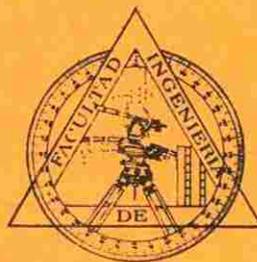


**UNIVERSIDAD AUTONOMA DE NUEVO LEON**  
Facultad de Ingeniería Civil  
DIVISION DE ESTUDIOS SUPERIORES



**APLICACION DEL METODO DE DIFERENCIAS  
FINITAS AL ANALISIS DE UN  
ACUIFERO CONFINADO**

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN

DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

TESIS PRESENTADA  
EN OPCION AL GRADO DE  
**MAESTRO EN CIENCIAS**  
CON ESPECIALIDAD EN  
**“HIDROLOGIA SUBTERRANEA”**

POR

**ING. EFRAIN SALINAS SALINAS**

MONTERREY, N. L.

JUNIO - 1980

TM

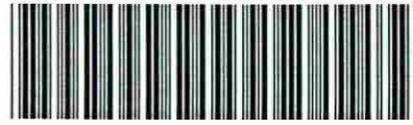
Z 68

. C 5

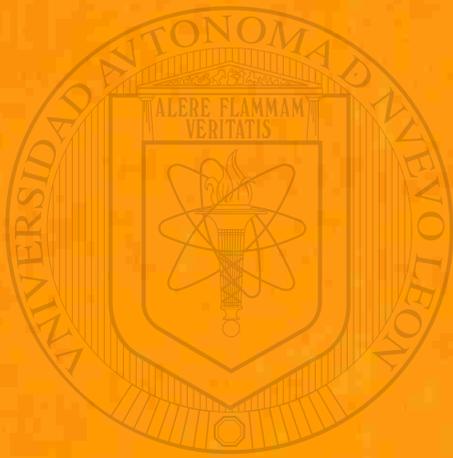
F I C

198

8



1020091239



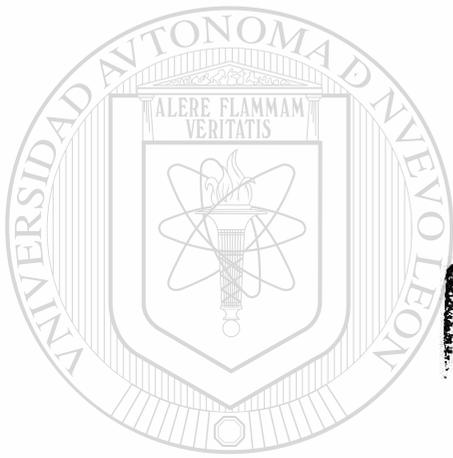
# UANL

---

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN

®

DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS



UANL

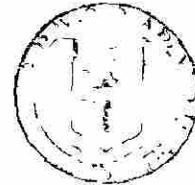
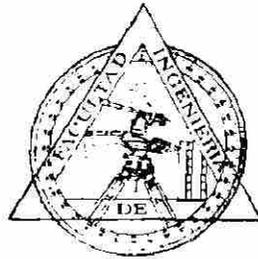
---

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN



DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

**UNIVERSIDAD AUTONOMA DE NUEVO LEON**  
Facultad de Ingeniería Civil  
DIVISION DE ESTUDIOS SUPERIORES



DIRECCION GENERAL DE  
ESTUDIOS DE POSTGRADO

**APLICACION DEL METODO DE DIFERENCIAS  
FINITAS AL ANALISIS DE UN  
ACUIFERO CONFINADO**

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN

TESIS PRESENTADA  
DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS  
EN OPCION AL GRADO DE

**MAESTRO EN CIENCIAS**

CON ESPECIALIDAD EN

**“HIDROLOGIA SUBTERRANEA”**

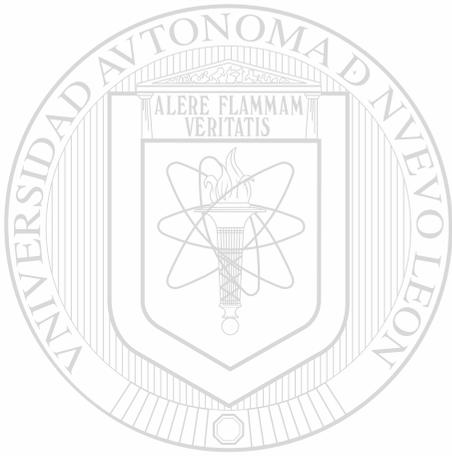
POR

**ING. EFRAIN SALINAS SALINAS**

MONTERREY, N. L.

JUNIO - 1980

71  
2  
5  
100



# UANL

---

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN



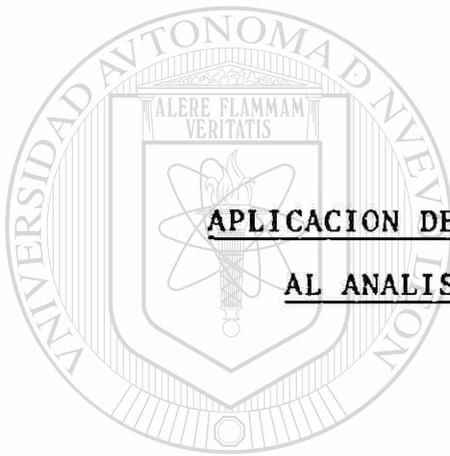
DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS



FONDO TESIS

6304.

UNIVERSIDAD AUTONOMA DE NUEVO LEON  
FACULTAD DE INGENIERIA CIVIL  
DIVISION DE ESTUDIOS SUPERIORES



APLICACION DEL METODO DE DIFERENCIAS FINITAS  
AL ANALISIS DE UN ACUIFERO CONFINADO

UANL

---

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN



DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

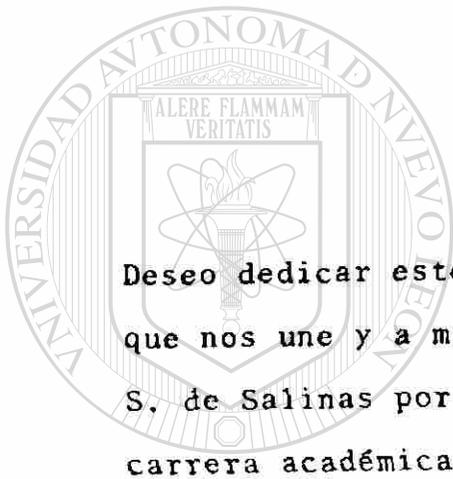
T E S I S

Que para obtener el grado de Maestría en  
Hidrología Subterránea  
presenta

EFRAIN SALINAS SALINAS

Monterrey, N. L.

1980



Deseo dedicar este estudio a mi esposa Lily por todo lo que nos une y a mis padres, Ing. Efraín Salinas y Lilia S. de Salinas por sus sacrificios y guía a través de mi carrera académica.

---

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN



DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

## Agradecimientos

Este estudio fué desarrollado bajo la supervisión del Dr. Leopoldo Rodarte R., profesor de la Maestría en Hidrología Subterránea, División de Estudios Superiores de la Facultad de Ingeniería Civil de la Universidad Autónoma de Nuevo León. Estoy muy agradecido con él por sus constantes sugerencias y críticas durante el desarrollo de este estudio.

---

Quiero agradecer al Ing. Jaime A. Tinajero G., Director de Inventario de Agua y Suelo de la Comisión del Plan Nacional Hidráulico por la ayuda prestada al facilitar la información requerida para la realización del presente estudio.

# I N D I C E

<u>INDICE DE LAMINAS</u> .....	vi
--------------------------------	----

## CAPITULO 1. GENERALIDADES

1.1	Objetivos del estudio .....	1
1.2	Localización .....	1
1.3	Climatología .....	3
1.4	Hidrología superficial .....	3

## CAPITULO 2. GEOLOGIA

2.1	Introducción .....	6
2.2	Geología histórica .....	6
2.3	Características geohidrológicas .....	6

## CAPITULO 3. HIDROLOGIA SUBTERRANEA

3.1	Recopilación y revisión de la información disponible .....	10
3.2	Configuración de los niveles estáticos .....	10
3.3	Configuración de las curvas de igual transmisibilidad .....	11
3.4	Volúmenes de extracción de agua subterránea .....	11
3.5	Cálculo del coeficiente de almacenamiento regional y de la recarga media anual del acuífero .....	16
3.6	Comentarios .....	18

## CAPITULO 4. DESARROLLO DEL MODELO

4.1	Ecuación de flujo en un acuífero confinado .....	20
4.2	Aproximación por diferencias finitas .....	26
4.3	Consideraciones sobre los métodos de solución adoptados .....	31
4.4	Método iterativo implícito en dirección alternante (IADI) .....	32
4.5	Programa básico de simulación de acuíferos .....	38

## CAPITULO 5. INFORMACION REQUERIDA POR EL MODELO

5.1	Geometría .....	41
5.2	Período seleccionado para la calibración .....	41
5.3	Características hidrodinámicas, volúmenes de extracción y de recarga asignados a cada celda .....	42

CAPITULO 6. CALIBRACION DEL MODELO

6.1	Consideraciones generales -----	46
6.2	Calibración y error -----	46
6.3	Potencial del modelo -----	55

CAPITULO 7. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

7.1	Conclusiones -----	56
7.2	Recomendaciones -----	56

<u>BIBLIOGRAFIA</u> -----	58
---------------------------	----

<u>ANEXO.</u> Listado del programa básico de simulación de acuíferos, datos utilizados por celda y resultados de 1970 a 1979 -----	60
--	----



UANL

---

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN

DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS



## INDICE DE LAMINAS

Lámina 1	Plano de localización
Lámina 2	Precipitación y temperatura media mensual en el valle del Yaqui, Son.
Lámina 3	Corrientes superficiales y canales
Lámina 4	Formaciones geológicas
Lámina 5	Elevación del nivel estático, Octubre 1977 (observada)
Lámina 6	Elevación del nivel estático, Marzo 1979 (observada)
Lámina 7	Transmisibilidad
Lámina 8	Comparación entre la evolución del volúmen total extraído del agua subterránea y la elevación media del nivel estático para el periodo de 1970 a 1979
Lámina 9	Diagrama de flujo del programa básico de simulación (IADI)
<hr/>	
Lámina 10	Malla del modelo y tipo de fronteras
Lámina 11	Elevación del nivel estático, Octubre 1979 (observada)
Lámina 12	Elevación del nivel estático, Octubre 1970 (observada)
Lámina 13	Elevación del nivel estático, 1976 (calculada)
Lámina 14	Elevación del nivel estático, Octubre 1976 (observada)
Lámina 15 a 18	Evolución del nivel estático en celdas seleccionadas
Lámina 19	Elevación del nivel estático 1985 (calculada)
Lámina 20	Distribución de la recarga

## CAPITULO 1. GENERALIDADES

### 1.1 Objetivos del estudio

El valle del rio Yaqui es uno de los distritos de riego mas productivos del pais por lo que ha sido objeto de una serie de estudios encaminados a estudiar sus recursos hidrauicos entre los cuales juega un papel muy importante el agua subterránea.

El primer estudio geohidrológico del acuffero del valle del Yaqui fue desarrollado por Icatec, S.A. (1970), el cual obtuvo una magnitud de la recarga media anual de 194 millones de m<sup>3</sup>. En un estudio posterior desarrollado por la Comisión del Plan Nacional Hidrauico y de la Subdirección de Geohidrologia y de Zonas Aridas (1978) se estimó que la recarga media anual del acuffero es de 250 a 300 millones de m<sup>3</sup>. Teniendo en cuenta las nuevas perforaciones de pozos realizadas durante 1978, que incrementaron las extracciones de agua subterránea de 380 millones de m<sup>3</sup> (1975-1976) a más de 500 millones de m<sup>3</sup> a la fecha, se propuso el desarrollo de un modelo matemático de simulación del acuffero del valle del Yaqui con el fin de predecir la evolución piezométrica ocasionada por el incremento de las extracciones, definir con mayor precisión la magnitud de la recarga media anual del acuffero y planear el aprovechamiento racional del recurso.

### 1.2 Localización

El valle del Yaqui se localiza en la parte sur del Estado de Sonora (lámina 1) entre los paralelos 2700' y 2740' de latitud norte y los meridianos 10930' y 11035' de longitud oeste, abarcandose un área aproximada de 3,500 km<sup>2</sup>.

Por su importancia en el renglón agropecuario el valle se encuentra perfectamente comunicado con el resto del pais, siendo sus vias de acceso y salida, la carretera federal No. 15 México-Tijuana, el ferrocarril del Pasifico y el aeropuerto de Cd. Obregón. Existe además, una red de caminos pavimentados y terracerias que comunican los poblados y terrenos de cultivo.

Adicionalmente, se tienen como puntos de exportación para los productos agrícolas el Puerto de Guaymas al norte (a 127 km) y el de Mazatlán al sur (a 555 km). Como se mencionó anteriormente, la agricultura es el principal recurso de esta región y las principales actividades industriales están relacionadas con ella. Su población total alcanza aproximadamente los 300,000 habitantes, y más del 50% se concentra en Cd. Obregón que es la ciudad más importante del valle.



### 1.3 Climatología

El clima del valle del Yaqui es desértico con vegetación de tipo xerófito, la temperatura media anual es de 25°C (lámina 2), con mínimas de enero y febrero de 0°C y máximas en los meses de junio, julio y agosto de 47°C.

La precipitación media anual en el valle es de 250mm (lámina 2). El período de lluvia empieza en julio y se extiende hasta los meses de octubre; las precipitaciones son mínimas en los meses de febrero a mayo. La evaporación potencial media anual es de 2,700mm y la evapotranspiración media anual de 1,880mm.

### 1.4 Hidrología superficial

La corriente más importante del valle es el río Yaqui, cuyos escurrimientos son regulados por las presas el Novillo y Alvaro Obregón, ésta última tiene una capacidad de  $2,988 \times 10^6 \text{ m}^3$  y una cuenca de captación de  $70,845 \text{ Km}^2$ , dispone de dos tomas: el canal Alto, con capacidad de  $110 \text{ m}^3/\text{seg}$  para el riego de  $103,000 \text{ ha}$  y el canal Bajo, cuya capacidad es de  $154 \text{ m}^3/\text{seg}$  para regar  $117,000 \text{ ha}$ , cubriéndose en total  $220,00 \text{ ha}$  de riego con aguas superficiales.

El canal Bajo se subdivide a su vez en dos canales: 1) el canal de las colonias Yaquis, y 2) el canal Bajo propiamente dicho.

Además del río Yaqui, existen pequeños arroyos de tipo torrential de los cuales el único importante es el Cocoraque, el cual descarga a la bahía de Tobarí frente a la isla de Huivulái un caudal medio anual de  $0.57 \text{ m}^3/\text{seg}$  (período 70-73). A lo largo de su recorrido contribuye con sus infiltraciones a la recarga del acuífero, al igual que los canales Alto y Bajo. La ubicación de las presas mencionadas, así como los canales de conducción y el arroyo Cocoraque se muestran en la lámina 3.

LAMINA 2. PRECIPITACION Y TEMPERATURA MEDIA MENSUAL EN LAS ESTACIONES CLIMATOLOGICAS DEL VALLE DEL YAQUI, SON.

Estación	Medida	E	F	M	A	M	J	J	A	S	O	N	D	Promedio Anual
A Cd. Obregón 1955-1968	Precipitación	18.2	8.5	7.6	1.0	0.0	9.8	96.0	97.9	65.5	27.7	8.7	33.6	374.0
	Temperatura	16.9	17.8	20.1	23.8	27.0	30.0	31.9	31.4	30.4	27.4	22.0	17.9	24.0
B Calle 1200 con canal Bajo 1933-1950	Precipitación	21.3	9.7	5.1	0.4	0.0	4.7	51.1	73.8	40.5	31.3	5.5	23.9	265.0
	Temperatura	15.6	16.1	18.3	21.2	24.5	27.7	30.5	30.8	29.6	26.4	21.3	16.6	23.0
C Batevito 1950-1960	Precipitación	9.7	0.6	2.0	0.6	1.7	0.0	25.7	22.8	20.9	25.7	1.5	6.7	117.0
	Temperatura	18.4	18.9	19.8	21.5	24.2	24.5	29.5	27.6	28.5	25.3	23.6	19.8	23.0



**SIMBOLOGIA**

- POBLACION: [Symbol: Square with a dot]
- CARRETERA: [Symbol: Double line]
- PERROCARRO: [Symbol: Dashed line]
- CANAL: [Symbol: Single line]
- RIO: [Symbol: Wavy line]
- ARROYO: [Symbol: Dashed line with a dot]
- ESTACION PLUVIOMETRICA: [Symbol: Star]

ESCALA 1:400 000  
[Scale bar showing 0, 10, 20 Kilometros]

UNIVERSIDAD AUTONOMA DE NUEVO LEON  
FACULTAD DE INGENIERIA CIVIL  
DIVISION DE ESTUDIOS SUPERIORES  
VALLE DEL YAGUI, SONORA  
CORRIENTES SUPERFICIALES, CANALES  
Y ESTACIONES PLUVIOMETRICAS  
TESIS DE MAESTRIA: Aplicación del método de  
Métodos Hidrológicos de un área "redefinido"  
EFRAIN SALINAS SALTOS



UNIVERSIDAD AUTONOMA DE NUEVO LEON  
DIRECCION GENERAL DE BIBLIOTECAS

## CAPITULO 2. GEOLOGIA

### 2.1 Introducción

Basándonos en el estudio geohidrológico desarrollado por Icatec (1970), se definieron las características geológicas y geohidrológicas de las diferentes formaciones que afloran en el valle.

### 2.2 Geología histórica

La primera etapa de la historia geológica está representada en la zona, por la sedimentación de rocas calcáreas que se supone termina a fines del Pérmico, período en el que el mar pierde su profundidad a consecuencia de la orogenia Sonorana (Fries, 1962) que deja emergida una superficie que quedó sujeta a un largo período de erosión.

A fines del Cretácico y a principios del Terciario, tiene efecto la Revolución Laramide durante la cual se efectúa una intensa actividad estructural, manifestada por emisiones lávicas, intrusiones ácidas y fenómenos de plegamientos y afallamientos que afectaron la mayor parte de las sierras existentes en la región. Posteriormente, hacia fines del Terciario tuvo lugar un período de intensa erosión, durante el cual ocurrió el depósito de conglomerados y areniscas.

Durante el Cuaternario, la erosión continúa sobre todas las rocas que se encuentran expuestas en la región, dando por resultado la formación de depósitos de talud, abanicos aluviales y los rellenos del valle.

### 2.3 Características geohidrológicas

#### a) Paleozoico (Pa1)

Las rocas calcáreas del Paleozoico presentan un área de afloramiento muy limitada y en ella no se observaron ni cavidades de disolución ni un intenso fenómeno de fracturamiento por lo cual se le atribuyó una permeabilidad nula.

#### b) Cretácico volcánico (Kv)

Esta formación constituida por andesitas con interestratificaciones de conglomerados y areniscas, tiene un área de afloramiento limitada que se localiza en el interior de la sierra.

A estas rocas se les atribuye una permeabilidad secundaria controlada por las fracturas que superficialmente se presentan abiertas y poco espaciadas entre sí. Por ésto, la permeabili-

dad es variable pero en conjunto se puede considerar como nula y no se cree que pueda afectar a los acuíferos del valle del Yaqui.

c) Terciario volcánico (Tv)

Las rocas andesíticas y riolíticas que se formaron en este período son las que mas abundan en el área. La permeabilidad de estas rocas es secundaria y está ligada al grado de fracturamiento de las rocas. Este, en general es muy intenso superficialmente, pero dado que se cierra a profundidad como puede verse en los afloramientos al norte de Fundición, confiere a la formación una permeabilidad muy baja que no influye sobre los acuíferos del valle.

d) Granito (Tgr)

Las rocas graníticas presentan en esta región un área de afloramiento bastante extensa, y están recubiertas superficialmente por una arena arcósica producto del intemperismo. En los afloramientos en los que el granito aparecía menos intemperizado, no se observaron fracturas bien desarrolladas por lo cual a estas rocas se les atribuye una permeabilidad nula, aunque superficialmente ésta se puede considerar buena debido a la presencia de arenas sueltas que las recubren.

e) Conglomerados (Tbc)

Estas rocas afloran en un área bastante extensa y están construidas por conglomerados que presentan hacia la base interestratificaciones de coladas basálticas. En cuanto a la permeabilidad, ésta es de origen primario y está controlada por la granulometría y el grado de cementación.

Estos factores son muy variables de un lugar a otro, aunque por lo general, los materiales son de grano grueso, poco cementados y de granulometría bastante uniforme, por lo cual se atribuye a esta formación una buena permeabilidad.

