

---

# El Mercado Mexicano de Créditos Hipotecarios como Modelo de Oligopolio Mixto

---

Tesis

---

Abraham Saucedo Cepeda

Asesor de Tesis: Vitaliy V. Kalashnikov

---

## **Resumen**

La hipótesis de esta investigación puede redactarse de la siguiente manera: En la actualidad, Infonavit cobra a ciertos grupos salariales tasas de interés más elevadas que las que cobraría una empresa pública interesada en maximizar el bienestar social.

Para probar la validez de esta aseveración, modelamos el sistema mexicano de créditos hipotecarios como un esquema de oligopolio mixto. En este esquema, dos competidores resuelven cada uno un problema de optimización distinto. De esta interacción resulta un conjunto equilibrio de estrategias que define los precios que ambos competidores han de cobrar por sus servicios, es decir, las tasas de interés que habrían de aplicar a los créditos otorgados. Estas estrategias equilibrio de precio se comparan cuantitativamente contra las que son implementadas en la realidad por el organismo público, a fin de emitir un juicio fundamentado sobre sus políticas de fijación de precios.

# Índice

<b>1</b>	<b>Introducción</b>	<b>4</b>
<b>2</b>	<b>El Mercado Mexicano de Créditos Hipotecarios</b>	<b>6</b>
2.1	Infonavit	6
2.1.1	Historia: Rumbo a la fundación de Infonavit	7
2.1.2	Historia: Reseña histórica de Infonavit desde su fundación	10
2.1.3	¿Cómo se obtiene un crédito en Infonavit?	12
2.1.4	Tipos de crédito que ofrece Infonavit	14
2.1.5	Indicadores cuantitativos de Infonavit	15
2.2	Oferentes privados	22
2.2.1	¿Quiénes son los oferentes privados de crédito hipotecario en México?	22
2.2.2	Indicadores cuantitativos de los oferentes privados	23
2.3	Oferta y demanda de créditos hipotecarios	25
2.3.1	Distribución de la oferta crediticia por área geográfica	26
2.3.2	Distribución de la oferta crediticia por cajón salarial	27
2.3.3	Distribución de la oferta crediticia por tipología	28
2.3.4	Elasticidad de la demanda de créditos hipotecarios a la tasa de interés	29
2.4	Comparación con el sistema hipotecario de Estados Unidos	31
2.4.1	Origen y estructuración del sistema hipotecario residencial estadounidense	31
2.4.2	Clasificación de los productos hipotecarios	33
<b>3</b>	<b>Marco Teórico</b>	<b>35</b>
3.1	Antecedentes	35
3.2	Marco matemático del problema	35
3.2.1	Definición de modelo de duopolio mixto	36
3.2.2	Supuestos matemáticos	37
3.2.3	Existencia y unicidad de equilibrios	39
3.2.4	El problema de optimización	43

<b>4</b>	<b>Modelo Computacional</b>	<b>46</b>
<b>4.1</b>	<b>Código programado, notación de sus elementos y restricciones</b>	<b>46</b>
<b>4.2</b>	<b>Resumen de los valores asignados a cada parámetro de código</b>	<b>49</b>
<b>5</b>	<b>Resultados</b>	<b>50</b>
<b>6</b>	<b>Conclusiones</b>	<b>57</b>
<b>7</b>	<b>Anexo</b>	<b>59</b>
<b>7.1</b>	<b>Áreas geográficas según su definición de salario mínimo</b>	<b>59</b>
<b>7.2</b>	<b>Tasas de equilibrio para modelo con firmas privadas locales</b>	<b>61</b>
<b>8</b>	<b>Bibliografía</b>	<b>65</b>

# 1. Introducción

Tener acceso a una vivienda digna cuyo costo no rebase las posibilidades presupuestarias es prioritario a cualquier jefe de hogar mexicano. Por ello resulta relevante la sensibilidad con que Infonavit, único oferente público en el mercado mexicano de créditos hipotecarios, elige las tasas de interés que cobra por sus servicios. Este mercado está compuesto también por las ofertas de numerosas instituciones bancarias y organismos privados de objeto limitado.

La competencia entre los actores privados del mercado hipotecario e Infonavit, afecta necesariamente la manera en que este determina las características de los productos que ofrece, así como los precios que cobra por los mismos. Tales circunstancias han de evaluarse objetivamente para discernir si, verdaderamente, las políticas de precio de Infonavit consideran inclusivamente las necesidades económicas de sus demandantes, o bien, si existe motivo y oportunidad para ajustarlas.

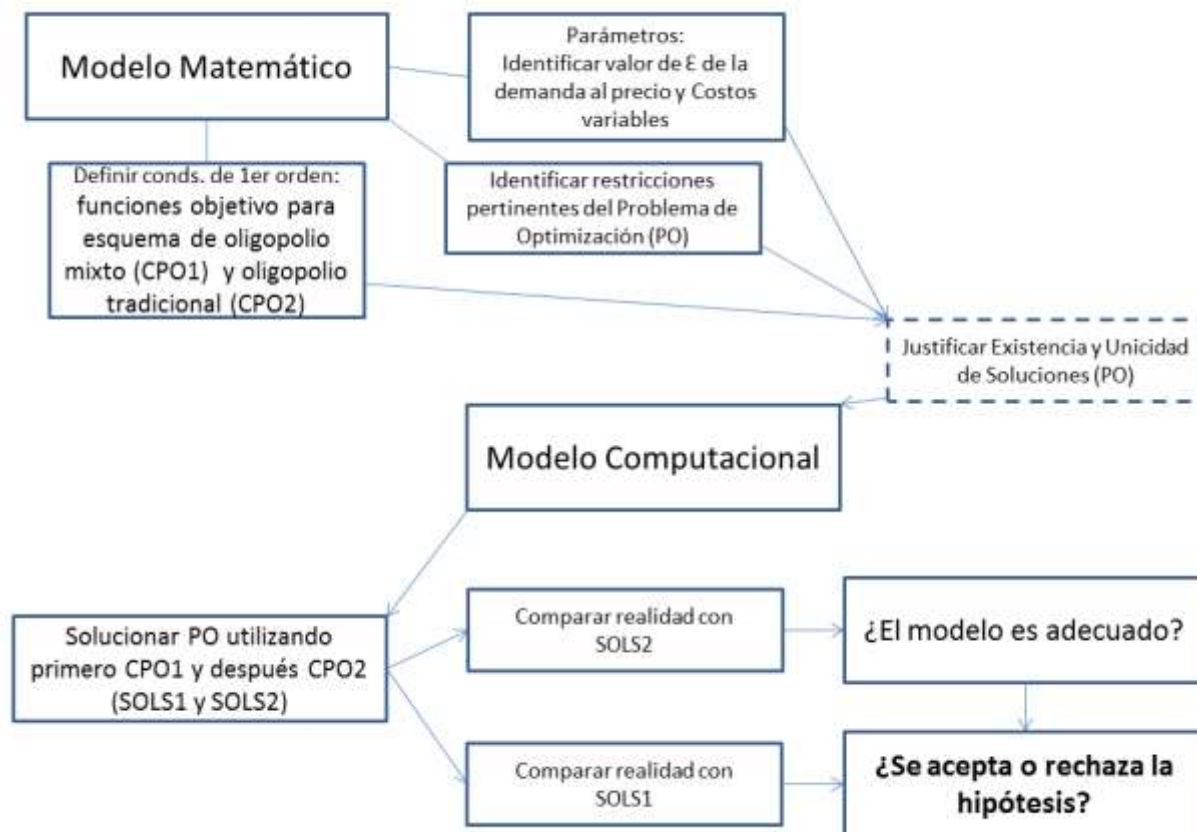
La hipótesis de esta investigación puede redactarse de la siguiente manera: En la actualidad, Infonavit cobra a ciertos grupos salariales tasas de interés más elevadas que las que cobraría una empresa pública interesada en maximizar el bienestar social.

Para probar la validez de esta aseveración, modelamos el sistema mexicano de créditos hipotecarios como un esquema de oligopolio mixto. En este esquema, dos competidores resuelven cada uno un problema de optimización distinto. De esta interacción resulta un conjunto equilibrio de estrategias que define los precios que ambos competidores han de cobrar por sus servicios, es decir, las tasas de interés que habrían de aplicar a los créditos otorgados. Estas estrategias equilibrio de precio se comparan cuantitativamente contra las que son implementadas en la realidad por el organismo público, a fin de emitir un juicio fundamentado sobre sus políticas de fijación de precios.

En una primer sección de esta tesis presentamos y detallamos el mercado mexicano de créditos hipotecarios, sus actores oferentes, el análisis cuantitativo de la oferta y la demanda que lo permean y las similitudes y diferencias con otros mercados de vivienda

en el mundo. Posteriormente repasaremos las bases de los modelos de oligopolio mixto y estableceremos en un modelo matemático las condiciones que han de cumplirse para garantizar la existencia del equilibrio que pretendemos calcular. Después se describirá la técnica computacional que aprovechamos para codificar las funciones, variables y restricciones que comprenden el modelo que nos compete y de la cual desprenderemos el conjunto de resultados que necesitamos para ofrecer una conclusión sobre la hipótesis planteada.

**Esquema 1: Mapa del método de investigación**



## **2. El Mercado Mexicano de Créditos Hipotecarios**

### **2.1 Infonavit**

Comenzamos la descripción del organismo central en nuestra investigación, con una reseña de las circunstancias históricas que culminaron en su fundación. La orientación histórica se obtuvo principalmente de Villaseñor (1984) y Vargas (1992), quienes detallan los principales desacuerdos entre instancias gubernamentales estatales y federales y otros acontecimientos históricos que rodearon la promulgación última de las leyes que serían el fundamento de Infonavit y su forma de abordar el problema de la vivienda. Ramírez (1987) es más explícito en su descripción de la evolución de los cuerpos legislativos y normativos que antecedieron tales leyes. Schteingart y García (2006), señalan cómo las políticas de Infonavit, luego de su primera década de existencia, fueron alineándose cada vez más con las necesidades de vivienda de los sectores económicos medio y alto. Villar (2007), detalla concienzudamente el carácter de las políticas mexicanas financieras, las de suelo y las inquilinarias a través de la segunda mitad del siglo XX, en su relación con el problema de vivienda y con la forma en que el andamiaje institucional formado por las mismas, “ha llevado a que alrededor del 60% del parque habitacional en el país se haya realizado fuera de los mecanismos formales de producción de vivienda social”. García (2010), comenta sobre la regulación de las políticas de vivienda en el contexto de las circunstancias y políticas sociales globales.

En secciones posteriores del capítulo, explicamos el procedimiento vigente mediante el cual los cuentahabientes de Infonavit se perfilan para la obtención de un crédito, el conjunto de productos crediticios que el organismo público ha diseñado y ofrece para cubrir a trabajadores con capacidades financieras y necesidades diferentes y después una serie de consideraciones cuantitativas del Instituto y de su servicio, que nos ayudarán a la parametrización del modelo que construimos.

### 2.1.1 Historia: Rumbo a la fundación de Infonavit

Durante los primeros años del siglo XX en México, el descontento generalizado producto del problema de vivienda de la clase económica más pobre, encausó en pronunciamientos que exigían el reconocimiento al derecho habitacional del obrero. El 23 de enero de 1917, tras el triunfo de la Revolución Mexicana y en respuesta a la demanda popular de mejores condiciones de vivienda para la clase obrera, quedó estipulado en la Constitución General de la República que correspondía al Congreso de la Unión y a las Legislaturas de los estados “expedir leyes sobre el trabajo” a partir de las bases determinadas por el grupo Constituyente. En su doceavo apartado, el artículo 123 de la Constitución establece:

*“En toda negociación agrícola, industrial, minera o cualquiera otra clase de trabajo, **los patronos estarán obligados a proporcionar a los trabajadores habitaciones cómodas e higiénicas**<sup>1</sup>, por las que podrán cobrar rentas que no excederán del medio por ciento mensual del valor catastral de las fincas. Igualmente deberán establecer escuelas, enfermería y demás servicios necesarios a la comunidad. Si las negociaciones estuvieren situadas dentro de las poblaciones y ocuparen un número de trabajadores mayor de cien, tendrán la primera de las obligaciones mencionadas.”*

Al no enunciar siquiera una sugerencia de cómo la exigencia debía ser satisfecha por los patrones y al delegar la labor de expedir leyes laborales a dos instancias gubernamentales diferentes y con propuestas naturalmente dispares, el Congreso de la Unión y las Legislaturas de los estados, el artículo 123 resultó poco efectivo para dar solución al problema de vivienda que, sin embargo, ya comenzaba a discutirse y estudiarse. Por esta razón, el 18 de agosto de 1931, se promulgó en la ley que vendría a reglamentar el artículo 123 constitucional, la Ley Federal del Trabajo, que serían estrictamente las entidades federativas quienes poseerían la facultad de decidir la forma en que habría de cumplirse el mandato.

---

1. Énfasis del autor.



En 1970, luego de sufrir algunas modificaciones y revisiones, que permitían o prohibían a los empleadores ampararse de distintas maneras de la obligación de dar vivienda, se reglamentó de forma oficial la doceava fracción del artículo 123, en el capítulo III del título IV de la Ley Federal del Trabajo, denominado “Habitaciones para los Trabajadores”, que si bien incorporaba la obligación constitucional de los patrones a proporcionar habitaciones cómodas e higiénicas a los trabajadores, seguía resultando insuficiente para la solución del problema habitacional por varios motivos, por ejemplo, mantuvo que la obligación no aplicaría a empresas con menos de 100 trabajadores y que estuvieran ubicadas dentro de poblaciones o ciudades, el derecho pertenecía exclusivamente a los trabajadores con planta permanente y antigüedad mayor a un año, se dejaba a la negociación entre las empresas y sus trabajadores la solución al otorgamiento de las habitaciones, considerando que los trabajadores tenían “un conocimiento suficiente y la comprensión adecuada para determinar lo que pueden y deben exigir de las empresas”. Además, los empleadores contaban con un medio sencillo para evitar el problema del todo, pues en el artículo 151 de la misma Ley se establecía que mientras no se hiciera entrega a los trabajadores de sus habitaciones, tendrían éstos derecho a una retribución mensual.

Un estudio por parte de la Comisión Nacional Tripartita en 1971, resumió en tres motivos principales las restricciones que enfrentaban las leyes de vivienda: que protegían tan sólo a una porción de los trabajadores, que la mayoría de las empresas enfrentaba problemas económicos reales para hacerse cargo de la exigencia discutida y que la variedad de capacidades financieras entre empresas, así como las distintas magnitudes de fuerza laboral empleada por cada una, suponía problemas a la hora de construir la legislación que debería aplicar para todas. Adicionalmente existían diferencias salariales de región a región y los centros de trabajo se encontraban sumamente dispersos a lo largo del territorio nacional, dificultando la fundación de sectores residenciales dirigidos a los obreros.

Del estudio de estas dificultades se desprendió hábilmente la propuesta de que las empresas cumplieran con su responsabilidad en un esfuerzo común y no de manera independiente, para lo cual, se dejaría de excluir en la obligación a las empresas que

se encontraran fuera de los centros urbanos o contaran con una fuerza laboral menor a cien empleados y se evitaría la necesidad de una negociación previa entre los patrones y sus trabajadores, además, se entregarían por completo las viviendas a los trabajadores, en de solamente prestarlas en alquiler, esquema que ralentizaba la movilidad de la fuerza de trabajo y obstaculizaba al obrero para hacerse de un patrimonio.

Se buscó entonces materializar la propuesta por medio de un “fondo nacional de la vivienda que otorgaría préstamos al sector obrero para la adquisición, construcción, reparación y mejoramiento de sus habitaciones”. En las reformas al texto constitucional se especificó el carácter crediticio y financiero que tendría el fondo creado “mediante las aportaciones que las empresas hagan a un fondo nacional de la vivienda a fin de construir depósitos en favor de sus trabajadores y establecer un sistema de financiamiento que permita otorgar a éstos crédito barato y suficiente para que adquirieran en propiedad tales habitaciones”. El proyecto era de tales magnitudes que sería necesario un organismo formal para administrar las cantidades acumuladas, necesidad que también quedó redactada: “Se considera de utilidad social la expedición de una ley para la creación de un organismo integrado por representantes del Gobierno Federal, de los trabajadores y de los patrones, que administre los recursos del fondo nacional de la vivienda. Dicha ley regulará las formas y procedimientos conforme a las cuales los trabajadores podrán adquirir en propiedad las habitaciones antes mencionadas”.

Estas iniciativas fueron presentadas por el Ejecutivo Federal el 22 de diciembre de 1971, el 24 de abril de 1972 se publicaron y el 1ero de Mayo de ese mismo año se celebró la Asamblea Constitutiva del INFONAVIT.

### **2.1.2 Historia: Reseña histórica de Infonavit desde su fundación**

En el periodo de formación de Infonavit se entregaron 88 mil créditos para viviendas cuya construcción fue dirigida y controlada desde la selección y adquisición de los terrenos en que habrían de erigirse, hasta los estudios preliminares (topográficos, características del suelo, distribución de los servicios), diseños urbanos y de vivienda, búsqueda y selección de contratistas, planeación del presupuesto, ejecución y supervisión de las obras. Como parte del proceso de descentralización de sus funciones, se instalaron delegaciones regionales del instituto en 10 estados de la República.

Entre 1976 y 1988, Infonavit se consolidó como una institución orientada al servicio social, con políticas diseñadas por interés en los cuentahabientes de menor salario. Luego vino un periodo de transición en que el organismo se integró al SAR (Sistema de Ahorro para el Retiro) y se arraigó como organismo fiscal autónomo. También se reformó sustancialmente la legislación del Instituto, en que comenzó a buscarse el fortalecimiento financiero, la recuperación de los créditos y la capacidad de ofrecer al ahorro de los trabajadores rendimientos superiores a la inflación.

Entre 1988 y 1992 entregó 317 mil créditos y los recursos del instituto casi se duplicaron. En los tres años siguientes y a pesar del periodo de crisis, consiguió otorgar a los trabajadores mexicanos más de 100 mil créditos anuales e incrementó significativamente la recuperación de la cartera, rubro que entonces significó un 33% de sus ingresos, cuando en los 15 años anteriores había representado alrededor del 17% de los mismos. Los recursos del Instituto se multiplicaron en más de 3.5 veces al pasar de 21 mil a cerca de 78 mil millones de pesos.

Entre 1996 y 2001, Infonavit desarrolló planes con el propósito de ampliar la cobertura de sus servicios de crédito, procuró el desarrollo regional y la descentralización del ejercicio de los créditos para transparentar y hacer más equitativa su distribución, fomentó la transparencia y el ahorro con programas de cofinanciamiento y de “ahorro previo”. Entraron en vigor las reformas para unificar sus procesos operativos con los del Instituto Mexicano del Seguro Social (IMSS) y el Sistema Único de Recaudación (SUA).

