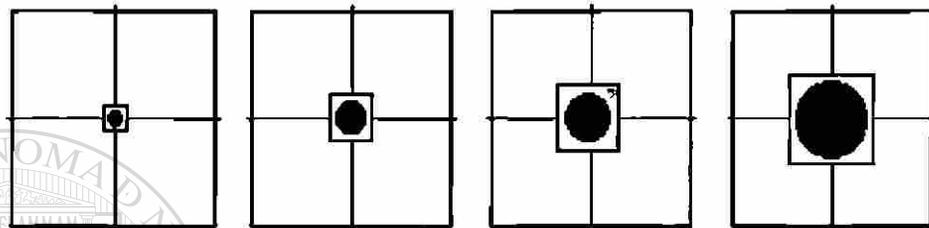


Fig. 4.4. Campo de observación a 50x, 100x, 200x y 400x por el método de dendrita individual.

4.4.2 Medición de áreas y perímetros.

Una vez digitalizadas las imágenes grises, sobre estas imágenes se realizaron mediciones sobre las dendritas. Los parámetros seleccionados para la medición fueron área (A) y perímetro (P) [14]. Los valores registrados son la sumatoria de todos los valores de área y perímetro observados en las diferentes imágenes.

4.5 MEDICION DEL ESPACIAMIENTO DENDRÍTICO.

Para complementar la caracterización del material se realizan mediciones de los espaciamentos interdendríticos, es decir, las distancias entre los ejes de los brazos de las dendritas. Posteriormente, se colectan los datos y se grafica

la distribución. Véase el apéndice F, de las mediciones de los espaciamientos interdendríticos.

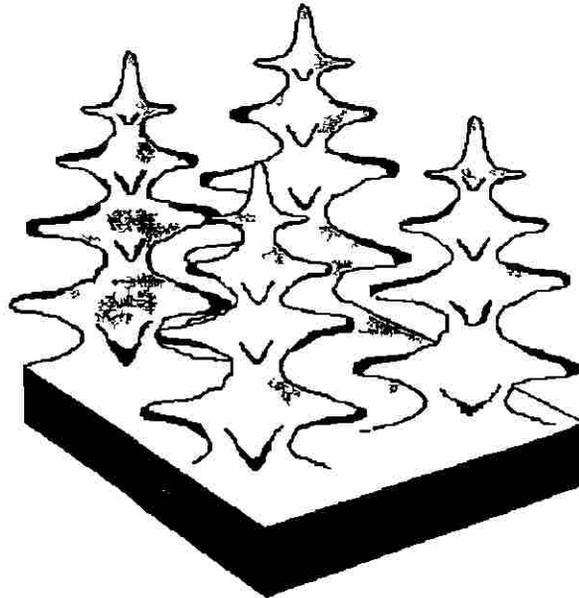


Fig. 4.5. Vista tridimensional, del crecimiento dendrítico.

4.6 MEDICIÓN DE LA MICRODUREZA VICKERS.

El ensayo de dureza se practica por medio de un microdurómetro Vickers, que cuenta con un indentador con punta de diamante, en forma de pirámide de base cuadrada. Se coloca un peso específico (50, 100, 200g) y se programa para un tiempo determinado (10s, 20s). Una vez realizado el ensayo, se mide la huella dejada por el indentador sobre la muestra. La huella tiene una forma cuadrada con las diagonales bien definidas. De acuerdo a relaciones entre la carga y tamaño de huella con la dureza, se obtiene la lectura de cada medición.

Se realizan mediciones en puntos sobre el eje principal de las dendritas del eutéctico.

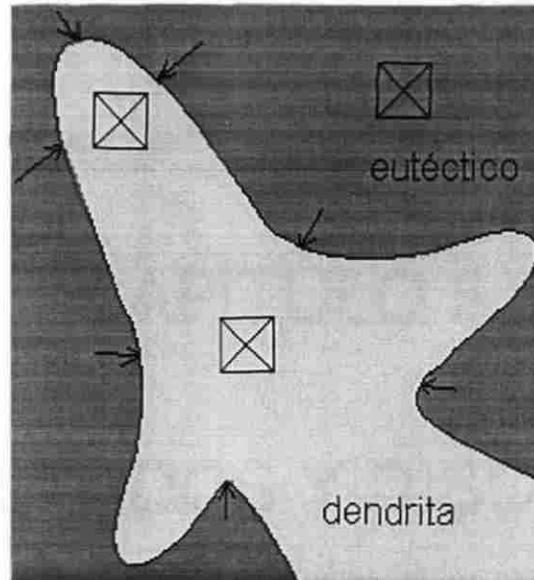


Fig. 4.6. Medición de la dureza sobre la dendrita.

4.7 FACTOR DE FORMA.

El factor de forma es un parámetro euclidiano, que se utiliza para poder comparar diferentes objetos. Para objetos euclidianos, el factor de forma se presenta como una constante a cualquier magnificación, lo cual no aplica para objetos fractales.

Para objetos fractales, la razón de cambio del factor de forma $\rho = P/A^{1/2}$ se puede utilizar para encontrar el valor de la dimensión fractal.

En el presente estudio se realizan gráficos $A^{1/2}$ versus P , normalizados respecto al factor de calibración δ (unidad de medición), para encontrar el valor de la dimensión fractal. También se realiza una regresión para conocer el valor del factor de forma a cualquier magnificación.

CAPÍTULO 5

RESULTADOS Y DISCUSIÓN

5.1 ANÁLISIS DE IMÁGENES Y DIMENSIÓN FRACTAL.

5.1.1 Corte longitudinal.

La fig. 5.1 muestra una imagen obtenida del corte longitudinal en donde se puede observar un conjunto de dendritas. En este conjunto se puede observar una orientación preferencial, empero no todo el conjunto posee la misma orientación.

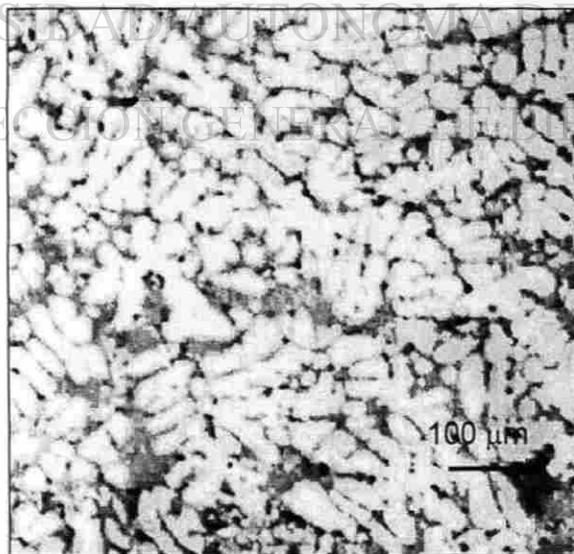


Fig. 5.1. Muestra "Longitudinal", a 50x

La tabla 5.1 comprende la sumatoria de áreas y perímetros del conjunto de dendritas. También reporta los valores $A^{1/2}/\delta$, P/δ , y ρ , parámetros de mayor interés.

Tabla 5.1. Valores obtenidos del análisis de la muestra "Longitudinal".

δ (μm)	A (μm^2)	P (μm)	$A^{1/2}/\delta$	P/δ	ρ
1.904	5.25×10^5	7.14×10^4	380	3.75×10^4	98.7
0.952	5.28×10^5	8.23×10^4	763	8.64×10^4	113.2
0.479	5.49×10^5	1.14×10^5	1550	2.38×10^5	153.5
0.239	5.82×10^5	1.81×10^5	3190	7.58×10^5	237.6

En la tabla 5.1 se puede observar un incremento en el perímetro a mayor nivel de magnificación (efecto Richardson). Lo cual también se puede apreciar en la gráfica de la fig. 5.2 al presentarse una recta con pendiente mayor a 1.

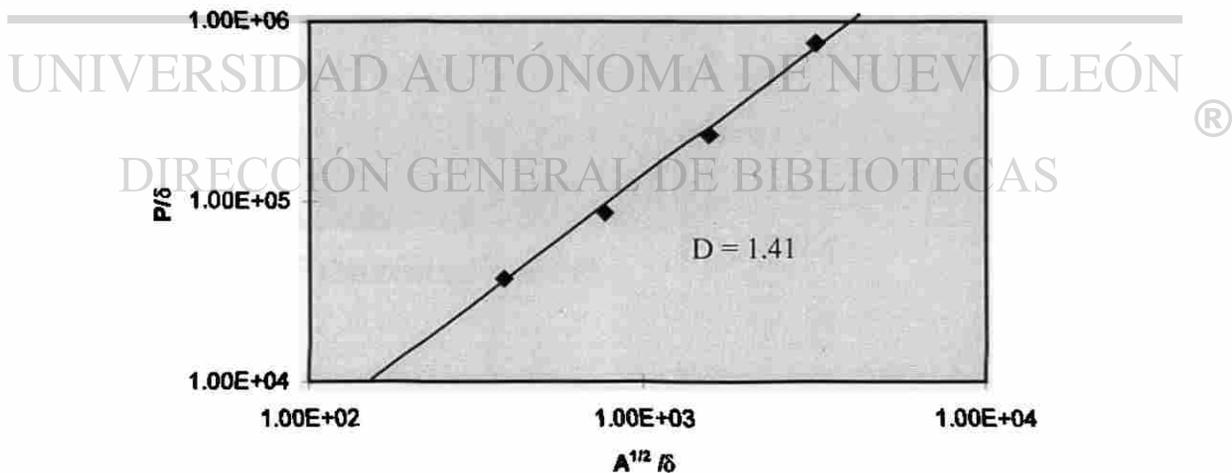


Fig. 5.2. Gráfico de la muestra "Longitudinal"

Como puede observarse en la fig. 5.2, los puntos obtenidos al graficar $A^{1/2}/\delta$ versus P/δ se ajustan a una línea recta de donde se confirma que el

objeto tiene un comportamiento fractal, cuya autosimilitud solo puede ser de tipo estadístico, ya que se trata de un objeto natural. La dimensión fractal del cúmulo de dendritas fue de 1.41.