Por la posición topográfica y estratigráfica de estos materiales, se cree que constituyan los rellenos del valle que se encuentran subyaciendo a los aluviones y es probable que en ellos esten labrados algunos de los pozos profundos del valle de Yaqui. Por lo tanto, se considera posible que las áreas donde afloran estos materiales constituyan una fuente de recarga para los acuíferos explotados.

f) Areniscas y conglomerados (Tac)

Sobreyacen concordantemente a los conglomerados unas areniscas entre las que se encuentran interestratificaciones de conglomerados. Estas rocas presentan una permeabilidad muy variable ya que se pueden encontrar conglomerados muy cementados, impermeables, de grano que varía de grueso a fino y arenas poco compactas de buena permeabilidad. Debido a que estas rocas afloran unicamente en áreas muy restringidas se considera que los aportes a los acuíferos del valle de Yaqui son muy limitados.

g) Depósitos aluviales cuaternarios (Qal)

Estos depósitos están representados por materiales aluviales y depósitos de talud que presentan una granulometría muy variable, encontrándose desde tamaños de grava hasta arenas y limos. Por lo que se refiere a la permeabilidad de estos depósitos es variable, ya que en las márgenes del río Yaqui, donde se encuentran los pozos de Cócorit es muy alta, por estar el acuífero constituido por materiales de grano grueso, mientras que alejándonos del río se encuentran depósitos finos, limosos y arenosos de menor permeabilidad que los anteriores. Los sedimentos aluviales afloran en toda la zona plana del valle del Yaqui, tienen un espesor desconocido y constituyen el acuífero de la región.

La distribución de las principales formaciones geológicas que afloran en el valle del Yaqui, se muestran en la lámina 4

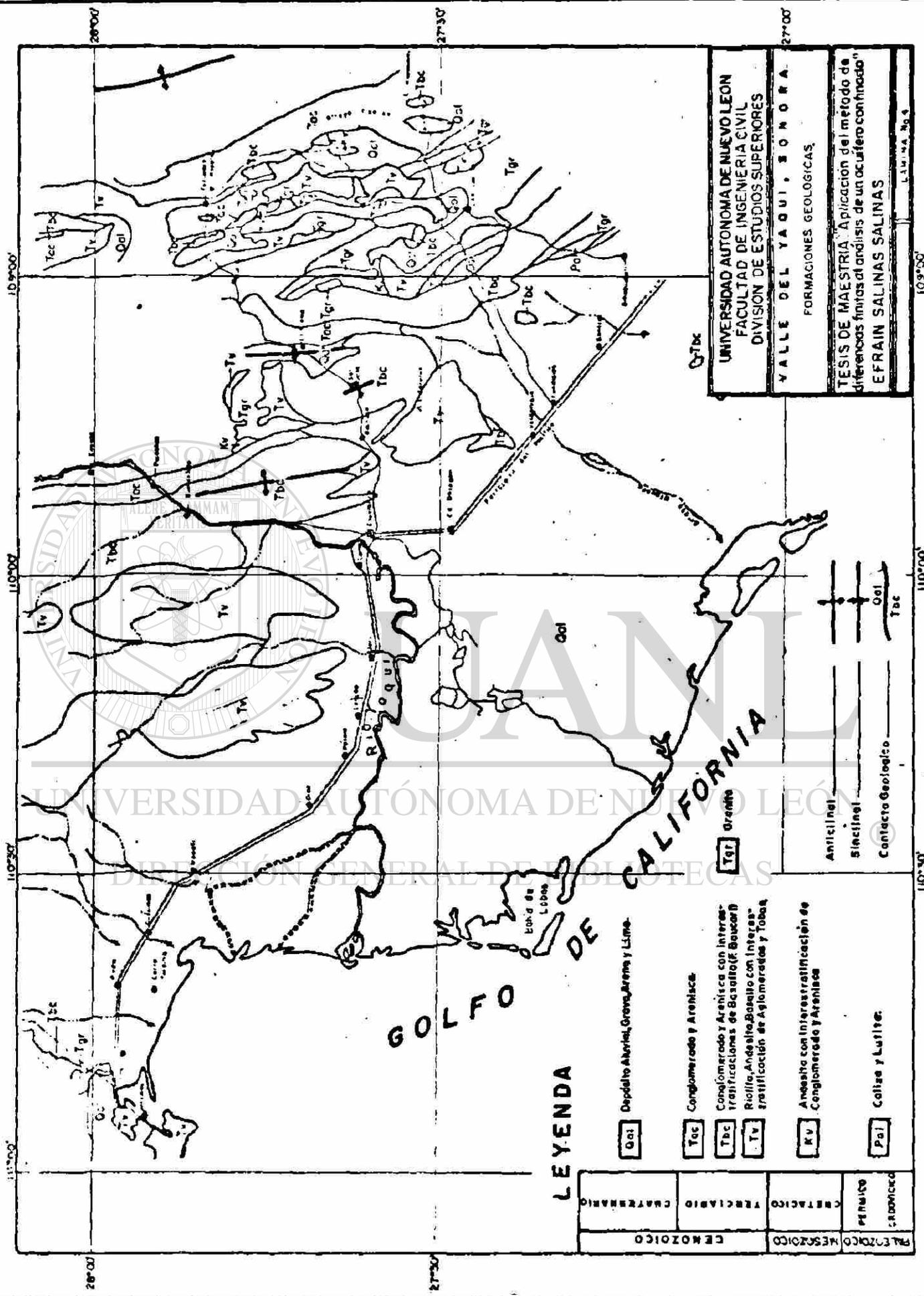


# UANL

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN



DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS



UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN  
 FACULTAD DE INGENIERÍA CIVIL  
 DIVISIÓN DE ESTUDIOS SUPERIORES

VALLE DEL YAQUI, SONORA

FORMACIONES GEOLOGICAS

TESIS DE MAESTRIA "Aplicación del método de diferencias finitas al análisis de un acuífero confinado"

EFRAIN SALINAS SALINAS

LÍNEA No. 4

**LEYENDA**

CEMOZOICO	CRETACICO	TERCIARIO	CUATERNARIO
Qol	Qol	Qol	Qol
Tbc	Tbc	Tbc	Tbc
Tgr	Tgr	Tgr	Tgr
Kv	Kv	Kv	Kv
Pal	Pal	Pal	Pal

Depósito Aluvial, Grava, Arena y Lina.

Conglomerado y Arenisca.

Conglomerado y Arenisca con Interstratificación de Basalto (B. Guadalupe).

Piedra, Andesita, Basalto con Interstratificación de Aglomerados y Toba.

Arenisca con Interstratificación de Conglomerado y Arenisca.

Caliza y Lutita.

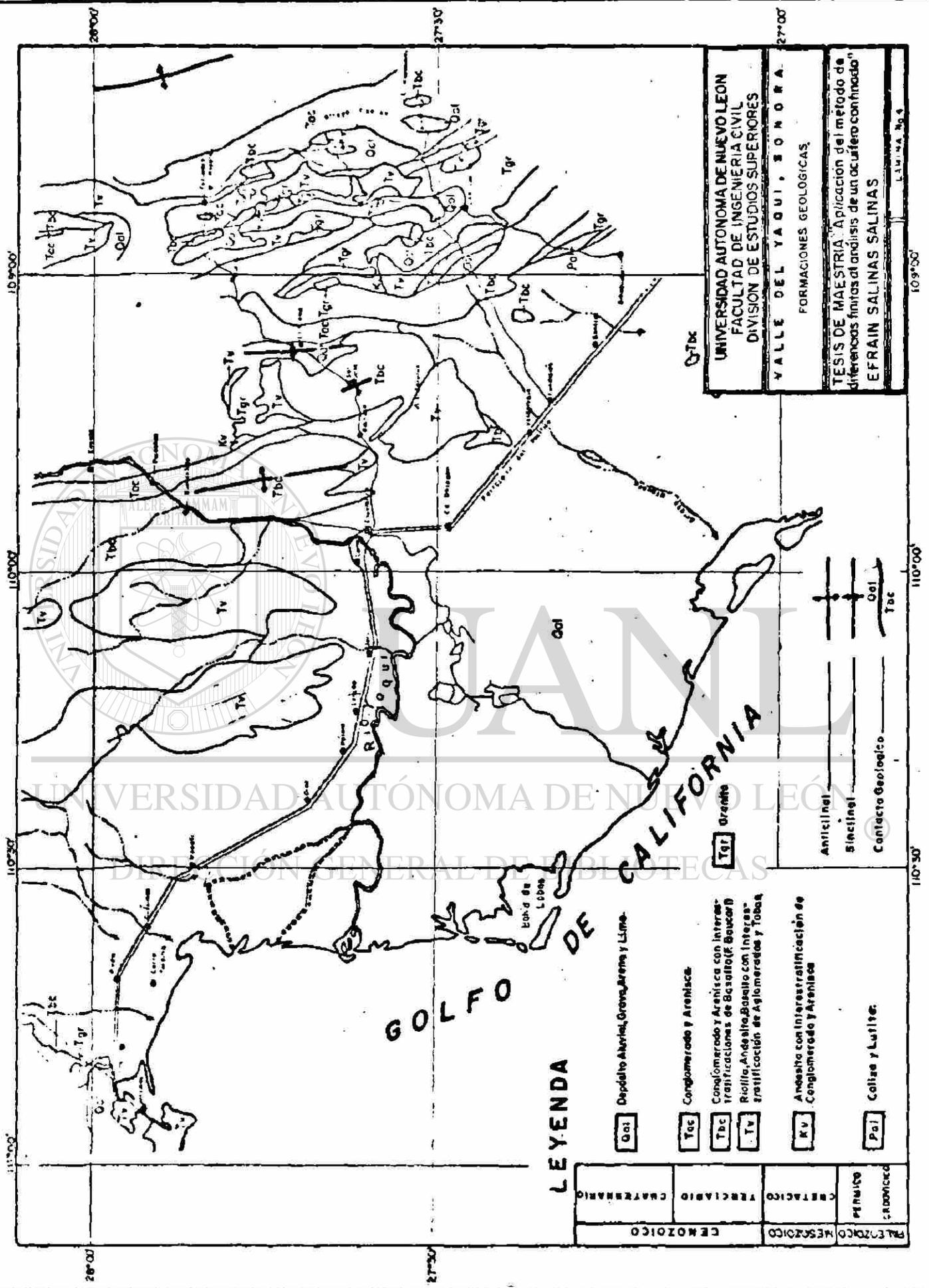


Tgr Gravelo

GOLFO DE CALIFORNIA

RIO OQUQUI

Boh. de Lobos



## CAPITULO 3. HIDROLOGIA SUBTERRANEA

### 3.1 Recopilación y revisión de la información disponible

Se revisó la información geohidrológica que se tiene de la zona, esencialmente la que sería de utilidad para elaborar el modelo, tal como la historia piezométrica, la hidrometría subterránea (volúmenes extraídos por los pozos), pruebas de bombeo y estudios anteriores.

El análisis de toda la información recopilada se hizo con el fin de conocer el comportamiento del acuífero, sus características hidrodinámicas, el orden de la recarga vertical y el volumen de agua extraído anualmente por pozos. De la revisión de estos estudios se concluyó lo siguiente:

En el estudio desarrollado por Icatec (1970) se tiene el inconveniente que para resolver la ecuación de balance de las aguas subterráneas se tuvo que hacer la hipótesis que el volumen de agua extraído por bombeo (B) y el infiltrado (I) se les denominó (X=B-I) y se trabajó como si (X) fuera constante, resolviéndose las ecuaciones por simultáneas cada dos meses. Esto se hizo además para un período corto (Septiembre 1968-Agosto 1969) por lo que hay que tomar el estudio con ciertas reservas.

El estudio desarrollado por la CPNH (1978) se hizo para el período 1970-1976, pero los resultados que obtuvo, tales como un coeficiente de almacenamiento de  $S = -0.003$  absurdo y sin sentido físico, el coeficiente de correlación  $= -0.09$  lo cual indica que las ecuaciones planteadas no son correlacionables. Ante esta situación con la información del estudio de la CPNH (1978) para el período de 1970-1976, se volvieron a plantear las ecuaciones de balance, modificando sólo el término cambio en el almacenamiento, ya que éste fue calculado ahora a partir de la configuración de los niveles estáticos para cada año, arrojando los resultados siguientes:

Coeficiente de correlación = 0.85  
Coeficiente de almacenamiento = 0.07  
Recarga vertical media =  $253 \times 10^6 \text{ m}^3/\text{año}$

Como se puede apreciar el coeficiente de correlación es bueno y la recarga vertical media anual concuerda con la estimación hecha por la CPNH (1978), para el cálculo del coeficiente de almacenamiento y de la recarga media anual, ver la sección 3.5.

### 3.2 Configuración de niveles estáticos

Se contó con los planos de configuración del nivel estático de 1970 a 1976 desarrollados por la CPNH (1978), en ellos se puede observar que la dirección de flujo es de NE a SW, un domo entre la intersección del arroyo Cocoraque con los canales principales Alto y Bajo y un cono en la intersección de las calles 800 y 18, el cual se ha ido formando por la explotación concentrada e intensiva de agua subterránea realizada por las industrias allí ubicadas.

Es todos estos planos no se observa en la cercanía del mar ninguna inversión de flujo que pueda indicar intrusión salina, pero en las configuraciones hechas en este estudio con la información piezométrica de Octubre de 1977 y Marzo de 1979, presentan zonas con elevaciones del nivel estático por abajo del nivel del mar (láminas 5 y 6).

### 3.3. Configuración de curvas de igual transmisibilidad

La lámina 7 presenta la configuración de los valores de igual transmisibilidad obtenida de los valores puntuales de transmisibilidad, determinados mediante 139 pruebas de bombeo realizadas en pozos de una profundidad de 50 a 150 m, lo que representa la cuarta parte superior del espesor total del depósito aluvial. La condición de penetración parcial que presentan los pozos ocasiona abatimientos mayores dentro del pozo, que los que presenta el acuífero, aumentando así las pérdidas hidráulicas, lo cual ocasiona una disminución en la eficiencia de la captación. ®

En estas pruebas sólo seis fueron efectuadas con pozo de observación teniendo una duración de bombeo superior a 6 horas, el tiempo de bombeo de las otras pruebas no excedía de 2 horas. La falta de una mayor cantidad de pruebas de bombeo con pozo de observación nos impide obtener suficientes valores de coeficiente de almacenamiento para valorizarlo espacialmente, por lo cual constituye una incógnita en la ecuación de balance de las aguas subterráneas.

La interpretación de estos ensayos fue realizada a partir de la ecuación de Theis o de la fórmula simplificada de Jacob.

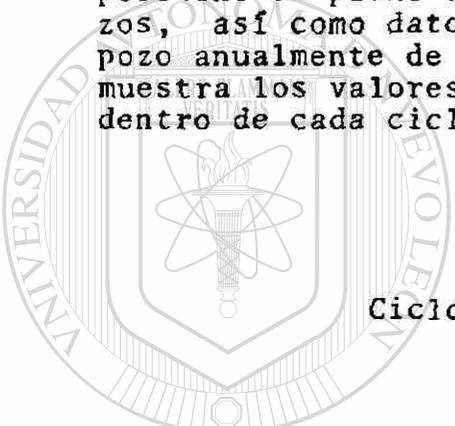
En la lámina 7 se observa que las transmisibilidades más

altas se encuentran a lo largo del canal principal Bajo, entre el pueblo de Cocorit y la calle 1, 300 y a ambos lados del río Yaqui entre Cocorit y San José y varían entre .001 y .1 m<sup>2</sup>/seg.

### 3.4 Volúmenes de extracción de agua subterránea

La subdirección de Geohidrología y de Zonas Áridas proporcionó un plano de la región con el último censo de pozos, así como datos del volúmen de agua extraída por pozo anualmente de 1970 a 1976. La tabla siguiente muestra los valores totales de agua subterránea extraída dentro de cada ciclo agrícola.

Ciclo	Volúmen de agua subterránea extraído. (Millones de m <sup>3</sup> )
70-71	230
71-72	245
72-73	137
73-74	271
74-75	309
75-76	378



UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN

DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

Como se aprecia en la tabla anterior, a partir de 1970 se han ido incrementando las extracciones de agua subterránea, teniéndose que para satisfacer las demandas ac-







tuales de agua subterránea para riego se construyeron durante 1978, 50 pozos con los cuales se piensa incrementar las extracciones de agua subterránea a 500 millones de m<sup>3</sup>.

### 3.5 Cálculo del coeficiente de almacenamiento regional y de recarga media anual del acuífero

Para realizar el cálculo del coeficiente de almacenamiento regional y de la recarga media anual del acuífero se usó la fórmula general:

$$\text{Entradas} - \text{Salidas} = \text{Cambio en el almacenamiento}$$

$$E_h + R_v - B - S_h = \Delta \Omega \cdot S \quad \dots (3.5.1)$$

- $E_h$  = Entradas por flujo horizontal  
 $R_v$  = Recarga vertical del acuífero  
 $B$  = Volúmen de agua subterránea extraído  
 $S_h$  = Salidas por flujo horizontal  
 $\Delta \Omega \cdot S$  = Cambio en el almacenamiento del acuífero  
 $S$  = Coeficiente de almacenamiento

#### DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

En esta ecuación son incógnitas:

- $S$  = Coeficiente de almacenamiento  
 $R_v$  = Recarga vertical del acuífero

La recarga vertical es producto principalmente de infiltraciones en los canales principales y arroyo Cocoraque.

Los valores de  $E_h$  y  $S_h$  se calcularon a partir de las redes de flujo trazadas en los planos de configuración de niveles estáticos mediante la fórmula:

- $Q_i$  =  $T_i \times L_i \times l_i$  caudal en el canal de flujo  $i$   
 $T_i$  = Transmisibilidad en el canal del flujo  $i$   
 $L_i$  = Ancho del canal del flujo  $i$

$l_i$  = Gradiente medio en el canal de flujo  $i$

$$Eh = \sum_{i=1}^{C_e} Q_{it}; \quad Sh = \sum_{i=1}^{C_s} Q_{it}; \quad \dots (3.5.2)$$

$C_e$  = Número de canales de entrada

$C_s$  = Número de canales de salida

$t$  = Tiempo considerado para el análisis, el cual es generalmente de un año ( $31.5 \times 10^6$  seg).

Ciclo	$Eh$ ( $10^6 \text{ m}^3$ )	$Rv$ ( $10^6 \text{ m}^3$ )	$Sh$ ( $10^6 \text{ m}^3$ )	$B$ ( $10^6 \text{ m}^3$ )	$\Delta V \cdot S$ ( $10^6 \text{ m}^3$ )
1970-1971	33	$Rv$	40	221	+ 23.64 S
1971-1972	35	$Rv$	47	258	- 11.82 S
1972-1973	43	$Rv$	45	231	+183.21 S
1973-1974	48	$Rv$	46	265	-671.77 S
1974-1975	50	$Rv$	47	305	-153.66 S
1975-1976	45	$Rv$	38	372	-1479.47 S

$$V = \sum_{i=1}^N a_i h_i \quad \dots (3.5.3)$$

$a_i$  = Área con  $h_i$  de elevación del nivel estático

$h_i$  = Elevación al nivel estático

$N$  = Número de elevaciones al nivel estático diferentes

$\Delta \Omega$  =  $\Omega_i - \Omega_{i-1}$  = Diferencia de volúmen entre dos años consecutivos.

Las ecuaciones para cada ciclo y para un área de balance de 1970  $\text{Km}^2$  quedan de la siguiente manera:

70-71	$Rv - 23.64 \text{ S} = 228$
71-72	$Rv + 11.82 \text{ S} = 270$
72-73	$Rv - 183.21 \text{ S} = 233$
73-74	$Rv + 671.77 \text{ S} = 263$
74-75	$Rv + 153.66 \text{ S} = 302$
75-76	$Rv + 1479.47 \text{ S} = 365$

Al encontrar la recta de mejor ajuste aplicando el método de regresión lineal a este sistema de ecuaciones lineales se ob-

tuvieron los siguientes resultados:

Ecuación de la recta de regresión:  $Y = 0.07X + 253.0$

Coefficiente de correlación = 0.85

Coefficiente de almacenamiento = 0.07

Recarga vertical media =  $253 \times 10^6 \text{ m}^3$

Se tiene un 68% de probabilidad de que la recarga vertical media tenga un error de  $\pm 30.50$  y de 95% con error de  $\pm 61.00$

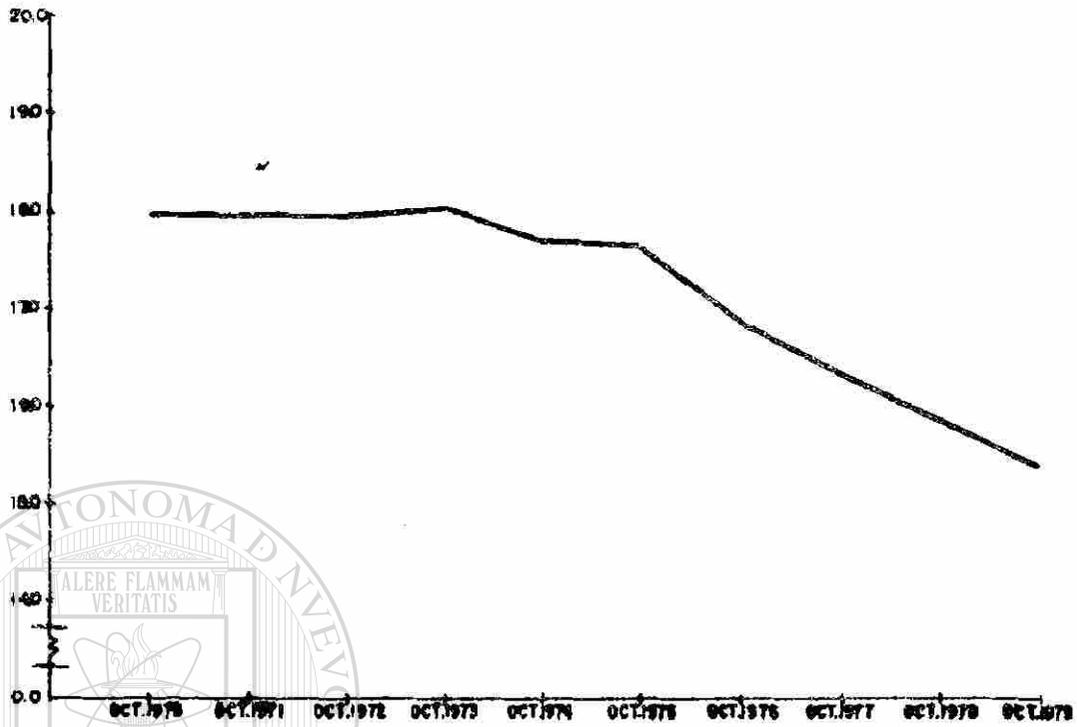
En la lámina 8 se hace la comparación entre la evolución del volumen total extraído de agua subterránea y la elevación media del nivel estático para el período de 1970 a 1979. En ella se aprecia que a extracciones superiores a 250 millones de  $\text{m}^3$  corresponde un descenso en la elevación media del nivel estático del acuífero.