La administración del organismo se concentró también en su eficiencia, en impulsar la generación de oferta habitacional y agilizar y simplificar los trámites y procedimientos con miras a ampliar significativamente la dotación de créditos. En 2001 Infonavit entregó el crédito dos millones.

A partir de 2001 el instituto comenzó a modernizarse permitiendo que algunos trámites se realizaran en línea o por teléfono. Entre 2002 y 2003 implementó el Programa de Vivienda Económica para trabajadores con ingresos hasta tres veces el salario mínimo mensual del Distrito Federal (VSMDF). En 2004 entregó el crédito tres millones en su historia. En 2006 implementó el Modelo de Cobranza Social para ofrecer alternativas de solución a los acreditados con problemas de pago, se obtuvieron certificaciones ISO y la calificación mxAAA/mxA-1+ de la agencia Standard & Poor's y se alcanzó la cifra de cuatro millones de créditos. Entre diciembre de 2006 y diciembre de 2008, el Infonavit generó una derrama económica del orden de 280 mil millones de pesos.

A raíz de la crisis financiera, el crédito para la construcción de vivienda, o crédito puente, se redujo significativamente. En los segmentos de vivienda de medio y alto valor, estas restricciones al financiamiento de los desarrolladores y la contracción de la demanda requirieron ajustes de mayor magnitud que para el segmento de bajo valor, en que la demanda de vivienda se mantuvo en expansión. En 2009, la recesión agravó los problemas, con aumentos en la morosidad y problemas de liquidez por parte de algunos constructores e intermediarios financieros, lo cual aumentó las restricciones al financiamiento. Los programas de apoyo del gobierno estuvieron presentes, estimulando sobre todo la construcción de vivienda en los segmentos de ingreso bajo, pero aun así, Infonavit se quedó corto en sus metas en alrededor de 10% por falta de vivienda que vender.

Todavía en 2010 se sintieron los efectos del ajuste del mercado, aunque el impacto de la recesión fue más modesto en las viviendas para la población de bajos ingresos: por ejemplo, comparadas respecto a los niveles de 2008, las viviendas consideradas como de “interés social”, o los segmentos “Económica”, “Popular” y “Tradicional”, según la clasificación de la Asociación Hipotecaria Mexicana (AHM) que representan cerca del

75% de los créditos del Infonavit, registraron en 2010 una caída cercana al 11%, en tanto que las viviendas del segmento “Residencial” y “Residencial Plus”, lo hicieron en 22%; para el mercado en su conjunto, la contracción durante estos dos años fue cercana al 13%.

En el Plan Financiero del Infonavit 2011-2015, tres aspectos tienen implicaciones importantes, de corto y mediano plazo para la industria de la vivienda: Primero, se actualizan las estimaciones de necesidades de vivienda y se reconoce la urgencia de contar con productos de financiamiento adecuados para atenderla. Segundo, las proyecciones financieras del Instituto, que muestran que, en ausencia de nuevos productos de crédito, los ingresos del Infonavit crecerán a un ritmo significativamente superior a los gastos. Por último, el diagnóstico sobre la calidad de la vivienda y el nivel de satisfacción de sus ocupantes, de donde se desprende la necesidad de contar con mejores instrumentos para mejorar los estándares de construcción y garantizar que la vivienda contribuya a elevar la calidad de vida y el patrimonio de los acreditados.

### **2.1.3 ¿Cómo se obtiene un crédito en Infonavit?**

Es preciso satisfacer los siguientes requisitos para acceder a un crédito de Infonavit:

1. Estar registrado ante el Instituto.

Infonavit solo comenzará a otorgar un crédito hipotecario al trabajador solicitante que cuente con una relación laboral vigente, y cuyo patrón dirija el 5% de su salario integrado<sup>1</sup> a la Subcuenta de Vivienda del Fondo Nacional de Vivienda. Tales aportaciones son patrimonio absoluto del trabajador y no se consideran con derecho a cuenta quienes trabajan por honorarios o por cuenta propia.

2. Contar con una puntuación mínima de 116 puntos.

A cada trabajador se asigna una cantidad de puntos en función de ciertas características que Infonavit dispone relevantes.

3. Presentar a tiempo y en orden la documentación que señale el organismo.

---

1. Igual al dinero que el trabajador recibe cada quincena, más las prestaciones como prima vacacional, aguinaldo, tiempo extra, comisiones, vales de despensa y otras más. La forma en que se define el salario diario integrado está determinada por la Ley del Seguro Social.

**Cuadro 1. Puntuación asignada a un cuentahabiente de Infonavit según los diversos factores que el Instituto determina relevantes. Vigentes en 2011.**

Variable	Rango	Puntos
<b>Bimestres continuos cotizados en Infonavit al momento de solicitar el crédito</b>	Menos de 6	No califica
	6 – 12	16
	13 – 15	23
	16 o más	38
<b>Saldo en la subcuenta de vivienda medido en veces del salario mínimo (VSM) según se defina en el lugar donde trabaja el cuentahabiente</b>	1.70 o menos	24
	1.71 - 2.20	27
	2.21 - 2.60	31
	2.61 - 3.10	33
	3.11 - 3.70	35
	3.71 - 4.50	37
	4.51 o más	39
<b>Edad del cuentahabiente</b>	18 - 20	26
	21 – 34	30
	35 – 42	33
	43 – 49	36
	50 o más	21
<b>Salario diario integrado del cuentahabiente (VSM)</b>	Menor o igual a 2.60	30
	2.61 - 3.60	31
	3.61 - 5.20	32
	5.21 - 6.70	34
	6.71 - 11.00	39
	Más de 11.01	40

Fuente: Infonavit

### **2.1.4 Tipos de crédito que ofrece Infonavit**

*Crédito Infonavit:* Producto crediticio tradicional, consiste en un monto que el Infonavit otorga como crédito y permite además que el trabajador utilice una porción de su saldo de la Subcuenta de Vivienda para que cuente con una mayor suma de capital.

*Infonavit-Fovissste:* Si el trabajador está casado y su cónyuge es derechohabiente de Fovissste, puede pedir este producto crediticio que consiste en un monto que Infonavit otorga como crédito; también se le puede sumar una porción del Saldo de la Subcuenta de Vivienda y además permite aprovechar un crédito Fovissste del cónyuge sin necesidad de participar en el sorteo del mismo.

*Infonavit Total:* Variante de crédito que suma el monto que Infonavit otorga, el total del Saldo de la Subcuenta de Vivienda y el crédito de alguna entidad financiera. Permite un monto máximo de crédito mayor que otras opciones, pero para acceder a esta opción el ingreso del trabajador debe estar entre 4.5 y 11 veces el salario mínimo del Distrito Federal

*Infonavit Total AG:* De manera similar al crédito Infonavit Total, este producto suma el monto otorgado por el instituto, el crédito de una institución financiera y la totalidad del SSV (Saldo de la Subcuenta de Vivienda), con la diferencia de que una porción de este se utilizará para la compra de la casa y lo que resta se puede utilizar para pagar el crédito obtenido de Infonavit (no de la entidad financiera), garantizando de antemano el cumplimiento de 5 anualidades. Solo pueden acceder a este producto los trabajadores con ingresos superiores a 11 veces el salario mínimo del Distrito Federal.

*Cofinavit:* Similar a Infonavit Total, pero la vivienda que se puede adquirir con este producto de crédito no tiene límite de valor. Otra diferencia es que el crédito que se obtiene de la entidad financiera o Sofol deviene en una segunda tasa de interés que no está fijada por Infonavit.

*Cofinavit AG: Aprovecha el Saldo de la Subcuenta de Vivienda garantizando el pago de 5 anualidades y reduciendo el porcentaje de retención del crédito de Infonavit para que la entidad financiera otorgue mayor monto de crédito.*

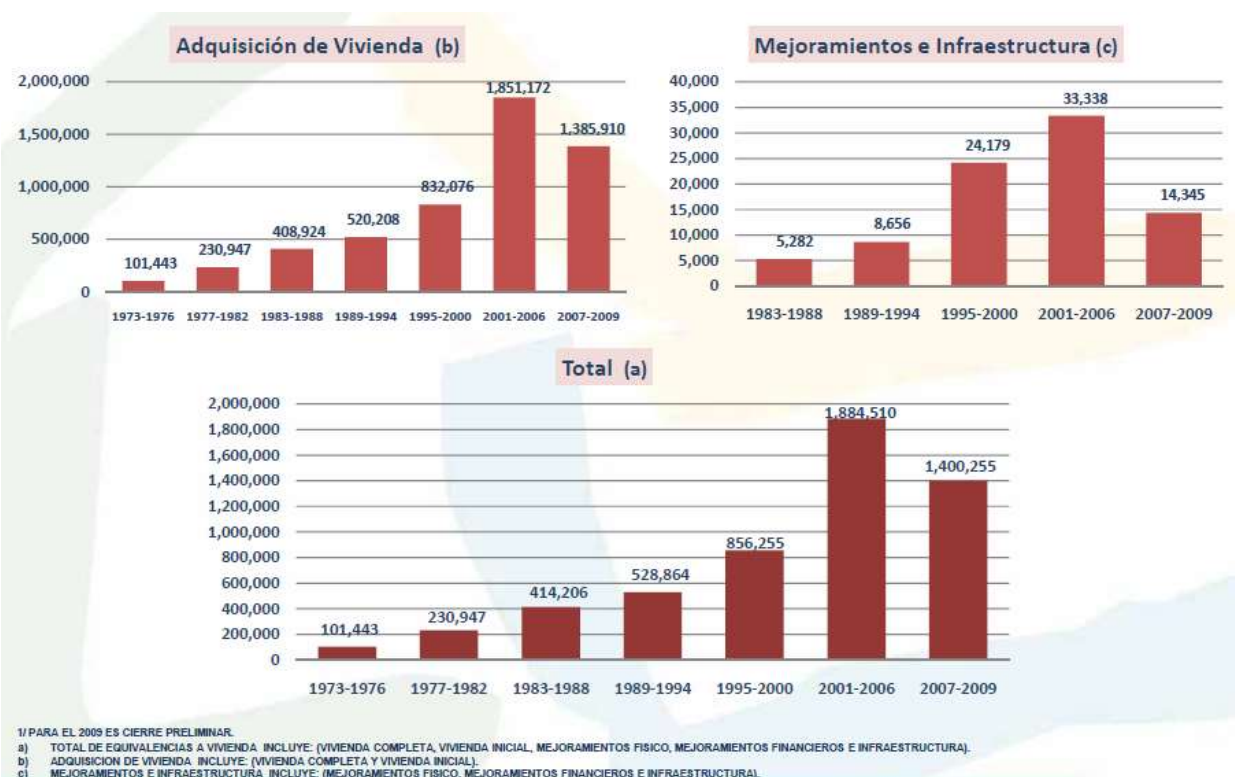
*Otros: Hipoteca Verde, Cofinavit Ingresos Adicionales, Apoyo Infonavit, Adhesión Apoyo Infonavit, Crédito Seguro Infonavit, Renueva tu hogar.*

### **2.1.5 Indicadores cuantitativos de Infonavit**

No cabe duda al observar la serie histórica de los créditos concedidos por Infonavit desde su fundación, del crecimiento sin freno que le caracterizó hasta entrar a la primera década del presente siglo, seguido por una explosión entre 2001 y 2006 que más que duplicó su otorgamiento de viviendas respecto al lustro inmediatamente anterior. Quedaría esto explicado tanto por la modernización de sus procesos y la flexibilización de sus requerimientos, como por la relativa bonanza económica que precedió a la crisis hipotecaria. Dicha crisis tuvo su efecto en las operaciones de Infonavit no a través de la demanda de créditos, que quedó relativamente inafectada, sino a través de la incapacidad de los contratistas para ofrecer las viviendas solicitadas.



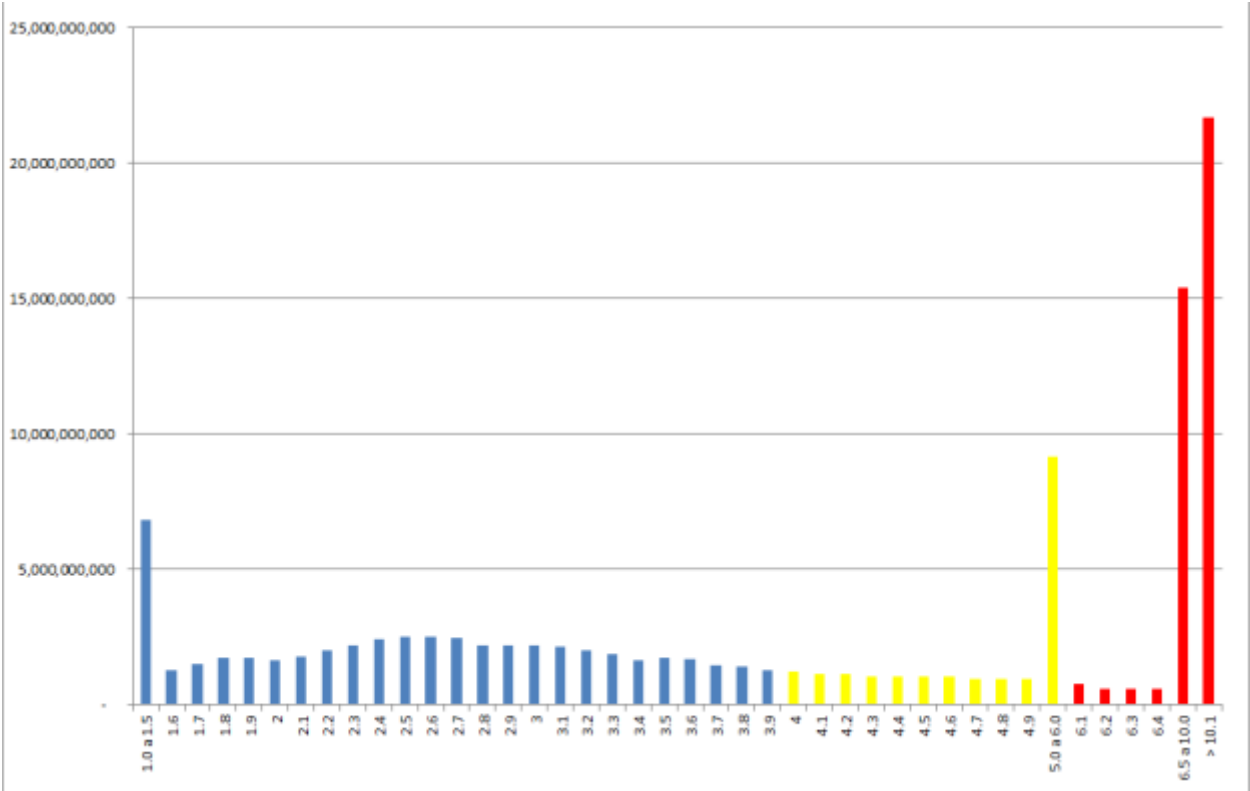
**Gráfica 1. Serie histórica de las cantidades de créditos otorgados por Infonavit según el destino de uso de los mismos para el periodo 1973 – 2009.**



Fuente: Consejo Nacional de Vivienda (Conavi)

A través de los distintos grupos salariales de trabajadores que Infonavit incluye, la demanda de créditos hipotecarios es naturalmente distinta, y distinta también es la tasa de interés que el instituto cobra por es según el ingreso de los acreditados, medido en Veces del Salario Mínimo (VSM).

**Gráfica 2. Monto de crédito total (en pesos, destinado a adquisición de vivienda) asignado por Infonavit a cada cajón salarial (veces del salario mínimo) en 2010.**



Fuente: Elaboración propia con datos de Infonavit

Dos estadísticos descriptivos de especial importancia para nuestra investigación se obtienen de la información condensada en la gráfica anterior. Primero, dividiendo los cajones salariales en tres grupos de aproximadamente el mismo tamaño (misma proporción de la cantidad de créditos asignados en 2010 por el instituto), se derivan las demandas totales de crédito de cada uno. Para el grupo salarial de menor ingreso, la demanda total fue de \$11, 632, 606,646, para el grupo de ingreso medio la demanda fue de \$9, 295, 230,345, y para el grupo de ingreso alto \$16, 256, 930,480. Además,

conociendo la tasa de interés que Infonavit cobra por los créditos en función del cajón salarial al cual pertenecen los trabajadores beneficiados, se calcula una tasa de interés ponderada (según el peso que cada cajón tiene en el grupo al que pertenece) para cada grupo. Estas son de 5.1%, 7.765% y 9.357% respectivamente.

Tiene Infonavit entre sus responsabilidades, la de establecer e instrumentar programas que busquen abatir la cartera vencida, problemática cuyos costos, que serán explicados más adelante, representan un obstáculo a la tarea social primaria del Instituto. Así, reconociendo este efecto perjudicial y la necesidad implicada de una solución, implementa el instituto operaciones como los denominados “Castigos de créditos irrecuperables” y otros programas de recuperación de la cartera y de apoyo a los acreditados que incumplen debido a la pérdida de relación laboral. El efecto de estos instrumentos puede percibirse, en el decremento de la proporción de cartera vencida desde los primeros años de la década actual.

**Cuadro 2. Serie histórica de cartera de crédito hipotecaria de Infonavit. Periodo 2003 – 2010.**

Concepto	2010		2009		2008		2007	
	Monto	Porcentaje	Monto	Porcentaje	Monto	Porcentaje	Monto	Porcentaje
Cartera Vigente	637,632	89.88%	564,983	88.12%	538,540	90.80%	493,088	92.48%
Prórroga	28,563	4.03%	38,111	5.94%	23,842	4.00%	14,798	2.78%
<b>Cartera Vencida</b>	<b>43,216</b>	<b>6.09%</b>	<b>38,023</b>	<b>5.93%</b>	<b>30,544</b>	<b>5.20%</b>	<b>25,292</b>	<b>4.74%</b>
Total de Cartera de Crédito	709,412	100.00%	641,116	100.00%	592,926	100.00%	533,178	100.00%

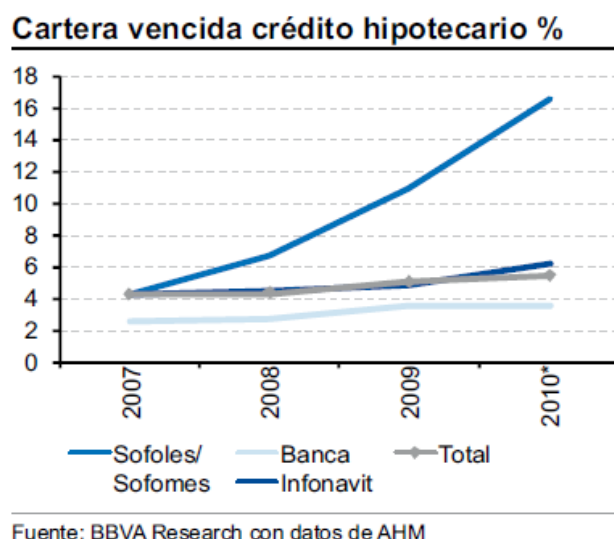
Concepto	2006		2005		2004		2003	
	Monto	Porcentaje	Monto	Porcentaje	Monto	Porcentaje	Monto	Porcentaje
Cartera Vigente	427,916	89.74%	384,892	89.69%	360,959	87.65%	312,954	86.21%
Prórroga	21,030	4.41%	9,277	2.16%	9,793	2.38%	10,527	2.90%
<b>Cartera Vencida</b>	<b>27,878</b>	<b>5.85%</b>	<b>34,983</b>	<b>8.15%</b>	<b>41,064</b>	<b>9.97%</b>	<b>39,518</b>	<b>10.89%</b>
Total de Cartera de Crédito	476,825	100.00%	429,152	100.00%	411,816	100.00%	462,999	100.00%

Fuente: Infonavit

En los últimos años, sin embargo, Infonavit ha visto un aumento gradual pero evidente en la morosidad, resultado del incremento en la tasa de desempleo a raíz de la crisis del 2008. También los oferentes privados como la Banca y especialmente las Sociedades de Objeto Limitado vieron este componente de costo engrosarse,

provocando incluso la bancarrota de algunas instituciones (SuCasita, una de las primeras SOFOLES nacionales en ofrecer créditos hipotecarios tuvo este destino).