5.1.2 Corte transversal.

La fig. 5.3 muestra una imagen obtenida del corte transversal en donde se puede observar un conjunto de dendritas. A diferencia de la imagen de la fig. 5.1, en la fig. 5.3 no se observa una orientación preferencial, se observa mayor complejidad con curvas más intrincadas, así mismo el espacio queda mejor cubierto por las dendritas.

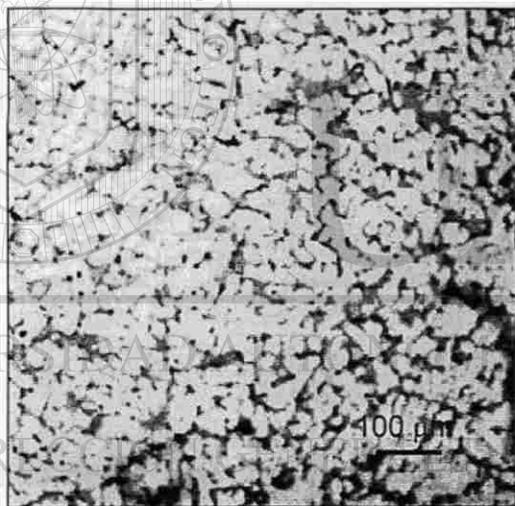


Fig. 5.3. Muestra "Transversal", a 50x.

En la tabla 5.2 se puede observar un incremento en el perímetro a mayor nivel de magnificación (efecto Richardson). Lo cual también se puede apreciar en la gráfica de la fig. 5.4 al presentarse una recta con pendiente mayor a 1.

Tabla 5.2. Valores obtenidos de la muestra "Transversal".

δ (μm)	A (μm^2)	P (μm)	$A^{1/2} / \delta$	P / δ	ρ
1.904	6.61×10^5	5.50×10^4	427	2.89×10^4	67.7
0.952	6.31×10^5	9.22×10^4	835	9.69×10^4	116.0
0.479	6.95×10^5	1.36×10^5	1740	2.83×10^5	162.6
0.239	7.49×10^5	2.01×10^5	3620	8.39×10^5	231.8

La gráfica de la fig. 5.4 muestra nuevamente puntos que se ajustan a una línea recta que confirma el comportamiento fractal y la autosimilitud estadística.

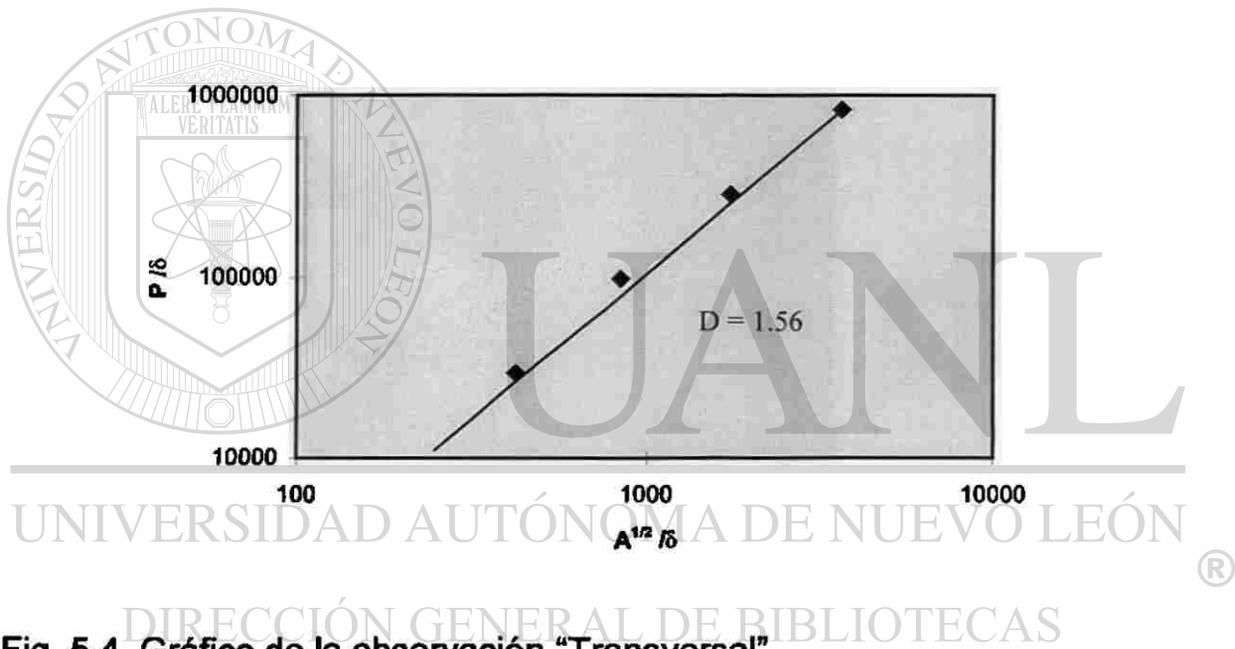


Fig. 5.4. Gráfico de la observación "Transversal".

La dimensión fractal obtenida para el conjunto de dendritas de la fig. 5.3 perteneciente al corte transversal tiene un valor de 1.56, superior al de la fig. 5.1 del corte longitudinal. Esto confirma el mayor grado de complejidad de la periferia de las dendritas para el corte transversal. Así mismo, se confirma que en este material se tiene anisotropía en cuanto a dimensión fractal. Probable indicador de anisotropía de propiedades.

La dimensión fractal de la dendrita de la fig. 5.5 perteneciente al corte longitudinal tiene un valor de 1.01, lo cual indica que la curva que describe su periferia tiene un comportamiento euclidiano. Esta dendrita fue seleccionada por poseer un tamaño pequeño con respecto al resto del conjunto al que pertenece.

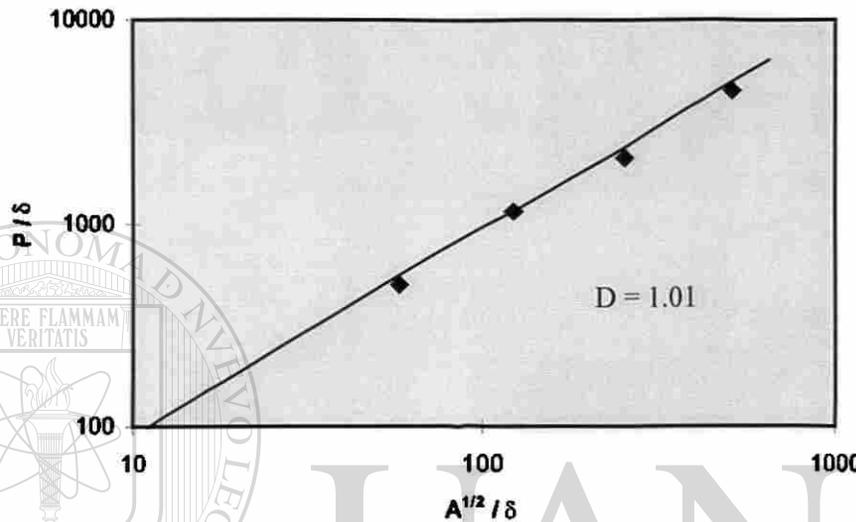


Fig. 5.6. Gráfico de la dendrita "A"

En la tabla 5.3 se puede observar que no hubo incremento significativo en el perímetro a mayor nivel de magnificación (no se presenta apreciablemente el efecto Richardson), las medidas obtenidas mostraron ligera variación, propia del error de la medición. La dimensión fractal obtenida para esta dendrita fue de un orden muy bajo, 1.01. Un valor tan bajo seguramente se debe a que la dendrita bajo análisis era de un tamaño considerablemente pequeño con respecto al resto de las dendritas del conjunto.

5.1.4 Dendrita B.

Las fig. 5.7 y 5.8 muestran imágenes de una dendrita individual del corte longitudinal. En esta imagen se puede observar que la línea que conforma el contorno es intrincada, la cual muestra nuevos detalles intrincados al ser magnificada (comparar fig. 5.7 y fig. 5.8).

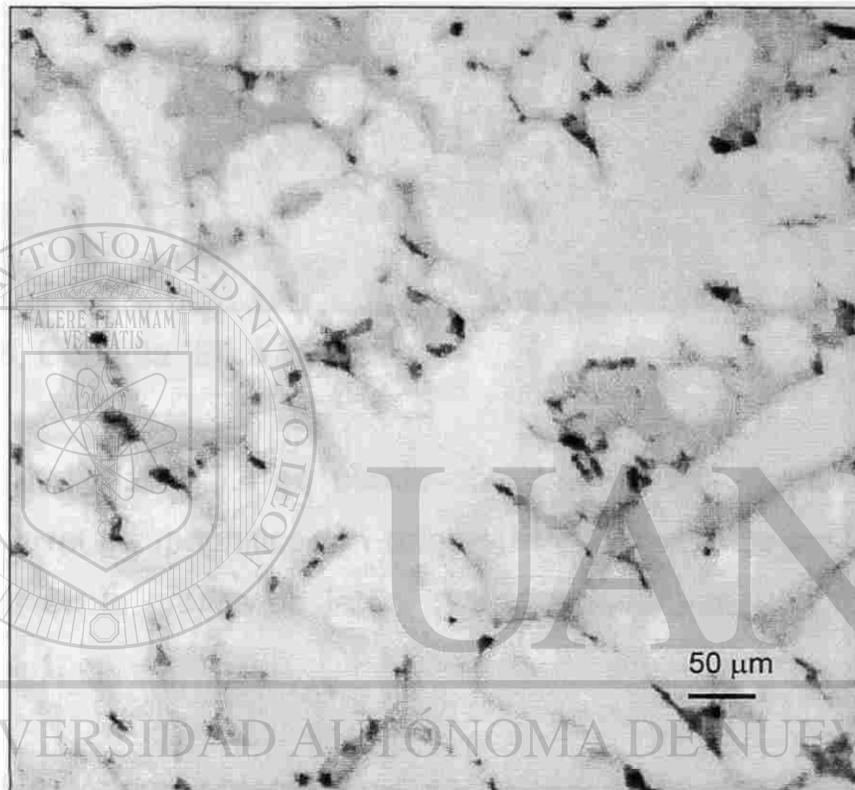


Fig. 5.7. Dendrita "B", a 100x

La dimensión fractal de la dendrita de la fig. 5.7 y 5.8 pertenece al corte longitudinal tiene un valor de 1.21, lo cual indica que la curva que describe su periferia tiene un comportamiento fractal. Esta dendrita fue seleccionada por mostrar un tamaño medio, y ser ramificada.