### 3.6 Comentarios

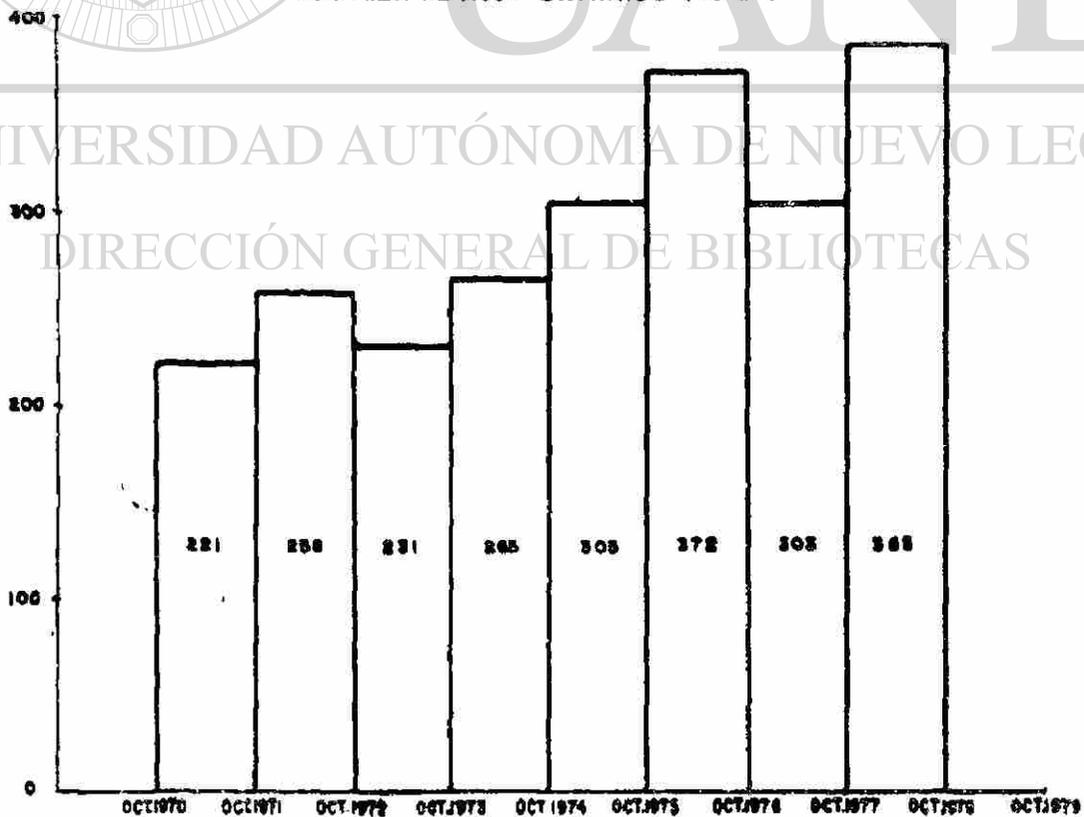
En resumen, la información empleada para llegar al planteamiento del modelo es la piezometría de 1970 a 1976, volúmenes de agua subterránea extraída por pozo de 1970 a 1976, configuración de igual transmisibilidad, coeficiente de almacenamiento regional y volumen de la recarga media anual del acuífero. Toda esta información se toma en forma individual para cada celda.

Las fronteras del acuífero se definieron en base a la geología y al comportamiento de los niveles piezométricos del acuífero, en el capítulo 5 se explica a detalle lo relacionado con la información requerida por el modelo y la forma de entrada.

ELEVACION MEDIA DEL NIVEL ESTÁTICO (R.S.M.)



VOLUMEN DE AGUA EXTRAÍDO ( $10^6 m^3$ )



## CAPITULO 4. DESARROLLO DEL MODELO

### 4.1 Ecuación de flujo en un acuífero confinado

La ecuación que define el flujo no establecido en un acuífero confinado es obtenida a partir de la ley de Darcy y el principio de conservación de masa o ecuación de continuidad.

La ecuación de continuidad para un medio elástico, poroso y completamente saturado es obtenida de un volumen de control pequeño ( $\Delta\Omega$ ), con centroide en P ( $x,y,z$ ) y de dimensiones  $\Delta x, \Delta y, \Delta z$ , figura A.

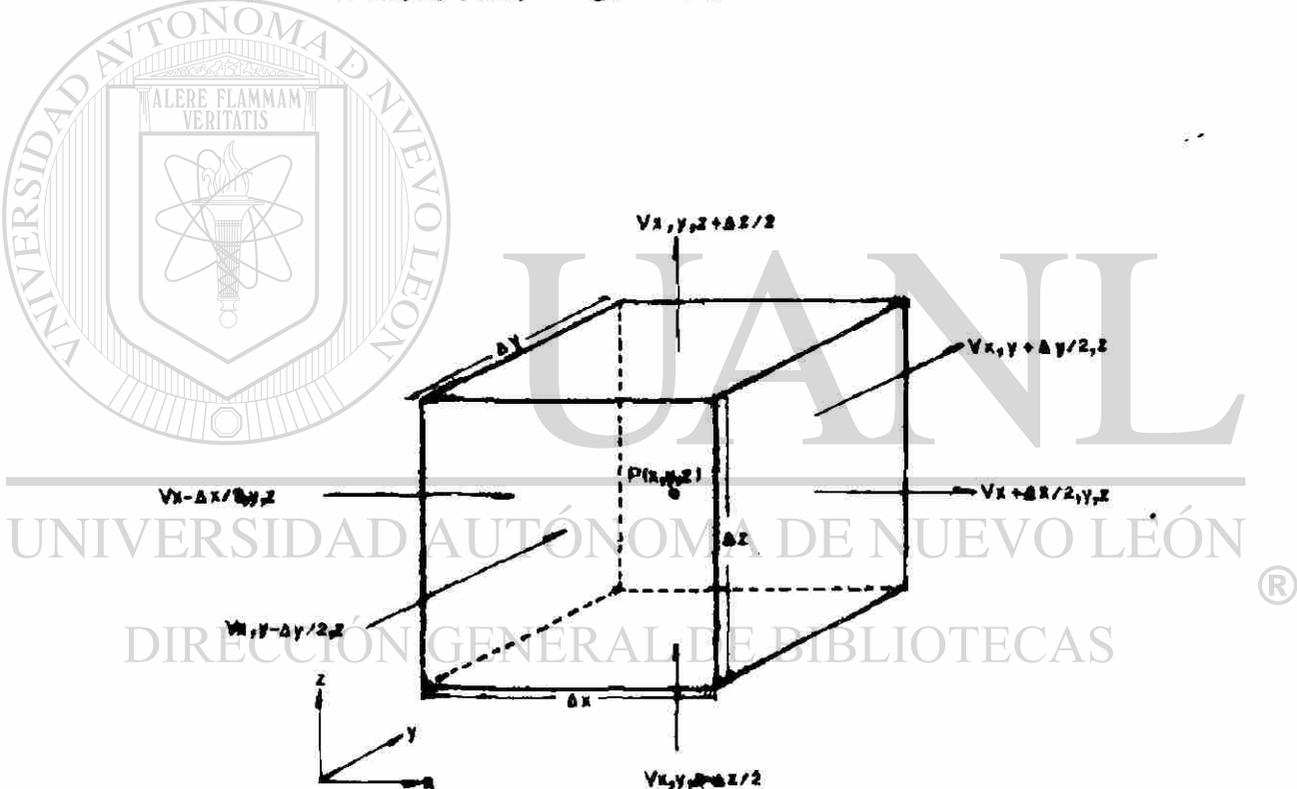


FIGURA A

Del desarrollo por series de Taylor, ecuaciones (4.2.1) y (4.2.2) (sección 4.2) se tiene que:

$$V_{x+\Delta x/2, y, z} = V_{x, y, z} + \frac{\partial V_{x, y, z}}{\partial X} \frac{\Delta X}{2} + \frac{\partial^2 V_{x, y, z}}{\partial X^2} \frac{(\Delta X/2)^2}{2!} + \dots + \frac{\partial^n V_{x, y, z}}{\partial X^n} \frac{(\Delta X/2)^n}{n!} \dots \quad (4.1.1)$$

$$V_{x-\Delta x/2, y, z} = V_{x, y, z} - \frac{\partial V_{x, y, z}}{\partial X} \frac{\Delta X}{2} + \frac{\partial^2 V_{x, y, z}}{\partial X^2} \frac{(\Delta X/2)^2}{2!} + \dots + \frac{(-1)^n \partial^n V_{x, y, z} (\Delta X/2)^n}{\partial X^n n!} \dots \quad (4.1.2)$$

El cambio de masa en la dirección x en un intervalo de tiempo es:

$$\rho V_{x+\Delta x/2, y, z} \Delta Y \Delta Z - \rho V_{x-\Delta x/2, y, z} \Delta Y \Delta Z \dots \quad (4.1.3)$$

donde  $\rho$  (densidad) es igual a masa entre volumen, despreciando en 4.1.1 y 4.1.2 los términos de orden igual o mayor a  $(\Delta X/2)^2$  y sustituyéndolo en 4.1.3, tenemos:

$$\left( \rho V_{x, y, z} + \frac{\rho \partial V_{x, y, z}}{\partial X} \frac{\Delta X}{2} \right) \Delta Y \Delta Z - \left( \rho V_{x, y, z} - \frac{\rho \partial V_{x, y, z}}{\partial X} \frac{\Delta X}{2} \right) \Delta Y \Delta Z = \frac{\rho \partial V_{x, y, z}}{\partial X} \Delta X \Delta Y \Delta Z \dots \quad (4.1.4)$$

Para el eje de las Y y de las Z se procede igual. Quedando la ecuación de continuidad de la forma siguiente:

$$\left( \frac{\partial \rho V_{x, y, z}}{\partial X} + \frac{\partial \rho V_{x, y, z}}{\partial Y} + \frac{\partial \rho V_{x, y, z}}{\partial Z} \right) \Delta X \Delta Y \Delta Z + \left( \frac{\partial \rho e}{\partial t} \right) \Delta X \Delta Y \Delta Z = 0 \quad (4.1.5)$$

esto es:

$$\nabla \cdot (\rho \vec{V}) + \partial \rho e / \partial t = 0 \quad (4.1.6)$$

donde  $e$  (porosidad efectiva) es igual al volúmen de los huecos interconectados entre el volúmen total, y  $t$  es el tiempo, entonces  $\partial e / \partial t$  es el cambio en el almacenaje.

La ley de Darcy se define por:

$$V_i = -K_{i,j} \frac{\partial h}{\partial X_j} \quad \dots\dots(4.1.7)$$

$$i = 1,2$$

$$j = 1,2$$

donde  $V_i$  es la componente de la velocidad en la dirección  $i$  con unidades (L/T),  $h$  es la carga hidráulica, en un medio homogéneo e isótropo, la ecuación 4.1.7 se transforma a:

$$\vec{V} = -K \text{grad } h \quad \dots\dots(4.1.8)$$

Se tiene que:  $h = P/\gamma + Z \quad \dots\dots(4.1.9)$

$$\gamma = \rho g \quad \dots\dots(4.1.10)$$

$Z$  = Potencia de posición  
 $P$  = Presión  
 $g$  = Gravedad

Considerando la hipótesis que el suelo y el agua son elásticos, tenemos:

$$\rho = \rho_0 \{1 + 1/E_w (p - P_0)\} \quad \dots\dots(4.1.11)$$

$$e = e_0 + 1/E_s (P - P_0) \quad \dots\dots(4.1.12)$$

donde:

$E$  = módulo de elasticidad del agua  
 $E_w$  = módulo de elasticidad del suelo  
 $P^s$  = Presión inicial  
 $e_0$  = porosidad inicial  
 $\rho_0$  = densidad inicial

Si definimos:

$$B_w = 1/E_w \quad ; \quad B_s = 1/E_s \quad \dots\dots(4.1.13)$$

tenemos:

$$\rho = \rho_0 + \rho_0 B_w (P - P_0) \quad \dots\dots (4.1.14)$$

$$e = e_0 + B_s (P - P_0) \quad \dots\dots (4.1.15)$$

multiplicando (4.1.14) por (4.1.15)

$$\rho \cdot e = e_0 \rho_0 + e_0 \rho_0 B_w (P - P_0) + e_0 B_s (P - P_0) + \rho_0 B_w B_s (P - P_0)^2 \quad \dots\dots (4.1.16)$$

y despreciando los términos cuadráticos por ser pequeños:

$$\rho \cdot e = \rho_0 \{e_0 + (B_s + e_0 B_w) (P - P_0)\} \quad \dots\dots (4.1.17)$$

$$B = B_s + B_w e_0 \quad \dots\dots (4.1.18)$$

$$\rho e = \rho_0 \{e_0 + B (P - P_0)\} \quad \dots\dots (4.1.19)$$

y considerando que:

$$\rho = \rho_0 \quad \dots\dots (4.1.20)$$

$$\rho e = \rho_0 \{e_0 + B (P - P_0)\} \quad \dots\dots (4.1.21)$$

Y como:

$$h = P / \rho g + Z \quad \dots\dots (4.1.22)$$

tenemos que:

$$\frac{\partial \rho e}{\partial t} = \rho B \frac{\partial P}{\partial t} = \rho g^2 B \frac{\partial h}{\partial t} \quad \dots\dots (4.1.23)$$

$$\frac{\partial P}{\partial t} = \rho g \frac{\partial h}{\partial t} \quad \dots\dots (4.1.24)$$

como:

$$\operatorname{div}(\rho \vec{V}) = \rho \operatorname{div} \vec{V} + \vec{V} \operatorname{grad} \rho \quad \dots\dots (4.1.25)$$

tenemos:

$$\operatorname{div}(\rho \vec{V}) = \rho \left( \frac{\partial V_{x,y,z}}{\partial X} + \frac{\partial V_{x,y,z}}{\partial Y} + \frac{\partial V_{x,y,z}}{\partial Z} \right) + V_{x,y,z} \frac{\partial \rho}{\partial X} + \dots$$

$$+ V_{x,y,z} \frac{\partial \rho}{\partial Y} + V_{x,y,z} \frac{\partial \rho}{\partial Z}$$

$$= \rho \left\{ \frac{\partial}{\partial X} \left( K \frac{\partial h}{\partial X} \right) + \frac{\partial}{\partial Y} \left( k \frac{\partial h}{\partial Y} \right) + \frac{\partial}{\partial Z} \left( k \frac{\partial h}{\partial Z} \right) \right\} +$$

$$V_{x,y,z} \frac{\partial \rho}{\partial X} + V_{x,y,z} \frac{\partial \rho}{\partial Y} + V_{x,y,z} \frac{\partial \rho}{\partial Z} \quad \dots\dots (4.1.26)$$

donde:  $h = h(x, y, z, t)$

$K = K(x, y, z)$

determinando los términos siguientes:

$$\frac{\partial \rho}{\partial x} = \rho B_w \frac{\partial P}{\partial x} = \rho^2 g B_w \frac{\partial h}{\partial x}$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial y} = \rho B_w \frac{\partial P}{\partial y} = \rho^2 g B_w \frac{\partial h}{\partial y}$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial z} = \rho B_w \frac{\partial P}{\partial z} = \rho^2 g B_w \left( \frac{\partial h}{\partial z} - 1 \right) \dots (4.1.27)$$

y sustituyendo (4.1.7), (4.1.27) en (4.1.26) tenemos:

$$- \left\{ K \left( \frac{\partial h}{\partial x} \right)^2 \rho^2 g B_w + K \left( \frac{\partial h}{\partial y} \right)^2 \rho^2 g B_w + K \rho^2 g B_w \left( \frac{\partial h}{\partial z} \right) \left( \frac{\partial h}{\partial z} - 1 \right) \right\}$$

$$- \frac{\partial}{\partial x} \left( K \frac{\partial h}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( k \frac{\partial h}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( K \frac{\partial h}{\partial z} \right) \left\} + \rho g B \frac{\partial h}{\partial t} = 0 \quad (4.1.28)$$

reagrupando términos:

$$\rho g B \frac{\partial h}{\partial t} - \left\{ \frac{\partial}{\partial x} \left( K \frac{\partial h}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( K \frac{\partial h}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( K \frac{\partial h}{\partial z} \right) \right\}$$

$$- \rho^2 g B_w K \left\{ \left( \frac{\partial h}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial h}{\partial y} \right)^2 + \left( \frac{\partial h}{\partial z} \right)^2 - \left( \frac{\partial h}{\partial z} \right) \right\} = 0 \quad \dots (4.1.29)$$

Despreciando los términos cuadráticos, en el caso de un movimiento casi horizontal el término  $\partial h / \partial z$  es muy pequeño y considerando que el acuífero no sufre cambios muy bruscos de carga  $h$ , se implica que:

$$\frac{\partial \rho}{\partial x} = \frac{\partial \rho}{\partial y} = \frac{\partial \rho}{\partial z}$$

Así la ecuación para un acuífero confinado queda:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( K \frac{\partial h}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( K \frac{\partial h}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( K \frac{\partial h}{\partial z} \right) = \rho g B \frac{\partial h}{\partial t} \quad \dots (4.1.30)$$

donde:

$\rho g B = \rho g (B_s + e_o B_w) = S_s$  = coeficiente de almacenamiento específico.

Para un medio homogéneo e isótropo, la ecuación (4.1.30) queda:

$$\frac{\partial^2 h}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 h}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 h}{\partial z^2} = \frac{S_s}{K} \frac{\partial h}{\partial t} \quad \dots (4.1.31)$$

pero como:

$$\bar{h}(x, y, t) = \frac{1}{b} \int_0^b h(x, y, z, t) dz \quad \dots (4.1.32)$$

donde:

$b$  = espesor del acuífero

$\bar{h}$  = carga hidráulica media.

Sustituyendo  $\bar{h}$  por  $h$ , tenemos:

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} \left( \frac{1}{b} \int_0^b h dz \right) + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \left( \frac{1}{b} \int_0^b h dz \right) + \frac{1}{b} \int_0^b \frac{\partial^2 h}{\partial z^2} dz = \frac{1}{b} \frac{S_s}{K} \frac{\partial}{\partial t} \int_0^b h dz \quad \dots (4.1.33)$$

efectuamos las integraciones:

$$\frac{\partial^2 \bar{h}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \bar{h}}{\partial y^2} + \left( \frac{\partial \bar{h}}{\partial z} \Big|_b - \frac{\partial \bar{h}}{\partial z} \Big|_0 \right) = \frac{S_s \cdot b}{K \cdot b} \frac{\partial \bar{h}}{\partial t} \quad \dots (4.1.34)$$

como la velocidad en las fronteras superior e inferior del acuífero es nula, entonces la ecuación (4.1.31), nos queda de la forma siguiente:

$$\frac{\partial^2 \bar{h}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \bar{h}}{\partial y^2} = \frac{S}{T} \frac{\partial \bar{h}}{\partial t} \quad \dots (4.1.35)$$

donde:

$S = S_s \cdot b =$  coeficiente de almacenamiento

$T = K \cdot b =$  coeficiente de transmisibilidad

Para el caso de un acuífero no homogéneo e isótropo, al seguir el mismo procedimiento, la ecuación (4.1.30) es de la siguiente forma:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( T \frac{\partial h}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( T \frac{\partial h}{\partial y} \right) = S \frac{\partial h}{\partial t} \quad \dots (4.1.36)$$

#### 4.2 Aproximación por diferencias finitas

El método de diferencias finitas surgió en 1910 (L. F. Richardson) como un método aproximado para calcular la solución de ecuaciones diferenciales parciales, este método al igual que otros cayó en el olvido por la falta de equipos apropiados de cálculo que ayudaran a resolver el sistema de ecuaciones, ya que realizar los cálculos manualmente tomaría mucho tiempo, lo que obligó a que se utilizaran otros métodos. El método de diferencias finitas utiliza la matemática convencional y sustituye las derivadas por diferencias finitas hasta llegar a obtener un

sistema de ecuaciones algebraicas para toda la zona de estudio y el cual puede ser resuelto por métodos directos o iterativos.