**Gráfica 3. Porcentaje de cartera vencida por oferente. 2007 - 2010**



Debido a que la Misión de Infonavit incluye la promoción de créditos para viviendas y por ende, la búsqueda de soluciones conjuntas con los acreditados que incumplen de alguna manera con el pago total esperado, el instituto ofrece diversos productos de Cobranza Social cuyos costos y ventajas son capturados por un modelo que calcula la pérdida esperada de tales productos. La metodología que Infonavit aprovecha para esta estimación es la propuesta por el Bank for International Settlement (se conoce como Basilea 2) y consiste en descomponer el cálculo de la pérdida esperada en tres factores:

#### Esquema 2. Definición del valor de Pérdida Esperada



La probabilidad de incumplimiento se calcula observando el porcentaje de cartera vencida. La exposición es el monto del saldo insoluto del crédito. La severidad es el

porcentaje de la exposición que se pierde cuando un crédito se atrasa en los pagos y se vuelve cartera vencida.

La pérdida esperada informa al Infonavit sobre el estado de la economía y los acreditados y le permite tomar medidas precautorias. Es pertinente a nuestra investigación incluir este costo en cualquier modelo que utilicemos para inferir las estrategias óptimas del organismo, a fin de no subestimar el conjunto restricción en que ha de tomar sus decisiones y emitir consecuentemente un juicio errado sobre las mismas. En el Plan Financiero 2010-2014, Infonavit reporta la siguiente curva histórica de la pérdida esperada por concepto de cartera vencida:

**Gráfica 3. Curva Histórica de Pérdida Esperada de Infonavit.**

**Periodo Dic. 2007 – Sep. 2009**



Fuente: Infonavit

Incluye también este reporte indicadores porcentuales de la probabilidad de incumplimiento de sus acreditados en dos grupos excluyentes de salario, y de la pérdida esperada de su portafolio de créditos:

**Cuadros 3 y 4. Indicadores de la Probabilidad de Incumplimiento y Pérdida Esperada para dos grupos salariales. 2010**

**Salario de originación <= 4 VSM**

Producto	Porción del portafolio	Probabilidad de incumplimiento	Pérdida esperada
Roa	86.35%	1.64%	0.81%
Rea	10.18%	17.48%	8.67%
Prórroga	3.47%	33.92%	16.82%
<b>Total</b>	<b>100.00%</b>	<b>4.37%</b>	<b>2.17%</b>

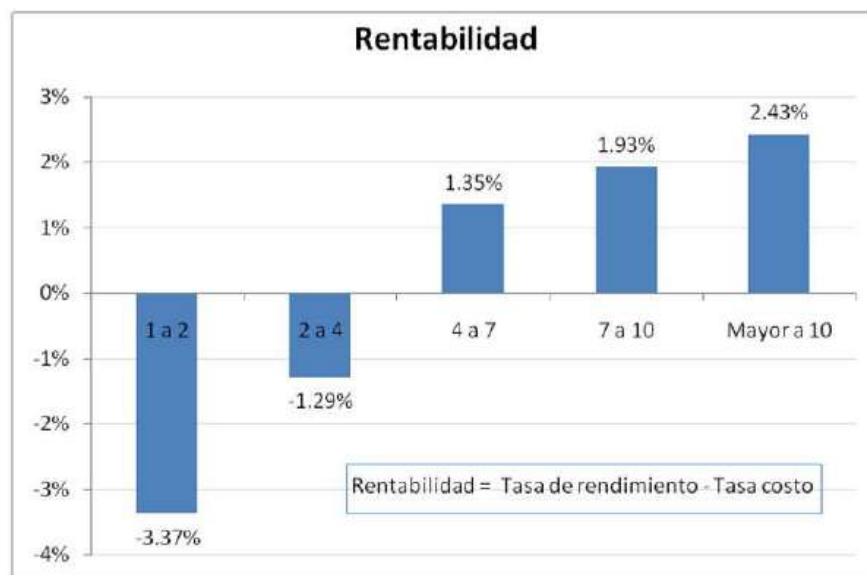
**Salario de originación > 4 VSM**

Producto	Porción del portafolio	Probabilidad de incumplimiento	Pérdida esperada
Roa	88.01%	1.03%	0.51%
Rea	9.43%	14.46%	7.17%
Prórroga	2.56%	28.95%	14.36%
<b>Total</b>	<b>100.00%</b>	<b>3.01%</b>	<b>1.49%</b>

Fuente: Infonavit

Como señala este cuadro, el grupo de menor ingreso tiene mayor pérdida de empleo, probabilidad de incumplimiento y cartera vencida. Además, Infonavit cobra tasas de interés menores a los trabajadores con menores ingresos, de aquí se desprende que el Instituto considere que subsidia los créditos de trabajadores de bajos ingresos con las ganancias obtenidas de los créditos a trabajadores de mayores ingresos:

**Gráfica 4. Diferencias en rentabilidad (porcentaje) de créditos otorgados por Infonavit a diversos grupos salariales (intervalos de VSM). 2010**



Fuente: Infonavit

En este artículo, Infonavit declara que la justificación de considerar estratégicamente la variedad de rentabilidades que le aporta cada sector salarial es la siguiente: “El cumplimiento de la misión social del Infonavit de manera sostenida, *depende de*

rentabilizar el otorgamiento de crédito a lo largo de los distintos segmentos del portafolio.”<sup>1</sup> Es decir, que si bien incurre potencialmente en pérdidas económicas cada vez que otorga crédito a un trabajador elemento del sector de ingreso bajo, no quedan estas al fin de cuentas sin balancear, debido a las superiores tasas de rendimiento asociadas a los otros sectores salariales.

## **2.2 Oferentes privados**

En el mercado mexicano de créditos hipotecarios compiten también entidades financieras de naturaleza privada y con raíces extranjeras (la gran mayoría), además de sociedades financieras de objeto limitado y múltiple, conocidas como Sofoles y Sofomes, que no proporcionan otro servicio que el de otorgar crédito hipotecario. Estos organismos componen la contraparte privada al Infonavit en el esquema de oligopolio mixto con que pretendemos representar el mercado que nos compete, por lo que es preciso enlistarlas y describirlas, según sea pertinente y según permita la disponibilidad de información, cuantitativamente.

### **2.2.1 ¿Quiénes son los oferentes privados de crédito hipotecario en México?**

Las entidades financieras (bancos) que ofrecen crédito hipotecario en México son las siguientes: Banamex, Banca Afirme, Banco Azteca, Inbursa, Santander, Banorte, BBVA Bancomer, HSBC, Ixe Banco, Scotiabank.

Las Sofoles Hipotecarias que operan los programas de crédito de la Sociedad Hipotecaria Federal: Hipotecaria Casa Mexicana, Crédito Inmobiliario Terras, Fincasa Hipotecaria, Hipotecaria México, Hipotecaria Nacional (adquirida recientemente por BBVA Bancomer), Vanguardia Hipotecaria, Hipotecaria Vértice, Metrofinanciera, Operaciones Hipotecarias de México, Patrimonio Hipotecaria, Hipotecaria Su Casita, General Hipotecaria (que pertenece a General Electric) y Finpatria.

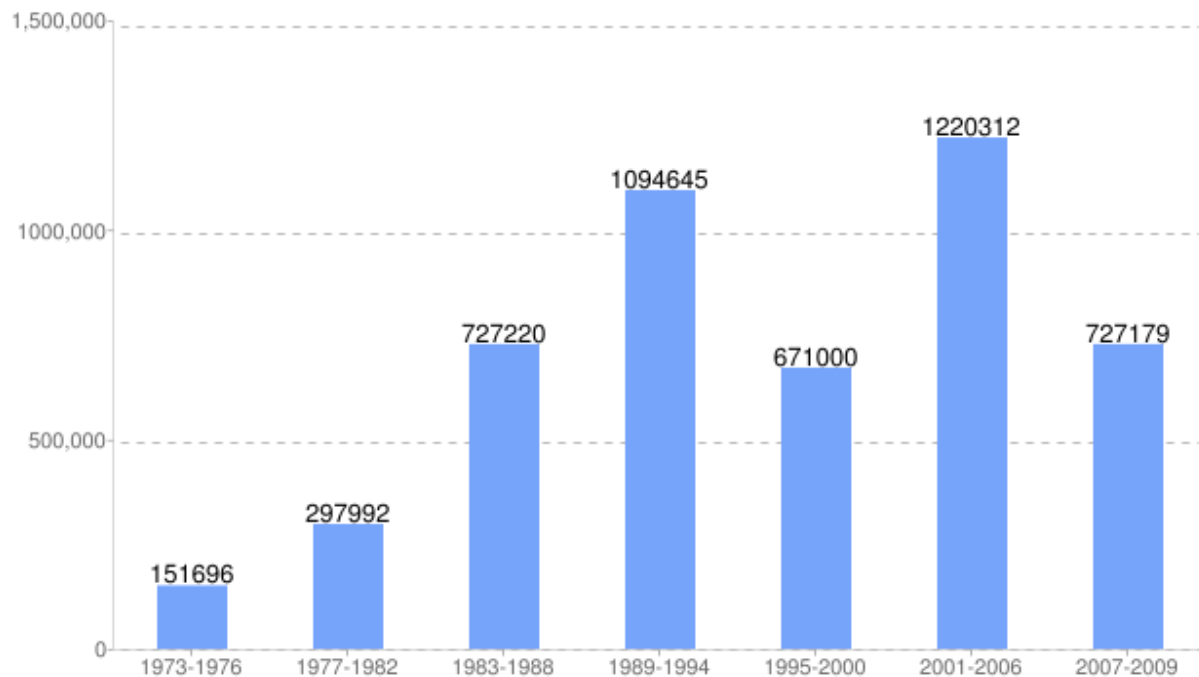
---

1. Énfasis del autor.

## 2.2.2 Indicadores cuantitativos de los oferentes privados

Hasta el periodo de crisis que comenzara en 1994, la asignación de créditos por parte de las instituciones financieras privadas, se había mantenido en ascenso de manera uniforme, siguiendo el crecimiento natural de las necesidades de vivienda y sin estorbos financieros adicionales a los que presenta cualquier esquema de costos. Comenzando 1995, las dificultades económicas atropellaron esta tendencia y solo hasta principios del presente siglo volvería a recuperarse el patrón.

**Gráfica 5. Serie histórica de las cantidades de créditos destinados a adquisición de nueva vivienda y otorgados por organismos distintos a Infonavit. Periodo 1973 – 2009.**



Fuente: Elaboración propia a partir de la información reportada por Conavi en *Estadística de Vivienda 2010*

Tras la crisis financiera global que comenzó en 2007, se elevó considerablemente la aversión al riesgo para los instrumentos vinculados con el mercado inmobiliario, motivo por el cual el acceso a financiamiento para colocación de hipotecas y para créditos puente (por los cuales se financia subsecuentemente la construcción de vivienda) se vio disminuido. Los programas de apoyo del gobierno federal no lograron contener esta



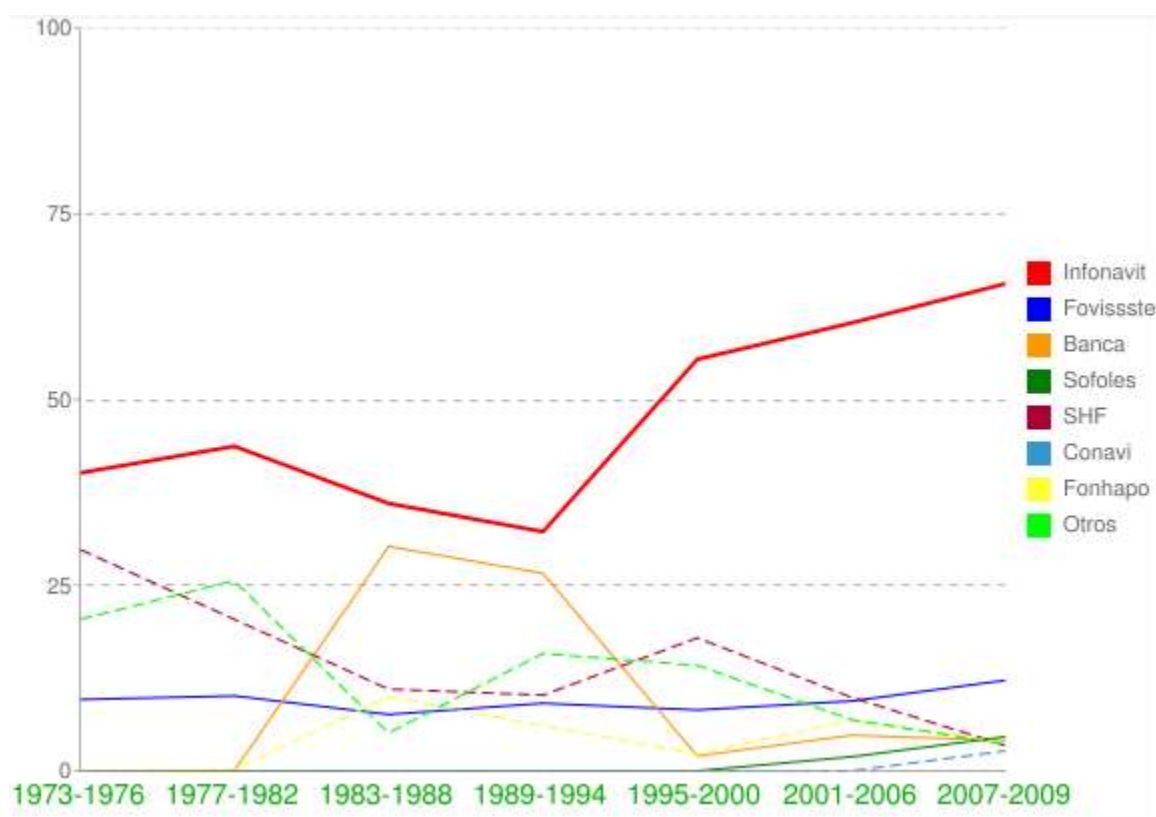
caída y dado que los créditos puente se otorgan conforme avanza la construcción de viviendas, la contracción en ventas resultó en un agotamiento de la liquidez, por lo que una gran cantidad de proyectos de construcción quedaron sin completarse ni venderse y por lo tanto, tampoco se liquidaron. Por esto, la caída en el financiamiento de las sofoles y sofomes hipotecarias se tradujo en un súbito incremento de la cartera vencida. El índice de morosidad de la cartera de créditos puente de sofoles y sofomes hipotecarias pasó del 5% a inicios de 2008 al 30% al cerrar el tercer trimestre de 2009. En 2010, la morosidad se mantuvo en ascenso, aunque lo hizo a tasas más moderadas que el año previo, manteniéndose incluso estable para algunas entidades financieras.

Extensa información adicional sobre las tendencias registradas y esperadas, un amplio panorama de documentación sobre las circunstancias económicas tanto de Infonavit como del sistema hipotecario en México, pueden hallarse en los reportes de *México: Situación Inmobiliaria* que el equipo de investigaciones económicas de BBVA publica varias veces cada año.

## 2.3 Oferta y demanda de créditos hipotecarios

Desde su fundación, el principal oferente de créditos hipotecarios ha sido Infonavit, nunca otorgando menos de 30% del total de los créditos colocados cada año. A partir de la última mitad de la década de los noventa, el porcentaje de su participación en el mercado se ha mantenido incluso por encima del 50%, mientras que cada uno de los otros oferentes, incluyendo Fovissste, se mantiene por debajo del 15% de participación. Esto señala la conveniencia de agregar a Fovissste y a los oferentes privados como un solo competidor en el modelo duopólico mixto, aun con todos los bemoles que esto implica.