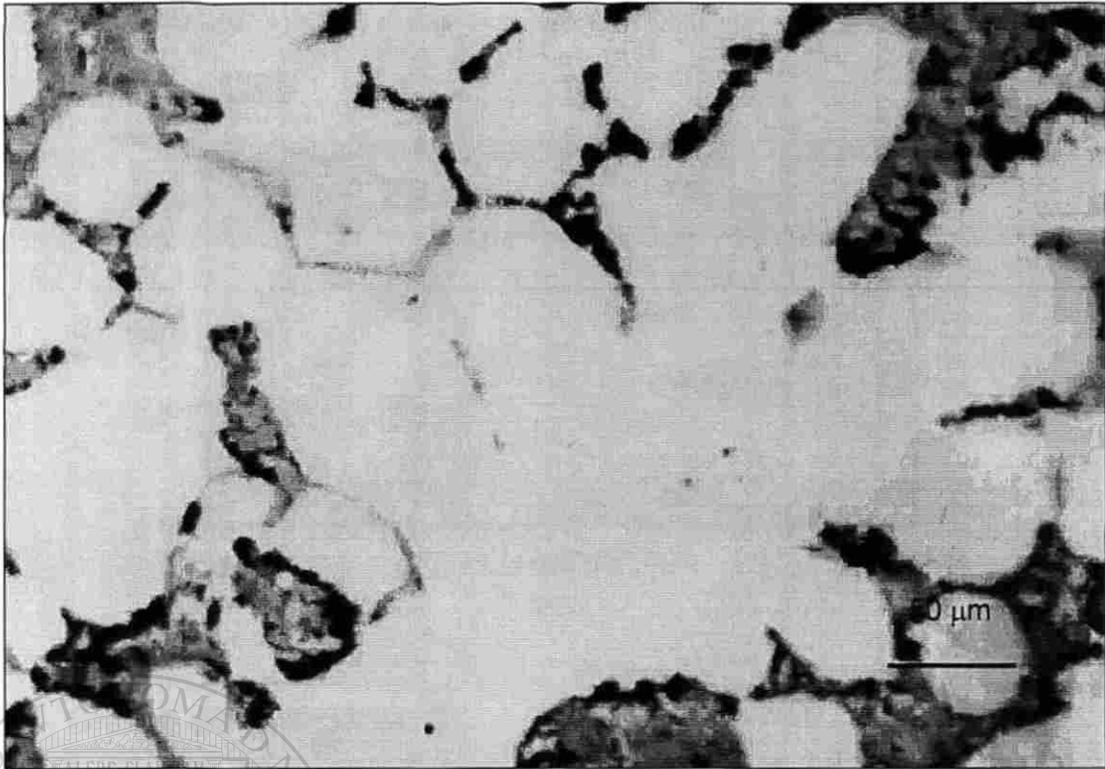


Fig. 5.8. Dendrita "B", a 200x.

En la tabla 5.4 se puede observar un incremento en el perímetro a mayor nivel de magnificación (efecto Richardson). Lo cual también se puede apreciar en la gráfica de la fig. 5.9 al presentarse una recta con pendiente mayor a 1.

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN
DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

Tabla 5.4. Valores obtenidos del análisis de la dendrita "B".

δ (μm)	A (μm^2)	P (μm)	$A^{1/2}/\delta$	P/δ	ρ
1.904	157000	13400	208	7050	33.9
0.952	157000	15800	416	16600	39.9
0.479	157000	18000	827	37600	45.5
0.239	157000	21000	1660	88000	53.0

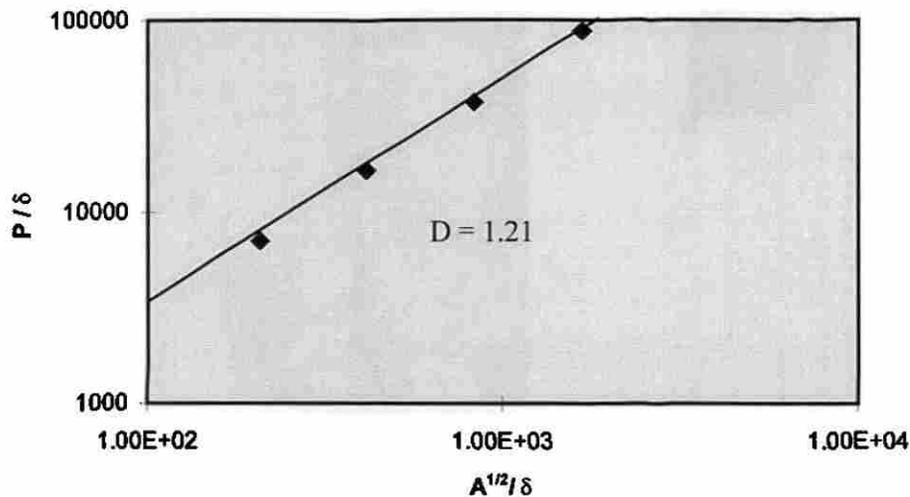


Fig. 5.9. Gráfico de la dendrita "B".

En la tabla 5.4 se puede observar un considerable incremento en el perímetro a mayor nivel de magnificación (efecto Richardson). La dimensión fractal obtenida para ésta dendrita fue de 1.21. Una dimensión de éste orden resulta ser un valor bajo comparado con la muestra longitudinal (de la que proviene).

Las fig. 5.10 y 5.11 muestran imágenes de una dendrita individual del corte longitudinal. En esta imagen se puede observar que la línea que conforma el contorno es intrincada, la cual muestra nuevos detalles intrincados al ser magnificada.

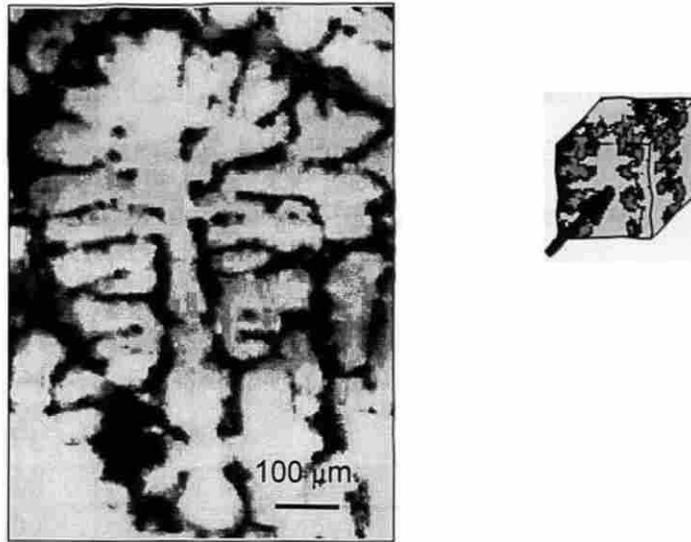


Fig. 5.10. Dendrita "C" a 50x.

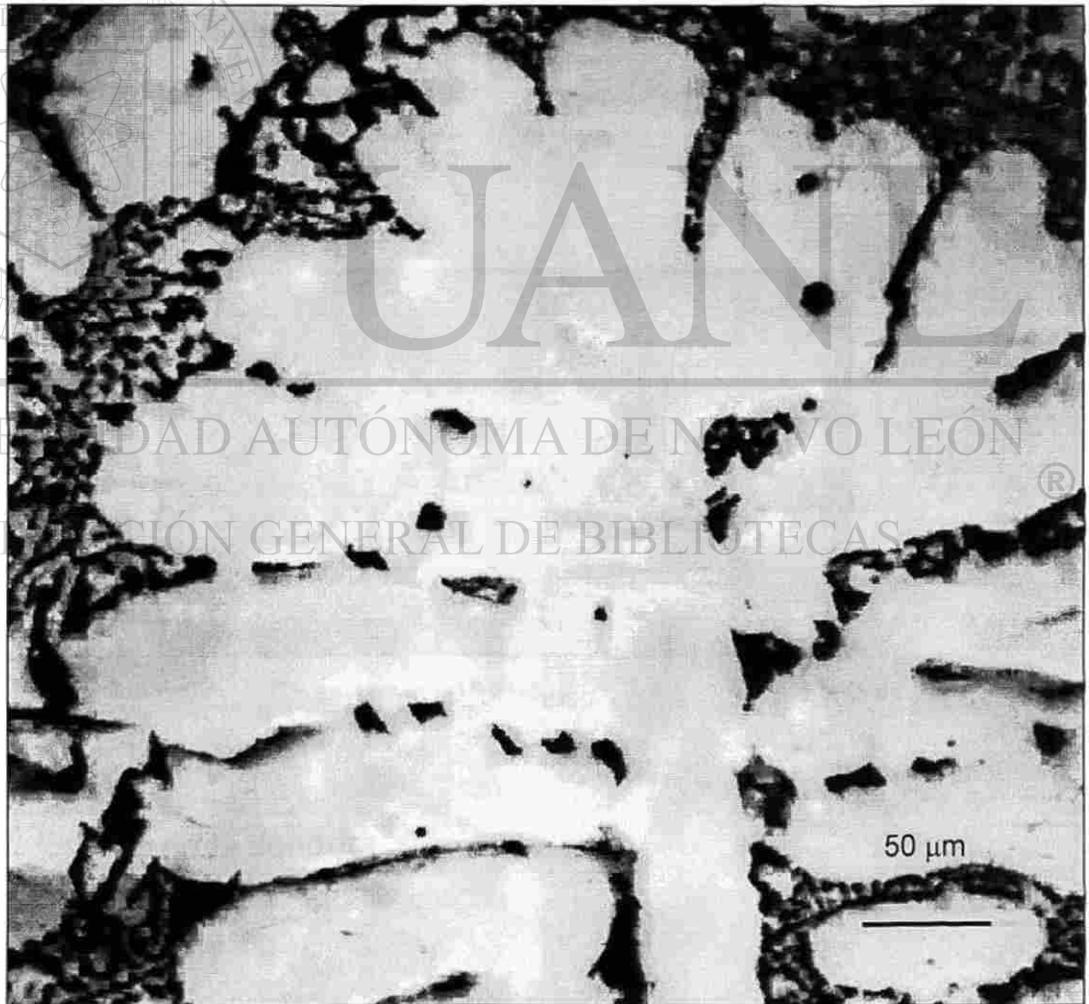


Fig. 5.11. Dendrita "C", a 200x.