El método de diferencias finitas se basa en el desarrollo por series de Taylor (figura B), de la forma siguiente:

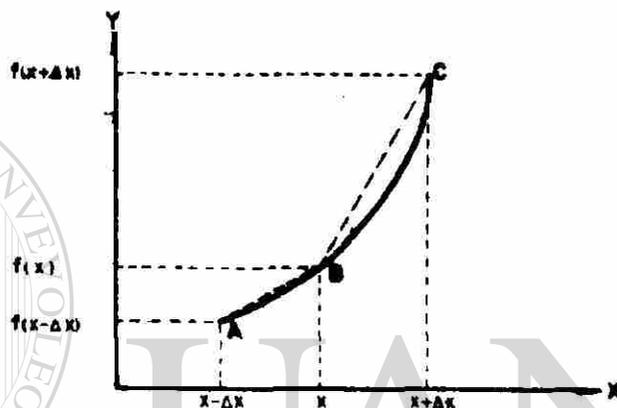


FIGURA B

$$f(x+\Delta x) = f(x) + \frac{df(x)}{dx} \frac{\Delta x}{1!} + \frac{d^2f(x)}{dx^2} \frac{(\Delta x)^2}{2!} + \dots + \frac{d^n f(x)}{dx^n} \frac{(\Delta x)^n}{n!} \quad \text{..... (4.2.1)}$$

$$f(x-\Delta x) = f(x) - \frac{df(x)}{dx} \frac{\Delta x}{1!} + \frac{d^2f(x)}{dx^2} \frac{(\Delta x)^2}{2!} - \dots + \frac{(-1)^n d^n f(x)}{dx^n} \frac{(\Delta x)^n}{n!} \quad \text{..... (4.2.2)}$$

Si la ecuación (4.2.1) la resolvemos para  $df/dx$  tenemos:

$$\frac{df(x)}{dx} = \frac{f(x + \Delta x) - f(x)}{\Delta x} + O(\Delta x) \quad \text{..... (4.2.3)}$$

donde el término  $O(\Delta x)$  es el término que falta de la serie.

Despreciando el término  $0(\Delta x)$  de (4.2.3) obtenemos la aproximación de la derivada de  $f$  por diferencias hacia adelante:

$$\frac{df(x)}{dx} \approx \frac{f(x+\Delta x) - f(x)}{\Delta x} \quad \dots\dots(4.2.3')$$

Resolviendo la ecuación (4.2.2) para  $df/dx$  y despreciando el término  $0(\Delta x)$  obtenemos la aproximación de la derivada de  $f$  por diferencias hacia atrás, esto es:

$$\frac{df(x)}{dx} \approx \frac{f(x) - f(x - \Delta x)}{\Delta x} \quad \dots\dots(4.2.4)$$

El error que tenemos en ambas aproximaciones es el término que despreciamos de la serie de Taylor, éste es de  $0(\Delta x)$ .

Para obtener la aproximación a la primera derivada por diferencias centradas a (4.2.1) le restamos (4.2.2), dando la ecuación siguiente:

$$\frac{df(x)}{dx} = \frac{f(x + \Delta x) - f(x - \Delta x)}{2\Delta x} + 0\{(\Delta x)^2\} \quad \dots\dots(4.2.5)$$

donde el término  $0\{(\Delta x)^2\}$  es el término que falta de la serie, despreciándolo tenemos:

$$\frac{df(x)}{dx} \approx \frac{f(x + \Delta x) - f(x - \Delta x)}{\Delta x} \quad \dots\dots(4.2.5')$$

DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

el error que tenemos en esta aproximación es de  $0\{(\Delta x)^2\}$

Para la aproximación a la segunda derivada se suma (4.2.1 a 4.2.2), dando:

$$\frac{d^2f(x)}{dx^2} = \frac{f(x + \Delta x) - 2f(x) + f(x - \Delta x)}{(\Delta x)^2} + 0\{(\Delta x)^2\} \quad (4.2.6)$$

despreciando el término  $0\{(\Delta x)^2\}$  tenemos:

$$\frac{d^2f(x)}{dx^2} \approx \frac{f(x + \Delta x) - 2f(x) + f(x - \Delta x)}{(\Delta x)^2} \quad \dots\dots(4.2.6')$$

el error de la aproximación es de  $0\{(\Delta x)^2\}$

Definiendo:

$$h(x, y, t) = h(i, j, k)$$

$$h(x + \Delta x, y + \Delta y, t + \Delta t) = h(i + 1, j + 1, k + 1)$$

donde  $i, j, k$  (figura C) son los índices de  $x, y$ , y  $t$  (tiempo) respectivamente, y  $\Delta x, \Delta y, \Delta t$ , son los incrementos en  $x, y$ , y  $t$ , respectivamente.

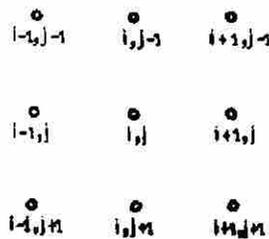


FIGURA C

Entonces de (4.2.5') y (4.2.6') se tiene:

$$\frac{\partial h_{i,j,k}}{\partial x} \approx \frac{h_{i-1,j,k} - h_{i+1,j,k}}{2\Delta x};$$

$$\frac{\partial h_{i,j,k}}{\partial y} \approx \frac{h_{i,j-1,k} - h_{i,j+1,k}}{2\Delta y} \quad \dots (4.2.7)$$

$$\frac{\partial^2 h_{i,j,k}}{\partial x^2} \approx \frac{h_{i+1,j,k} - 2h_{i,j,k} + h_{i-1,j,k}}{(\Delta x)^2}$$

$$\frac{\partial^2 h_{i,j,k}}{\partial y^2} \approx \frac{h_{i,j+1,k} - 2h_{i,j,k} + h_{i,j-1,k}}{(\Delta y)^2} \quad \dots (4.2.8)$$

y de (4.2.4) tenemos que :

$$\frac{\partial h_{i,j,k}}{\partial t} \approx \frac{h_{i,j,k} - h_{i,j,k-1}}{\Delta t} \quad \dots (4.2.9)$$

Expresando la ecuación (4.1.36) de la forma siguiente:

$$\frac{T_{xx} \partial^2 h}{\partial x^2} + \frac{\partial T_{xx}}{\partial x} \frac{\partial h}{\partial x} + \frac{T_{yy} \partial^2 h}{\partial y^2} + \frac{\partial T_{yy}}{\partial y} \frac{\partial h}{\partial y} = S \frac{\partial h}{\partial t} \quad \dots (4.2.10)$$

Para obtener una expresión para la transmisibilidad en el punto medio entre dos vértices, desarrollamos la serie de Taylor entre los vértices  $(i, j)$  e  $(i-1, j)$ . Considerando por simplicidad, la ecuación de una dimensión solamente, tenemos que la transmisibilidad entre  $(i, j)$  e  $(i-1, j)$ , según (4.2.2) es:

$$T_{xx}(i-1/2, j) = T_{xx}(i, j) - \frac{\partial T_{xx}(i, j)}{\partial x} \frac{\Delta x}{2} + \dots + \frac{\partial^2 T_{xx}(i, j)}{\partial x^2} \frac{(\Delta x/2)^2}{2!} - \dots \quad \dots (4.2.11)$$

donde:

$$T_{xx}(i, j) = T_{xx}(i-1/2, j) + \frac{\partial T_{xx}(i, j)}{\partial x} \frac{\Delta x}{2} - \frac{\partial^2 T_{xx}(i, j)}{\partial x^2} \frac{(\Delta x/2)^2}{2!} + \dots \quad \dots (4.2.12)$$

y de (4.2.1) tenemos:

$$T_{xx}(i+1/2, j) = T_{xx}(i, j) + \frac{\partial T_{xx}(i, j)}{\partial x} \frac{\Delta x}{2} + \frac{\partial^2 T_{xx}(i, j)}{\partial x^2} \frac{(\Delta x/2)^2}{2!} + \dots \quad \dots (4.2.13)$$

donde:

$$T_{xx}(i, j) = T_{xx}(i+1/2, j) - \frac{\partial T_{xx}(i, j)}{\partial x} \frac{\Delta x}{2} - \frac{\partial^2 T_{xx}(i, j)}{\partial x^2} \frac{(\Delta x/2)^2}{2!} - \dots \quad \dots (4.2.14)$$

despreciando los términos cuadráticos o de orden mayor en (4.2.11) y (4.2.13), luego usandolas con (4.2.7) y (4.2.8) para determinar:

$$\begin{aligned}
& T_{xx}(i,j) \frac{\partial^2 h}{\partial x^2} + \frac{\partial T_{xx}(i,j)}{\partial x} \frac{\partial h}{\partial x} = \\
& \left( \frac{T_{xx}(i,j)}{(\Delta x)^2} - \frac{1}{2\Delta x} \frac{\partial T_{xx}(i,j)}{\partial x} \right) (h_{i-1,j,k} - h_{i,j,k}) \\
& + \left( \frac{T_{xx}(i,j)}{(\Delta x)^2} + \frac{1}{2\Delta x} \frac{\partial T_{xx}(i,j)}{\partial x} \right) (h_{i+1,j,k} - h_{i,j,k}) \quad (4.2.15)
\end{aligned}$$

despreciando los términos cuadráticos o de orden mayor en (4.2.12) y (4.2.14), sustituyéndolas luego en (4.2.15), tenemos:

$$\begin{aligned}
& T_{xx}(i,j) \frac{\partial^2 h}{\partial x^2} + \frac{\partial T_{xx}(i,j)}{\partial x} \frac{\partial h}{\partial x} = T_{xx}(i-1/2,j) \cdot \\
& \cdot \left( \frac{h_{i-1,j,k} - h_{i,j,k}}{(\Delta x)^2} \right) \\
& + T_{xx}(i+1/2,j) \left( \frac{h_{i+1,j,k} - h_{i,j,k}}{(\Delta x)^2} \right) \dots (4.2.16)
\end{aligned}$$

para el eje de las "y" se procede igual. Finalmente para la aproximación por diferencias finitas de (4.1.36) usamos (4.2.9) y (4.2.16), dando:

$$\begin{aligned}
& T_{xx}(i-1/2,j) \left( \frac{h_{i-1,j,k} - h_{i,j,k}}{(\Delta x)^2} \right) + \\
& T_{xx}(i+1/2,j) \left( \frac{h_{i+1,j,k} - h_{i,j,k}}{(\Delta x)^2} \right) + \\
& + T_{yy}(i,j-1/2) \left( \frac{h_{i,j-1,k} - h_{i,j,k}}{(\Delta y)^2} \right) + \\
& + T_{yy}(i,j+1/2) \left( \frac{h_{i,j+1,k} - h_{i,j,k}}{(\Delta y)^2} \right) = \\
& = S \left( \frac{h_{i,j,k} - h_{i,j,k-1}}{\Delta t} \right) - Q \quad \dots (4.2.17)
\end{aligned}$$

#### 4.3 Consideraciones sobre los métodos de solución adoptados

Los métodos de solución que inicialmente se usaron fueron dos, ambos de diferencias finitas. Uno es el DAS desarrollado por Cruickshank y Chávez Guillén (1969), consta de dos programas: Uno define la geometría del acuífero (GEOMETRI) y el otro predice las cargas hidráulicas a futuro (ACUI). Este último resuelve el sistema de ecuaciones resultante que constituye un esquema implícito por el método iterativo de Gauss-Seidel con coeficiente de sobrerrelajación hasta que la solución quede dentro de la tolerancia fijada.

El otro método es el usado por Illinois State Water Survey, desarrollado por Prickett y Lonquist (1971), este método es una variedad del IADI (Iterative Alternating Direction Implicit Procedure) y resuelve el problema planteado que resulta ser una matriz tridiagonal con una combinación del método implícito de dirección alternante de Peaceman y Rachford (1955), el método Gauss esto se hace primero para las columnas y después para los renglones completando así una iteración y se hacen tantas iteraciones como sea necesario para que quede dentro de la tolerancia el error. El método en conjunto es rápido, preciso y tiene aplicación a muchos problemas de agua subterránea.

Después de manejar inicialmente estos dos métodos en forma conjunta, se decidió la aplicación de solo uno, ya que la principal diferencia entre ambos es la forma de resolver el sistema de ecuaciones, para lo cual el método usado por Illinois State Water Survey resulta más rápido; además de presentar ventajas en cuanto al manejo de datos de entrada.

#### 4.4 Método iterativo implícito en dirección alternante (IADI)

Este método consiste en reducir el sistema de ecuaciones de la forma (4.2.17) a un sistema tridiagonal, procediéndose en primer lugar por columnas considerando cada una de ellas separadamente. En una columna se considera el sistema de ecuaciones correspondientes a sus vértices, tomándose como variables las alturas piezométricas de los vértices de la columna que se está procesando, en tanto que se mantienen constantes los correspondientes a las columnas adyacentes. El sistema de ecuaciones resultante para cada columna se resuelve por el método de eliminación de Gauss, tal como lo utilizaron Peaceman y Rachford (1955), el conjunto de ecuaciones a lo largo de una columna así obtenido, es un sistema implícito en la dirección de las columnas y explícito en la dirección de los renglones, una vez que todas las columnas han sido procesadas se aplica el mismo sistema a los renglones y cuando se concluye con todos ]

renglones se ha completado una iteración. El proceso descrito se repite el número de veces necesario para conseguir la convergencia de los resultados, la cual una vez alcanzada concluye los cálculos para un incremento de tiempo. Las alturas piezométricas así calculadas se utilizan como niveles iniciales para el siguiente incremento del tiempo, comenzando de nuevo el mismo proceso. Peaceman y Rachford (1955) indican que esta técnica es incondicionalmente estable, con independencia del valor asignado al incremento de tiempo.

Modificando y reordenando la ecuación (4.2.17), se facilita la resolución de las ecuaciones por columnas y renglones. En primer lugar si se supone que la malla está formada por cuadrados, de modo que  $\Delta y = \Delta x$ , la ecuación (4.2.17) se modifica multiplicando ambos miembros por  $\Delta x^2$ , dando:

$$\begin{aligned}
 & T_{i-1,j,2} (h_{i-1,j} - h_{i,j}) + T_{i,j,2} (h_{i+1,j} - h_{i,j}) + \dots \\
 & T_{i,j,1} (h_{i,j+1} - h_{i,j}) + T_{i,j-1,1} (h_{i,j-1} - h_{i,j}) = \\
 & (S(\Delta x)^2/\Delta t) (h_{i,j} - h_{\phi i,j}) - Q_{i,j} \quad \dots\dots(4.4.1)
 \end{aligned}$$

donde:

$$T_{i-1,j,2} = T_{xx}(i-1/2, j)$$

$$T_{i,j,2} = T_{xx}(i+1/2, j)$$

$$T_{i,j-1,1} = T_{yy}(i, j-1/2)$$

$$T_{i,j,1} = T_{yy}(i, j+1/2)$$

$$h_{i,j} = h_{i,j,k}$$

$$h_{\phi i,j} = h_{i,j,k-1}$$

Desarrollando la ecuación (4.4.1), cambiando los signos y agrupando los términos en  $h_{i,j}$  se llega a:

$$h_{i,j} (T_{i-1,j,2} + T_{i,j,2} + T_{i,j,1} + T_{i,j-1,1} + S(\Delta x)^2/\Delta t) -$$

$$\begin{aligned}
& - T_{i-1,j,2} h_{i-1,j} - T_{i,j,2} h_{i+1,j} - T_{i,j,1} h_{i,j+1} - \\
& - T_{i,j-1,1} h_{i,j-1} = (S(\Delta x)^2/\Delta t) h_{\phi i,j} - Q_{i,j} \dots\dots(4.4.2)
\end{aligned}$$

Se puede escribir la ecuación (4.4.2) de dos maneras, una para resolver las ecuaciones por columnas y otra para la resolución por renglones.

Para el cálculo por columnas la ecuación (4.4.2) se puede escribir:

$$\begin{aligned}
& - T_{i,j-1,1} h_{i,j-1} + h_{i,j} (T_{i-1,j,2} + T_{i,j,2} + T_{i,j,1} + \\
& + T_{i,j-1,1} + S(\Delta x)^2/\Delta t) - T_{i,j,1} h_{i,j+1} = \\
& = (S(\Delta x)^2/\Delta t) h_{\phi i,j} - Q_{i,j} + T_{i-1,j,2} h_{i-1,j} + \\
& + T_{i,j,2} h_{i+1,j} \dots\dots(4.4.3)
\end{aligned}$$

la ecuación (4.4.3) es de la forma:

$$AA_j h_{i,j-1} + BB_j h_{i,j} + CC_j h_{i,j+1} = DD_j \dots\dots(4.4.3')$$

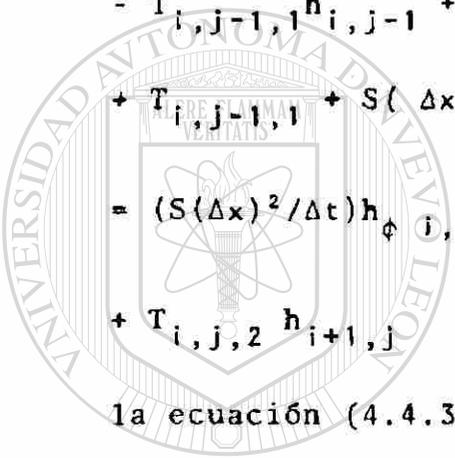
donde las constantes son:

$$\begin{aligned}
AA_j &= - T_{i,j-1,1} \\
BB_j &= T_{i-1,j,2} + T_{i,j,2} + T_{i,j,1} + T_{i,j-1,1} + S(\Delta x)^2/\Delta t \\
CC_j &= - T_{i,j,1} \\
DD_j &= (S(\Delta x)^2/\Delta t) h_{\phi i,j} - Q_{i,j} + T_{i-1,j,2} h_{i-1,j} + T_{i,j,2} h_{i+1,j}
\end{aligned}$$

Para el cálculo por renglones se tendría una ecuación de la forma siguiente:

$$AA_i h_{i-1,j} + BB_i h_{i,j} + CC_i h_{i+1,j} = DD_i \dots\dots(4.4.4)$$

donde las constantes son:



UANL

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN

DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS



$$\begin{aligned}
 AA_i &= -T_{i-1,j,2} \\
 BB_j &= T_{i-1,j,2} + T_{i,j,2} + T_{i,j,1} + T_{i,j-1,1} + S(\Delta x)^2/\Delta t \\
 CC_i &= -T_{i,j,2} \\
 DD_i &= (S(\Delta x)^2/\Delta t) h_{\phi i,j} - Q_{i,j} + T_{i,j-1,1} h_{i,j-1} + \\
 &\quad + T_{i,j,1} h_{i,j+1}
 \end{aligned}$$

En notación matricial un sistema de ecuaciones de la forma (4.4.3') ó (4.4.4) es lo que se llama una matriz tridiagonal ya que presenta cuando mucho tres niveles piezométricos incógnita en cada una de las ecuaciones escritas por vértice, ya sea de columnas (ecuación (4.4.3')) o de renglones (ecuación (4.4.4)). La solución de un sistema de ecuaciones de columnas o renglones se obtiene por el método de eliminación de Gauss, incorporando lo que Peaceman y Rachford (1955) llaman vectores G y B, aplicados a matrices tridiagonales como se explica a continuación.

En el primer vértice del renglón  $i = 1, j$ , de la ecuación (4.4.4) se tiene:

$$AA_1 h_{0,j} + BB_1 h_{1,j} + CC_1 h_{2,j} = DD_1 \dots (4.4.5)$$

Como no existe ningún vértice de coordenadas 0,  $j$  hacemos  $AA_1 = 0$ , con lo que se obtiene:

$$BB_1 h_{1,j} + CC_1 h_{2,j} = DD_1 \dots (4.4.6)$$

de dónde:

$$h_{1,j} = DD_1/BB_1 - (CC_1/BB_1) h_{2,j} \dots (4.4.7)$$

definimos:

$$G_1 = DD_1/BB_1 \dots (4.4.8)$$

$$B_1 = CC_1/BB_1 \dots (4.4.9)$$

sustituyendo las ecuaciones (4.4.8) y (4.4.9) en (4.4.7) tenemos:

$$h_{1,j} = G_1 - B_1 h_{2,j} \dots (4.4.10)$$

quedando el nivel en el vértice  $1, j$  como función de los parámetros  $G_1$  y  $B_1$ , que son conocidos y del nivel en el vértice  $h_{i+1, j}$  ó  $h_{2, j}$ , únicamente.