**Gráfica 6: Serie histórica de los porcentajes de participación en el mercado hipotecario de las principales instituciones que lo componen. Periodo de 1973 – 2009.**

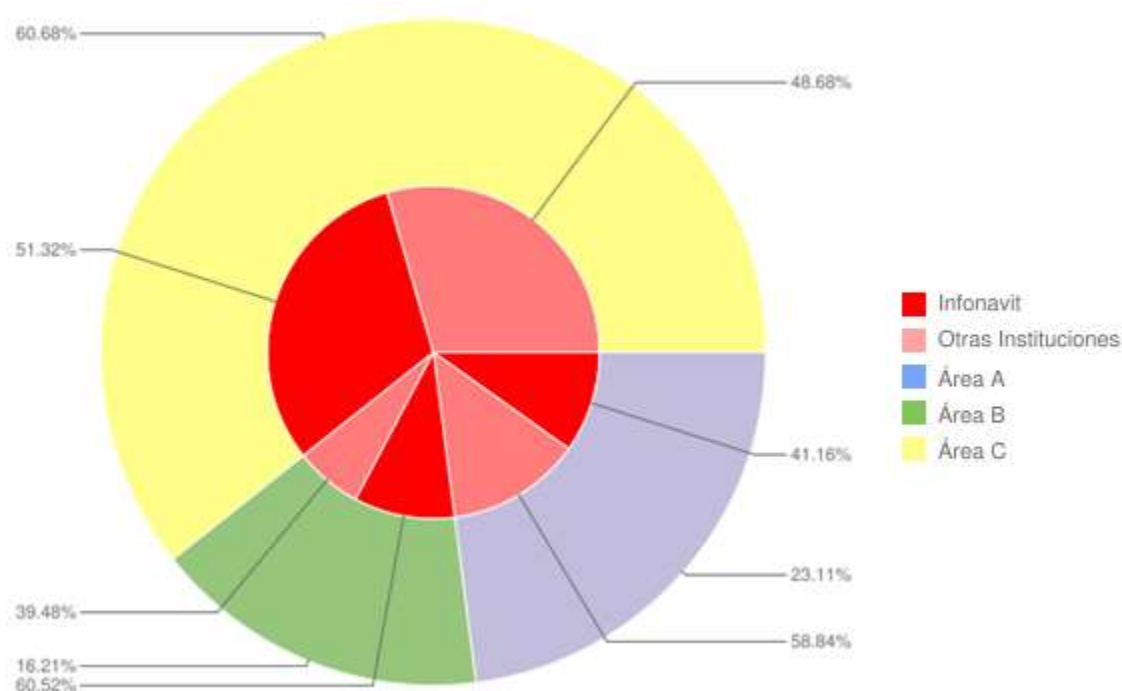


Fuente: Conavi

### 2.3.1 Distribución de la oferta crediticia por área geográfica

Geográficamente, la mayoría de los créditos hipotecarios se asigna a los municipios del sur del país, donde el ingreso medio por trabajador es inferior, y en menor medida en las zonas del norte y del centro, de manera uniforme. Esto no está en desacuerdo con la política primordialmente social de Infonavit ni con el hecho de que el instituto reparte la mayor parte de los créditos hipotecarios mexicanos. En la siguiente gráfica se observa el nivel de participación de Infonavit y el resto de los oferentes en las tres áreas geográficas en que, según la definición de salario mínimo vigente en cada una, se divide el territorio nacional.<sup>1</sup>

**Gráfica 7: Proporciones de la asignación de créditos en tres áreas geográficas y de la participación de los oferentes en el mercado de las mismas.**



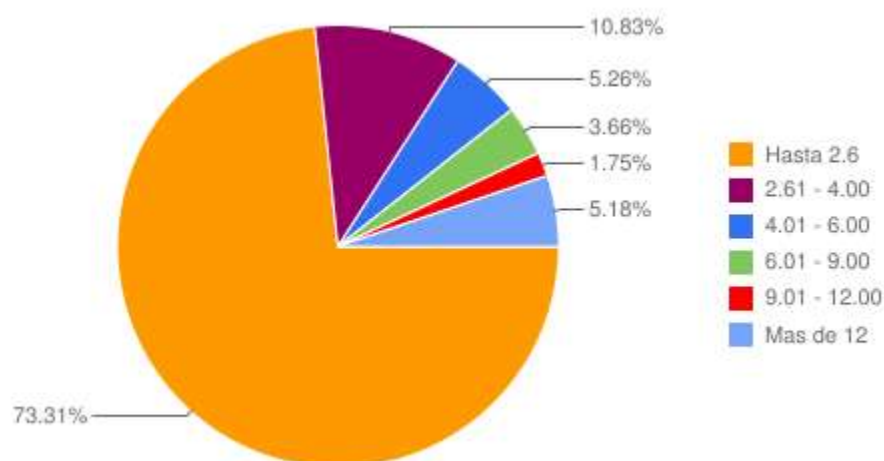
Fuente: Elaboración propia a partir de la información reportada por Conavi en *Estadística de Vivienda 2010*

1. Véanse en el anexo 8.1 los municipios que integran cada una de las tres áreas.

### 2.3.2 Distribución de la oferta crediticia por cajón salarial

De acuerdo a los resultados de la Encuesta Nacional de Ingresos y Gasto de los Hogares en 2010, y en consonancia con la tendencia histórica de los últimos años, el último decil de ingreso (el 10% de la población con mayor ingreso) concentra desproporcionadamente 33.8% del ingreso de los hogares, duplicando la concentración del noveno decil, lo que significa que solo 20% de la población ocupada recibe más de la mitad de todos los ingresos de los hogares mexicanos. Para entender esta dimensión de desigualdad en término de las unidades salariales con que Infonavit clasifica a los trabajadores, considérese que 77% de la población ocupada recibe menos de 4 veces el salario mínimo y solo 3.76% recibe más de 12 veces el salario mínimo. El Impuesto Sobre la Renta y otras políticas fiscales no logran aminorar la magnitud de estas diferencias, como sí lo hacen en otras economías avanzadas. A pesar de esto y como se observa en la siguiente gráfica, la colocación de créditos en cada cajón salarial es proporcional al tamaño del cajón en términos de la cantidad de trabajadores que lo componen, es decir, no puede argumentarse que algún grupo salarial determinado sea más propenso que otro a demandar créditos hipotecarios, ni que en la colocación de estos, alguno de los grupos salariales sea particularmente favorecido o desfavorecido en comparación con cualquier otro.<sup>1</sup>

**Gráfica 8: Proporciones de la asignación de créditos para distintos cajones salariales (VSM).**



Fuente: Elaboración propia a partir de la información reportada por Conavi en *Estadística de Vivienda 2010*

1. Las gráficas 8 y 9 se elaboraron a partir de la información presentada por Conavi para los créditos en los cuales el apartado relevante (rango salarial o tipología) estaba disponible.

### 2.3.3 Distribución de la oferta crediticia por tipología

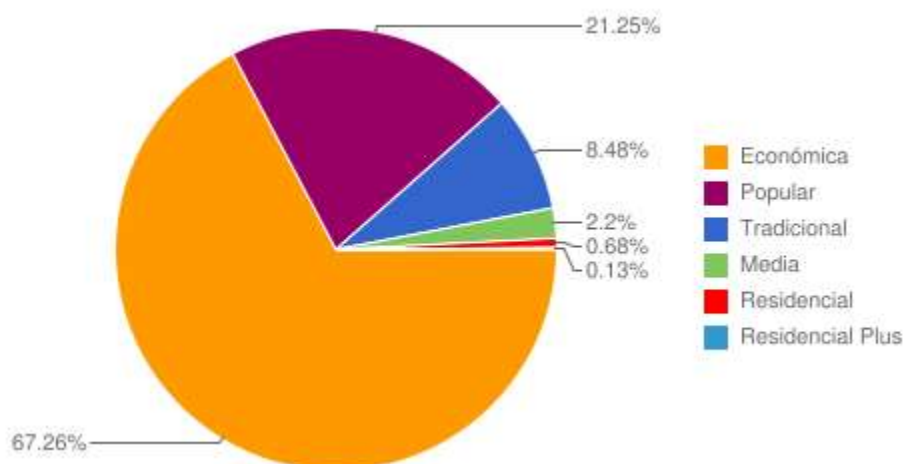
A principios de 2010, Infonavit, SHF, Conavi, Fovissste, Softec, AHM y varias entidades financieras, con el objetivo de estandarizar la nomenclatura del sector hipotecario, definieron la siguiente tipología:

**Cuadro 5. Clasificación de viviendas según su valor. Vigente en 2010.**

Tipo de vivienda	VSM MDF*	Rangos de precio
Interés social		
Económica	Hasta 118	\$0 - \$206,121
Popular	118.1 - 200	\$206,121 - \$349,357
Tradicional	200.1 - 350	\$349,357 - \$611,374
Media	350.1 - 750	\$611,374 - \$1,310,088
Residencial	750.1 - 1500	\$1,310,088 - \$2,620,176
Residencial plus	Más de 1500	Más de \$2,620,176
* Veces salario mínimo mensual para el Distrito Federal vigente a partir del 1 de enero de 2010: \$57.46 pesos		

Fuente: Estado Actual de la Vivienda en México 2010, SHF

**Gráfica 9: Proporciones de la asignación de créditos de acuerdo a la tipología de la vivienda a la que fueron destinados (VSM).**



Fuente: Elaboración propia a partir de la información reportada por Conavi en *Estadística de Vivienda 2010*

Algunos programas de subsidio a vivienda requieren que esta no tenga un valor superior a 158 VSM, es decir, que pertenezca a la clasificación tipológica Económica o

Popular. BBVA reporta en Situación Inmobiliaria en México 2011 que al comparar las características de estos tipos de vivienda con las de aquellas viviendas que no están sujetas a subsidios, se observa que son las primeras la que más atributos de calidad han perdido entre 2007 y 2010: tienen menos espacio, una mayor proporción se vende sin cocina y el precio por metro cuadrado ha crecido más que en el resto de los segmentos. El costo social de esta tendencia lo enfrentan principalmente los sectores de menor fortaleza económica, que aun con los mencionados programas de subsidios, cabe comentar, no han mostrado diferenciación significativa en su comportamiento en comparación con los que no reciben subsidio. Infonavit reporta que la proporción de cartera vencida en el caso de los primeros fue de 3.15% y para los segundos fue de 3.30%.

Cabe mencionar, si acaso para afianzar nuestra redacción de las circunstancias macroeconómicas que cifran el problema de la vivienda en México, que la Sociedad Hipotecaria Federal estima en 2011, el 74.3% de la demanda se concentró en localidades urbanas y el resto (25.7%) lo hizo en zonas con población menor a 2500 habitantes. Un análisis estadísticamente intensivo de las características de la necesidad de Vivienda, se encuentra en el reporte de “Necesidades de Vivienda 2006 – 2012”.

### **2.3.4 Elasticidad de la demanda de créditos hipotecarios a la tasa de interés**

En Housing Demand in Mexico (2007), Matías Fontenla y Fidel González calculan la demanda de vivienda usando la tasa de interés final de las hipotecas y estimaciones del ingreso temporal y permanente y de otras características socioeconómicas de los hogares. Consideran un par de especificaciones econométricas que difieren en el conjunto de variables explicatorias, pero que utilizan ambas la transformación BOX-COX de la cantidad de hogares como variable dependiente. De la segunda de estas especificaciones, que por variables explicatorias tiene, entre otras, al índice de precios de vivienda, la edad, el ingreso permanente y la tasa final de interés de los créditos hipotecarios, desprenden una estimación de la elasticidad de la demanda de viviendas, a la tasa de interés hipotecaria, igual a -0.39.

Aprovecharemos este cálculo en la modelación computacional (sección 4 de nuestra investigación) de la función exponencial que utilizaremos para representar la demanda crediticia en términos de la tasa de interés.

## **2.4 Comparación con el sistema hipotecario de Estados Unidos**

Las particularidades del sistema hipotecario en México y del Infonavit, pueden entenderse mejor al compararse con otras estructuras de mercado hipotecario, como la de los Estados Unidos, que por haberse hallado continuamente, los últimos años, bajo el enfoque de los medios de comunicación y en las discusiones de las ciencias sociales, quedó con bastante detalle definido en investigaciones como la de Cuadro, Romo y Rubio (2010). Véase también en Green y Wachter (2005) un estudio de la evolución histórica del sistema hipotecario estadounidense.

### **2.4.1 Origen y estructuración del sistema hipotecario residencial estadounidense**

El mercado hipotecario de Estados Unidos fue primero de naturaleza informal. Antes de la Gran Depresión, comunidades vecinales otorgaban préstamos con vivienda como colateral y algunos bancos emitían bonos respaldados con hipotecas. Durante la Gran Depresión, los valores generalizados de propiedad declinaron alrededor de 50% respecto a sus valores pico y los prestamistas de crédito hipotecario se vieron en la necesidad de cesar el refinanciamiento de los préstamos. Como resultado de esto, muchos beneficiarios cayeron en default y comenzó una oleada de reposiciones de viviendas que luego eran revendidas por las instituciones financieras, poniendo aún más presión en el mercado inmobiliario.

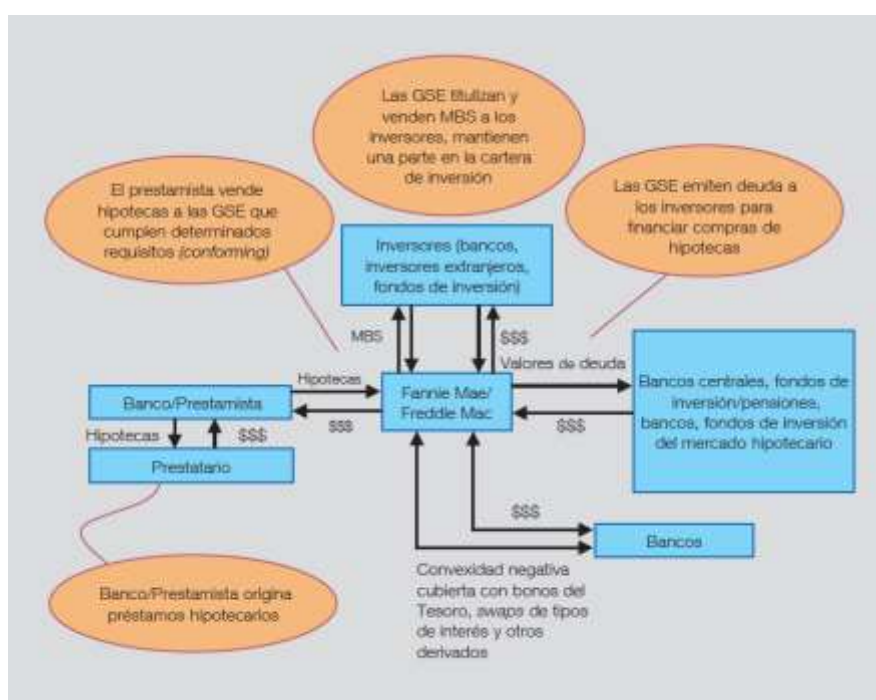
Para responder a tales problemas, el gobierno federal creó tres instituciones: Home Owner's Loan Corporation (HOLC), Federal Housing Administration (FHA) y la Federal National Mortgage Association (FNMA). La primera cumplía la función de acumular fondos por medio de bonos respaldados por el gobierno, que usaba para comprar hipotecas en default de las instituciones financieras y después reinstalarlas. Quienes posteriormente invertían en la recompra de estas hipotecas, exigían la seguridad de recibir eventualmente el balance principal y los pagos de interés acordados, para esto fue creado la FHA. Así las primeras instituciones hipotecarias de Estados Unidos, surgieron no como respuesta a un descontento laboral sino a una crisis financiera general. Habiendo cumplido su objetivo, la HOLC se deshizo en 1936.



El mercado hipotecario cambió relativamente poco en el periodo anterior a la Segunda Guerra Mundial. Tras este suceso, sin embargo, comenzó un periodo de bonanza para Estados Unidos que lo transformaría de una nación de rentadores a una de dueños de vivienda. Los mayores oferentes de crédito hipotecario durante este periodo fueron los bancos comerciales y las instituciones financieras de préstamo y ahorro, que se capitalizaban con depósitos respaldados por el Federal Deposit Insurance Corporation y ofrecían tasas de interés bajo.

Cuando el rendimiento de los bonos de tesorería de Estados Unidos comenzó a ser superior al que ofrecían las instituciones de ahorro, vieron estas y el resto de los oferentes de crédito hipotecario un decremento en sus fondos. Como respuesta y para deshacer la deuda asociada a su financiamiento vino la privatización de Fannie Mae. Luego, el Congreso creó la institución Freddie Mac, que se encargaría de asegurar las hipotecas emitidas por las instituciones de préstamo y ahorro. Como se observa, los principales oferentes de crédito hipotecario en Estados Unidos, surgieron para dar satisfacción a necesidades de índole financiera y no precisamente social como en el caso mexicano.

**Esquema 3: Fuentes de financiamiento y destino de los créditos hipotecarios en E.U.**



Fuente: Cuadro, Romo y Rubio (2010)

## 2.4.2 Clasificación de los productos hipotecarios

Los créditos hipotecarios en este sistema suelen clasificarse en función de tres criterios o parámetros que los definen: las características de riesgo asociadas al prestatario, el monto de crédito otorgado y el tipo de interés que deviene la hipoteca, sea fijo o variable.

**Cuadro 6. Clasificación de créditos hipotecarios en E.E.U.U. de acuerdo a tres distintos criterios. Vigente en 2010.**

Criterio de clasificación	Tipo de hipoteca	Descripción/Característica principal
Riesgo crediticio del prestatario	prime	Para prestatarios con menor riesgo crediticio, quienes deben declarar y demostrar la fuente de sus ingresos además de desembolsar un pago inicial al momento de la compra.
	subprime	Concedidas a consumidores con mayor riesgo de crédito, conllevan tasas de interés más elevadas.
	Alternative-A	Diseñadas para prestatarios con buen historial crediticio, pero cuyos ingresos no están documentados o no pueden realizar el pago inicial por la vivienda.
Volumen del monto otorgado	Jumbo	Monto mayor a \$729,750 dólares.
	Jumbo Conforming	Monto entre \$417,000 y \$729,750 dólares.
	Conforming	Monto menor a \$417,000 dólares.
Carácter de la tasa de interés	Fijo	Implican un flujo de pagos estable durante la vida de la hipoteca, pero tienen asociado una tasa de interés mayor.
	Variable	Proporcionan mayor flexibilidad y tienen tasas de interés mas bajas.
	Híbridas	En un periodo inicial se pagan a tasa de interés fija y el resto del plazo de vida son a tasa variable.

Fuente: Cuadro, Romo y Rubio (2010)

Las créditos con tasa de interés de tipo fijo dominan el mercado estadounidense, pero en general, la composición del total de hipotecas otorgadas cambia en el tiempo con las variables de ingreso. También interesa que alrededor del 75% de los créditos hipotecarios concedidos en este mercado son del tipo *prime*, apuntando a la estabilidad

crediticia de poco riesgo que no está presente en la mayoría de los prestatarios del sistema hipotecario mexicano.

### **3. Marco Teórico**

#### **3.1 Antecedentes**

El análisis de modelos de oligopolio mixto, en que empresas públicas maximizadoras del excedente social compiten contra empresas privadas maximizadoras de sus propios beneficios, se ha vuelto más y más popular en años recientes. Como trabajos pioneros en este enfoque se encuentran el de Merrill y Schneider (1966), Harris y Wiens (1980), y Bös (1986). También son dignos de mención los artículos de Vickers y Yarros (1988), De Fraja y Delbono (1990) y Nett (1993).

Es elevado el interés en los oligopolios mixtos por su importancia en algunas economías de Europa, Canadá y Japón. Existen ejemplos de oligopolios mixtos en Estados Unidos como el de las industrias de paquetería y envío postal. También son comunes los oligopolios mixtos en las economías transicionales del este de Europa y de la antigua Unión Soviética, en que prevalece un esquema de competencia entre empresas públicas y privadas en varias industrias como la de las aerolíneas, los bancos, telecomunicaciones, gas natural, electricidad, hospitales, seguros médicos, ferrocarriles y otras.

Estas situaciones se han investigado de diversas maneras. Varios trabajos analizan modelos de Cournot y Stackelberg en que el rol (seguidor o líder) de cada empresa se asigna exógenamente. Sin embargo, es razonable asumir que cada firma decide qué acciones tomar y cuando tomarlas. DeFraja y Delbono (1989) abren brecha en estas investigaciones. Muestran que en juegos de movimiento simultáneo, la privatización de la empresa pública puede redundar en un incremento del bienestar.