En la tabla 5.5 se puede observar un incremento en el perímetro a mayor nivel de magnificación (efecto Richardson). La dimensión fractal obtenida para ésta dendrita fue de 1.47. Esta dimensión es ligeramente superior al de la muestra longitudinal (de la que proviene).

Tabla 5.5. Valores obtenidos del análisis de la dendrita "C".

δ (μm)	A (μm^2)	P (μm)	$A^{1/2} / \delta$	P / δ	ρ
1.904	54600	4880	1.23×10^2	2560	20.8
0.952	54600	5950	2.45×10^2	6250	25.5
0.479	54600	8520	4.88×10^2	17787	36.6
0.239	54600	12886	9.78×10^2	53916	55.1

La gráfica de la fig. 5.12 muestra que sus puntos se ajustan a una recta, verificando el comportamiento fractal.

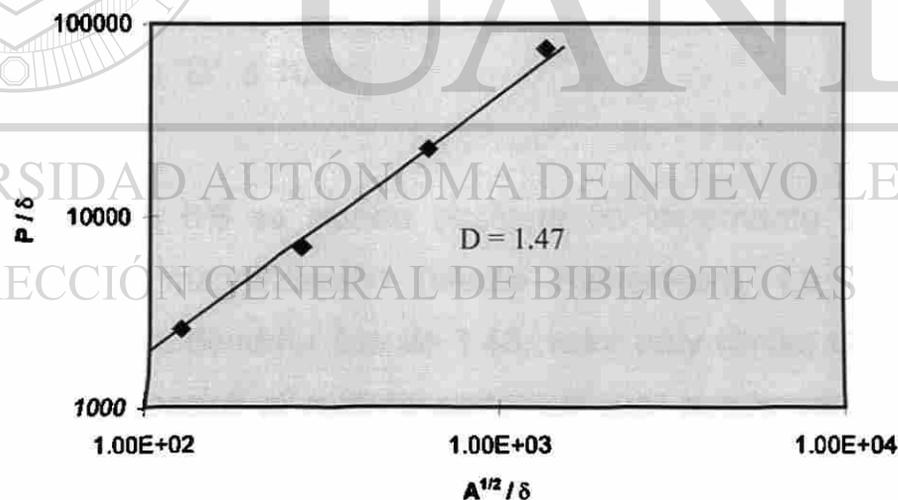


Fig. 5.12. Gráfico de la dendrita "C".

5.1.6 Dendrita D.

La fig. 5.13 muestra la imagen de una dendrita individual del corte longitudinal. En esta imagen se puede observar que la línea que conforma el contorno es intrincada, la cual muestra nuevos detalles intrincados al ser magnificada.

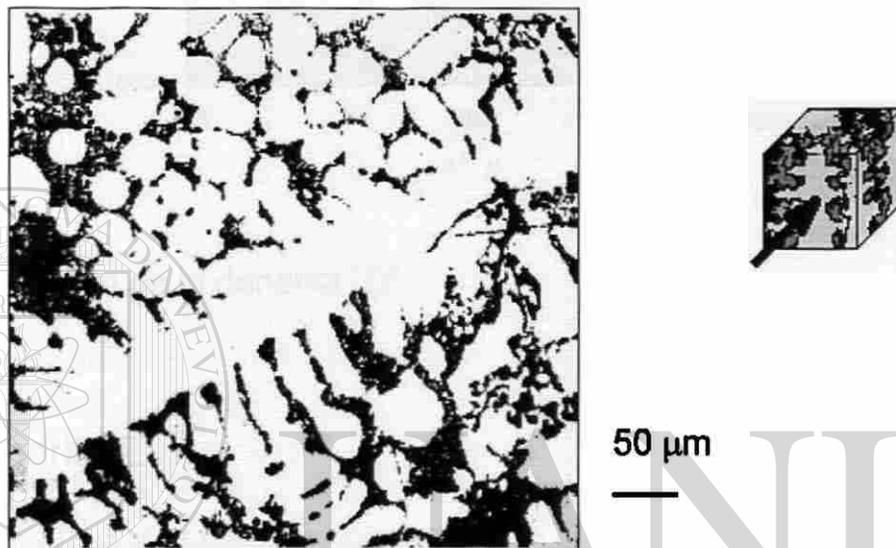


Fig. 5.13. Dendrita "D", a 100x

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN

En la tabla 5.6 se puede observar un incremento en el perímetro a mayor nivel de magnificación (efecto Richardson). La dimensión fractal obtenida para ésta dendrita fue de 1.48, valor muy similar al de la dendrita C que también pertenece al mismo corte. Lo cual puede ser indicador de que existe una misma dimensión fractal para las dendritas dentro de cierto intervalo de tamaño.

Tabla 5.6. Valores obtenidos del análisis de la dendrita "D".

δ (μm)	A (μm^2)	P (μm)	$A^{1/2} / \delta$	P / δ	ρ
0.952	166000	13700	428	14400	33.6
0.479	166000	15600	851	32600	38.3
0.239	166000	26600	1710	111000	64.9

La gráfica de la fig. 5.14 muestra que sus puntos se ajustan a una recta, verificando el comportamiento fractal.

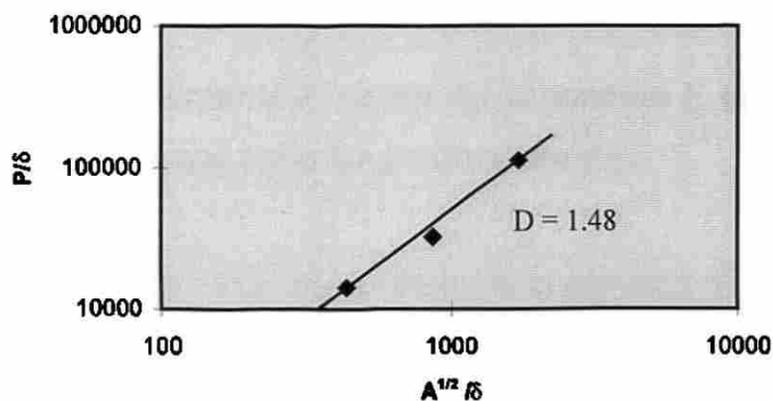


Fig. 5.14. Gráfico de la dendrita "D".

5.1.7 Dendrita E.

La fig. 5.15 muestra la imagen de una dendrita individual del corte longitudinal (lateral). En esta imagen se puede observar que la línea que conforma el contorno es intrincada, la cual muestra nuevos detalles intrincados al ser magnificada.

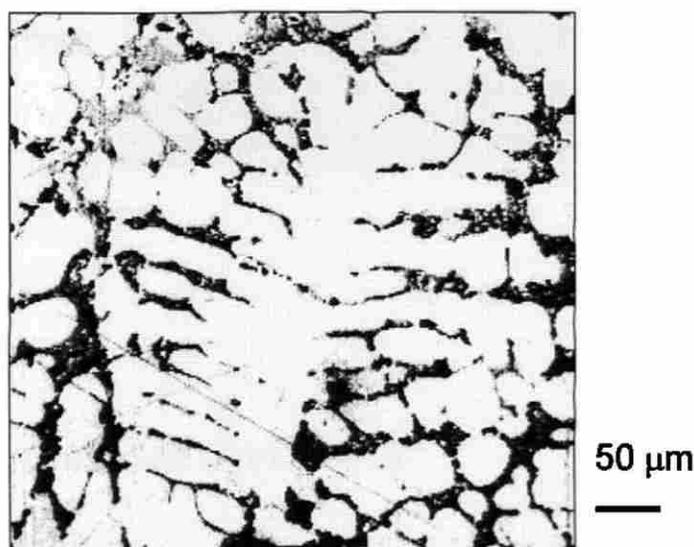


Fig. 5.15. Dendrita "E", a 100x.

En la tabla 5.7 se puede observar un incremento en el perímetro a mayor nivel de magnificación (efecto Richardson). La dimensión fractal fue de 1.45. Esta dimensión es ligeramente menor al de la muestra longitudinal (corte frontal)

El valor de la dimensión fractal de la dendrita E es muy similar al valor típico de las dendritas del corte longitudinal (frontal).

Tabla 5.7. Valores obtenidos del análisis de la dendrita "E".

δ (μm)	A (μm^2)	P (μm)	$A^{1/2} / \delta$	P / δ	ρ
1.904	1.90×10^5	13100	228.9	6870	30.0
0.952	1.90×10^5	19000	457.9	19900	43.4
0.479	1.90×10^5	22200	910.0	46300	50.9
0.239	1.90×10^5	35600	1823.8	149000	81.7

La gráfica de la fig. 5.16 muestra que sus puntos se ajustan a una recta, verificando el comportamiento fractal.