Procediendo de la misma forma para el siguiente vértice del renglón nos queda:

$$AA_2 h_{1, j} + BB_2 h_{2, j} + CC_2 h_{3, j} = DD_2 \quad \dots (4.4.11)$$

sustituyendo la ecuación (4.4.10) en (4.4.11) tenemos:

$$BB_2 h_{2, j} = DD_2 - CC_2 h_{3, j} - AA_2 (G_1 - B_1 h_{2, j}) \dots (4.4.12)$$

reagrupando los términos y despejando  $h_{2, j}$  queda:

$$h_{2, j} = (DD_2 - AA_2 G_1) / (BB_2 - AA_2 B_1) - CC_2 / (BB_2 - AA_2 B_1) h_{3, j} \quad \dots (4.4.13)$$

los factores conocidos de esta ecuación se definen:

$$G_2 = (DD_2 - AA_2 G_1) / (BB_2 - AA_2 B_1) \quad \dots (4.4.14)$$

$$B_2 = CC_2 / (BB_2 - AA_2 B_1) \quad \dots (4.4.15)$$

Sustituyendo las ecuaciones (4.4.14) y (4.4.15) en (4.4.13) nos queda:

$$h_{2, j} = G_2 - B_2 h_{3, j} \quad \dots (4.4.16)$$

para el siguiente vértice nos quedaría de la misma forma, o sea:

$$h_{i, j} = G_i - B_i h_{i+1, j} \quad \dots (4.4.17)$$

y para las columnas sería:

$$h_{i, j} = G_j - B_j h_{i, j+1} \quad \dots (4.4.18)$$

para el último vértice del renglón  $i = n$ , tenemos  $CC_{n+1} = 0$

$$AA_n h_{n-1, j} + BB_n h_{n, j} = DD_n \quad \dots (4.4.19)$$

reordenando los términos de esta ecuación nos queda:

$$BB_n h_{n, j} = DD_n - AA_n h_{n-1, j} \quad \dots (4.4.20)$$

sustituyendo la ecuación (4.4.17) en (4.4.20) tenemos:

$$BB_n h_{n,j} = DD_n - AA_n (G_{n-1} - B_{n-1} h_{n,j}) \dots (4.4.21)$$

despejando  $h_{n,j}$ , tenemos:

$$h_{n,j} = (DD_n - AA_n G_{n-1}) / (BB_n - AA_n B_{n-1}) \dots (4.4.21')$$

Pero dado que el nivel piezométrico  $h_{n,j}$  es función únicamente de valores conocidos, se puede definir:

$$G_n = (DD_n - AA_n G_{n-1}) / (BB_n - AA_n B_{n-1}) \dots (4.4.22)$$

cuya sustitución en la ecuación (4.4.21) nos lleva a:

$$h_{n,j} = G_n \dots (4.4.23)$$

Una vez conocido el nivel piezométrico  $h_{n,j}$  la sustitución de su valor en la ecuación (4.4.17) permite conocer el nivel en el vértice  $h_{n-1,j}$ . Después sustituimos el nivel  $h_{n-1,j}$  en la ecuación (4.4.17) para el cálculo de  $h_{n-2,j}$  y así sucesivamente hasta encontrar el nivel de  $h_{1,j}$ , determinándose de este modo los niveles de todos los vértices del renglón  $j$ .

De las ecuaciones desarrolladas anteriormente (4.4.8, 4.4.9, 4.4.14, 4.4.15, 4.4.22) tenemos que la forma general de los términos  $G$  y  $B$  es:

$$G_N = (DD_N - AA_N G_{N-1}) / (BB_N - AA_N B_{N-1}) \dots (4.4.24)$$

$$B_N = CC_N / (BB_N - AA_N B_{N-1}) \dots (4.4.25)$$

en los cuales  $N = i$  para cálculos por renglones y por similitud  $N = j$  para cálculos por columnas. Además se hace  $AA_N$  igual a cero para el primer vértice de un renglón o columna y del mismo modo  $CC_N$  para el último vértice de una fila o columna.

En resumen, el proceso de cálculo de los niveles piezométricos por renglones o por columnas en un modelo digital comienza con el cálculo de los vectores  $G$  y  $B$  (ecuaciones 4.4.24 y 4.4.25) para los vértices de una columna o de un renglón, procediendo en sentido creciente de  $i, j$ . Durante este cálculo se halla el nivel en el último vértice de la columna o renglón y posteriormente, utilizando las ecuaciones (4.4.17 y 4.4.18), se calculan los demás niveles piezométricos de la columna o renglón siguiendo un orden decreciente de  $j$  o  $i$  respectivamente. Al terminar el cálculo de niveles en una columna o renglón determinado, la computadora avanza a calcular la siguiente columna o renglón hasta procesar todas; este procedimiento reduce consi-

derablemente las necesidades de almacenamiento en la computadora y el tiempo de cálculo.

#### 4.5 Programa básico de simulación de acuíferos

El listado del programa básico de simulación de acuíferos está codificado en Fortran IV para resolver los sistemas de ecuaciones por columnas y por renglones (ecuaciones 4.4.3' y 4.4.4, respectivamente) y es el que se muestra anexo al final del texto.

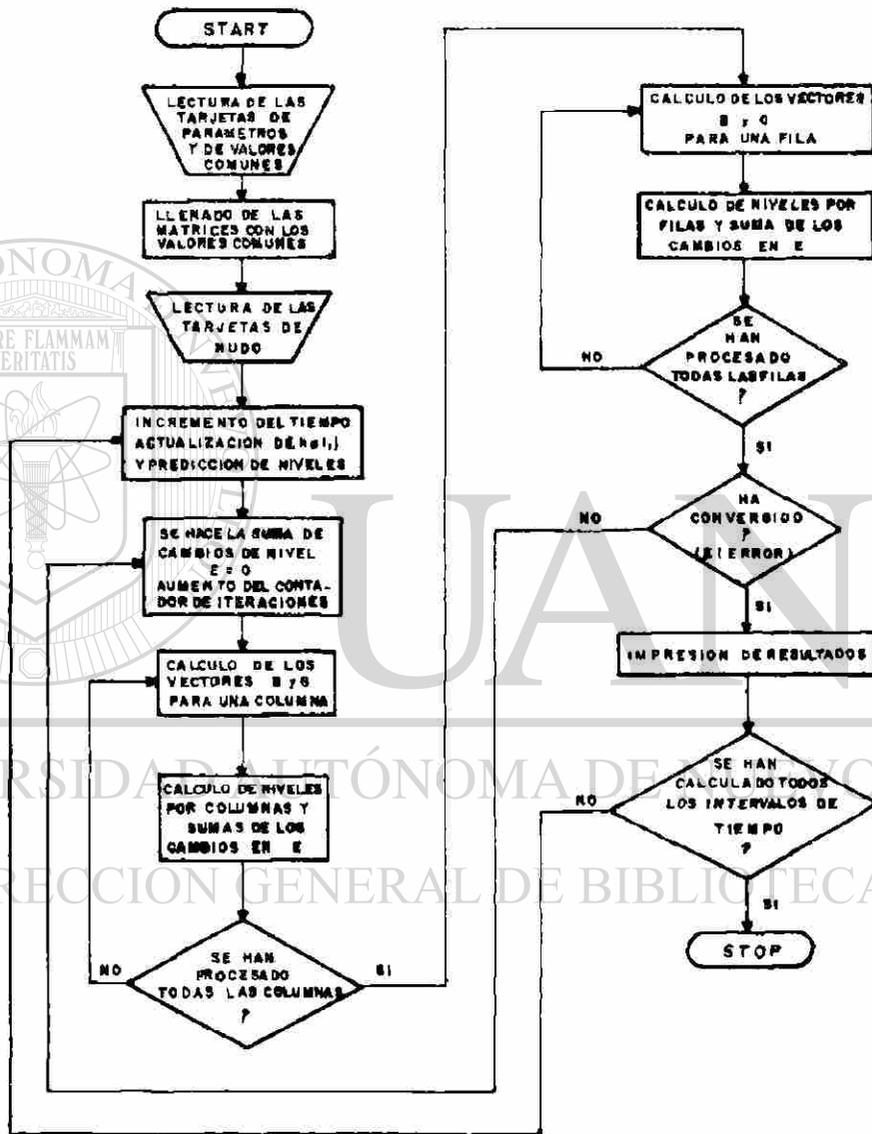
El diagrama de flujo (lámina 9) describe la lógica del programa hasta llegar a la predicción de la carga piezométrica para un cierto período de tiempo ( $t + \Delta t$ ), partiendo de la elevación que se tiene en el tiempo  $t$  y para las condiciones de explotación y recarga que tenga lugar durante el incremento de tiempo. Para obtener este tipo de predicciones es necesario conocer la distribución de la transmisibilidad y del coeficiente de almacenamiento en el acuífero y el tipo de fronteras, si son impermeables su transmisibilidad es cero y si son de carga constante se asigna un coeficiente de almacenamiento muy grande. La información necesaria para el desarrollo del modelo es la descrita anteriormente, ésta es, a cada vértice se le asigna una transmisibilidad, coeficiente de almacenamiento, nivel piezométrico, extracción de agua subterránea y recarga. Otros datos necesarios son el número de columnas y renglones, el tamaño de las celdas, el incremento de tiempo, el número de incrementos de tiempo y la tolerancia de error.

El programa básico tiene tres partes principales. La primera, prepara a la computadora para el problema y se encarga de la entrada de datos, la segunda es la simulación propiamente dicha y por último la impresión de resultados.

En la primera parte se dimensionan los parámetros que lo necesitan, utilizándose la subrutina ERRSET para evitar los problemas que se presentan cuando los descensos del nivel piezométrico son muy pequeños, entonces los anula. Se llenan los vectores y matrices anteriormente definidos con los valores comunes que darían lugar al modelo de un acuífero de propiedades uniformes y en el cual cada vértice tuviera los mismos niveles iniciales y los mismos caudales de bombeo. Con el segundo READ se cambia cualquiera de los valores que intervienen como datos en los vértices deseados.

La segunda parte comienza con la variable (TIME) igual a cero, ésta sólo se utiliza para la impresión de rúbricas de

DIAGRAMA DE FLUJO DEL PROGRAMA BASICO DE SIMULACION (IADI)



salida y enseguida se hace una predicción de niveles piezométricos para el siguiente intervalo de tiempo; esta parte del programa predice el comportamiento piezométrico del acuífero en el futuro de acuerdo con su comportamiento en los intervalos de tiempo anteriores y cuya inclusión aumenta significativamente la convergencia de la solución, bajo la hipótesis de que la relación entre las diferencias de nivel piezométrico presentes y anteriores,  $F$ , será igual a la relación entre diferencias de nivel piezométrico futuras y presentes. Puesta en forma de ecuación, la relación de predicción es:

$$F = D/DL_{i,j} \quad \dots\dots(4.5.1)$$

donde:

$$D = h_{i,j} - h_{\phi i,j}; DL_{i,j} = D \text{ anterior} \quad (4.5.2)$$

entonces hacemos la predicción:

$$h_{i,j} = h_{i,j} + D * F \quad \dots\dots(4.5.3)$$

Cuando  $F$  no está definida, como sucede por ejemplo en los dos primeros intervalos de tiempo, se hace igual a 1.0 y también se previene el error de división por cero, al restringir el valor de  $F$  a cifras razonables, haciéndose enseguida el cálculo de las ecuaciones por columnas de la forma dada por la ecuación (4.4.3'). Durante las iteraciones impares se procesan las columnas siguiendo el orden de números de columna crecientes y en los pares los números de columna decrecientes. Este método de cálculo es mucho más eficiente que el cálculo por columnas siguiendo siempre el mismo orden.

Después de los cálculos de los vectores  $G$  y  $B$ , se hallan los niveles piezométricos de los vértices de cada columna siguiendo un orden contrario al llevado por el cálculo de  $G$  y  $B$ . Se añaden al término  $E$  los niveles, manteniendo en  $E$  la suma de dichos cambios, al final del cálculo de todas las columnas por el procedimiento anterior, el programa calcula por renglones los niveles de los vértices de la misma forma usando la ecuación (4.4.4).

Al final del cálculo por renglones se comparan  $E$  y  $ERROR$  y si  $E$  es mayor que  $ERROR$  (valor límite escogido leído en la tarjeta de parámetros), la solución todavía no es satisfactoria y se regresa el programa a hacer una nueva iteración, hasta que los resultados queden dentro de la tolerancia, pasándose entonces a la impresión de resultados al final de este intervalo de tiempo; posteriormente, se regresa a calcular los niveles para el siguiente intervalo de tiempo tomando los últimos resultados como datos y así sucesivamente hasta terminar con todos los intervalos de tiempo.

## CAPITULO 5. INFORMACION REQUERIDA POR EL MODELO

### 5.1 Geometría

Para determinar el área que abarca el modelo se analizaron las características geológicas e hidrogeológicas del acuífero del valle del Yaqui, definiéndose las fronteras siguientes, (lámina 10).

- a) Al sur se encuentra la costa, definiéndose ésta como frontera de carga constante de elevación del nivel estático igual a cero.
- b) Al norte y noreste, fronteras impermeables con transmisibilidad cero definidas por los afloramientos de rocas ígneas.
- c) Al oeste, frontera de carga constante porque dentro del período considerado no presenta variación en la elevación del nivel estático y además la zona de explotación del agua subterránea está distante.
- d) Al este, frontera de carga constante por estar distante de la zona de explotación y no contar con información piezométrica.

El área que abarca el modelo es de 3,408 Km<sup>2</sup> y el tamaño de las celdas es de 4 Km x 4 Km., lo cual nos dá un total de 213 celdas.

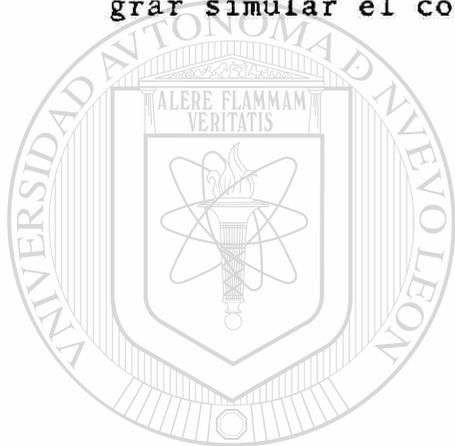
### 5.2 Período seleccionado para la calibración

El período seleccionado para la calibración del modelo es de 6 años siendo éstos de Octubre de 1970 a Octubre de 1976, dentro de los cuales se tiene la información más confiable, aún cuando la más antigua es la que utilizó Icatec (1970) en su estudio, corresponde a los años 1968-1969, la más reciente son las configuraciones de elevación del nivel estático desarrolladas en el presente estudio, siendo éstas las de Octubre de 1977, Marzo y Octubre de 1979 (Láminas 5, 6 y 11, respectivamente), de 1978 no se tiene información.

La elevación del nivel estático de 1970 (lámina 12) es la inicial para el modelo y a partir de ella se calcularon las elevaciones anuales hasta 1976, comparándolas con las observadas hasta obtener una simulación del comportamiento del acuífero. Este proceso constituye la calibración del modelo y en el capítulo 6 se comenta más ampliamente.

### 5.3 Características hidrodinámicas, volúmenes de extracción y de recarga asignados a cada celda

A cada celda se le asignó una carga hidráulica inicial, una transmisibilidad, un coeficiente de almacenamiento y un volumen de extracción, calculado considerando el volumen de agua extraído en cada celda por los pozos que están dentro de ella. Los datos variables para cada uno de los ciclos considerados para el empleo y calibración del modelo fueron los volúmenes extraídos en cada celda y los volúmenes de recarga, habiéndose tomado inicialmente una recarga anual media uniforme en toda el área abarcada por el modelo; posteriormente al comparar los resultados calculados con los observados, se fue modificando la recarga por celda hasta lograr simular el comportamiento del acuífero.



# UANL

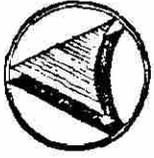
---

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN



DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS





**SIMBOLOGIA**

- POBLACION: [Symbol: thick black line]
- CARRETERA: [Symbol: dashed line]
- FERROCARRIL: [Symbol: line with cross-ticks]
- CANAL: [Symbol: line with short perpendicular dashes]
- RIO: [Symbol: wavy line]
- ARROYO: [Symbol: thin solid line]
- CURVA DE IGUAL ELEVACION: [Symbol: irregular closed line]
- DEL NIVEL ESTADICO EN MAR: [Symbol: line with small circles]

ESCALA 1:400,000  
KILOMETROS

UNIVERSIDAD AUTONOMA DE NUEVO LEON  
FACULTAD DE INGENIERIA CIVIL  
DIVISION DE ESTUDIOS SUPERIORES  
VALLE DEL VAGUI, SONORA  
ELEVACION DEL NIVEL ESTADICO  
OCTUBRE 1978 (OBSERVADA)  
TESIS DE MAESTRIA Aplicacion del metodo de  
diferencias finitas al analisis de un perfil continuo  
L. FRANK SALINAS SALLANA



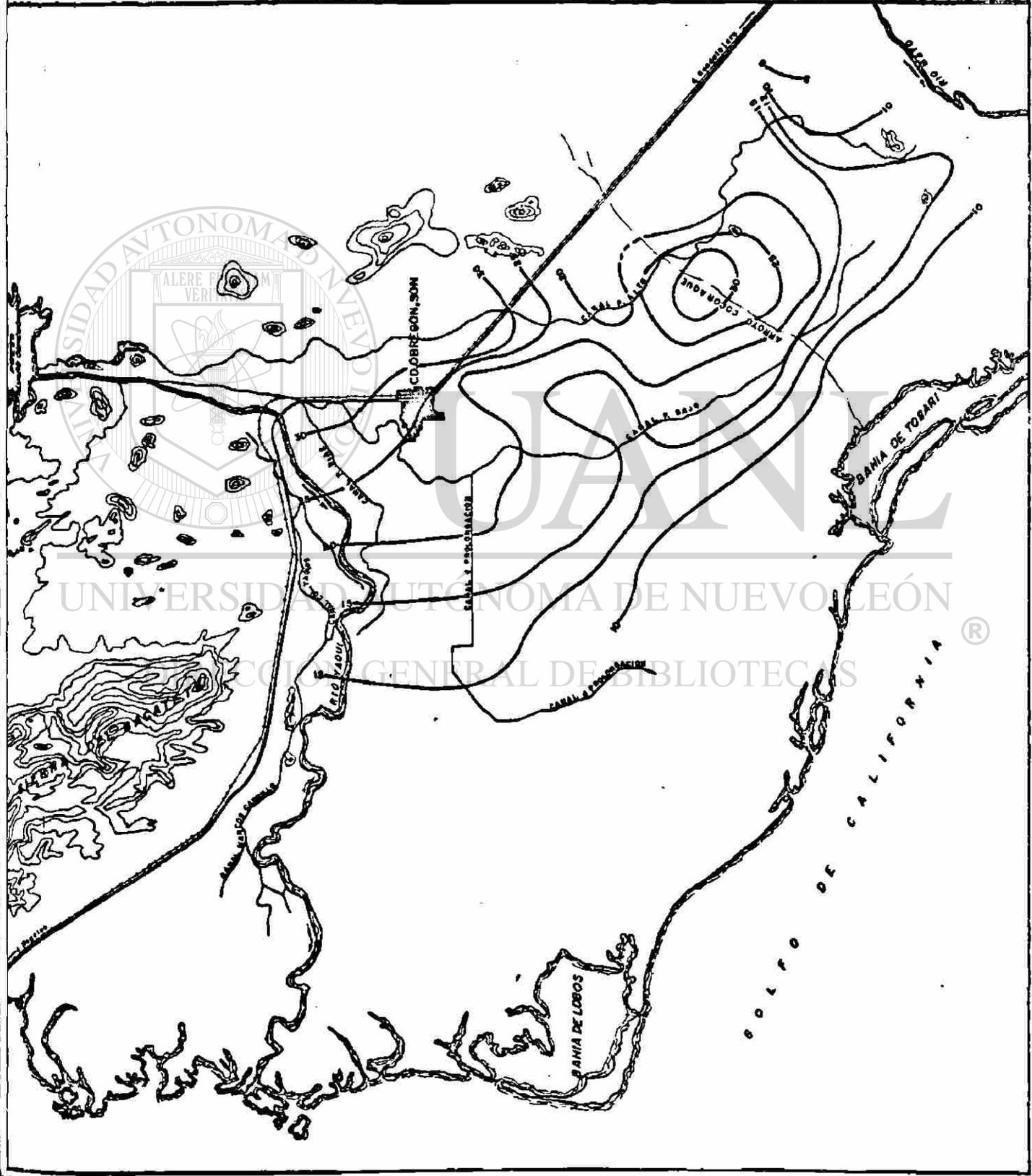


**SIMBOLOGIA**

- POBLACION
- CARRETERA
- FERROCARRIL
- CANAL
- RIO
- ARROYO
- CURVA DE IGUAL ELEVACION
- DEL NIVEL ESTADISTICO EN M.S.N.M.

ESCALA 1:400 000  
KILOMETROS

UNIVERSIDAD AUTONOMA DE NUEVO LEON  
FACULTAD DE INGENIERIA CIVIL  
DIVISION DE ESTUDIOS SUFICIENTES  
VALLE DEL TAQUI, SONORA  
ELEVACION DEL NIVEL ESTADISTICO  
DE CUERPE (FOTOGRAFIA)  
TESIS DE MAESTRIA Aplicacion del metodo de  
diferencias finas al estudio de un valle confinado  
EPRAIN, SALINAS, SALINAS



## CAPITULO 6. CALIBRACION DEL MODELO

### 6.1 Consideraciones Generales

La calibración de los modelos matemáticos que simulan el comportamiento de un acuífero consiste en variar dentro de un cierto rango las características supuestas inicialmente (coeficiente de almacenamiento, transmisibilidades, recarga vertical del acuífero por celda, etc.), de manera que la evolución obtenida se fuera ajustando a la historia piezométrica observada.