#### **3.2 Marco matemático del problema**

En la siguiente sección se detallan, las condiciones que debe cumplir la función de demanda inversa en un esquema de Cournot para garantizar la existencia y unicidad de un equilibrio, resultados primarios de Kalashnikov y Cordero (2007). Se ofrece también un ejemplo de función que satisface tales condiciones. Posteriormente, se describe el

problema mixto de complementariedad, que simplifica el proceso de optimización multiobjetivo que nos concierne.

### 3.2.1 Definición de modelo de duopolio mixto

Existen dos firmas que producen un producto homogéneo.  $G$  representa la producción total, y  $p(G)$  denota la función de demanda inversa que enfrentan ambas firmas, i.e. el precio de una unidad del producto. Los bienes producidos por las dos firmas se venden en el mercado doméstico. Las cantidades  $q_i$ ,  $i = 1,2$  denotan la producción de la firma  $i$ . Finalmente,  $c_i(q_i)$  representa el costo de producción de la firma  $i$ . Dado que  $G$  es la producción total, se tiene

$$G = q_1 + q_2 \quad (1)$$

La firma 1 es una empresa privada, y por lo tanto maximiza la función de sus propios beneficios:

$$\Pi(G, q_1) = p(G)q_1 - c_1(q_1) . \quad (2)$$

La firma 2 es una empresa pública y por ello maximiza el excedente doméstico social.

$$S(G, q_2) = \int_0^G p(x)dx - [p(G)q_1 + c_2(q_2)] .^1 \quad (3a)$$

donde naturalmente,  $q_1 = G - q_2$ .

---

1. Es preciso señalar que la forma en que se ha definido la función de excedente social doméstico, equivale a la suma del excedente del consumidor y los beneficios de la firma pública. Sustraer el término  $p(G)q_1$ , asociado a los ingresos de la firma privada, resulta de considerar que no competen a la maximización del excedente social doméstico los beneficios de los oferentes bancarios de crédito hipotecario, que son en su mayoría de raíz extranjera. Aun así, incluimos en la sección de Anexos, los resultados que se obtienen de considerar estos beneficios en dicha definición.

### 3.2.2 Supuestos matemáticos

Respecto a las funciones de demanda inversa (precio) y de costo, establecemos los siguientes supuestos.

**A1.** Sea  $p(G) \geq 0$  una función dos veces continuamente diferenciable definida sobre  $G > 0$ , con  $p'(G) < 0$ , donde  $p(G)G$  es una función estrictamente cóncava y

$$p'(G) - p''(G)G < 0 \text{ para } G > 0. \quad (4)$$

**A2.** Asumimos que las funciones de costo  $c_i(q_i)$ ,  $i=1,2$  son dos veces continuamente diferenciables, no-decrecientes y convexas, con valores no-negativos, definidas sobre  $q_i \geq 0$  (i.e.,  $c_i(q_i) \geq 0$ ).

**A3.** Para  $i=1$ , existe un  $H_1 > 0$ , tal que:

$$c'_1(H_1) = p(H_1),$$

mientras que para  $i=2$ , existe un  $H_2 > 0$ , tal que:

$$p(H_2) - H_1 \left(1 + \frac{H_1}{H_2}\right) p'(H_2) = c'_2(H_2).$$

**A4. Principio de Participación Potencial.**

Para  $i=1$ , existe un  $G_0 > 0$  y un  $q_1^0 > 0$  tal que  $G < G_0$  implica que para  $q_1 < q_1^0$  la siguiente desigualdad ocurre:

$$p(G) + p'(G)G - c'_1(q_1) > 0.$$

**Nota 1.** Los supuestos **A1** y **A2** son bastante comunes y naturales en los trabajos que analizan equilibrios en mercados de bienes homogéneos. Funciones que, por ejemplo, satisfacen **A1** son:  $p(G) = AG^{-\gamma}$  con  $A > 0$  y  $0 < \gamma < 1$ , entre otras. La inecuación (4) es evidentemente verdadera si la función de demanda inversa  $p(G)$  es convexa y decreciente. Sin embargo, también permite a la función  $p(G)$  ser cóncava, pero “no muy cóncava”, es decir, con segunda derivada  $p''(G)$  no “muy negativa”.

**Nota 2.** El supuesto **A3** también es común y evita incentivos de producción ilimitada para ambos agentes. El Principio de Participación Potencial dado en **A4** excluye la posibilidad del equilibrio trivial (cero).

**Nota 3.** Las relaciones  $p(G) \geq 0$  y  $p'(G) < 0$  para todo  $G > 0$  del supuesto **A1** implican que

$$\lim_{G \rightarrow \infty} p'(G) = 0. \quad (5)$$

De ahí, que la relación

$$p(H_2) - H_1 \left(1 + \frac{H_1}{H_2}\right) p'(H_2) = c'_2(H_2)$$

del supuesto **A3** implique que exista un  $H_3$  tal que

$$p(G) - H_1 \left(1 + \frac{H_1}{H_2}\right) p'(G) - c'_2(q_2) < 0 \text{ para todo } G \geq q_2 > H_3. \quad (6)$$

Para que sea posible definir un equilibrio tan solo con condiciones de optimalidad de primer orden, primero tenemos que verificar que las funciones de bienestar y/o excedente social doméstico sean cóncavas sobre sus dominios. Hacemos eso al establecer los siguientes resultados auxiliares cuya demostración es posible hallar en otra parte.

**Lema 1.** Bajo los supuestos **A1** y **A2**, la función de beneficios de la firma 1,  $\Pi(G, q_1)$  es cóncava con respecto a  $q_1$ .

**Lema 2.** Bajo los supuestos **A1** y **A2**, la función de excedente social domestico  $S(G, q_2)$  es cóncava con respecto  $q_2$ .

**Nota 4.** Es fácil ver que si uno asume que las funciones de costo  $c_i$ ,  $i = 1, 2$  sean estrictamente convexas, entonces tanto el Lema 1 como el Lema 2 garantizan la concavidad estricta de las funciones objetivo  $\Pi$  y  $S$ .

### Definición 1: Equilibrio Cournot clásico

Un vector  $Z = (G, q_1, q_2)$  tal que:

$$G = q_1 + q_2, \quad (7)$$

$$q_1 \geq 0, \quad \varphi_1 \equiv c'_1(q_1) - q_1 p'(G) - p(G) \geq 0, \quad q_1 \varphi_1 = 0; \quad (8)$$

$$q_2 \geq 0, \quad \varphi_2 \equiv c'_2(q_2) + (G - q_2)p'(G) - p(G) \geq 0, \quad q_2 \varphi_2 = 0; \quad (9)$$

Las condiciones (7) – (9) constituyen un problema de complementariedad estándar. Por lo tanto, para establecer la existencia de su solución, podemos utilizar poderosas herramientas teóricas desarrolladas en Isac, Bulavsky y Kalashnikov (2002).

### 3.2.3 Existencia y unicidad de equilibrios

#### Teorema 3 (Teorema de existencia):

Bajo los supuestos **A1-A4**, el problema de equilibrio Cournot (7) – (9) tiene una solución no-trivial.

**Demostración.** La existencia de una solución al problema (7) – (9) se sigue del siguiente resultado. Este problema de equilibrio Cournot es un problema de complementariedad estándar y puede reescribirse de la siguiente forma: Halle un vector  $x \in R^2$  tal que:

$$x \geq 0, \quad F(x) \geq 0, \quad y \quad x^T F(x) = 0; \quad (10)$$

aquí

$$x = (q_1, q_2)^T, \quad F_1(x) = -\frac{\partial}{\partial q_1} \Pi(G, q_1), \quad y \quad F_2(x) = -\frac{\partial}{\partial q_2} S(G, q_2). \quad (11)$$

Como del supuesto **A1** se sigue que el mapeo  $F: R_+^2 \rightarrow R^2$  es continuo sobre el cuadrante no-negativo  $R_+^2$ , podemos usar el siguiente teorema para establecer la existencia de soluciones:



**Teorema 6.8 [Isac, Bulavsky y Kalashnikov (2002)].** Considere un mapeo continuo  $F: R_+^2 \rightarrow R^2$  y un conjunto con fronteras no vacío  $C \subset R_+^n$  tal que para todo  $x \in R_+^n$  y  $x \notin C$ , la desigualdad

$$x_i F_i(x) > 0 \quad (12)$$

es válida para al menos uno de los índices  $i = 1, \dots, n$ . Entonces el problema (10) tiene solución, y todas las soluciones pertenecen a  $C$ .

Volviendo a la demostración del Teorema 3, seleccione un subconjunto no-vacío

$$C = \{x \in R^2 \mid 0 \leq q_1 \leq H_1, 0 \leq q_2 \leq H_3\}, \quad (13)$$

con  $H_3$  como se define en la nota 3 (ver desigualdad inecuación (6)). Ahora probaremos que la desigualdad (12) se cumple para al menos un índice en cualquier punto  $x$  fuera del subconjunto  $C$ . Considérese un arbitrario  $x \notin C$ , es decir, al menos una de las siguientes condiciones es válida:

(i)  $q_1 > H_1$ . En este caso, de acuerdo a los supuestos **A1** – **A4**, tenemos la desigualdad

$$p(G) - f'_1(q_1) < 0 \text{ para todo } G \geq q_1 > H_1. \quad (14)$$

Ahora recuerde que

$$F_1(x) = c'_1(q_1) - q_1 p'(G) - p(G),$$

que, junto con (14), inmediatamente implica  $F_1(x) > 0$ , por lo tanto

$$x_1 F_1(x) = q_1 F_1(x) > 0 \text{ para cualquier } q_1 > H_1. \quad (15)$$

La desigualdad (15) implica la fórmula (12) en el caso (i).

(ii) Asuma que  $0 \leq q_1 \leq H_1$ , pero  $q_2 > H_3$ . En ese caso, por los supuestos **A1** – **A4**, la siguiente desigualdad se cumple:

$$p(G) - H_1 \left(1 + \frac{H_1}{H_2}\right) p'(G) - c'_1(q_2) < 0 \text{ para } G \geq q_2 > H_3. \quad (16)$$

Examinemos el componente  $F_2(x)$ :

$$F_2(x) = c'_1(q_2) + q_1 p'(G) - p(G); \quad (17)$$

como  $0 \leq q_1 \leq H_1, q_2 > H_3, G = q_1 + q_2$  y  $p'(G) < 0$ , deducimos de (16) y (17) que:

$$\begin{aligned} F_2(x) &= c'_1(q_2) + q_1 p'(G) - p(G) \geq \\ & c'_1(q_2) + H_1 p'(G) - p(G) \geq \\ & c'_1(q_2) + H_1 \left(1 + \frac{H_1}{H_2}\right) p'(G) - p(G) > 0. \end{aligned}$$

Así, la última desigualdad implica  $x_2 F_2(x) = q_2 F_2(x) > 0$ , es decir, (12) es válida para cualquier  $x \notin C$  también en el caso (ii). Por lo tanto, para completar la demostración del Teorema 3, basta aplicar el Teorema 6.8.

Ahora examinamos las propiedades de unicidad del equilibrio Cournot definido por (7) – (9). Primero habremos de determinar la unicidad de un volumen de equilibrio no monopolístico. Para esto, haremos un supuesto adicional sobre la función inversa de demanda  $p$ , pero antes definiremos el concepto de equilibrio *no monopolístico*.

**Definición 1.** Sea  $Z = [G, q_1, q_2]$  un equilibrio, i.e. una solución al problema Cournot (7) – (9). Decimos que este equilibrio es **no monopolístico** si  $q_1 < G, i = 1, 2$ .

**A5.** El producto  $p'(G)G$  es una función no-decreciente sobre  $G > 0$ .

**Nota 5.** El supuesto **A5** implica que la tasa de decrecimiento de la función inversa de demanda no es muy elevado (en otras palabras, la pendiente negativa  $p'(G)$  es “no muy negativa”). Más aún, es claro que el supuesto **A5** es equivalente a la condición

$$p'(G) + p''(G)G \geq 0, \text{ para } G > 0,$$

que, junto con el supuesto **A1**, implica la convexidad de la función inversa de demanda  $p$ .

**Teorema 4 (Teorema de unicidad):** Bajo los supuestos **A1**, **A2** y **A5**, la cantidad total producida  $G$ , es la misma en cualquier equilibrio no-monopolístico.

**Nota 6** Cuando el equilibrio es no monopolístico, entonces de acuerdo al Teorema 4, el volumen  $G$  de mercado aclarado se determina de forma única. Sin embargo, en algunos casos pueden ocurrir estados de equilibrio tanto monopolístico como no monopolístico con distintos volúmenes. Por ejemplo, eso podría pasar si las funciones de costo  $c_i$  y el producto  $p(G)G$  son funciones lineales por piezas. A continuación se expone un resultado que garantiza la unicidad de no solamente el volumen  $G$  de equilibrio de mercado aclarado, sino también del estado completo de equilibrio  $Z = (G, q_1, q_2)$ .

**Corolario 5.** Bajo los supuestos **A1 – A5**, el estado de equilibrio  $Z$  existe de forma única.

**Demostración.** Primero, bajo los supuestos **A1 – A4**, sí hay estados de equilibrio. Más aún, como implica el supuesto **A4**, ningún agente puede tener volumen de producción cero, por ello todos los estados de equilibrio son no monopolísticos. Por lo tanto, el Teorema 4 implica que el volumen de equilibrio  $G$  de mercado aclarado es único. Ahora suponga que para el mismo volumen  $G$ , existen dos pares distintos  $[q_1^{(1)}, q_2^{(1)}]$  y  $[q_1^{(2)}, q_2^{(2)}]$  que satisfacen la ecuación de balance:

$$G = \sum_{i=1}^2 q_i^{(1)} = \sum_{i=1}^2 q_i^{(2)}, \quad (18)$$

y el par respectivo de relaciones de complementariedad (8) y (9). Sin pérdida de generalidad asuma que

$$0 < q_1^{(1)} < q_1^{(2)}. \quad (19)$$

Así, el supuesto **A2** implica que

$$-c'_1(q_1^{(1)}) \geq -c'_1(q_1^{(2)}). \quad (20)$$

Más aún, como se sigue de (8),  $\varphi_1(q_1^{(1)}) = \varphi_1(q_1^{(2)}) = 0$  (porque tanto  $q_1^{(1)} > 0$  y  $q_1^{(2)} > 0$ ), y haciendo uso de (19), (20) y la negatividad de  $p'(G)$ , uno tiene la siguiente cadena de relaciones:

$$\begin{aligned} 0 = \varphi_1(q_1^{(2)}) &\equiv p(G) + q_1^{(2)} p'(G) - c'_1(q_1^{(2)}) < \\ &< p(G) + q_1^{(1)} p'(G) - c'_1(q_1^{(1)}) \equiv \varphi_1(q_1^{(1)}) = 0, \end{aligned}$$

lo que implica algo imposible en la desigualdad  $0 < 0$ . Esta contradicción completa la demostración de unicidad de la contribución equilibrio del agente privado  $q_1$ . Finalmente, la ecuación de balance (18) garantiza la unicidad del volumen de producción equilibrio de la firma pública  $q_2$  también.

Un ejemplo de función de demanda que satisfaga los supuestos **A1-A5** es:

$$p(G) = AG^{-\gamma}, \text{ con } A > 0 \text{ y } 0 < \gamma \leq 1.$$

### 3.2.4 El problema de optimización

Al resolver el problema de optimización que nos concierne, habremos de reducirlo primeramente a uno de complementariedad. Se determinarán las condiciones de optimalidad Karush-Kuhn-Tucker (KKT) y se resolverá para la variable de decisión. Las principales ventajas de reducir al problema mixto de complementariedad (MCP por sus siglas en inglés) son: (1) la determinación simultánea y paralela de las variables de decisión y restricciones aplicables, y (2) la solución de programas matemáticos complejos sin una formulación explícita de la función objetivo. Algunos “solvers” desarrollados especialmente, detectan el formato MCP y declaran cuando es necesario, si las restricciones del problema están definidas incorrectamente. Además, transformando un problema de optimización al formato MCP, evita uno la complejidad de encontrar una solución por medio de un “solver” de programación no lineal estándar cuando los valores iniciales están lejos del punto óptimo.

Con esto en mente, podemos expresar las condiciones de primer orden que componen el núcleo del problema de complementariedad de la siguiente manera:

$$c'_1 = p \left( 1 - \frac{\vartheta_1}{\varepsilon} \right)$$

$$c'_2 = p \left( 1 + \frac{1 - \vartheta_2}{\varepsilon} \right)$$

Donde  $\vartheta_1$  y  $\vartheta_2$  representan las porciones de la producción total que corresponden a las firmas privada y pública respectivamente. Al expresar el total de producción  $G$ , tanto en términos del precio unitario del bien, como de los precios y demandas de referencia y de la elasticidad precio de la demanda, según dicta la función inversa de demanda  $p$  que hemos supuesto, podemos igualarlo naturalmente a la suma de las cantidades que cada competidor produce y obtener así la tercera ecuación necesaria para definir el problema en la forma en que habremos de resolverlo computacionalmente:

$$q_1 + q_2 = d_0 \left( \frac{p}{p_0} \right)^{-\varepsilon}$$

En esta ecuación es útil notar que, al precio de referencia  $p = p_0$  asignamos en producción total la demanda de referencia esperada  $d_0$ .

Como hemos dejado las condiciones de primer orden expresadas en términos de las variables endógenas (para el modelo computacional)  $\vartheta_1$  y  $\vartheta_2$ , precisamos un par de ecuaciones adicionales que las relacionen con las variables de producción  $q_1$  y  $q_2$ :

$$\vartheta_1 = \frac{q_1}{q_1 + q_2}$$

$$\vartheta_2 = \frac{q_2}{q_1 + q_2}$$

Finalmente, para garantizar que las estrategias de precio sugeridas pertenezcan al conjunto de soluciones “realistas”, es decir solo aquellas que son permisibles en el

contexto de las restricciones reales de costo que cada firma enfrenta, exigiremos que se satisfagan las siguientes dos restricciones:

$$c'_1 \leq cv_1$$

$$c'_2 \leq cv_2$$

Donde  $cv_1$  y  $cv_2$  son los costos variables asociados a cada firma.

## 4. Modelo Computacional

Para solucionar el problema de complementariedad mixto que acabamos de detallar, aprovechamos el software de optimización GAMS, debido a la ventajosa sencillez de programación que ofrece, y porque permite representar de forma intuitiva y accesible las ecuaciones que determinan nuestro modelo. En la siguiente sección presentamos la notación utilizada para codificar los elementos y restricciones de nuestro problema, siguiendo una metodología similar a la de Kalashnikov, Kalashnykova y Castillo (2010). Después, reportamos los valores particulares que imputamos a los parámetros que lo requieren, de acuerdo a la información cuantitativa que hemos venido presentando.