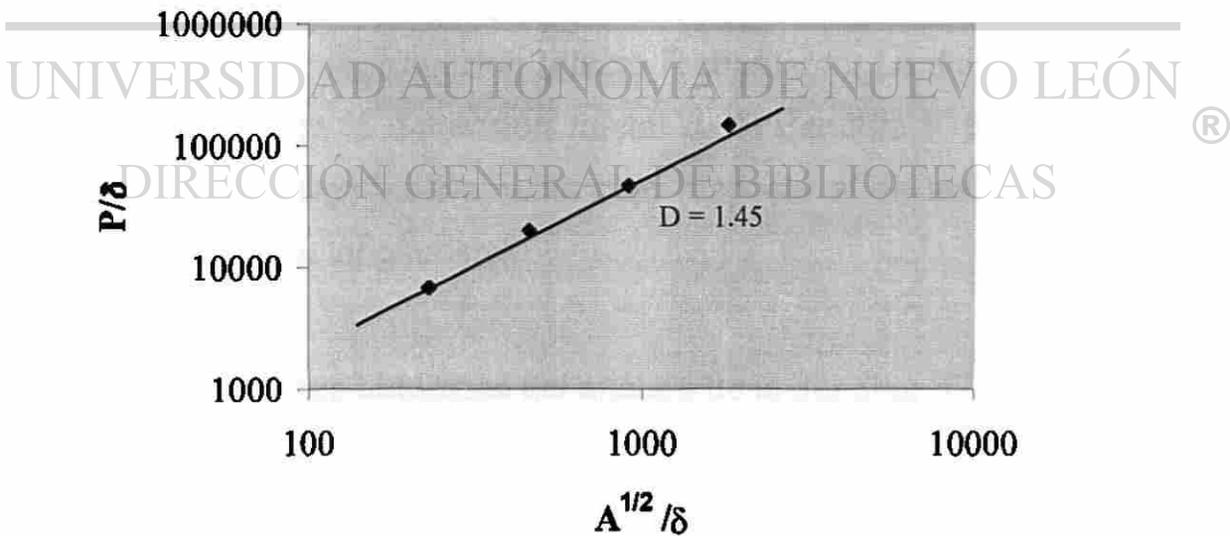


Fig. 5.16. Gráfico de la dendrita "E".

5.1.8 Dendrita F.

La fig. 5.15 muestra la imagen de una dendrita individual del corte transversal. En esta imagen se puede observar que la línea que conforma el contorno es intrincada, la cual muestra nuevos detalles intrincados al ser magnificada.

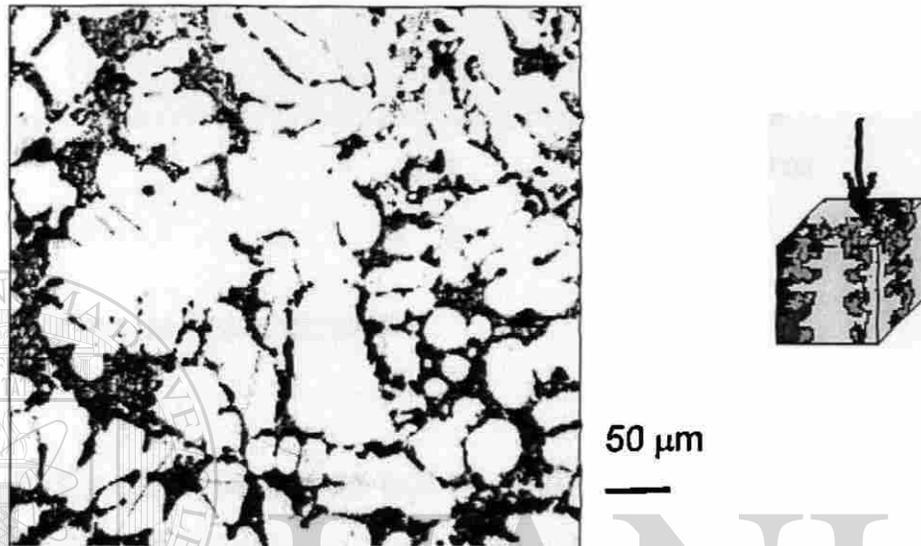


Fig. 5.17. Dendrita "F", a 100x.

En la tabla 5.8 se puede observar un incremento en el perímetro a mayor nivel de magnificación (efecto Richardson). La dimensión fractal fue de 1.13. El valor de la dimensión fractal de la dendrita F perteneciente al corte transversal es significativamente bajo respecto al de las dendritas del mismo corte, y del corte longitudinal.

Tabla 5.8. Valores obtenidos del análisis de la dendrita "F".

δ (μm)	A (μm^2)	P (μm)	$A^{1/2} / \delta$	P / δ	ρ
1.904	75700	6930	144	3640	25.3
0.952	75700	8030	289	8430	29.2
0.479	75700	8510	574	17800	31.0
0.239	75700	9170	1150	38400	33.4

La gráfica de la fig. 5.18 muestra que sus puntos se ajustan a una recta, verificando el comportamiento fractal.

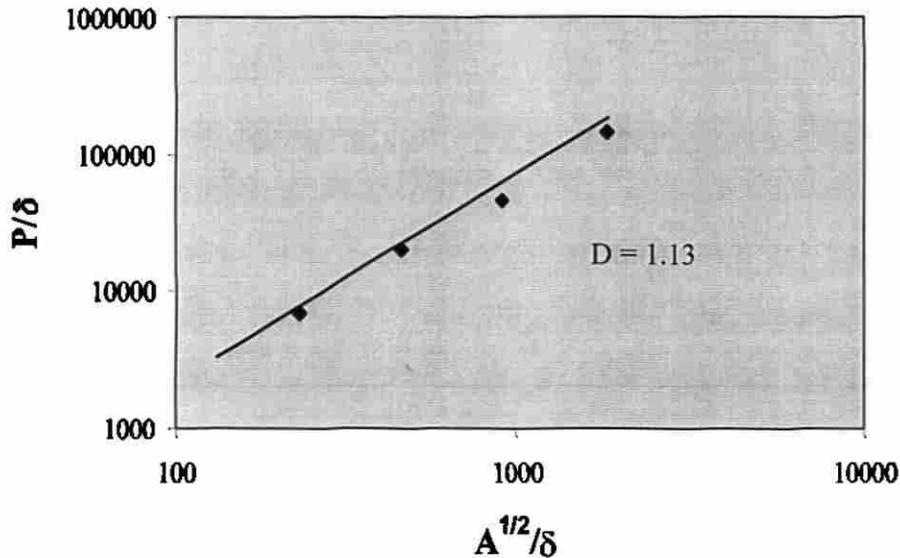


Fig. 5.18. Gráfico de la dendrita "F".

5.2 Análisis de resultados sobre la dimensión fractal.

Los resultados obtenidos muestran la dimensión fractal de la línea que conforma el contorno de las dendritas, la dimensión fractal de la superficie de las dendritas es de $D_s = D + 1$.

Se pueden observar valores mayores tanto en áreas como perímetros de la imagen transversal sobre la longitudinal. Además de esto los factores de forma son a su vez mayores para el caso de la transversal. Esto lo podemos atribuir a que para el corte transversal existe un mayor nivel de ramificación y por ende una mayor dimensión fractal.

La dendrita A muestra poca variación en su área, perímetro y factor de forma. Tal variación es propia del error en el equipo de medición, y podemos considerar que tal línea no mostrará detalles nuevos a magnificaciones superiores. Por lo que la dimensión de la línea de contorno sea igual a 1.

Las dendritas B y F muestran una periferia poco intrincada, una ligera variación en el factor de forma, y por lo tanto poseen una dimensión fractal pequeña.

Las dendritas C, D y E muestran una periferia muy intrincada, una variación grande en el factor de forma, y por lo tanto una dimensión fractal grande.

Se puede observar que existe una similitud física entre las dendritas cuyas dimensiones son aproximadamente iguales (D y E).

Existe una variación entre las dimensiones de las diferentes dendritas analizadas, sin embargo las imágenes del corte transversal poseen dimensiones significativamente mayores que las del corte longitudinal, a lo cual se atribuye anisotropía de dimensiones y anisotropía de propiedades. Concluyendo que las dendritas analizadas son objetos fractales naturales anisotrópicos.

5.3 MEDICIÓN DE LOS ESPACIAMIENTOS INTERDENDRÍTICOS.

Tabla 5.10. Distribución de frecuencias de los espaciamientos interdendríticos, para las dendritas longitudinales. Medidos a 100x.

<i>Espaciamento medio (μm)</i>	<i>%</i>
13	6.5
16	10.1
19	28.3
22	22.5
25	14.5
28	5.8
31	6.5
34	2.2
37	2.2
40	0.7
43	0.7

Graficando la distribución de frecuencias de los espaciamientos de los brazos de las dendritas, se obtiene la siguiente curva de frecuencias,

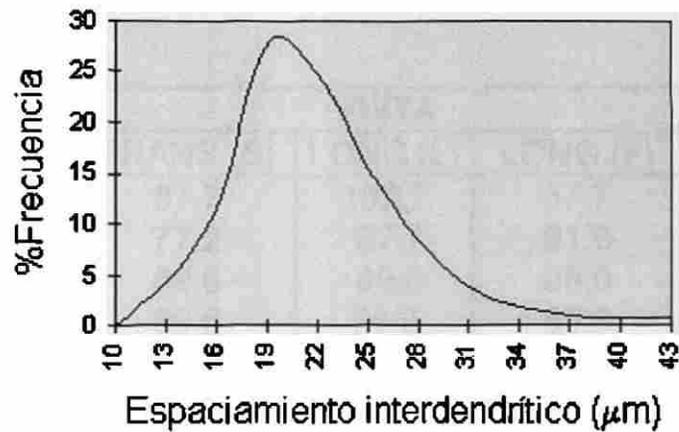


Fig. 5.19. Curva de frecuencias de los espaciamientos interdendríticos.