Para el acuífero del valle de Yaqui la calibración del modelo consistió en la predicción de la elevación del nivel estático de 1976 partiendo de la elevación del nivel estático observada en Octubre de 1970. Para obtener lo anterior se modificó principalmente la recarga media anual por celda, ya que se observó que ésta se presenta en la zona de los canales principales y del arroyo Cocoraque, teniéndose que su magnitud es de  $277 \times 10^6 \text{ m}^3$  la cual es un 10% mayor que la calculada anteriormente. Otro dato que se varió para la calibración del modelo es la transmisibilidad, aunque en menor grado. El coeficiente de almacenamiento se consideró el mismo en casi todo el acuífero a excepción del norte del área considerada donde a ocho celdas se les asignó un coeficiente de almacenamiento menor, para poder reproducir la evolución piezométrica que se presenta en ellas esta consideración concuerda con las características hidrodinámicas de la zona, ya que se presentan afloramientos de rocas ígneas y menor coeficiente de almacenamiento en sus proximidades.

### 6.2 Calibración y error

La calibración del modelo se logró con la distribución de la recarga que se presenta en la lámina 20, y tal como se mencionó anteriormente, se aprecia que ésta se presenta en la zona de los canales principales, arroyo Cocoraque, canal 4 prol. y el río Yaqui. El grado de calibración del modelo se puede apreciar al comparar la configuración del nivel estático calculada para 1976 por el modelo (lámina 13) con la observada para ese año, (lámina 14).

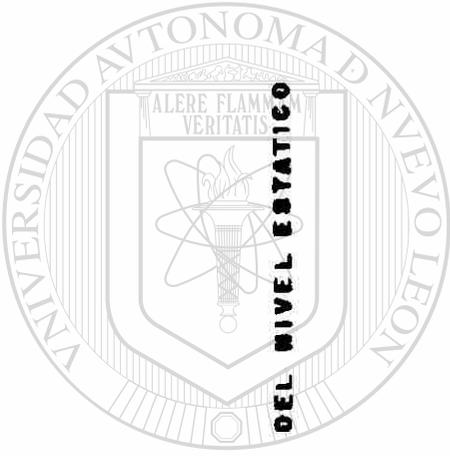
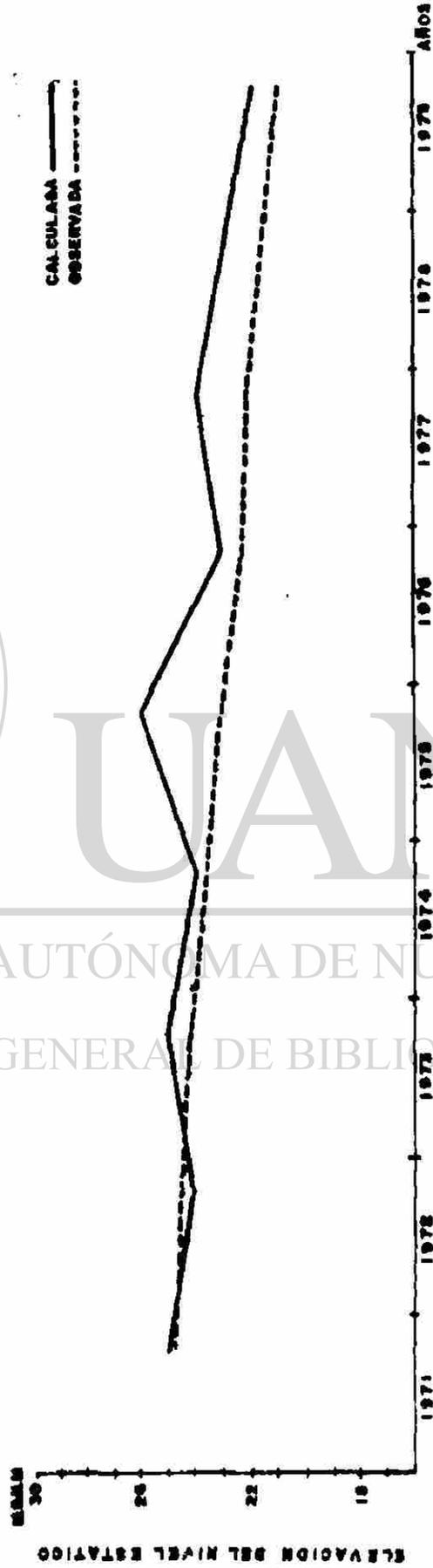
Otra herramienta para visualizar el grado de ajuste del modelo son las configuraciones de la evolución de la elevación del nivel estático correspondiente a las celdas que se muestran en las láminas (15 a 18). En ellas se aprecia también la tendencia de la evolución de la elevación del nivel estático a disminuir con el tiempo como uno de los efectos de la sobreexplotación.





CELDA No 1-2

CALCULADA ———  
OBSERVADA - - - - -



EVOLUCION DEL NIVEL ESTATICO

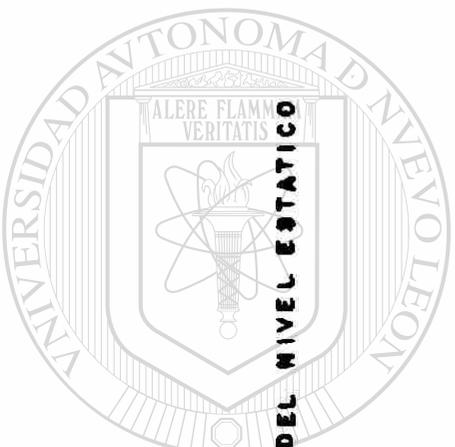
UANL

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN

DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS



CELDA No. 1056

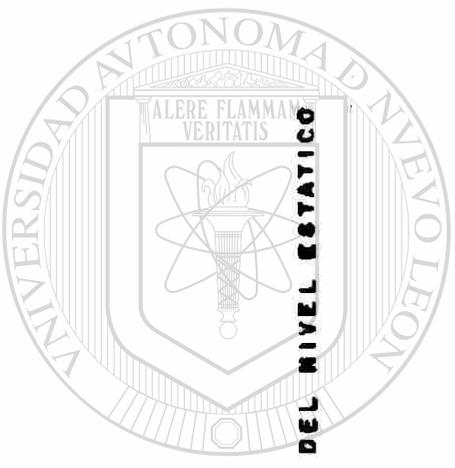


UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN  
DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

EVOLUCION DEL NIVEL ESTATICO

CELDA No. 1239

— CALCULADA  
- - - OBSERVADA



EVOLUCION DEL NIVEL ESTATICO

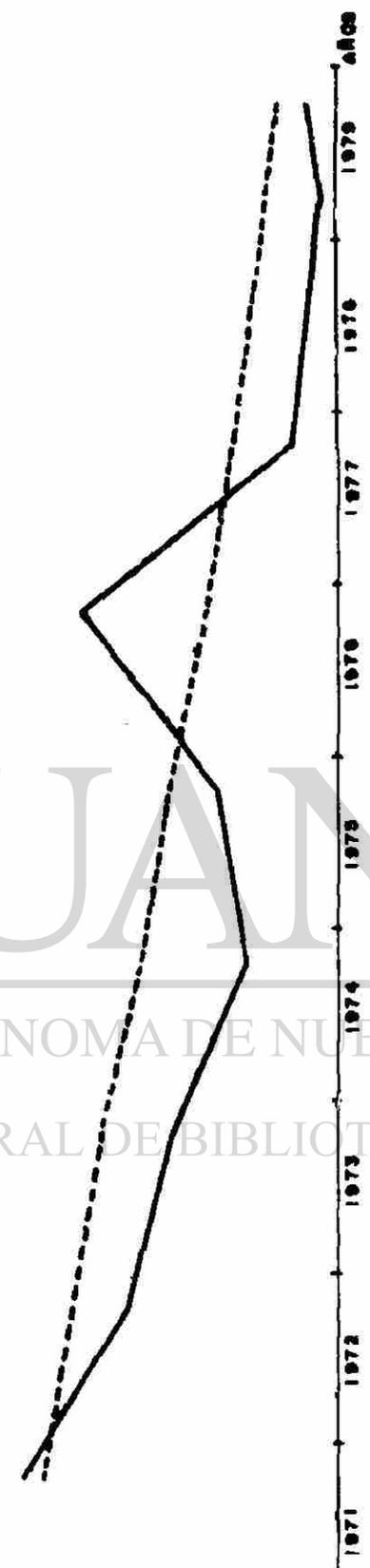
UANL

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN

DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

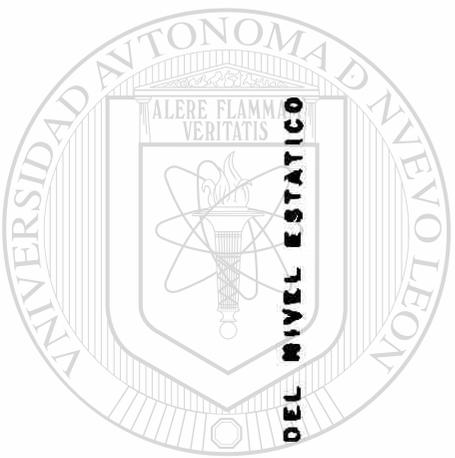
1020091239

ELEVACION DEL NIVEL ESTATICO

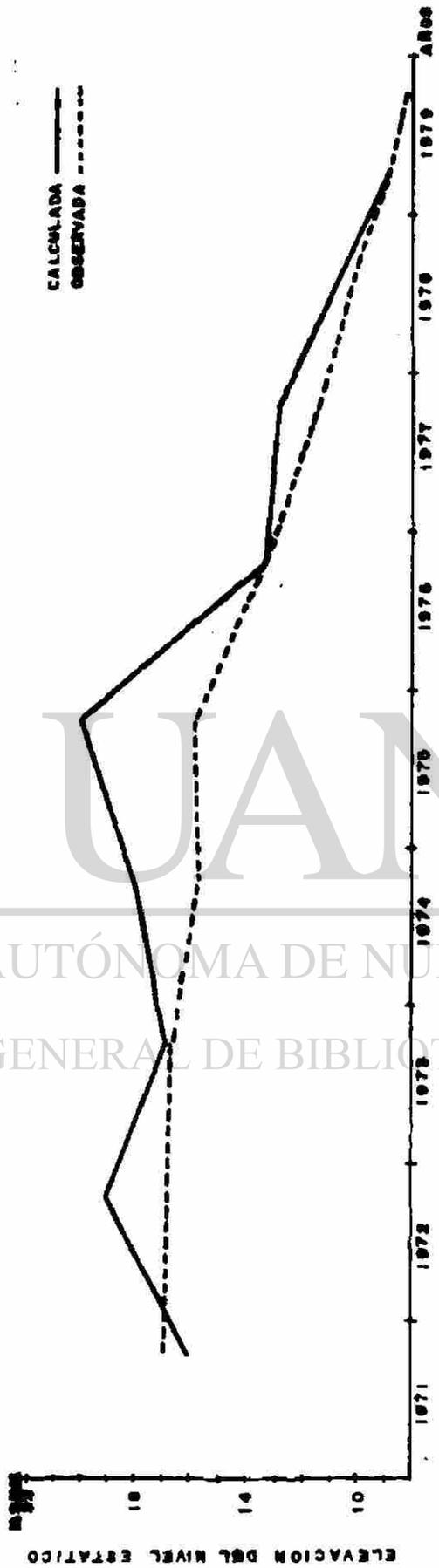


CELDA No. 311

CALCULADA ———  
OBSERVADA - - - - -

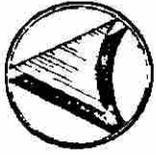


EVOLUCION DEL NIVEL ESTÁTICO



UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN  
DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

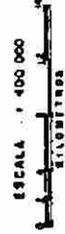
UANL



**SIMBOLOGIA**

- POBLACION \_\_\_\_\_
- CANALIZACION \_\_\_\_\_
- FERRICARRIL \_\_\_\_\_
- CANAL \_\_\_\_\_
- RIO \_\_\_\_\_
- ARROYO \_\_\_\_\_
- CURVA DE IGUAL ELEVACION \_\_\_\_\_
- DEL NIVEL ESTÁTICO EN M.S.N.M. \_\_\_\_\_

Condición de Extracciones Constantes desde el Ciclo 1973-1976 (1:80,100m)



UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN  
 FACULTAD DE INGENIERÍA CIVIL  
 DIVISION DE ESTUDIOS SUPERIORES  
 VALLE DEL TÁQUI, SONORA  
 ELEVACION DEL NIVEL ESTÁTICO  
 (RECALCULADA)  
 TESIS DE MAESTRIA "Aplicación del método de  
 diferencias entre arroyos de un acuífero confinado"  
 EFRAIN SALINAS SALINAS  
 LAMINA No. 18





**SIMBOLOGIA**

- POBLACION
- CARRETERA
- FERRICARRIL
- CANAL
- RIO
- ARROYO
- RECARGA MEDIA ANUAL POR CELDA

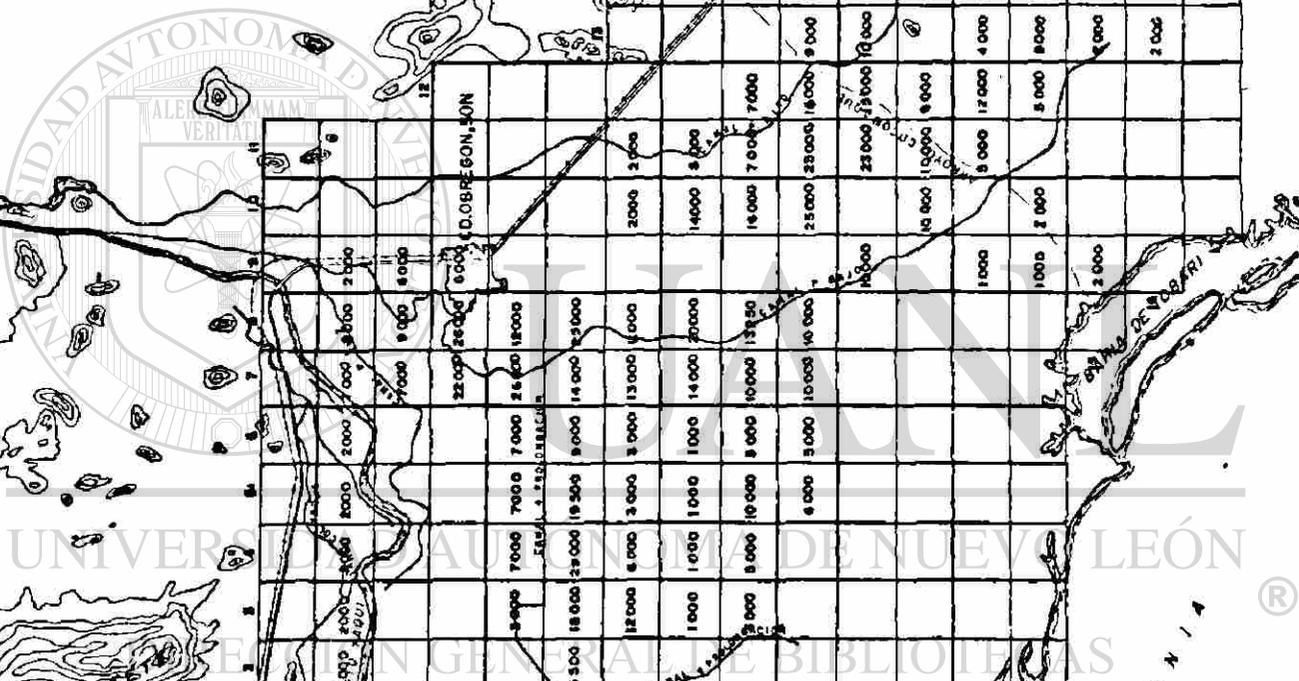
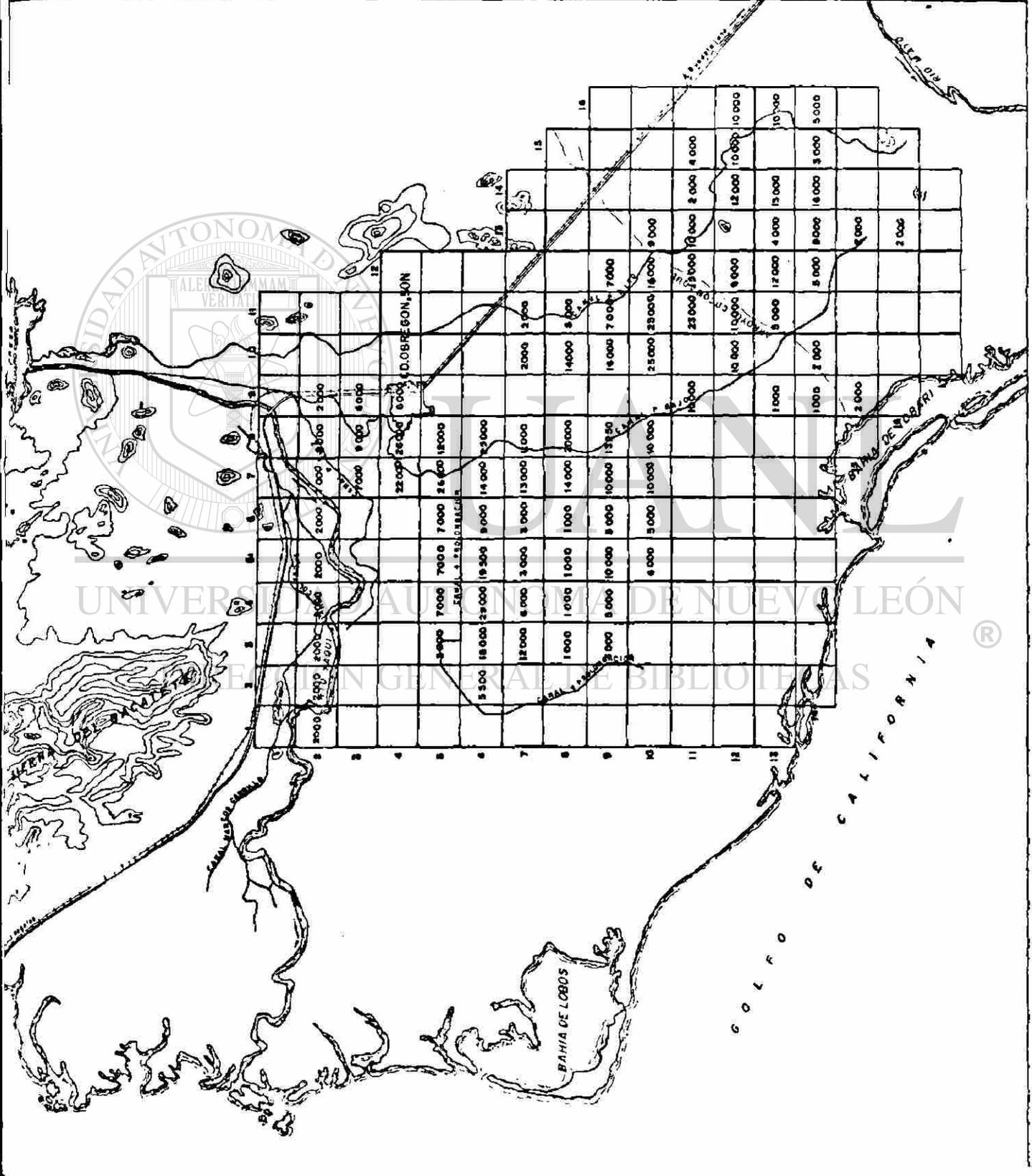
30000 m<sup>2</sup>/ha

ESCALA 1:400 000



UNIVERSIDAD AUTONOMA DE NUEVO LEÓN  
 FACULTAD DE INGENIERIA CIVIL  
 DIVISION DE ESTUDIOS SUPERIORES  
 VALLE DEL TRAJU, BONGORA  
 DISTRIBUCION DE LA REGIADA

TESIS DE MAESTRIA - Aplicación del método de las diferencias finitas al análisis de un acuífero con hincapié en EFRAIN SALINAS SALINAS  
 LAMINA N. 19



El principal problema que presenta la calibración de un modelo es la confiabilidad y cantidad de información con que se cuenta, ésto va a determinar la confiabilidad del modelo.

### 6.3 Potencial del modelo

Una vez calibrado el modelo se pueden hacer predicciones de la evolución piezométrica para diferentes políticas de explotación de agua subterránea.

En el presente estudio sólo se hizo la predicción de la elevación del nivel estático de 1985, (lámina 19), con la suposición de que la distribución y magnitud de las extracciones de agua subterránea permanece constante desde el ciclo de 1975-1976. Esto se hizo porque no se contó con la información de las extracciones de 1976 a la fecha. De esta configuración se aprecia la formación de dos zonas con elevaciones por abajo del nivel del mar y en general en toda el área un descenso de la piezometría del acuífero.