### 4.1 Código programado, notación de sus elementos y restricciones

**Cuadro 7. Conjuntos, parámetros y variables con que se codificó el modelo en GAMS.**

Conjuntos	Descripción	Unidades
<b>f y g</b>	Firmas públicas y privadas	
<b>h</b>	Fuentes de financiamiento	
<b>r</b>	Regiones	
<b>Parámetros:</b>		
<b><math>c_{h,r}</math> y <math>c1_{h,r}</math></b>	Costos variables de las firmas públicas y privadas	Miles de pesos
<b><math>d_r^0</math></b>	Demanda de referencia de créditos	Miles de pesos
<b><math>ti_r^0</math></b>	Tasa de interés de referencia	%
<b><math>\sigma_r</math></b>	Elasticidad a tasa de interés de la demanda	
<b>Variables:</b>		
<b><math>\pi_f</math> y <math>\pi1_g</math></b>	Beneficios de las firmas públicas y privadas	Miles de pesos
<b><math>ti_r</math></b>	Tasa de interés	%

$c_{f,r}^m$ y $c_{g,r}^m$	Costos marginales de las firmas públicas y privadas	Miles de pesos
$\vartheta_{f,r}$ y $\vartheta_{g,r}$	Porción de oferta del mercado por cada firma	%
$o_{f,r}$ y $o_{g,r}$	Oferta crediticia por las firmas públicas y privadas	Miles de pesos
$x_{f,h,r}$ y $x_{g,h,r}$	Créditos otorgados por las firmas públicas y privadas por fuente de financiamiento	Miles de pesos

Adicionalmente, se programan las restricciones que servirán como frontera del conjunto de soluciones en que el “solver” interno de GAMS determinará las decisiones óptimas.

- Las condiciones de equilibrio, se definen para cada firma y cada región de la siguiente manera:

$$c_{f,r}^m = ti_r \left( 1 + \frac{1-\vartheta_{f,r}}{\sigma_r} \right) \quad (\text{Empresas públicas})$$

$$c_{g,r}^m = ti_r \left( 1 - \frac{\vartheta_{g,r}}{\sigma_r} \right) \quad (\text{Empresas privadas})$$

- La porción de mercado que corresponde a cada firma, en cada región, se determina con las siguientes ecuaciones:

$$\vartheta_{f,r} = \frac{o_{f,r}}{\sum_F o_{f,r} + \sum_G o_{g,r}}$$

$$\vartheta_{g,r} = \frac{o_{g,r}}{\sum_F o_{f,r} + \sum_G o_{g,r}}$$

- Como límite superior para los costos marginales de cada firma, en cada región, se especifican:

$$c_{f,r}^m \leq c_{h,r}$$

$$c_{g,r}^m \leq c_{h,r}$$



- Por cada firma, en cada región, la cantidad total de créditos otorgados iguala la de los créditos ofrecidos, es decir, el mercado se aclara completamente:

$$\sum_{h \in H} x_{f,h,r} = o_{f,r}$$

$$\sum_{h \in H} x1_{g,h,r} = o1_{g,r}$$

- La oferta agregada de todas las firmas en cada región, es igual a la demanda total en la misma. En el lado derecho de esta restricción es donde se especifica la función de demanda que hemos supuesto y que, como se demostró, satisface las condiciones que garantizan la existencia y unicidad de la solución que encontrará GAMS:

$$\sum_{f \in F} o_{f,r} + \sum_{g \in G} o1_{g,r} = d_r^0 \left( \frac{ti_r}{ti_r^0} \right)^{-\sigma_r}$$

- Finalmente, se establecen condiciones de no negatividad para algunas de las variables del modelo:

$$o_{f,r}, o1_{g,r}, x_{f,h,r}, x1_{g,h,r}, ti_r, c_{f,r}^m, c1_{g,r}^m, \vartheta_{f,r}, \vartheta1_{g,r} \geq 0$$

## 4.2 Resumen de los valores asignados a cada parámetro del código

Las cantidades que imputamos a los precios y demandas de referencia, para cada problema solucionado en función del grupo salarial al que corresponden, son precisamente las demandas promedio y la tasa de interés ponderada asociada a cada uno de ellos, como se describieron en la sección 2.1.5.

**Cuadro 8. Valores asociados a las cantidades de referencia del modelo en GAMS.**

	1.0 a 3.9 VSM	4.0 a 6.0 VSM	6.1 en adelante
$d_0$	11,632,606,646	9,295,230,345	16,256,930,480
$p_0$	0.051	0.07765	0.093571429

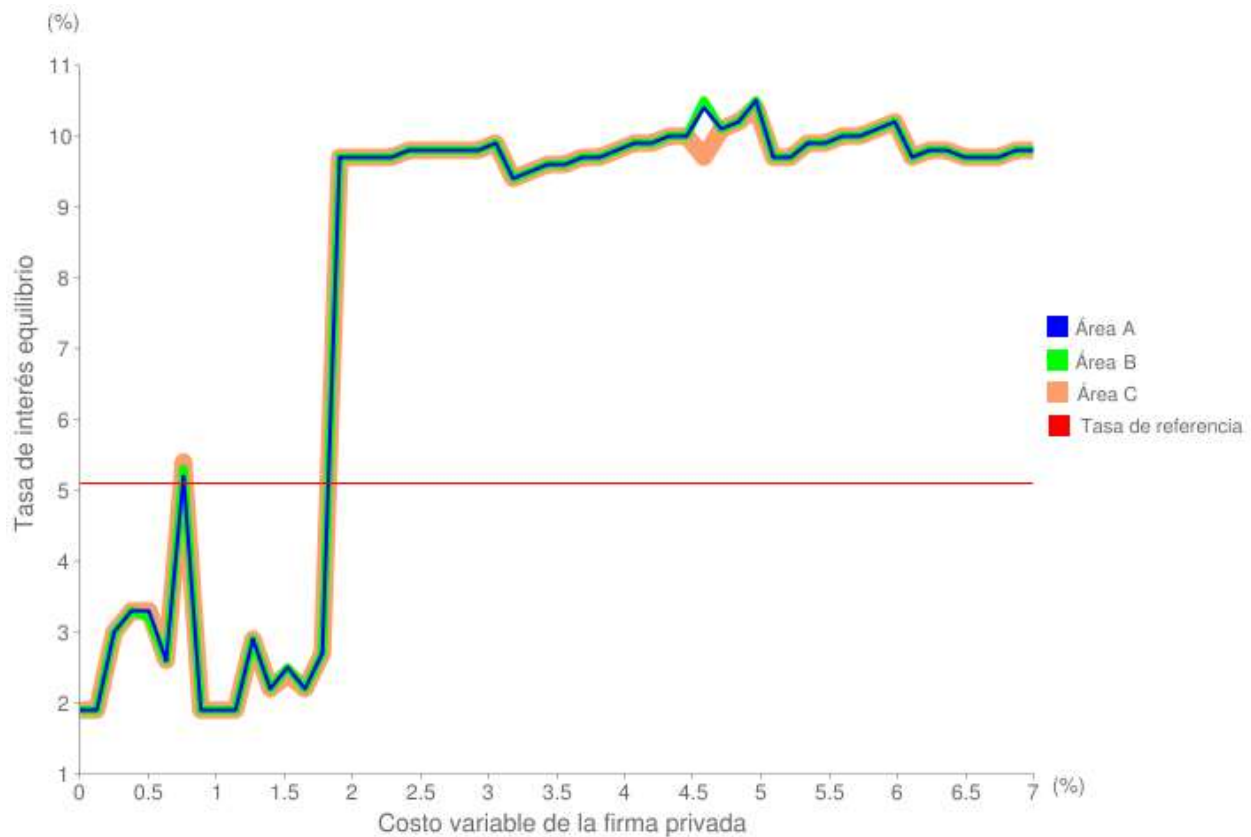
El parámetro  $\sigma_r$  queda determinado por el valor absoluto de la elasticidad precio de la demanda  $\varepsilon = -0.39$  que se aceptó en la sección 2.3 de acuerdo al trabajo de Fontanla y Gonzalez (2007).

El costo variable de la firma pública  $c1_{h,r}$ , lo igualamos al valor de la pérdida esperada crediticia de Infonavit, 1.92%, pero es necesario reconocer que este valor puede subestimar los verdaderos costos variables asociados a cada unidad (en pesos) de crédito otorgada. Debe refinarse la investigación en este sentido, con información adicional relativa a costos operacionales y otras comisiones, que por el momento permanece fuera de nuestra consideración.

Finalmente, el costo variable de la firma privada  $c_{h,r}$ , debido a la falta de información públicamente disponible sobre costos variables de las entidades financieras y demás organismos privados (aunque se han considerado varias opciones que aproximarían este valor, como el Costo Porcentual Promedio, reportado por el Banco de México), lo escogeremos arbitrariamente para una variedad de valores entre 0.0125% y 7%, y a cada uno asociaremos una tasa de interés solución, que compararemos posteriormente contra la tasa de referencia.

## 5. Resultados

**Gráfica 10. Tasa de interés equilibrio contra costo marginal de la Firma Privada.  
Grupo salarial de ingreso bajo.**

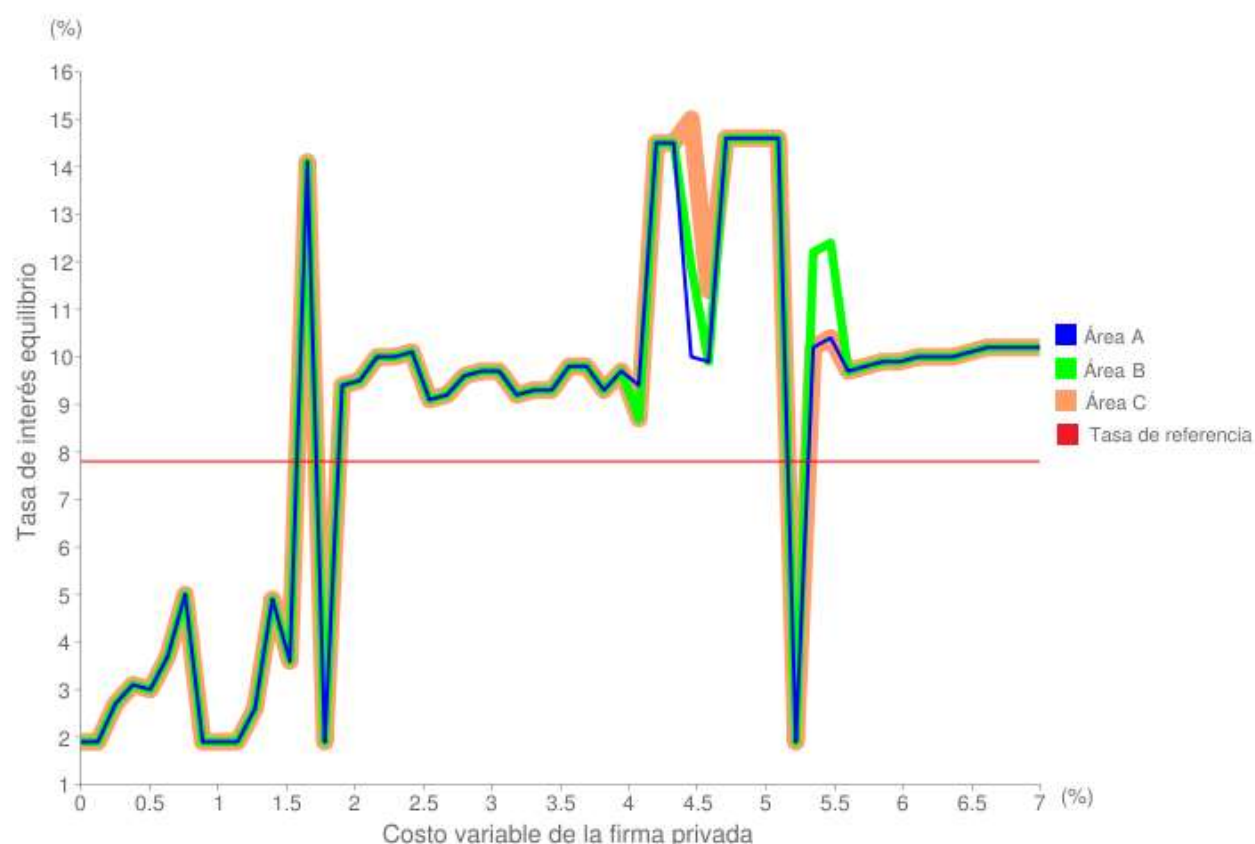


En esta y las siguientes gráficas de resultados, se dibuja una variedad de líneas que cifran, en cada caso, los siguientes conjuntos de datos: La línea horizontal representa la tasa de interés de referencia que se cobra por los créditos otorgados a trabajadores del grupo salarial en cuestión. En la gráfica 10, por ejemplo, la línea horizontal está al nivel 0.051, según se calculó la tasa de interés de referencia para el grupo salarial de ingreso bajo.

1. Es obligatorio señalar que, debido a que el área geográfica C es bastante más grande en términos del total de población que en ella reside, en comparación con las otras dos áreas, y por la forma en que el problema modelado se plantea y resuelve, se presentaron dificultades e inconsistencias de índole optimizacional, principalmente, que la diferencia en la definición de salario mínimo y consecuentemente de los costos asociados al otorgamiento de créditos en cada área, no fue suficientemente significativo como para superar el valor agregado de satisfacer la demanda varias veces más grande del área C. Esto se resolvió dividiendo el total de créditos asignados a cada grupo salarial en tres partes iguales, ignorando en el proceso la diferencia en las definiciones de salario mínimo.

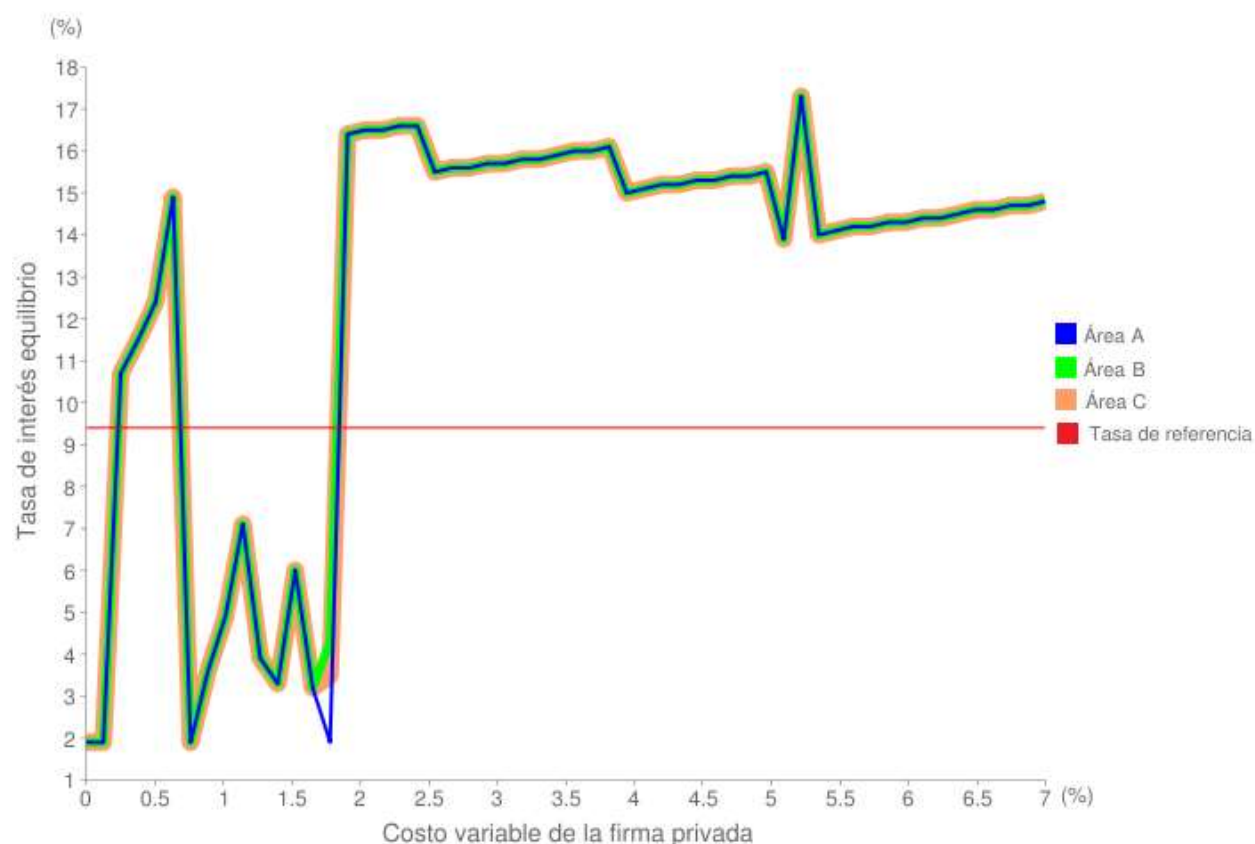
Adicionalmente, se presentan tres líneas empalmadas, de colores rojo, azul y verde. Estas tres están asociadas a las tres áreas geográficas del país con distinta definición de salario mínimo, A, B y C, según se describe en la sección de anexos. Representan en el eje vertical la tasas de interés equilibrio arrojada por el modelo programado, cuando se especificó que el costo variable de la firma privada eran las que señalaba el eje horizontal. Así observamos, por ejemplo para el caso del problema del grupo salarial de ingreso bajo, que cuando a dicho costo se asignaron valores inferiores al 2 por ciento, la tasa de interés que satisfacía todas las condiciones del equilibrio, estuvo por debajo de la tasa de interés de referencia, para todos los demás posibles costos, el modelo arrojó una tasa de interés equilibrio superior a la de referencia.

**Gráfica 11. Tasa de interés equilibrio contra costo marginal de la Firma Privada.  
Grupo salarial de ingreso medio.**



Para el grupo salarial de ingreso medio, las curvas graficadas presentan algunos pronunciamientos agudos alrededor del costo variable privado de 1.8% y posteriormente al superar el nivel de 5%. Suavizando estas curvas y eliminando estos picos, observaríamos sin embargo que su comportamiento es similar al observado para el grupo salarial de ingreso bajo, con tasas de interés de equilibrio inferiores a la de referencia para los casos de costo privado menor a 2% y superiores en el resto de los casos.

**Gráfica 12. Tasa de interés equilibrio contra costo marginal de la Firma Privada.  
Grupo salarial de ingreso alto.**



Algo similar se observa al graficar las tasas de interés equilibrio arrojadas al resolver el problema del grupo salarial de ingreso alto contra diferentes costos variables de la firma privada. Por tercera vez ocurre un salto alrededor de la marca del 2%, y si afináramos la tabulación de los datos para incluir más observaciones en el mismo espectro de posibles costos privados, observaríamos seguramente que el cambio ocurre al pasar el nivel de 1.92%, es decir, el costo variable por pérdida esperada que

enfrenta la firma pública. Este resultado ciertamente va de acuerdo a lo intuible: la firma pública debería competir con más fuerza si la privada le aventaja en costos y relajarse, sin descuidar el excedente del consumidor, cuando es de otra manera.