Los espaciamientos interdendríticos a nivel tridimensional presentan una distribución aproximadamente normal [21], ligeramente sesgada a la derecha con media de 22 μm , moda de 19 μm y desviación estándar de 5.8 μm .

Se realizaron mediciones de los espaciamientos interdendríticos a las magnificaciones de 50x, 100x, 200x, y 400x (apéndice E). Se observa ligera variación atribuida a la resolución del equipo a la magnificación dada. No se presentó efecto Richardson ya que las mediciones realizadas son sobre un parámetro euclidiano, la longitud o espaciamiento.

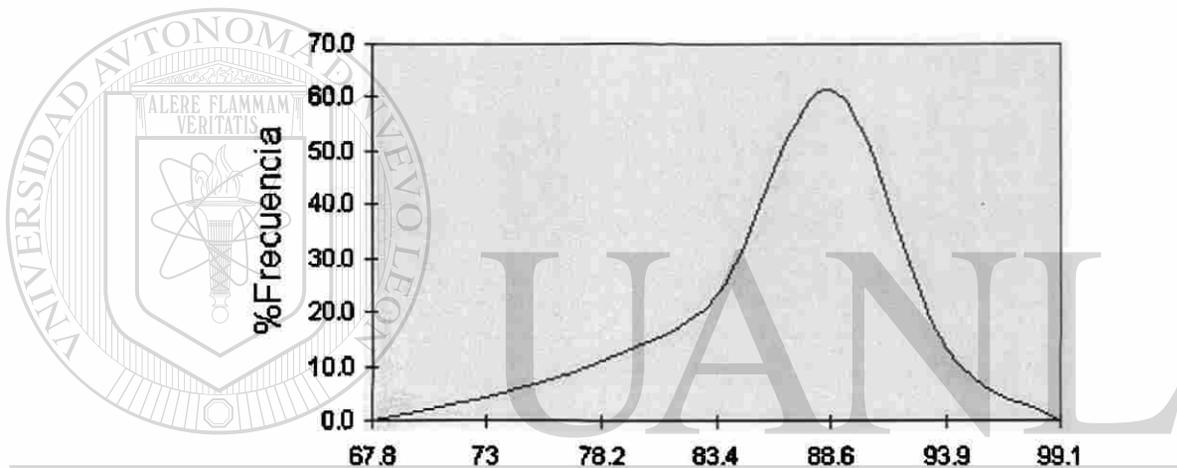
UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN

5.4 MEDICIÓN DE LA MICRODUREZA VICKERS.

La siguiente tabla muestra los datos obtenidos al realizar pruebas de microdureza sobre los brazos de las dendritas y sobre el eutéctico.

Tabla 5.11. Microdureza Vickers en muestra de Al-Si, prueba realizada con 50grf, medida a 100x.

PRUEBA	VISTA			EUTÉCTICO
	TRANS.(S)	LONG.(L)	LONG.(F)	
1	87.7	102.7	87.7	115.9
2	77.2	87.7	91.6	115.9
3	89.6	89.6	98.0	115.9
4	89.6	74.2	85.8	115.9
5	84.0	87.7	80.5	115.9
MEDIA	85.6	88.4	88.7	115.9



UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN

Fig. 5.20. Curva de frecuencias de la microdureza.

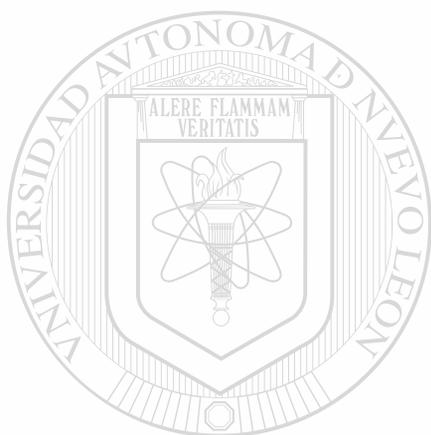
El eutéctico reporta la dureza más alta y constante en cualquier corte, lo cual era esperado, ya que posee una composición constante (11.7% de Si) orientada aleatoriamente. La distribución de microdureza de las dendritas longitudinales tiene una moda de 88.6 HV, una media de 88.6 HV, y una desviación estándar de 2.0 HV. Resultando ser una distribución aproximadamente normal, ligeramente sesgada a la izquierda.

La siguiente tabla muestra los resultados obtenidos a partir de la distribución de diámetros de huella para las dendritas D, E y F.

Tabla 5.12. Media y desviación estándar de la diagonal de la huella, para pruebas realizadas con 25grf.

	μ (HV)	μ d, μm	σ d, μm	dimensión fractal, D
Dendrita "D" (Vista Lateral)	60.9	27.6	2.12	1.45
Dendrita "E" (Vista Frontal)	67.0	26.3	2.05	1.48
Dendrita "F" (Vista Superior)	47.9	31.1	4.43	1.15

De la tabla 5.12 se puede observar que una dendrita con dimensión fractal menor a otra del mismo tamaño tiene una dureza también menor.



UANL

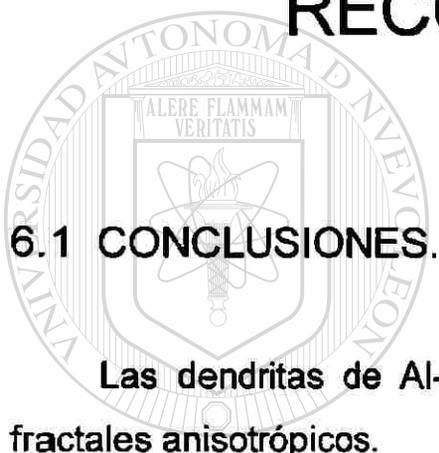
UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN

®

DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

CAPÍTULO 6

CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES



6.1 CONCLUSIONES.

Las dendritas de Al-Si presentan autosimilitud estadística, son objetos fractales anisotrópicos.

Se calculó la dimensión fractal para dendritas sobre un mismo plano muestral, encontrando diferentes dimensiones fractales, por lo que una dendrita particular no necesariamente tiene la misma dimensión fractal que la de la imagen global en la que se encuentra.

Las dendritas de aluminio presentan un factor de forma aproximadamente constante a una misma magnificación.

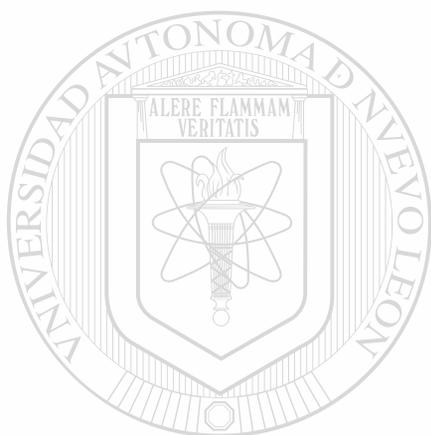
Se encontró que el factor de forma cambia con la magnificación, a partir de la cual se encontró una relación lineal entre factor de forma y magnificación. Las mediciones de los espaciamentos dendríticos presentan una distribución normal a una magnificación específica.

La microdureza del Aluminio-Silicio presenta una distribución Normal y está en función de los espaciamentos interdendríticos. A mayor espaciamento existe menor dureza.

Las dendritas con igual distribución de microdureza tienen prácticamente la misma dimensión fractal.

A medida que se reduce la dimensión fractal de una dendrita, se obtiene una distribución con una media de microdureza mayor.

La dimensión fractal no tiene un efecto significativo sobre la distribución de microdureza en imágenes globales; es decir, la dimensión fractal no tiene un efecto significativo sobre la propiedad macroscópica dureza.



UANL

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN

®

DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

6.2 RECOMENDACIONES A TRABAJOS FUTUROS.

La aplicación de la geometría fractal se desarrolla en todas las áreas imaginables, es necesario conocer más de ésta técnica, mejorar las técnicas ya existentes, y desarrollar, dentro de la misma, tópicos que falta por estudiar. La aplicación del análisis de imágenes por medio de geometría fractal es una técnica relativamente nueva y en expansión, por lo que queda mucho camino por recorrer. Por citar algunos están:

El estudio de relaciones en la velocidad de enfriamiento de un material fundido, y la dimensión fractal.

La obtención del algoritmo que caracteriza a un material, en función de sus propiedades mecánicas: resistencia a la tensión, grado de deformación plástica, y dureza.

La predicción de las propiedades mecánicas de un material, a partir de la composición química de las fases y la dimensión fractal.

Aplicación de la geometría de fractales a magnificaciones superiores.

Aplicación de geometría fractal a polímeros.

Creación de hardware y software para facilitar el análisis fractal.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS.

1. Mandelbrot, B., Les objets fractals: Forme Hasard et dimension, 1975. Flammarian, Paris.
 2. Mandelbrot, B., The fractal geometry of Nature, W.H. Freeman and Co. San Francisco, 1982.
 3. Asimov, I., El electrón es zurdo y otros ensayos científicos, Alianza editorial, S.A., pp. 210-236, 1977.
 4. Falconer, K., Techniques in fractal geometry, John Wiley & Sons. Londres, 1996.
 5. Devaney, R.L., Chaos Fractals and Dynamics, Addison-Wesley. Boston, 1995.
 6. Çambel, A.B., Applied chaos theory, Academic Press. San Diego, 1993.
 7. Hinojosa, M., Aplicación de geometría de fractales a la descripción de microestructuras metálicas, Universidad Autónoma de Nuevo León. Monterrey, 1995.
-
8. Mandelbrot, B., How long is the coast of Britain? Statistical self-similarity and fractional dimension, Science, Vol. 156, No. 3775, pp. 636-638, Mayo 1967.
 9. Lu, S. Z., Using fractal analysis to describe Irregular microstructures, JOM. Pp. 14-17, Dec.1995.
 10. Feder, J., Fractals, 1988, Plenum Press. New York, 1988.
 11. Laird, G., Fractal analysis of carbide morphology in high-Cr white cast irons, Metallurgical transactions A, Vol. 23A, pp. 2441-2945, Oct. 1992.
 12. King, F., El aluminio y sus aleaciones, Editorial Limusa. México, 1992.
 13. Mandelbrot, B.B., Fractal character of fracture surfaces of metals, Letters to nature. Vol. 308, pp. 721-722, Abr. 1984.