# UANL

---

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN



DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

## CAPITULO 7. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

### 7.1 Conclusiones

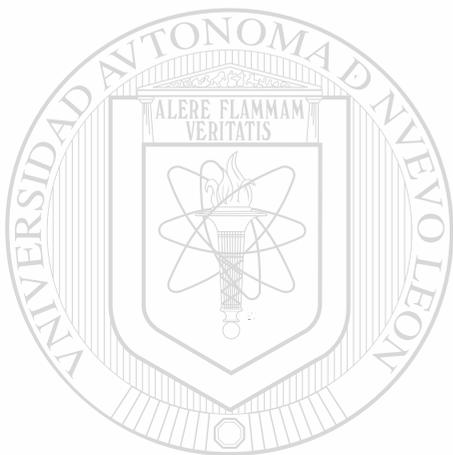
1. Las principales fuentes de recarga del acuífero del valle del Yaqui son: Los canales principales, el arroyo Cocoraque y el río Yaqui en menor grado. La magnitud de la recarga media anual del acuífero es de 275 millones de m<sup>3</sup>.
2. El incremento en la explotación del agua subterránea ha ocasionado un descenso continuo en la piezometría del acuífero y en algunas zonas, el nivel estático se encuentra por abajo del nivel del mar.
3. El cono de abatimiento que se presenta en el canal principal Alto se debe a los grandes volúmenes de agua subterránea que extraen y a las bajas transmisibilidades de esa zona, teniéndose que desde Octubre de 1977 presenta niveles estáticos por abajo del nivel del mar.
4. De continuar la sobreexplotación de este acuífero, el fenómeno de la intrusión salina se presentará en él.

---

### 7.2 Recomendaciones

1. Continuar con la toma periódica de niveles piezométricos y de los volúmenes de extracción, insistir en la instalación de medidores en todos los equipos de bombeo y reparar los que actualmente no funcionan.
2. Disminuir las extracciones de agua subterránea en el área donde se forma el cono de abatimiento.
3. Usar las técnicas de trazadores para verificar si efectivamente la principal recarga del acuífero es por infiltración del agua de los canales principales y arroyo Cocoraque. Calcular la magnitud de estas pérdidas y las zonas donde se presentan.
4. No incrementar las extracciones de agua subterránea.

5. Realizar el uso conjunto de los recursos hidráulicos superficiales y subterráneos contemplándolos como fuentes alternativas uno del otro y distribuir espacialmente las extracciones evitando la concentración de pozos, cuyas extracciones son las que producen los conos de abatimiento locales.
  
6. Para lograr una mejor simulación del comportamiento de los niveles piezométricos del acuífero de valle del Yaqui, es necesario hacer la calibración del modelo cada año, encontrando así, una magnitud de recarga del acuífero para cada ciclo anual estudiado.



# UANL

---

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN



DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

## BIBLIOGRAFIA

Bear, J. "Dynamics of fluids in porous media". American Elsevier Environmental Science Series, New York, 1972.

Cruickshank, C. y Chávez, R. "Modelo Matemático 'DAS' para el estudio del comportamiento de acuíferos". Ingeniería Hidráulica en México, Vol. XXII, 1969, No. 1.

Custodio, E. y Llamas, M. R. "Hidrología Subterránea". Ed Omega, S. A. Barcelona 1976.

Davis, S.N. y De Wiest, R. "Hidrogeología", Ariel, Barcelona 1971.

Mc Whorter, D. y Sunada, D. K. "Ground-Water Hydrology and Hydraulics" Water Resources Publications. Fort Collins. 1977.

Peaceman, D. W. y H. H. Rachford, Jr. "The numerical solutions of parabolic and elliptic differential equations, Journal Society of Industrial and Applied Mathematics" V. 3: 28-41, 1955.

Pinder, G. F. "An Iterative Digital Model for Aquifer Evaluation" U.S. Geological Survey, 1971.

Pinder, G. F. y Bredehoeft, J. D. "Applications of the Digital Computer for Aquifer Evaluation". Water Res. Vol. 4, Num. 5, 1069-1094, 1968.

Prickett, T. A. y Lonquist, C. G. "Selected Digital Computer Techniques for Ground Water Resources Evaluation" Illinois State Water Survey, Bull 55, Urbana, 1971.

Remson, I., Hornberg, G. M. y Molz, F. S. "Numerical Methods in Subsurface Hydrology". Wiley-Interscience. New York, 1971.

Richardson, L. F. "The approximate arithmetical solution by finite differences of physical problems involving differential equations with an application to the stresses in a masonry dam" Phil. Trans. Royal Soc., A210, 307-357, 1910.

Todd, D. K. "Ground Water Hydrology". John Wiley & Sons. New York, 1959.

Trescott, P. C. y Larson, S. P. "Comparison of Iterative Methods of Solving two dimensional ground water flow equations". Water Resources Research. (USA) Vol. 13, No. 1, p. 125-136, 1977

"Estudio Geohidrológico del valle del Yaqui, Sonora" (Icatec, Mayo de 1970).

"Explotación Adicional, Exploración y Estudio de los Acuíferos del Sur y del Norte y Centro de Sinaloa" (CPNH, Proyecto IA 167, Febrero de 1978).

"Geofísica de los Valles del Yaqui y del Mayo, Sonora" (Investigaciones Técnicas del Subsuelo, S. A., 1978).

Síntesis de los datos hidrogeológicos del acuífero del Yaqui, Sonora para la realización de un modelo matemático (Service Geologique Regional ALSACE), Diciembre de 1978.



# UANL

---

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN



DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS



**A N E X O**

**Listado del programa básico de simulación de acuíferos,  
datos utilizados por celda y resultados de 1970 a 1979.**

---

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN

DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS



1 PROGRAM IAD1,PROGRAM OF COMPUTATION OF ACCELERATION  
 2 ILLINOIS STATE WATER SURVEY  
 3 PROGRAMMA (AD1) PARA SIMULACION DE ACCELERACION  
 4 DEFINICION DE VARIABLES

5 C  
 6 C  
 7 C  
 8 C  
 9 C  
 10 C  
 11 C  
 12 C  
 13 C  
 14 C  
 15 C  
 16 C  
 17 C  
 18 C  
 19 C  
 20 C  
 21 C  
 22 C  
 23 C  
 24 C  
 25 C  
 26 C  
 27 C  
 28 C  
 29 C  
 30 C  
 31 C  
 32 C  
 33 C  
 34 C  
 35 C  
 36 C  
 37 C  
 38 C  
 39 C  
 40 C  
 41 C  
 42 C  
 43 C  
 44 C  
 45 C  
 46 C  
 47 C  
 48 C  
 49 C  
 50 C  
 51 C  
 52 C  
 53 C

```

100 I=1  

101 J=1  

102 K=1  

103 L=1  

104 M=1  

105 N=1  

106 O=1  

107 P=1  

108 Q=1  

109 R=1  

110 S=1  

111 T=1  

112 U=1  

113 V=1  

114 W=1  

115 X=1  

116 Y=1  

117 Z=1  

118 AA=1  

119 BB=1  

120 CC=1  

121 DD=1  

122 EE=1  

123 FF=1  

124 GG=1  

125 HH=1  

126 II=1  

127 JJ=1  

128 KK=1  

129 LL=1  

130 MM=1  

131 NN=1  

132 OO=1  

133 PP=1  

134 QQ=1  

135 RR=1  

136 SS=1  

137 TT=1  

138 UU=1  

139 VV=1  

140 WW=1  

141 XX=1  

142 YY=1  

143 ZZ=1  

144 AA=1  

145 BB=1  

146 CC=1  

147 DD=1  

148 EE=1  

149 FF=1  

150 GG=1  

151 HH=1  

152 II=1  

153 JJ=1  

154 KK=1  

155 LL=1  

156 MM=1  

157 NN=1  

158 OO=1  

159 PP=1  

160 QQ=1  

161 RR=1  

162 SS=1  

163 TT=1  

164 UU=1  

165 VV=1  

166 WW=1  

167 XX=1  

168 YY=1  

169 ZZ=1  

170 AA=1  

171 BB=1  

172 CC=1  

173 DD=1  

174 EE=1  

175 FF=1  

176 GG=1  

177 HH=1  

178 II=1  

179 JJ=1  

180 KK=1  

181 LL=1  

182 MM=1  

183 NN=1  

184 OO=1  

185 PP=1  

186 QQ=1  

187 RR=1  

188 SS=1  

189 TT=1  

190 UU=1  

191 VV=1  

192 WW=1  

193 XX=1  

194 YY=1  

195 ZZ=1  

196 AA=1  

197 BB=1  

198 CC=1  

199 DD=1  

200 EE=1  

201 FF=1  

202 GG=1  

203 HH=1  

204 II=1  

205 JJ=1  

206 KK=1  

207 LL=1  

208 MM=1  

209 NN=1  

210 OO=1  

211 PP=1  

212 QQ=1  

213 RR=1  

214 SS=1  

215 TT=1  

216 UU=1  

217 VV=1  

218 WW=1  

219 XX=1  

220 YY=1  

221 ZZ=1  

222 AA=1  

223 BB=1  

224 CC=1  

225 DD=1  

226 EE=1  

227 FF=1  

228 GG=1  

229 HH=1  

230 II=1  

231 JJ=1  

232 KK=1  

233 LL=1  

234 MM=1  

235 NN=1  

236 OO=1  

237 PP=1  

238 QQ=1  

239 RR=1  

240 SS=1  

241 TT=1  

242 UU=1  

243 VV=1  

244 WW=1  

245 XX=1  

246 YY=1  

247 ZZ=1  

248 AA=1  

249 BB=1  

250 CC=1  

251 DD=1  

252 EE=1  

253 FF=1  

254 GG=1  

255 HH=1  

256 II=1  

257 JJ=1  

258 KK=1  

259 LL=1  

260 MM=1  

261 NN=1  

262 OO=1  

263 PP=1  

264 QQ=1  

265 RR=1  

266 SS=1  

267 TT=1  

268 UU=1  

269 VV=1  

270 WW=1  

271 XX=1  

272 YY=1  

273 ZZ=1  

274 AA=1  

275 BB=1  

276 CC=1  

277 DD=1  

278 EE=1  

279 FF=1  

280 GG=1  

281 HH=1  

282 II=1  

283 JJ=1  

284 KK=1  

285 LL=1  

286 MM=1  

287 NN=1  

288 OO=1  

289 PP=1  

290 QQ=1  

291 RR=1  

292 SS=1  

293 TT=1  

294 UU=1  

295 VV=1  

296 WW=1  

297 XX=1  

298 YY=1  

299 ZZ=1  

300 AA=1  

301 BB=1  

302 CC=1  

303 DD=1  

304 EE=1  

305 FF=1  

306 GG=1  

307 HH=1  

308 II=1  

309 JJ=1  

310 KK=1  

311 LL=1  

312 MM=1  

313 NN=1  

314 OO=1  

315 PP=1  

316 QQ=1  

317 RR=1  

318 SS=1  

319 TT=1  

320 UU=1  

321 VV=1  

322 WW=1  

323 XX=1  

324 YY=1  

325 ZZ=1  

326 AA=1  

327 BB=1  

328 CC=1  

329 DD=1  

330 EE=1  

331 FF=1  

332 GG=1  

333 HH=1  

334 II=1  

335 JJ=1  

336 KK=1  

337 LL=1  

338 MM=1  

339 NN=1  

340 OO=1  

341 PP=1  

342 QQ=1  

343 RR=1  

344 SS=1  

345 TT=1  

346 UU=1  

347 VV=1  

348 WW=1  

349 XX=1  

350 YY=1  

351 ZZ=1  

352 AA=1  

353 BB=1  

354 CC=1  

355 DD=1  

356 EE=1  

357 FF=1  

358 GG=1  

359 HH=1  

360 II=1  

361 JJ=1  

362 KK=1  

363 LL=1  

364 MM=1  

365 NN=1  

366 OO=1  

367 PP=1  

368 QQ=1  

369 RR=1  

370 SS=1  

371 TT=1  

372 UU=1  

373 VV=1  

374 WW=1  

375 XX=1  

376 YY=1  

377 ZZ=1  

378 AA=1  

379 BB=1  

380 CC=1  

381 DD=1  

382 EE=1  

383 FF=1  

384 GG=1  

385 HH=1  

386 II=1  

387 JJ=1  

388 KK=1  

389 LL=1  

390 MM=1  

391 NN=1  

392 OO=1  

393 PP=1  

394 QQ=1  

395 RR=1  

396 SS=1  

397 TT=1  

398 UU=1  

399 VV=1  

400 WW=1  

401 XX=1  

402 YY=1  

403 ZZ=1  

404 AA=1  

405 BB=1  

406 CC=1  

407 DD=1  

408 EE=1  

409 FF=1  

410 GG=1  

411 HH=1  

412 II=1  

413 JJ=1  

414 KK=1  

415 LL=1  

416 MM=1  

417 NN=1  

418 OO=1  

419 PP=1  

420 QQ=1  

421 RR=1  

422 SS=1  

423 TT=1  

424 UU=1  

425 VV=1  

426 WW=1  

427 XX=1  

428 YY=1  

429 ZZ=1  

430 AA=1  

431 BB=1  

432 CC=1  

433 DD=1  

434 EE=1  

435 FF=1  

436 GG=1  

437 HH=1  

438 II=1  

439 JJ=1  

440 KK=1  

441 LL=1  

442 MM=1  

443 NN=1  

444 OO=1  

445 PP=1  

446 QQ=1  

447 RR=1  

448 SS=1  

449 TT=1  

450 UU=1  

451 VV=1  

452 WW=1  

453 XX=1  

454 YY=1  

455 ZZ=1  

456 AA=1  

457 BB=1  

458 CC=1  

459 DD=1  

460 EE=1  

461 FF=1  

462 GG=1  

463 HH=1  

464 II=1  

465 JJ=1  

466 KK=1  

467 LL=1  

468 MM=1  

469 NN=1  

470 OO=1  

471 PP=1  

472 QQ=1  

473 RR=1  

474 SS=1  

475 TT=1  

476 UU=1  

477 VV=1  

478 WW=1  

479 XX=1  

480 YY=1  

481 ZZ=1  

482 AA=1  

483 BB=1  

484 CC=1  

485 DD=1  

486 EE=1  

487 FF=1  

488 GG=1  

489 HH=1  

490 II=1  

491 JJ=1  

492 KK=1  

493 LL=1  

494 MM=1  

495 NN=1  

496 OO=1  

497 PP=1  

498 QQ=1  

499 RR=1  

500 SS=1  

501 TT=1  

502 UU=1  

503 VV=1  

504 WW=1  

505 XX=1  

506 YY=1  

507 ZZ=1  

508 AA=1  

509 BB=1  

510 CC=1  

511 DD=1  

512 EE=1  

513 FF=1  

514 GG=1  

515 HH=1  

516 II=1  

517 JJ=1  

518 KK=1  

519 LL=1  

520 MM=1  

521 NN=1  

522 OO=1  

523 PP=1  

524 QQ=1  

525 RR=1  

526 SS=1  

527 TT=1  

528 UU=1  

529 VV=1  

530 WW=1  

531 XX=1  

532 YY=1  

533 ZZ=1  

534 AA=1  

535 BB=1  

536 CC=1  

537 DD=1  

538 EE=1  

539 FF=1  

540 GG=1  

541 HH=1  

542 II=1  

543 JJ=1  

544 KK=1  

545 LL=1  

546 MM=1  

547 NN=1  

548 OO=1  

549 PP=1  

550 QQ=1  

551 RR=1  

552 SS=1  

553 TT=1  

554 UU=1  

555 VV=1  

556 WW=1  

557 XX=1  

558 YY=1  

559 ZZ=1  

560 AA=1  

561 BB=1  

562 CC=1  

563 DD=1  

564 EE=1  

565 FF=1  

566 GG=1  

567 HH=1  

568 II=1  

569 JJ=1  

570 KK=1  

571 LL=1  

572 MM=1  

573 NN=1  

574 OO=1  

575 PP=1  

576 QQ=1  

577 RR=1  

578 SS=1  

579 TT=1  

580 UU=1  

581 VV=1  

582 WW=1  

583 XX=1  

584 YY=1  

585 ZZ=1  

586 AA=1  

587 BB=1  

588 CC=1  

589 DD=1  

590 EE=1  

591 FF=1  

592 GG=1  

593 HH=1  

594 II=1  

595 JJ=1  

596 KK=1  

597 LL=1  

598 MM=1  

599 NN=1  

600 OO=1  

601 PP=1  

602 QQ=1  

603 RR=1  

604 SS=1  

605 TT=1  

606 UU=1  

607 VV=1  

608 WW=1  

609 XX=1  

610 YY=1  

611 ZZ=1  

612 AA=1  

613 BB=1  

614 CC=1  

615 DD=1  

616 EE=1  

617 FF=1  

618 GG=1  

619 HH=1  

620 II=1  

621 JJ=1  

622 KK=1  

623 LL=1  

624 MM=1  

625 NN=1  

626 OO=1  

627 PP=1  

628 QQ=1  

629 RR=1  

630 SS=1  

631 TT=1  

632 UU=1  

633 VV=1  

634 WW=1  

635 XX=1  

636 YY=1  

637 ZZ=1  

638 AA=1  

639 BB=1  

640 CC=1  

641 DD=1  

642 EE=1  

643 FF=1  

644 GG=1  

645 HH=1  

646 II=1  

647 JJ=1  

648 KK=1  

649 LL=1  

650 MM=1  

651 NN=1  

652 OO=1  

653 PP=1  

654 QQ=1  

655 RR=1  

656 SS=1  

657 TT=1  

658 UU=1  

659 VV=1  

660 WW=1  

661 XX=1  

662 YY=1  

663 ZZ=1  

664 AA=1  

665 BB=1  

666 CC=1  

667 DD=1  

668 EE=1  

669 FF=1  

670 GG=1  

671 HH=1  

672 II=1  

673 JJ=1  

674 KK=1  

675 LL=1  

676 MM=1  

677 NN=1  

678 OO=1  

679 PP=1  

680 QQ=1  

681 RR=1  

682 SS=1  

683 TT=1  

684 UU=1  

685 VV=1  

686 WW=1  

687 XX=1  

688 YY=1  

689 ZZ=1  

690 AA=1  

691 BB=1  

692 CC=1  

693 DD=1  

694 EE=1  

695 FF=1  

696 GG=1  

697 HH=1  

698 II=1  

699 JJ=1  

700 KK=1  

701 LL=1  

702 MM=1  

703 NN=1  

704 OO=1  

705 PP=1  

706 QQ=1  

707 RR=1  

708 SS=1  

709 TT=1  

710 UU=1  

711 VV=1  

712 WW=1  

713 XX=1  

714 YY=1  

715 ZZ=1  

716 AA=1  

717 BB=1  

718 CC=1  

719 DD=1  

720 EE=1  

721 FF=1  

722 GG=1  

723 HH=1  

724 II=1  

725 JJ=1  

726 KK=1  

727 LL=1  

728 MM=1  

729 NN=1  

730 OO=1  

731 PP=1  

732 QQ=1  

733 RR=1  

734 SS=1  

735 TT=1  

736 UU=1  

737 VV=1  

738 WW=1  

739 XX=1  

740 YY=1  

741 ZZ=1  

742 AA=1  

743 BB=1  

744 CC=1  

745 DD=1  

746 EE=1  

747 FF=1  

748 GG=1  

749 HH=1  

750 II=1  

751 JJ=1  

752 KK=1  

753 LL=1  

754 MM=1  

755 NN=1  

756 OO=1  

757 PP=1  

758 QQ=1  

759 RR=1  

760 SS=1  

761 TT=1  

762 UU=1  

763 VV=1  

764 WW=1  

765 XX=1  

766 YY=1  

767 ZZ=1  

768 AA=1  

769 BB=1  

770 CC=1  

771 DD=1  

772 EE=1  

773 FF=1  

774 GG=1  

775 HH=1  

776 II=1  

777 JJ=1  

778 KK=1  

779 LL=1  

780 MM=1  

781 NN=1  

782 OO=1  

783 PP=1  

784 QQ=1  

785 RR=1  

786 SS=1  

787 TT=1  

788 UU=1  

789 VV=1  

790 WW=1  

791 XX=1  

792 YY=1  

793 ZZ=1  

794 AA=1  

795 BB=1  

796 CC=1  

797 DD=1  

798 EE=1  

799 FF=1  

800 GG=1  

801 HH=1  

802 II=1  

803 JJ=1  

804 KK=1  

805 LL=1  

806 MM=1  

807 NN=1  

808 OO=1  

809 PP=1  

810 QQ=1  

811 RR=1  

812 SS=1  

813 TT=1  

814 UU=1  

815 VV=1  

816 WW=1  

817 XX=1  

818 YY=1  

819 ZZ=1  

820 AA=1  

821 BB=1  

822 CC=1  

823 DD=1  

824 EE=1  

825 FF=1  

826 GG=1  

827 HH=1  

828 II=1  

829 JJ=1  

830 KK=1  

831 LL=1  

832 MM=1  

833 NN=1  

834 OO=1  

835 PP=1  

836 QQ=1  

837 RR=1  

838 SS=1  

839 TT=1  

840 UU=1  

841 VV=1  

842 WW=1  

843 XX=1  

844 YY=1  

845 ZZ=1  

846 AA=1  

847 BB=1  

848 CC=1  

849 DD=1  

850 EE=1  

851 FF=1  

852 GG=1  

853 HH=1  

854 II=1  

855 JJ=1  

856 KK=1  

857 LL=1  

858 MM=1  

859 NN=1  

860 OO=1  

861 PP=1  

862 QQ=1  

863 RR=1  

864 SS=1  

865 TT=1  

866 UU=1  

867 VV=1  

868 WW=1  

869 XX=1  

870 YY=1  

871 ZZ=1  

872 AA=1  

873 BB=1  

874 CC=1  

875 DD=1  

876 EE=1  

877 FF=1  

878 GG=1  

879 HH=1  

880 II=1  

881 JJ=1  

882 KK=1  

883 LL=1  

884 MM=1  

885 NN=1  

886 OO=1  

887 PP=1  

888 QQ=1  

889 RR=1  

890 SS=1  

891 TT=1  

892 UU=1  

893 VV=1  

894 WW=1  

895 XX=1  

896 YY=1  

897 ZZ=1  

898 AA=1  

899 BB=1  

900 CC=1  

901 DD=1  

902 EE=1  

903 FF=1  

904 GG=1  

905 HH=1  

906 II=1  

907 JJ=1  

908 KK=1  

909 LL=1  

910 MM=1  

911 NN=1  

912 OO=1  

913 PP=1  

914 QQ=1  

915 RR=1  

916 SS=1  

917 TT=1  

918 UU=1  

919 VV=1  

920 WW=1  

921 XX=1  

922 YY=1  

923 ZZ=1  

924 AA=1  

925 BB=1  

926 CC=1  

927 DD=1  

928 EE=1  

929 FF=1  

930 GG=1  

931 HH=1  

932 II=1  

933 JJ=1  

934 KK=1  

935 LL=1  

936 MM=1  

937 NN=1  

938 OO=1  

939 PP=1  

940 QQ=1  

941 RR=1  

942 SS=1  

943 TT=1  

944 UU=1  

945 VV=1  

946 WW=1  

947 XX=1  

948 YY=1  

949 ZZ=1  

950 AA=1  

951 BB=1  

952 CC=1  

953 DD=1  

954 EE=1  

955 FF=1  

956 GG=1  

957 HH=1  

958 II=1  

959 JJ=1  

960 KK=1  

961 LL=1  

962 MM=1  

963 NN=1  

964 OO=1  

965 PP=1  

966 QQ=1  

967 RR=1  

968 SS=1  

969 TT=1  

970 UU=1  

971 VV=1  

972 WW=1  

973 XX=1  

974 YY=1  

975 ZZ=1  

976 AA=1  

977 BB=1  

978 CC=1  

979 DD=1  

980 EE=1  

981 FF=1  

982 GG=1  

983 HH=1  

984 II=1  

985 JJ=1  

986 KK=1  

987 LL=1  

988 MM=1  

989 NN=1  

990 OO=1  

991 PP=1  

992 QQ=1  

993 RR=1  

994 SS=1  

995 TT=1  

996 UU=1  

997 VV=1  

998 WW=1  

999 XX=1  

1000 YY=1  

1001 ZZ=1  

1002 AA=1  

1003 BB=1  

1004 CC=1  

1005 DD=1  

1006 EE=1  

1007 FF=1  

1008 GG=1  

1009 HH=1  

1010 II=1  

1011 JJ=1  

1012 KK=1  

1013 LL=1  

1014 MM=1  

1015 NN=1  

1016 OO=1  

1017 PP=1  

1018 QQ=1  

1019 RR=1  

1020 SS=1  

1021 TT=1  

1022 UU=1  

1023 VV=1  

1024 WW=1  

1025 XX=1  

1026 YY=1  

1027 ZZ=1  

1028 AA=1  

1029 BB=1  

1030 CC=1  

1031 DD=1  

1032 EE=1  

1033 FF=1  

1034 GG=1  

1035 HH=1  

1036 II=1  

1037 JJ=1  

1038 KK=1  

1039 LL=1  

1040 MM=1  

1041 NN=1  

1042 OO=1  

1043 PP=1  

1044 QQ=1  

1045 RR=1  

1046 SS=1  

1047 TT=1  

1048 UU=1  

1049 VV=1  

1050 WW=1  

1051 XX=1  

1052 YY=1  

1053 ZZ=1  

1054 AA=1  

1055 BB=1  

1056 CC=1  

1057 DD=1  

1058 EE=1  

1059 FF=1  

1060 GG=1  

1061 HH=1  

1062 II=1  

1063 JJ=1  

1064 KK=1  

1065 LL=1  

1066 MM=1  

1067 NN=1  

1068 OO=1  

1069 PP=1  

1070 QQ=1  

1071 RR=1  

1072 SS=1  

1073 TT=1  

1074 UU=1  

1075 VV=1  

1076 WW=1  

1077 XX=1  

1078 YY=1  

1079 ZZ=1  

1080 AA=1  

1081 BB=1  

1082 CC=1  

1083 DD=1  

1084 EE=1  

1085 FF=1  

1086 GG=1  

1087 HH=1  

1088 II=1  

1089 JJ=1  

1090 KK=1  

1091 LL=1  

1092 MM=1  

1093 NN=1  

1094 OO=1  

1095 PP=1  

1096 QQ=1  

1097 RR=1  

1098 SS=1  

1099 TT=1  

1100 UU=1  

1101 VV=1  

1102 WW=1  

1103 XX=1  

1104 YY=1  

1105 ZZ=1  

1106 AA=1  

1107 BB=1  

1108 CC=1  

1109 DD=1  

1110 EE=1  

1111 FF=1  

1112 GG=1  

1113 HH=1  

1114 II=1  

1115 JJ=1  

1116 KK=1  

1117 LL=1  

1118 MM=1  

1119 NN=1  

1120 OO=1  

1121 PP=1  

1122 QQ=1  

1123 RR=1  

1124 SS=1  

1125 TT=1  

1126 UU=1  

1127 VV=1  

1128 WW=1  

1129 XX=1  

1130 YY=1  

1131 ZZ=1  

1132 AA=1  

1133 BB=1  

1134 CC=1  

1135 DD=1  

1136 EE=1  

1137 FF=1  

1138 GG=1  

1139 HH=1  

1140 II=1  

1141 JJ=1  

1142 KK=1  

1143 LL=1  

1144 MM=1  

1145 NN=1  

1146 OO=1  

1147 PP=1  

1148 QQ=1  

1149 RR=1  

1150 SS=1  

1151 TT=1  

1152 UU=1  

1153 VV=1  

1154 WW=1  

1155 XX=1  

1156 YY=1  

1157 ZZ=1  

1158 AA=1  

1159 BB=1  

1160 CC=1  

1161 DD=1  

1162 EE=1  

1163 FF=1  

1164 GG=1  

1165 HH=1  

1166 II=1  

1167 JJ=1  

1168 KK=1  

1169 LL=1  

1170 MM=1  

1171 NN=1  

1172 OO=1  

1173 PP=1  

1174 QQ=1  

1175 RR=1  

1176 SS=1  

1177 TT=1  

1178 UU=1  

1179 VV=1  

1180 WW=1  

1181 XX=1  

1182 YY=1  

1183 ZZ=1  

1184 AA=1  

1185 BB=1  

1186 CC=1  

1187 DD=1  

1188 EE=1  

1189 FF=1  

1190 GG=1  

1191 HH=1  

1192 II=1  

1193 JJ=1  

1194 KK=1  

1195 LL=1  

1196 MM=1  

1197 NN=1  

1198 OO=1  

1199 PP=1  

1200 QQ=1  

1201 RR=1  

1202 SS=1  

1203 TT=1  

1204 UU=1  

1205 VV=1  

1206 WW=1  

1207 XX=1  

1208 YY=1  

1209 ZZ=1  

1210 AA=1  

1211 BB=1  

1212 CC=1  

1213 DD=1  

1214 EE=1  

1215 FF=1  

1216 GG=1  

1217 HH=1  

1218 II=1  

1219 JJ=1  

1220 KK=1  

1221 LL=1  

1222 MM=1  

1223 NN=1  

1224 OO=1  

1225 PP=1  

1226 QQ=1  

1227 RR=1  

1228 SS=1  

1229 TT=1  

1230 UU=1  

1231 VV=1  

1232 WW=1  

1233 XX=1  

1234 YY=1  

1235 ZZ=1  

1236 AA=1  

1237 BB=1  

1238 CC=1  

1239 DD=1  

1240 EE=1  

1241 FF=1  

1242 GG=1  

1243 HH=1  

1244 II=1  

1245 JJ=1  

1246 KK=1  

1247 LL=1  

1248 MM=1  

1249 NN=1  

1250 OO=1  

1251 PP=1  

1252 QQ=1  

1253 RR=1  

1254 SS=1  

1255 TT=1  

1256 UU=1  

1257 VV=1  

1258 WW=1  

1259 XX=1  

1260 YY=1  

1261 ZZ=1  

1262 AA=1  

1263 BB=1  

1264 CC=1  

1265 DD=1  

1266 EE=1  

1267 FF=1  

1268 GG=1  

1269 HH=1  

1270 II=1  

1271 JJ=1  

1272 KK=1  

1273 LL=1  

1274 MM=1  

1275 NN=1  

1276 OO=1  

1277 PP=1  

1278 QQ=1  

1279 RR=1  

1280 SS=1  

1281 TT=1  

1282 UU=1  

1283 VV=1  

1284 WW=1  

1285 XX=1  

1286 YY=1  

1287 ZZ=1  

1288 AA=1  

1289 BB=1  

1290 CC=1  

1291 DD=1  

1292 EE=1  

1293 FF=1  

1294 GG=1  

1295 HH=1  

1296 II=1  

1297 JJ=1  

1298 KK=1  

1299 LL=1  

1300 MM=1  

1301 NN=1  

1302 OO=1  

1303 PP=1  

1304 QQ=1  

1305 RR=1  

1306 SS=1  

1307 TT=1  

1308 UU=1  

1309 VV=1  

1310 WW=1  

1311 XX=1  

1312 YY=1  

1313 ZZ=1  

1314 AA=1  

1315 BB=1  

1316 CC=1  

1317 DD=1  

1318 EE=1  

1319 FF=1  

1320 GG=1  

1321 HH=1  

1322 II=1  

1323 JJ=1  

1324 KK=1  

1325 LL=1  

1326 MM=1  

1327 NN=1  

1328 OO=1  

1329 PP=1  

1330 QQ=1  

1331 RR=1  

1332 SS=1  

1333 TT=1  

1334 UU=1  

1335 VV=1  

1336 WW=1  

1337 XX=1  

1338 YY=1  

1339 ZZ=1  

1340 AA=1  

1341 BB=1  

1342 CC=1  

1343 DD=1  

1344 EE=1  

1345 FF=1  

1346 GG=1  

1347 HH=1  

1348 II=1  

1349 JJ=1  

1350 KK=1  

1351 LL=1  

1352 MM=1  

1353 NN=1  

1354 OO=1  

1355 PP=1  

1356 QQ=1  

1357 RR=1  

1358 SS=1  

1359 TT=1
```