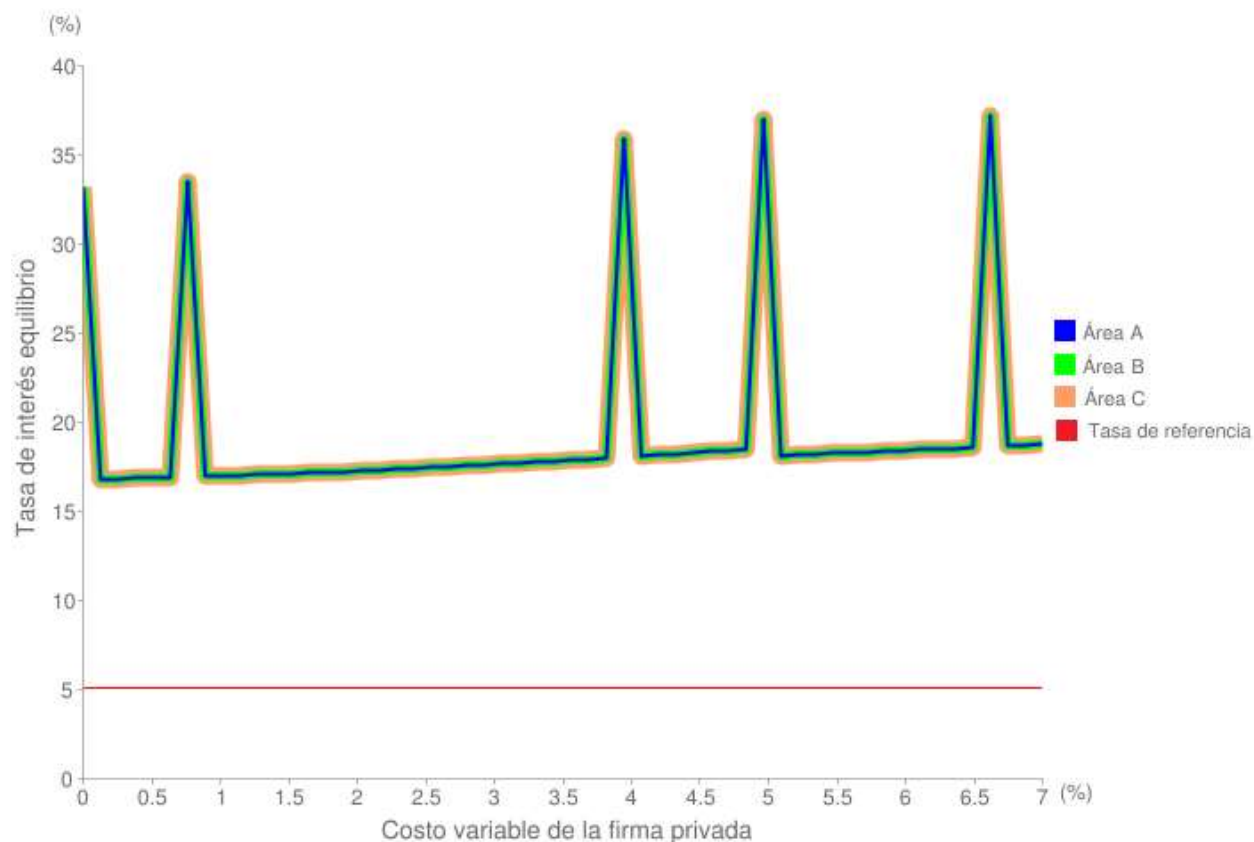
Sin embargo, los resultados en general no son los esperados: las líneas no son uniformes y quedan por encima de la tasa de interés de referencia en porciones amplias de cada una de las gráficas, lo cual estaría evidenciando que, con mayor probabilidad, la tasa de interés que se cobra actualmente por los créditos hipotecarios otorgados, independientemente del grupo salarial al que vayan dirigidos, es inferior a la que cobraría un organismo que verdaderamente maximizase el excedente social doméstico.

A fin de emitir un juicio más informado sobre el comportamiento de la firma pública y aprovechando la facilidad con que la metodología utilizada nos permite extender el enfoque de la investigación a partir de lo que ya fue construido, tanto en resultados matemáticos como en modelación computacional, decidimos resolver los problemas de optimización asociados a un esquema de oligopolio, ya no mixto, sino con dos competidores que buscan cada uno maximizar sus propios beneficios en competencia de tipo Cournot.

El objetivo es identificar una especie de límite superior para las posibles estrategias de equilibrio en el sentido de que señalan la tasa de interés que quedaría establecida si la firma pública se desprendiera por completo de su objetivo social y solamente estuviera interesada en maximizar su propio beneficio. A su vez, hallar resultados intuitivamente razonables, sirve para afianzar la confianza en la metodología utilizada a pesar de sus limitaciones.

Conseguirlo implica nada más complicado que sustituir la condición de equilibrio asociada al problema de optimización de la firma pública, por una que se sigue del problema tradicional de optimización de los beneficios y que, en la notación de nuestro modelo, se expresa como  $c_{f,r}^m = ti_r \left(1 - \frac{\vartheta_{f,r}}{\sigma_r}\right)$ .

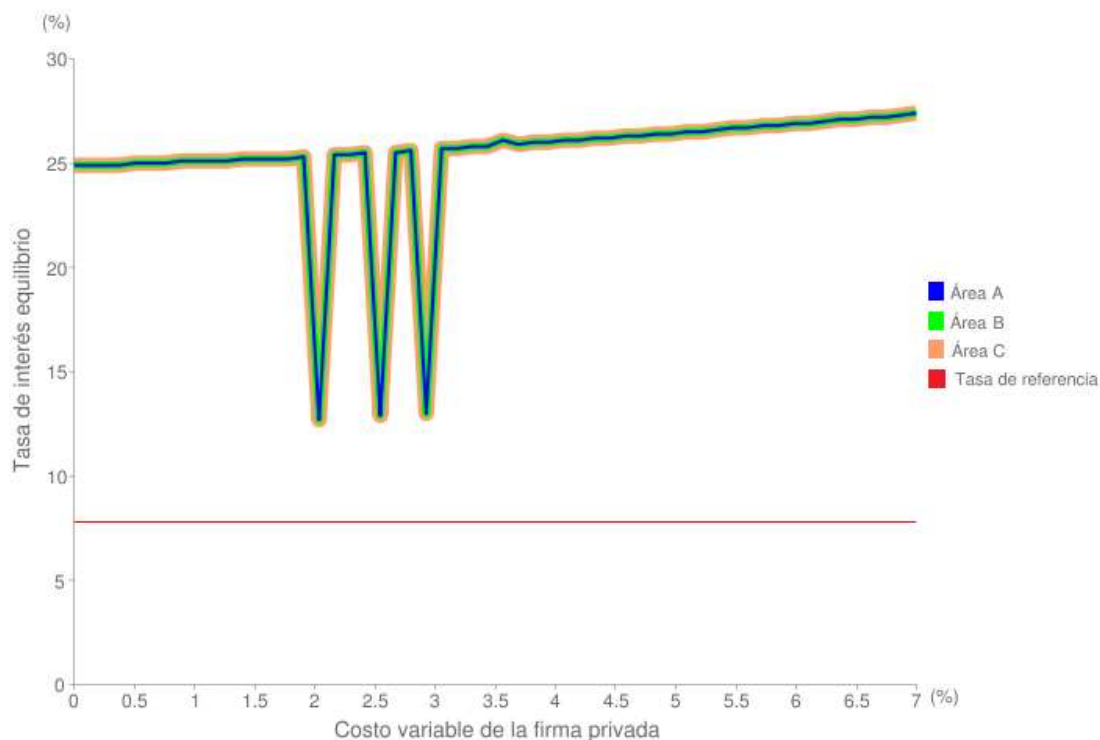
**Gráfica 13. Tasa de interés equilibrio contra costo marginal de la Firma Privada en competencia oligopólica regular. Grupo salarial de ingreso bajo.**



De acuerdo a lo esperado, la tasa de interés de referencia queda por debajo de la que arroja el modelo ya modificado, independientemente del costo variable que se asigne a la firma privada. La interpretación de esto es que no puede de ninguna manera argumentarse que el comportamiento de Infonavit sea estrictamente similar al de un maximizador neto de beneficios.

En la gráfica aparece un conjunto de protuberancias agudas que no tienen una explicación intuitiva evidente. Son seguramente resultado de minucias decimales del proceso de optimización que redondea algunas cantidades y por consecuencia, la selección del equilibrio queda en algunos casos extrapolada a otra sección del sólido definido por las restricciones.

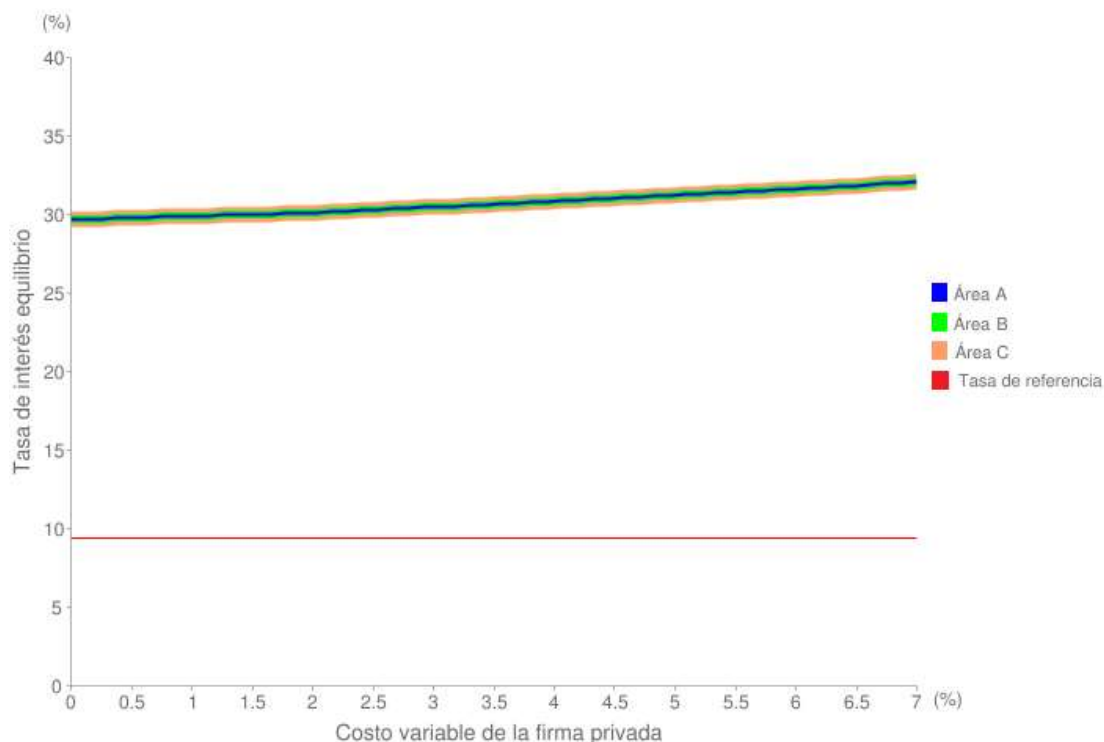
**Gráfica 14. Tasa de interés equilibrio contra costo marginal de la Firma Privada en competencia oligopólica regular. Grupo salarial de ingreso medio.**



El resultado es similar, protuberancias y todo, para el caso de los créditos asignados a trabajadores de ingreso medio: la tasa de interés que se cobra actualmente por ellos está muy por debajo de la que cobraría un competidor con las mismas características de participación que Infonavit que, sin embargo, se empeñara solamente en la maximización de sus propios beneficios económicos, conformándose como el segundo integrante de un duopolio.



**Gráfica 15. Tasa de interés equilibrio contra costo marginal de la Firma Privada en competencia oligopólica regular. Grupo salarial de ingreso alto.**



Nuevamente, la tasa de interés de referencia queda bastante por debajo de la que nuestra metodología habría de sugerir a Infonavit si el objetivo del instituto fuera estrictamente financiero y alejado por completo de su misión social.

Tales resultados, a pesar de ser por sí mismos interesantes, no favorecen la validación de nuestra hipótesis, es decir, se oponen al argumento de que Infonavit está cobrando tasas de interés bastante superiores a las del equilibrio y en un esquema de Cournot.

## 6. Conclusiones

Antes de desarrollar una conclusión definitiva es necesario reconocer que la peculiaridad de los resultados obtenidos podría deberse a que se obtuvieron de tres problemas resueltos por separado, uno por cada uno de los grupos salariales definidos, cuando pudiera ser más pertinente modelar y resolver un solo problema que considerara al mismo tiempo, los costos y demandas de los tres grupos.

Por el momento, el haber matemático da para garantizar la existencia y unicidad del equilibrio solo cuando se consideran los tres “mercados” por separado, sin esto significar que se carezca de otras técnicas para tomarlos a todos en su conjunto, aunque sea a costa de algunos supuestos adicionales con mayor o menor nivel de realismo. Una alternativa interesante y relativamente sencilla de implementar, es la de considerar las tasas de interés como si estuvieran fijas y tratar el problema de otorgar determinadas cantidades de créditos a cada uno de los grupos con un enfoque de investigación de operaciones.

Es preciso además refinar la metodología con mejores estimaciones de los parámetros de costos variables pues, si bien el componente de pérdida esperada es particularmente significativo porque puede utilizarse para dotar a cada uno de los grupos salariales en que se clasificó la demanda, con su propia medida de costo, quedan necesariamente subestimados otros factores que pesan sobre las decisiones estratégicas de los competidores modelados, como costos de operación y de financiamiento.

Con estas consideraciones en mente, señalamos que de mayor prudencia es entender la investigación realizada como una exploración de dos fronteras de conducta que da idea de la proximidad o lejanía del comportamiento de Infonavit al del ideal organismo público y al que permea las estrategias de un común maximizador de beneficios. Siendo imprescindible para nuestra investigación y, en general, para cualquier pretensión de formular un juicio razonable sobre la estrategia de precios y requisitos de acceso a crédito hipotecario que Infonavit impone, tomar en cuenta la capacidad que

este tiene de balancear su portafolio crediticio, otorgando crédito con tasas elevadas a quienes son capaces de pagarlo, para “subsidiar” con tasas más bajas al sector de menor potencia económica, tampoco es falso que el presente estudio arroja luz sobre la veracidad de las ambiciones socialmente encaminadas del instituto.

Así pues, combinando los resultados obtenidos al modelar el sistema crediticio hipotecario primeramente como un oligopolio mixto y después como un oligopolio puro donde solo interesan los propios beneficios a cada uno de los competidores, puede concluirse que existe evidencia para respaldar las siguientes proposiciones:

- a) Las tasas de interés que Infonavit cobra por los créditos que otorga, a cualquiera de los tres grupos salariales, son menores a las que cobraría un organismo que solamente tuviera por objetivo la optimización de sus propios beneficios económicos.
- b) Si puede argumentarse que los costos variables que enfrentan los oferentes privados de crédito hipotecario, díganse entidades financieras o Sofoles, son menores a los costos variables en que incurre Infonavit, entonces efectivamente la tasa de interés que habría de cobrarse en el equilibrio a cualquiera de los grupos salariales sería menor a la que actualmente está imponiendo Infonavit.
- c) En caso contrario, es decir, de ser verdaderamente superior el promedio de los costos variables de las instituciones hipotecarias privadas al costo variable que enfrenta su contraparte pública, entonces las tasas que actualmente cobra Infonavit por los créditos que otorga, son significativamente inferiores a los que cobraría un organismo público ideal en el equilibrio.

## 7. Anexo

### 7.1 Áreas geográficas según su definición de salario mínimo

Los salarios mínimos diarios, **vigentes a partir del 1 de enero de 2011**, establecidos por la *Comisión Nacional de los Salarios Mínimos* mediante resolución publicada en el Diario Oficial de la Federación del 23 de diciembre de 2010, son de acuerdo al área geográfica en que se labora, los siguientes:

Área geográfica	Pesos
" <u>A</u> "	\$ 59.82
" <u>B</u> "	\$ 58.13
" <u>C</u> "	\$ 56.70

Se identifican a continuación los municipios y estados que componen cada una de las tres áreas geográficas.

#### Área geográfica A

Integrada por: todos los municipios de los Estados de Baja California y Baja California Sur; los municipios de Guadalupe, Juárez y Praxedis G. Guerrero, del Estado de Chihuahua; el Distrito Federal; el municipio de Acapulco de Juárez, del Estado de Guerrero; los municipios de Atizapán de Zaragoza, Coacalco de Berriozábal, Cuautitlán, Cuautitlán Izcalli, Ecatepec de Morelos, Naucalpan de Juárez, Tlalnepantla de Baz y Tultitlán, del Estado de México; los municipios de Agua Prieta, Cananea, Naco, Nogales, General Plutarco Elías Calles, Puerto Peñasco, San Luis Río Colorado y Santa Cruz, del Estado de Sonora; los municipios de Camargo, Guerrero, Gustavo Díaz Ordaz, Matamoros, Mier, Miguel Alemán, Nuevo Laredo, Reynosa, Río Bravo, San Fernando y Valle Hermoso, del Estado de Tamaulipas, y los municipios de Agua Dulce,

Coatzacoalcos, Cosoleacaque, Las Choapas, Ixhuatlán del Sureste, Minatitlán, Moloacán y Nanchital de Lázaro Cárdenas del Río, del Estado de Veracruz de Ignacio de la Llave.

### **Área geográfica B**

Integrada por: los municipios de Guadalajara, El Salto, Tlajomulco de Zúñiga, Tlaquepaque, Tonalá y Zapopan, del Estado de Jalisco; los municipios de Apodaca, San Pedro Garza García, General Escobedo, Guadalupe, Monterrey, San Nicolás de los Garza y Santa Catarina, del Estado de Nuevo León; los municipios de Altar, Atil, Bácum, Benito Juárez, Benjamín Hill, Caborca, Cajeme, Carbó, La Colorada, Cucurpe, Empalme, Etchojoa, Guaymas, Hermosillo, Huatabampo, Imuris, Magdalena, Navojoa, Opodepe, Oquitoa, Pitiquito, San Ignacio Río Muerto, San Miguel de Horcasitas, Santa Ana, Sáric, Suaqui Grande, Trincheras y Tubutama, del Estado de Sonora; los municipios de Aldama, Altamira, Antiguo Morelos, Ciudad Madero, Gómez Farías, González, El Mante, Nuevo Morelos, Ocampo, Tampico y Xicoténcatl del Estado de Tamaulipas; y los municipios de Coatzintla, Poza Rica de Hidalgo y Tuxpan, del Estado de Veracruz de Ignacio de la Llave.