14. Quantimet 520+ Operators Manual, Leica Cambridge Ltd. Cambridge, 1990.
17. Jürgens, H., El lenguaje de los fractales, Investigación y Ciencia, pp.46-57. 1990.
18. Dewdney, A.K., Computer recreations: Beauty and profundity: The Mandelbrot set and a flock of its cousins called Julia, Sci. Am., pp.118-122.
19. Schwarz, H., The implementation fo the concept of fractal dimension on a semi-automatic image analizer, Powder technology, Vol. 27, pp. 207-213, 1980.
20. Velasco, E., Estudios microestructurales de una aleación Al-Si tipo A319, Universidad Autónoma de Nuevo León. Monterrey, 1997.
21. Spiegel, M., Theory and problems of Statistics, Schaum McGrawHill. 1961.
22. Briggs, J., Espejo y reflejo: del caos al orden, Editorial Gedisa Mexicana S.A., México 1991.
23. Cano, S., Análisis térmico y microestructural de una aleación Al-Si tipo A319, 1996, Universidad Autónoma de Nuevo León. Monterrey, 1996.
24. Vicsek, T., Fractal Growth Phenomena, World Scientific, 1992.
25. Galilei, G., Discorsi e Dimostrazioni Matematiche intorno à due nuoue scienze attenenti alla meccanica & i movimienti locali, Universidad Autónoma de Barcelona. Barcelona, 1988.
26. Hinojosa, M., Microstructural fractal dimension of AISI 316L steel, MRS Symposium proceedings Vol. 367 "Fractal aspects of materials" , pp.125-129, 1995.
27. Hinojosa, M., Fractal Analysis of the Microstructure of AISI 304 steel, MRS Symposium Proceedings, Vol. 407 "Disordered Materials and Interfaces", p. 411, 1996.
28. Lu, S. Z., An application of fractal geometry to complex microstructures: Numerical characterization of graphite in cast irons, Acta metall. mater. Vol.42, No. 12, pp. 4035-4047, 1994.
29. Hornbogen, E., Fractals in microstructure of metals, International Material Reviews, Vol. 34, No. 6, pp. 278-296, 1989.

APÉNDICE A

Simbología.

A	Área real.
A_E	Área medida.
D	Dimensión fractal.
D_s	Dimensión fractal de una superficie.
D_{HB}	Dimensión de Hausdorff Besicovitch.
E	Dimensión euclidiana.
k	Factor de forma ($k = P^2/A$).
L	Medida del perímetro.
L	Fase líquida.
M	Medida.
N	Número de elementos o partes.
P	Perímetro.
P_R	Perímetro real.
P_E	Perímetro medido.
r	Relación de escala.
ρ	Factor de forma.
α	Fase alpha.
β	Fase beta.
δ	Unidad de medición.
δ_{min}	Unidad de medición equivalente al espesor de la línea medida.
ϵ	Elemento infinitamente pequeño.
μ	Media estadística.
ρ_D	Relación área-perímetro, independiente de la magnificación.
σ	Desviación estándar.
x, y	Número de pixeles.

APÉNDICE B

FRONTAL

(μm)

42.2	29.5	41.4	20.7	29.5	22.3	19.9
32.7	23.9	21.5	19.9	29.5	26.3	13.5
36.6	31.9	29.5	32.7	18.3	29.5	19.1
19.9	29.5	27.1	23.1	19.1	27.1	27.1
26.3	23.9	25.5	19.9	21.5	22.3	28.9

LATERAL

(μm)

36	13	22.5	24.1	22.5	14.1	13.3
15.4	21.1	18.1	16.4	22.9	21.6	13.3
28.4	26	21.7	15.5	18.3	21.6	24.1
17.4	16.7	27.7	20.1	23.8	18.9	17.7
21.9	23.4	20	22.1	20.1	25.6	20.4

SUPERIOR

(μm)

25.2	17.9	20.2	22.2	21.1	19.1	23.7
19.3	32	17.9	11.7	30.5	19	24.1
14.3	18.3	21.7	21.1	24.9	22.7	19.8
24.4	15	23.4	18.3	20.8	25.5	23.8
19.9	18.8	21.3	18.5	18.9	17.2	17.2

Espaciamientos dendríticos en las 3 vistas.

DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

APÉNDICE C

400x	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
A	9461	9758	9530	8410	8851	9347	8929	9905	8369	8991	8244
P	2986	2294	2058	3693	2972	2423	2587	2030	3175	2885	2879
$A^{1/2}/d$	407	413.3	408.5	383.7	393.6	404.5	395.4	416.4	382.8	396.7	379.9
P/d	12492	9600	8612	15451	12435	10139	10822	8493	13286	12073	12047
$P/A^{1/2}$	30.7	23.23	21.08	40.27	31.59	25.06	27.37	20.39	34.71	30.43	31.71
400x	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22
A	8332	8426	9030	8190	8931	9193	9449	9209	9374	9159	8784
P	2068	3865	2803	4255	2754	2837	2042	2812	2883	2289	3246
$A^{1/2}/d$	381.9	384.1	397.6	378.7	395.4	401.2	406.7	401.5	405.1	400.4	392.2
P/d	8654	16171	11728	17805	11525	11872	8543	11764	12063	9576	13581
$P/A^{1/2}$	22.66	42.1	29.5	47.02	29.15	29.59	21	29.3	29.78	23.91	34.63
400x	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33
A	9864	8760	9069	9789	10005	9382	9250	8732	9454	9045	8863
P	2261	2841	2964	2718	1844	2872	2365	3692	2734	2593	3450
$A^{1/2}/d$	415.6	391.6	398.5	414	418.5	405.3	402.4	391	406.8	397.9	393.9
P/d	9460	11886	12403	11373	7716	12015	9893	15449	11438	10851	14437
$P/A^{1/2}$	22.76	30.35	31.13	27.47	18.44	29.65	24.59	39.51	28.11	27.27	36.65
400x	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44
A	9473	8992	9161	8959	9146	9556	9155	8730	8876	9852	9040
P	2645	2841	3073	3431	2947	2445	2771	3715	3326	2170	2772
$A^{1/2}/d$	407.2	396.8	400.5	396	400.1	409	400.3	390.9	394.2	415.3	397.8
P/d	11065	11886	12858	14356	12331	10229	11596	15545	13918	9079	11598
$P/A^{1/2}$	27.17	29.96	32.11	36.25	30.81	25.01	28.97	39.76	35.31	21.86	29.15
400x	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55
A	8727	8542	9031	9300	9363	8958	9270	9569	9196	9601	8484
P	3598	3029	3040	3054	3021	2177	2572	2371	2877	2235	3873
$A^{1/2}/d$	390.9	386.7	397.6	403.5	404.9	396	402.9	409.3	401.2	410	385.4
P/d	15055	12672	12720	12779	12642	9111	10761	9918	12036	9349	16205
$P/A^{1/2}$	38.51	32.77	31.99	31.67	31.22	23.01	26.71	24.23	30	22.81	42.05
400x	56	57	58	59	60	61	62	63	64		
A	8710	9323	7914	9196	8826	9253	9274	9380	9490		
P	3600	2654	3503	2482	2965	2662	2209	2462	2484		
$A^{1/2}/d$	390.5	404	372.2	401.2	393.1	402.5	402.9	405.2	407.6		
P/d	15061	11103	14658	10386	12406	11140	9244	10303	10393		
$P/A^{1/2}$	38.57	27.48	39.38	25.88	31.56	27.68	22.94	25.42	25.5		

Datos de las 64 imágenes individuales a 400x, para la observación transversal.

APÉNDICE D

Regresión Lineal por mínimos cuadrados para la obtención de la dimensión fractal.

Muestra "Longitudinal"

$x[=]\text{Log}(A^{1/2}/\delta)$	2.580	2.883	3.190	3.504	$\Sigma x =$	12.157
$y[=]\text{Log}(P/\delta)$	4.574	4.937	5.376	5.880	$\Sigma y =$	20.767
x^2	6.6575	8.3101	10.174	12.280	$\Sigma x^2 =$	37.421
xy	11.803	14.231	17.149	20.604	$\Sigma xy =$	63.787
	m	b				
12.157	04.000	20.767			$m =$	1.415
37.421	12.157	63.787			$b =$	8.90E-01

Muestra "Transversal"

$x[=]\text{Log}(A^{1/2}/\delta)$	2.630	2.922	3.241	3.559	$\Sigma x [=]$	12.351
$y[=]\text{Log}(P/\delta)$	4.461	4.986	5.452	5.924	$\Sigma y [=]$	20.823
x^2	6.9188	8.5353	10.502	12.665	$\Sigma x^2 [=]$	38.621
xy	11.734	14.567	17.668	21.082	$\Sigma xy [=]$	65.052
	m	b				
12.351	04.000	20.823			$m =$	1.562
38.621	12.351	65.052			$b =$	3.83E-01

Dendrita "A"

$x [=] \text{Log}(A^{1/2} / \delta)$	1.7707	2.0863	2.3942	2.7071	$\Sigma x [=]$	8.9583
$y [=] \text{Log}(P / \delta)$	2.6965	3.0620	3.3236	3.6537	$\Sigma y [=]$	12.736
$x^2 [=]$	3.1354	4.3526	5.7323	7.3281	$\Sigma x^2 [=]$	20.548
$xy [=]$	4.7748	6.3883	7.9574	9.8908	$\Sigma xy [=]$	29.011
m	b					
8.9583	4.0000	12.736			$m [=]$	1.005
20.548	8.9583	29.011			$b [=]$	0.932

Dendrita "B"

$x [=] \text{Log}(A^{1/2} / \delta)$	2.318	2.619	2.918	3.220	$\Sigma x [=]$	11.075
$y [=] \text{Log}(P / \delta)$	3.848	4.219	4.575	4.945	$\Sigma y [=]$	17.587
$x^2 [=]$	5.374	6.861	8.512	10.366	$\Sigma x^2 [=]$	31.113
$xy [=]$	8.922	11.051	13.349	15.920	$\Sigma xy [=]$	49.241
m	b					
11.075	4.000	17.587			$m [=]$	1.214
31.113	11.075	49.241			$b [=]$	1.036

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN



Dendrita "C"

$x [=] \text{Log}(A^{1/2} / \delta)$	2.0889	2.4381	2.7871	3.1282	$\Sigma x [=]$	10.442
$y [=] \text{Log}(P / \delta)$	3.4084	3.8441	4.3499	4.8685	$\Sigma y [=]$	16.470
$x^2 [=]$	4.3636	5.9445	7.7679	9.7855	$\Sigma x^2 [=]$	27.862
$xy [=]$	7.1199	9.3724	12.124	15.230	$\Sigma xy [=]$	43.845
m	b					
10.442	4.0000	16.470			$m [=]$	1.409
27.862	10.442	43.845			$b [=]$	0.439

APÉNDICE E

Diagonal de la huella hecha por el Indentador de Microdureza Vickers, sobre el eje principal de las dendritas de aluminio A319 a las magnificaciones de 50x, 100x, 200x y 400x.

Vista longitudinal 1. (medidas en μm)

	50x	100x	200x	400x
X₁	28.6	26.3	28.2	27.1
X₂	22.9	26.3	27.2	26.7
X₃	22.9	26.8	26.8	27.3
X₄	24.8	28.2	27.7	27.7
X₅	24.8	27.5	28.2	27.2
X₆	22.9	27.5	27.1	27.4
X₇	24.8	26.3	26.6	26.6
X₈	28.6	33.3	33.7	34.4
X₉	22.9	28.0	27.5	26.9
X₁₀	22.9	26.2	27.0	26.7
Media (μ)	24.6	27.6	28.0	27.8
D. Estd. (σ)	2.27	2.13	2.08	2.35

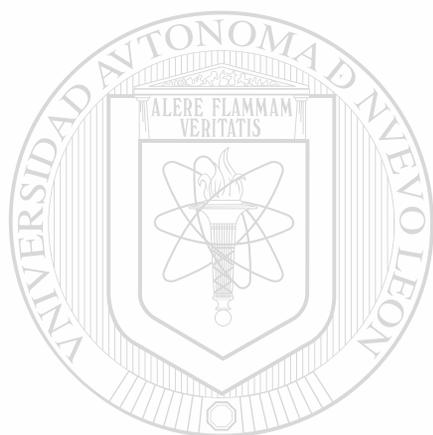
UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN

Vista longitudinal 2. (medidas en μm)

	50x	100x	200x	400x
X₁	27.3	29.6	29.4	29.5
X₂	23.6	25.0	26.6	25.0
X₃	23.6	25.0	26.2	26.5
X₄	25.9	24.7	26.8	25.6
X₅	27.0	26.2	27.6	26.2
X₆	23.2	25.0	26.4	24.5
X₇	21.7	28.9	28.7	27.5
Media (μ)	24.6	26.3	27.4	26.4
D. Estd. (σ)	2.12	2.05	1.24	1.69

Vista transversal. (medidas en μm)

	50x	100x	200x	400x
x₁	34.5	35.1	36.3	35.9
x₂	34.3	34.5	35.8	35.8
x₃	28.6	28.8	28.1	28.7
x₄	26.7	26.0	27.5	27.3
Media (μ)	31.0	31.1	31.9	31.9
D. Estd. (σ)	3.97	4.43	4.77	4.57



UANL

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN

®

DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

APÉNDICE F

Pruebas de hipótesis para la diferencia de medias a las diferentes magnificaciones.

Espaciamientos interdendríticos.

a 100x, $\mu_1 = 41.12 \mu\text{m}$, $\sigma_1 = 15.22 \mu\text{m}$

a 200x, $\mu_2 = 45.33 \mu\text{m}$, $\sigma_2 = 18.42 \mu\text{m}$

$$z = \frac{\mu_2 - \mu_1}{\sigma_{x_1-x_2}} = \frac{45.33 - 41.12}{(15.22^2/9 + 18.42^2/9)^{1/2}}$$

$$z = 0.5285$$

Huellas de microdureza (d)

a 100x, $\mu_1 = 28.00 \mu\text{m}$, $\sigma_1 = 2.075 \mu\text{m}$

a 200x, $\mu_2 = 27.64 \mu\text{m}$, $\sigma_2 = 2.126 \mu\text{m}$

$$z = \frac{\mu_2 - \mu_1}{\sigma_{x_1-x_2}} = \frac{27.64 - 28.00}{(2.075^2/10 + 2.126^2/10)^{1/2}}$$

$$z = -0.3832$$

Con un nivel de significación $\alpha = 0.05\%$ en dos colas, el intervalo de aceptación es de -1.96 a 1.96 para el valor de z. Por lo tanto, para ambas pruebas no existe diferencia en las lecturas a las diferentes magnificaciones.

LISTADO DE FIGURAS.

	Pág.
2.1 Representación gráfica del quinto axioma de Euclides .	. 8
2.2 Primeras cuatro etapas en la construcción del copo de nieve de Koch 11
2.3 El conjunto de Mandelbrot 12
2.4 Un conjunto de Julia 13
2.5 La dimensión fractal de las nubes 14
2.6 La curva de Peano 15
2.7 Dependencia del perímetro medido con respecto a la unidad de medición, para objetos euclidianos y no euclidianos.	. 19
2.8 Esquema de un análisis de imágenes 21
2.9 Gráfica típica $A^{1/2}/\delta$ versus P/δ 22
3.1 Diagrama de equilibrio Al-Si. 25
3.2 Radio crítico de un núcleo de cobre en función del subenfriamiento 26
3.3 Morfología que presentan las fases sólidas en un eutéctico .	. 29
4.1 Disposición del equipo de análisis de imágenes 34
4.2 Imágenes requeridas a 50x, 100x, 200x y 400x 35
4.3 Primer campo de observación a 50x, 100x, 200x y 400x .	. 35
4.4 Campos de observación a 50x, 100x, 200x y 400x por el método de dendrita individual. 36
4.5 Vista tridimensional del crecimiento dendrítico 37

	Pág.
4.6 Medición de la dureza sobre la dendrita	38
5.1 Muestra "Longitudinal", a 50x	39
5.2 Gráfica $P/A^{1/2}$ versus P/δ de la muestra "Longitudinal"	40
5.3 Muestra "Transversal", a 50x	41
5.4 Gráfica $P/A^{1/2}$ versus P/δ de la muestra "Transversal"	42
5.5 Dendrita "A", a 200x	43
5.6 Gráfica $P/A^{1/2}$ versus P/δ de la dendrita "A"	44
5.7 Dendrita "B", a 100x	45
5.8 Dendrita "B", a 200x	46
5.9 Gráfica $P/A^{1/2}$ versus P/δ de la dendrita "B"	47
5.10 Dendrita "C", a 50x	48
5.11 Dendrita "C", a 200x	48
5.12 Gráfica $P/A^{1/2}$ versus P/δ de la dendrita "C"	49
5.13 Dendrita "D", a 100x	50
5.14 Gráfica $P/A^{1/2}$ versus P/δ de la dendrita "D"	51
5.15 Dendrita "E", a 100x	51
5.16 Gráfica $P/A^{1/2}$ versus P/δ de la dendrita "E"	52
5.17 Dendrita "F", a 100x	53
5.18 Gráfica $P/A^{1/2}$ versus P/δ de la dendrita "F"	54
5.19 Curva de frecuencias del espaciamiento interdendrítico	56
5.20 Curva de frecuencias de la microdureza Vickers.	57

LISTADO DE TABLAS

	Pág.
2.1 Dimensión fractal de objetos matemáticos y reales	15
4.1 Composición química nominal del A319 en comparación con la composición nominal del aluminio A319	32
5.1 Valores obtenidos del análisis para la muestra “longitudinal”	40
5.2 Valores obtenidos del análisis para la muestra “transversal”	42
5.3 Valores obtenidos del análisis para la dendrita “A”	43
5.4 Valores obtenidos del análisis de la dendrita “B”	46
5.5 Valores obtenidos del análisis de la dendrita “C”	49
5.6 Valores obtenidos del análisis de la dendrita “D”	50
5.7 Valores obtenidos del análisis para la dendrita “E”	52
5.8 Valores obtenidos del análisis para la dendrita “F”	53
5.9 Distribución de frecuencias de los espaciamientos interdendríticos	55
5.11 Microdureza Vickers en la muestra de Al-Si	57
5.12 Medición de microdureza sobre las dendritas D, E y F	58

RESUMEN AUTOBIOGRÁFICO

Oswaldo Luis Montelongo González, nace el 29 de Octubre de 1972, en la ciudad de Monclova, Coah., hijo primogénito del matrimonio del Ing. Oswaldo Luis Montelongo Romero y de la Sra. Blanca Elsa González de Montelongo.

En septiembre de 1980, él y su familia cambian de residencia a Monterrey, N.L. donde realiza sus estudios básicos, y profesionales.

En 1995 obtiene el grado de ingeniero con especialidad mecánica y de administración en la facultad de Ingeniería Mecánica y Eléctrica de la Universidad Autónoma de Nuevo León, obteniendo su título con grado honorífico.

A partir de Agosto de 1995 ingresa al postgrado de la Facultad de Ingeniería Mecánica y Eléctrica, con la finalidad de obtener el título de maestro en ciencias de la ingeniería mecánica con especialidad en materiales.

Actualmente es catedrático a nivel ingeniería, y se desempeña en empresa propia de comercialización industrial.