### **Área geográfica C**

Integrada por: todos los municipios de los Estados de Aguascalientes, Campeche, Coahuila de Zaragoza, Colima, Chiapas, Durango, Guanajuato, Hidalgo, Michoacán de Ocampo, Morelos, Nayarit, Oaxaca, Puebla, Querétaro de Arteaga, Quintana Roo, San Luis Potosí, Sinaloa, Tabasco, Tlaxcala, Yucatán y Zacatecas; todos los municipios del Estado de Chihuahua excepto Guadalupe, Juárez y Praxedis G. Guerrero; todos los municipios del Estado de Guerrero excepto Acapulco de Juárez; todos los municipios del Estado de Jalisco excepto Guadalajara, El Salto, Tlajomulco de Zúñiga, Tlaquepaque, Tonalá y Zapopan; todos los municipios del Estado de México excepto Atizapán de Zaragoza, Coacalco de Berriozábal, Cuautitlán, Cuautitlán Izcalli, Ecatepec de Morelos, Naucalpan de Juárez, Tlalnepantla de Baz y Tultitlán; todos los municipios del Estado de Nuevo León excepto Apodaca, San Pedro Garza García, General

Escobedo, Guadalupe, Monterrey, San Nicolás de los Garza y Santa Catarina; los municipios de Aconchi, Alamos, Arivechi, Arizpe, Bacadéhuachi, Bacanora, Bacerac, Bacoachi, Banámichi, Baviácora, Bavispe, Cumpas, Divisaderos, Fronteras, Granados, Huachinera, Huásabas, Huépac, Mazatán, Moctezuma, Nácori Chico, Nacozari de García, Onavas, Quiriego, Rayón, Rosario, Sahuaripa, San Felipe de Jesús, San Javier, San Pedro de la Cueva, Soyopa, Tepache, Ures, Villa Hidalgo, Villa Pesqueira y Yécora, del Estado de Sonora; los municipios de Abasolo, Burgos, Bustamante, Casas, Cruillas, Güémez, Hidalgo, Jaumave, Jiménez, Llera, Mainero, Méndez, Miquihuana, Padilla, Palmillas, San Carlos, San Nicolás, Soto la Marina, Tula, Victoria y Villagrán, del Estado de Tamaulipas; y todos los municipios del Estado de Veracruz de Ignacio de la Llave, excepto Agua Dulce, Coatzacoalcos, Coatzintla, Cosoleacaque, Las Choapas, Ixhuatlán del Sureste, Minatitlán, Moloacán, Nanchital de Lázaro Cárdenas del Río, Poza Rica de Hidalgo y Tuxpan.

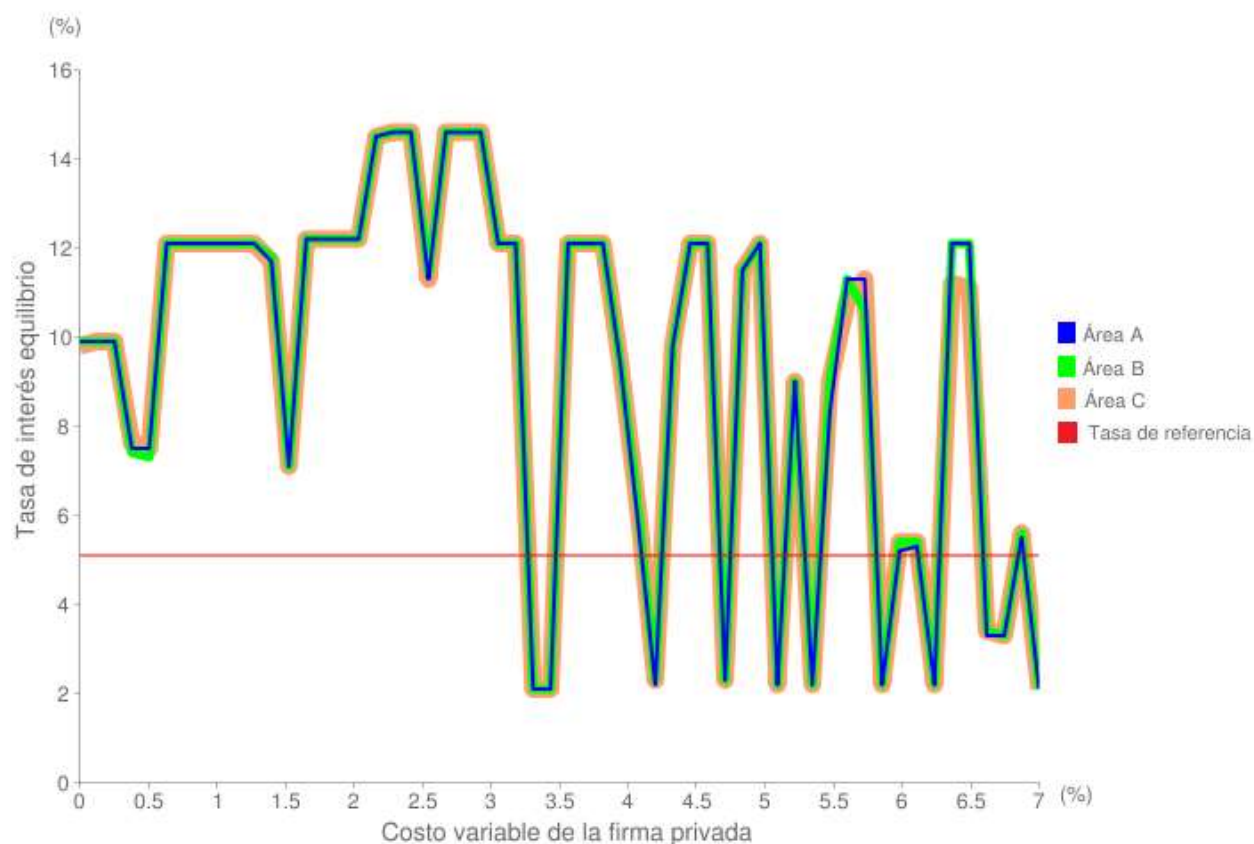
## 7.2 Tasas de equilibrio para modelo con firmas privadas locales

Como se señaló en la sección 4.1.1, al pie de página, la definición de la función de excedente social doméstico, deja de lado los beneficios de la firma privada por considerar que los oferentes privados en el sistema mexicano de créditos hipotecarios son, en su mayoría, de origen extranjero. No es difícil, sin embargo, estudiar la asignación de tasas de interés en el equilibrio que corresponde a un esquema de competencia en que la firma privada es de naturaleza doméstica, es decir, definiendo la función de excedente social doméstico como sigue:

$$S(G, q_2) = \int_0^G p(x)dx - [c_1(q_1) + c_2(q_2)] \quad (3b)$$

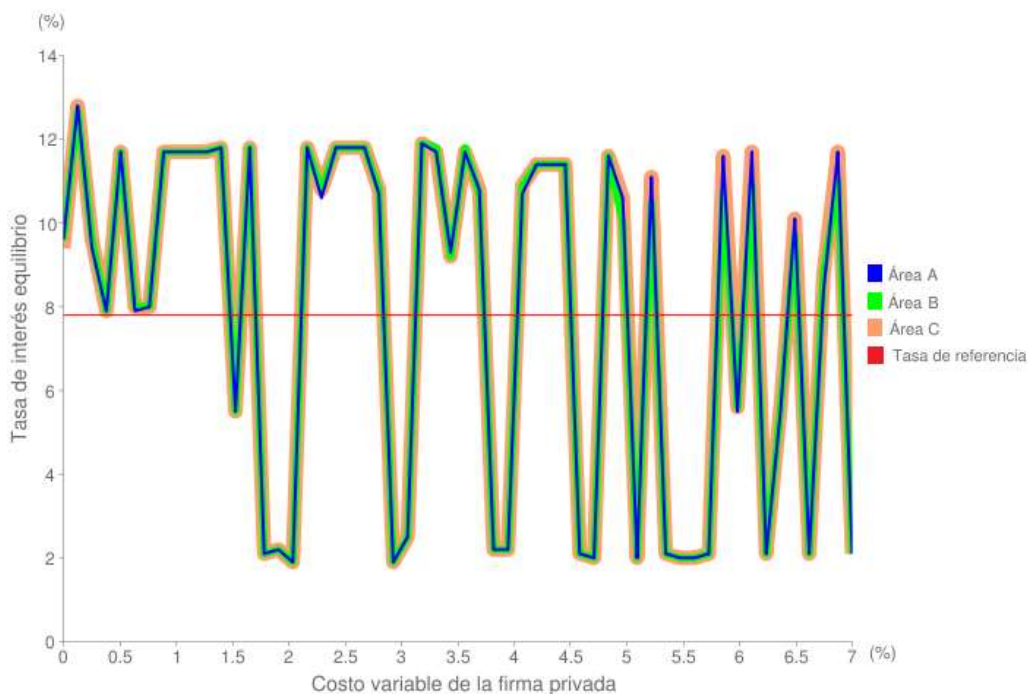
La condición de primer orden para la maximización de esta función objetivo es igualar el costo marginal de la firma pública al precio del bien, es decir,  $c'_2(q_2) = p(G)$ . Incorporando esta condición al modelo computacional, se procedió a calcular las tasas de interés de equilibrio para cada uno de los problemas asociados a los tres distintos grupos salariales, bajo, medio y alto. Los resultados se presentan en los siguientes gráficos.

**Gráfica 14. Tasa de interés equilibrio contra costo marginal de la Firma Privada (local)**  
**Grupo salarial de ingreso bajo.**



El comportamiento oscilatorio del conjunto de tasas de interés equilibrio arrojadas por el modelo, alrededor de la tasa de referencia y a lo largo del espectro de posibles costos variables de la firma privada, daría evidencia, en caso de que pudiera argumentarse que el destino de los ingresos de la firma privada es local, de la proximidad de las estrategias de precio de Infonavit a las estrategias equilibrio en un verdadero esquema de oligopolio mixto.

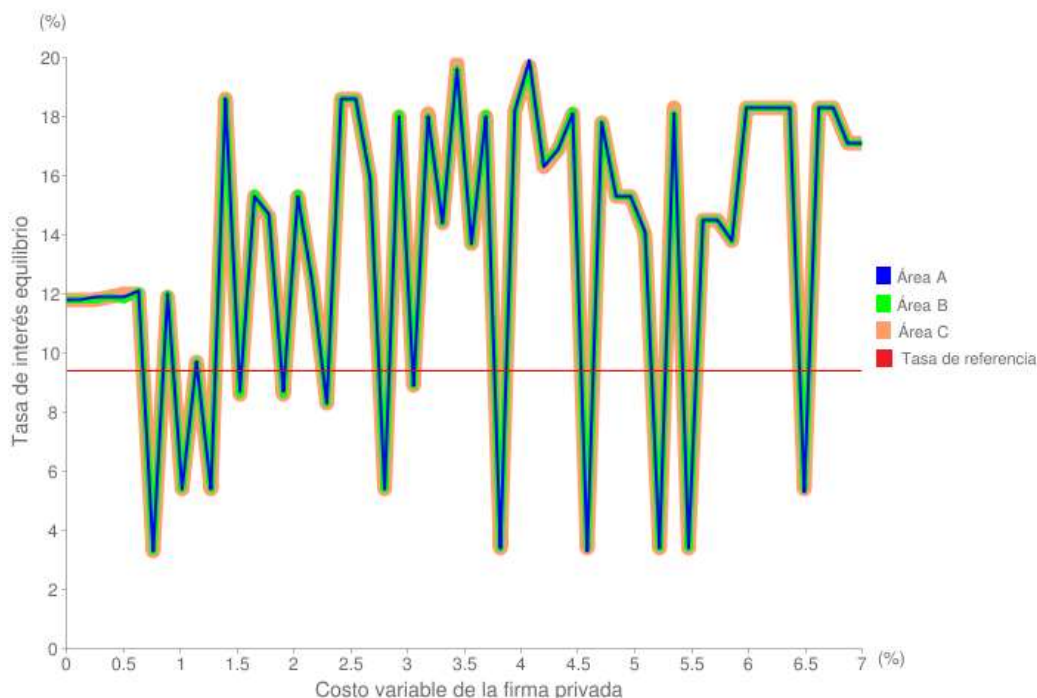
**Gráfica 15. Tasa de interés equilibrio contra costo marginal de la Firma Privada (local)  
Grupo salarial de ingreso medio.**



En esta gráfica también se observa una especie de comportamiento oscilatorio alrededor de la línea que marca la tasa interés de referencia. El resultado es interesante porque ofrece una interpretación que apunta a que la selección de la tasa de interés de referencia es bastante más adecuada de lo que podría pensarse. La interpretación es la siguiente: Dado que alrededor de la mitad de la curva dibujada por las tasas de interés de equilibrio a lo largo del espectro de posibles costos privados, se encuentra por encima de la línea que representa la tasa de interés de referencia, y aproximadamente la otra mitad se encuentra por debajo de la misma línea, podemos decir que elegir, para un costo privado desconocido, una tasa de interés que se encuentre en la línea de tasa de interés referencia, equilibra las probabilidades de que la tasa de interés óptima sea menor o sea mayor.



**Gráfica 16. Tasa de interés equilibrio contra costo marginal de la Firma Privada (local)**  
**Grupo salarial de ingreso alto.**



El mismo comportamiento oscilatorio se encuentra al graficar las tasas de interés de equilibrio contra cualquiera de los costos privados en el mercado de créditos hipotecarios al que tienen acceso los cuentahabientes de mayor ingreso. No podemos usar aquí, sin embargo, un argumento similar sobre la precisión de la tasa de interés de referencia. De hecho, dado que esta vez es una porción mayor de la curva dibujada por las posibles tasas de interés equilibrio, la que queda encima de la línea de tasa de interés de referencia, utilizar el mismo argumento que con la gráfica del resultado anterior conllevaría la conclusión de que incrementar un poco la tasa de interés de referencia, la acercaría a la región en que habríamos de señalarla como adecuada. Es decir, asumiendo de entrada que los competidores privados del sistema hipotecario mexicano, pueden efectivamente ser calificados como locales en lugar de foráneos, obtener este resultado podría usarse para argumentar que Infonavit podría en dado caso, incrementar sus probabilidades de estar imponiendo una tasa de interés de equilibrio, al aumentarlas un poco.

## 8. Bibliografía

Asociación Hipotecaria Mexicana (2010): “Reporte de la Situación Hipotecaria en México, Reporte anual 2010”.

Asociación Hipotecaria Mexicana (2011): “Reporte de la Situación Hipotecaria en México, Primer trimestre 2011”.

Bös, D. (1986): “Public Enterprise Economics” *North-Holland*, Amsterdam.

Conavi (2006): “Necesidades de Vivienda 2006-2012.”

Conavi (2010): “Estadística de Vivienda 2010.”

Cuadro, R., Romo, L. y Rubio, M. (2010): “El mercado hipotecario residencial en Estados Unidos. Evolución, estructura e interrelación con la crisis.” *Boletín económico*, Banco de España, pp. 89-103. Junio.

De Fraja, G. y Delbono F. (1989): “Alternative strategies of a public enterprise in oligopoly.” *Oxford Economic Papers*, New Series, Vol. 41, No. 2, pp. 302-211.

De Fraja, G. y Delbono, F. (1990): “Game theoretic models of mixed oligopoly.” *Journal of Economic Surveys*, Vol. 4, pp. 1-17.

Fontenla, M. y González F. (2007): “Housing demand in Mexico.” *Journal of Housing Economics*, Vol. 18, 2009, pp. 1-12

García, B. (2010): “Vivienda Social en México (1940 – 1999): actores públicos, económicos y sociales.” *Cuadernos de Vivienda y Urbanismo*, Vol. 3, No. 5, pp. 34-49

García, B. y Schteingart. M. (2006): “Nuevas políticas de vivienda en México. Nuevas relaciones entre sector público y privado y retos para el futuro.” *Colección Legislando la agenda social*, en *La vivienda en México: construyendo análisis y propuestas*, pp. 39-50. Octubre.

Green, R. y Wachter, S. (2005): "The American mortgage in historical and international context." *Journal of Economic Perspectives*, Vol. 19, No. 4, pp. 93-114.

Harris, R.G. y Wiens, E.G. (1980): "Government enterprise: An instrument for the internal regulation of industry." *Canadian Journal of Economics*, Vol. 13, pp. 125 – 132.

Infonavit (2010): "Plan Financiero 2011 – 2015: Innovar para consolidar."

Isac, G., Bulavsky, V. A. y Kalashnikov, V. V. (2002): "Complementarity, Equilibrium, Efficiency and Economics" *Kluwer Academic Publishers*: Dordrecht, Boston y Londres.

Kalashnikov, V. V., Kalashnikov V. y Cordero. A. E. (2007): "Cournot and Stackelberg equilibrium in mixed oligopoly models." *Optimization*, Taylor & Francis, 2008

Kalahnikov, V. V., Kalashnykova N. I., Castillo, F. (2010): "Mexican electricity market 2010-2020: Simulation results of a game theoretic modelling concept." *Proceedings of the 2010 EABR & ETLC Conference*, Irlanda.

Merrill, W. y Schneider, N. (1966): "Government firms in oligopoly industries: A short-run analysis." *Quarterly Journal of Economics*, Vol. 80, pp. 400 – 412.

Nett, L. (1993): "Mixed oligopoly with homogenous goods." *Annals of Public and Cooperative Economics*, Vol. 64, pp. 367 – 393.

Ramírez, V. (1987): Capítulos "Antecedentes" y "Creación de Infonavit". *XV años de servir a los trabajadores*, Infonavit.

Servicio de Estudios Económicos del Grupo BBVA (2011): "Mexico: Situación Inmobiliaria." Septiembre 2007, Septiembre 2008, Octubre 2009, Enero 2010 y Enero 2011.

Sociedad Hipotecaria Federal (2010): "Estado actual de la vivienda en México 2010."

Sociedad Hipotecaria Federal (2011): "Demanda de vivienda 2011." Febrero, 2011.

Vargas, R. (1992): "La vivienda obrera en México". *Apuntes para la historia de la vivienda obrera en México*, Infonavit.

Vickers, J. y Yarrow, G. (1998): "Privatization: An Economic Analysis" *MIT Press*: Cambridge.

Villar, A. J. (2007): "Políticas de vivienda en México: De la Constitución de 1917 a la globalización." Universidad Politécnica de Madrid, Tesis Doctoral. Noviembre.

Villaseñor, S. (1984): "El Infonavit: sus antecedentes, realizaciones y perspectivas." *Vivienda*, Vol. 9, Núm. 1, pp. 12-19. Enero/Marzo.

[www.conavi.gob.mx](http://www.conavi.gob.mx)

[www.infonavit.org.mx](http://www.infonavit.org.mx)

[www.shf.gob.mx](http://www.shf.gob.mx)