115

```
IF(I*STOS,67,2)F=0/DL(I,J)
```

```
IF(I*ST,3)F=5**
```

```
IF(I*LT,0,0)F=1,0
```

```
60 DL(I,J)=I
```

```
IF(I,J)=I(I,J)+J*F
```

```
70 CONTINUE
```

```
80 213 I=1,70
```

```
85 213 J=1,70
```

```
913 20(I,J)=0,0
```

```
914 FOR I=1,70
```

```
915 FOR J=1,70
```

```
916 FOR K=1,70
```

```
917 20(I,J)=20(I,J)+20(I,K)
```

```
918 20(I,J)=20(I,J)+20(K,J)
```

```
919 20(I,J)=20(I,J)+20(I,J)
```

```
920 20(I,J)=20(I,J)+20(I,J)
```

```
921 20(I,J)=20(I,J)+20(I,J)
```

```
922 20(I,J)=20(I,J)+20(I,J)
```

```
923 20(I,J)=20(I,J)+20(I,J)
```

```
924 20(I,J)=20(I,J)+20(I,J)
```

```
925 20(I,J)=20(I,J)+20(I,J)
```

```
926 20(I,J)=20(I,J)+20(I,J)
```

```
927 20(I,J)=20(I,J)+20(I,J)
```

```
928 20(I,J)=20(I,J)+20(I,J)
```

```
929 20(I,J)=20(I,J)+20(I,J)
```

```
930 20(I,J)=20(I,J)+20(I,J)
```

```
931 20(I,J)=20(I,J)+20(I,J)
```

```
932 20(I,J)=20(I,J)+20(I,J)
```

```
933 20(I,J)=20(I,J)+20(I,J)
```

```
934 20(I,J)=20(I,J)+20(I,J)
```

```
935 20(I,J)=20(I,J)+20(I,J)
```

```
936 20(I,J)=20(I,J)+20(I,J)
```

```
937 20(I,J)=20(I,J)+20(I,J)
```

```
938 20(I,J)=20(I,J)+20(I,J)
```

```
939 20(I,J)=20(I,J)+20(I,J)
```

```
940 20(I,J)=20(I,J)+20(I,J)
```

```
941 20(I,J)=20(I,J)+20(I,J)
```

```
942 20(I,J)=20(I,J)+20(I,J)
```

```
943 20(I,J)=20(I,J)+20(I,J)
```

```
944 20(I,J)=20(I,J)+20(I,J)
```

```
945 20(I,J)=20(I,J)+20(I,J)
```

```
946 20(I,J)=20(I,J)+20(I,J)
```

120

```
IF(I*STOS,67,2)F=0/DL(I,J)
```

125

```
IF(I*ST,3)F=5**
```

130

```
IF(I*LT,0,0)F=1,0
```

135

```
60 DL(I,J)=I
```

140

```
IF(I,J)=I(I,J)+J*F
```

145

```
70 CONTINUE
```

150

```
80 213 I=1,70
```

155

```
85 213 J=1,70
```

160

```
913 20(I,J)=0,0
```

165

```
914 FOR I=1,70
```

170

```
915 FOR J=1,70
```

175

```
916 FOR K=1,70
```

180

```
917 20(I,J)=20(I,J)+20(I,K)
```

185

```
918 20(I,J)=20(I,J)+20(K,J)
```

190

```
919 20(I,J)=20(I,J)+20(I,J)
```

195

```
920 20(I,J)=20(I,J)+20(I,J)
```

200

```
921 20(I,J)=20(I,J)+20(I,J)
```

205

```
922 20(I,J)=20(I,J)+20(I,J)
```

210

```
923 20(I,J)=20(I,J)+20(I,J)
```

215

```
924 20(I,J)=20(I,J)+20(I,J)
```

220

```
925 20(I,J)=20(I,J)+20(I,J)
```

225

```
926 20(I,J)=20(I,J)+20(I,J)
```

230

```
927 20(I,J)=20(I,J)+20(I,J)
```

235

```
928 20(I,J)=20(I,J)+20(I,J)
```

240

```
929 20(I,J)=20(I,J)+20(I,J)
```

245

```
930 20(I,J)=20(I,J)+20(I,J)
```

250

```
931 20(I,J)=20(I,J)+20(I,J)
```

255

```
932 20(I,J)=20(I,J)+20(I,J)
```

260

```
933 20(I,J)=20(I,J)+20(I,J)
```

265

```
934 20(I,J)=20(I,J)+20(I,J)
```

270

```
935 20(I,J)=20(I,J)+20(I,J)
```

275

```
936 20(I,J)=20(I,J)+20(I,J)
```

280

```
937 20(I,J)=20(I,J)+20(I,J)
```

285

```
938 20(I,J)=20(I,J)+20(I,J)
```

290

```
939 20(I,J)=20(I,J)+20(I,J)
```

295

```
940 20(I,J)=20(I,J)+20(I,J)
```

300

```
941 20(I,J)=20(I,J)+20(I,J)
```

305

```
942 20(I,J)=20(I,J)+20(I,J)
```

310

```
943 20(I,J)=20(I,J)+20(I,J)
```

315

```
944 20(I,J)=20(I,J)+20(I,J)
```

320

```
945 20(I,J)=20(I,J)+20(I,J)
```

325

```
946 20(I,J)=20(I,J)+20(I,J)
```

330

```
947 20(I,J)=20(I,J)+20(I,J)
```

335

```
948 20(I,J)=20(I,J)+20(I,J)
```

340

```
949 20(I,J)=20(I,J)+20(I,J)
```

345

```
950 20(I,J)=20(I,J)+20(I,J)
```

350

```
951 20(I,J)=20(I,J)+20(I,J)
```

355

```
952 20(I,J)=20(I,J)+20(I,J)
```

360

```
953 20(I,J)=20(I,J)+20(I,J)
```

365

```
954 20(I,J)=20(I,J)+20(I,J)
```

370

```
955 20(I,J)=20(I,J)+20(I,J)
```

375

```
956 20(I,J)=20(I,J)+20(I,J)
```

380

```
957 20(I,J)=20(I,J)+20(I,J)
```

385

```
958 20(I,J)=20(I,J)+20(I,J)
```

390

```
959 20(I,J)=20(I,J)+20(I,J)
```

395

```
960 20(I,J)=20(I,J)+20(I,J)
```

400

```
961 20(I,J)=20(I,J)+20(I,J)
```

405

```
962 20(I,J)=20(I,J)+20(I,J)
```

410

```
963 20(I,J)=20(I,J)+20(I,J)
```

415

```
964 20(I,J)=20(I,J)+20(I,J)
```

420

```
965 20(I,J)=20(I,J)+20(I,J)
```

425

```
966 20(I,J)=20(I,J)+20(I,J)
```

430

```
967 20(I,J)=20(I,J)+20(I,J)
```

435

```
968 20(I,J)=20(I,J)+20(I,J)
```

440

```
969 20(I,J)=20(I,J)+20(I,J)
```

445

```
970 20(I,J)=20(I,J)+20(I,J)
```

450

```
971 20(I,J)=20(I,J)+20(I,J)
```

455

```
972 20(I,J)=20(I,J)+20(I,J)
```

460

```
973 20(I,J)=20(I,J)+20(I,J)
```

465

```
974 20(I,J)=20(I,J)+20(I,J)
```

470

```
975 20(I,J)=20(I,J)+20(I,J)
```

475

```
976 20(I,J)=20(I,J)+20(I,J)
```

480

```
977 20(I,J)=20(I,J)+20(I,J)
```

485

```
978 20(I,J)=20(I,J)+20(I,J)
```

490

```
979 20(I,J)=20(I,J)+20(I,J)
```

495

```
980 20(I,J)=20(I,J)+20(I,J)
```

500

```
981 20(I,J)=20(I,J)+20(I,J)
```

505

```
982 20(I,J)=20(I,J)+20(I,J)
```

510

```
983 20(I,J)=20(I,J)+20(I,J)
```

515

```
984 20(I,J)=20(I,J)+20(I,J)
```

520

```
985 20(I,J)=20(I,J)+20(I,J)
```

525

```
986 20(I,J)=20(I,J)+20(I,J)
```

530

```
987 20(I,J)=20(I,J)+20(I,J)
```

535

```
988 20(I,J)=20(I,J)+20(I,J)
```

540

```
989 20(I,J)=20(I,J)+20(I,J)
```

545

```
990 20(I,J)=20(I,J)+20(I,J)
```

550

```
991 20(I,J)=20(I,J)+20(I,J)
```

555

```
992 20(I,J)=20(I,J)+20(I,J)
```

560

```
993 20(I,J)=20(I,J)+20(I,J)
```

565

```
994 20(I,J)=20(I,J)+20(I,J)
```

570

```
995 20(I,J)=20(I,J)+20(I,J)
```

575

```
996 20(I,J)=20(I,J)+20(I,J)
```

580

```
997 20(I,J)=20(I,J)+20(I,J)
```

585

```
998 20(I,J)=20(I,J)+20(I,J)
```

590

```
999 20(I,J)=20(I,J)+20(I,J)
```

595

```
1000 20(I,J)=20(I,J)+20(I,J)
```

600

```
1001 20(I,J)=20(I,J)+20(I,J)
```

605

```
1002 20(I,J)=20(I,J)+20(I,J)
```

610

```
1003 20(I,J)=20(I,J)+20(I,J)
```

615

```
1004 20(I,J)=20(I,J)+20(I,J)
```

620

```
1005 20(I,J)=20(I,J)+20(I,J)
```

625

```
1006 20(I,J)=20(I,J)+20(I,J)
```

630

```
1007 20(I,J)=20(I,J)+20(I,J)
```

635

```
1008 20(I,J)=20(I,J)+20(I,J)
```

640

```
1009 20(I,J)=20(I,J)+20(I,J)
```

645

```
1010 20(I,J)=20(I,J)+20(I,J)
```

650

```
1011 20(I,J)=20(I,J)+20(I,J)
```

655

```
1012 20(I,J)=20(I,J)+20(I,J)
```

660

```
1013 20(I,J)=20(I,J)+20(I,J)
```

665

```
1014 20(I,J)=20(I,J)+20(I,J)
```

670

```
1015 20(I,J)=20(I,J)+20(I,J)
```

675

```
1016 20(I,J)=20(I,J)+20(I,J)
```

680

```
1017 20(I,J)=20(I,J)+20(I,J)
```



```

238      310 FOR I=1(DELTA) TO 1000 STEP DELTA
          WRITE(6,*) I (LATION)
      226 FORMAT(100,100,100,100,100,100,100,100,100,100)
          GO 320 IF I=1000
      320 WRITE(6,*) I(DELTA), I(DELTA), I(DELTA)
      330 FOR J=1(DELTA) TO 1000 STEP DELTA
          93 FOR K=1(DELTA) TO 1000 STEP DELTA
              I=I+(DELTA)
          STOP
          END
235

```

SYMBOLIC REFERENCE MAP (REAL)

ENTRY POINTS  
4116 TAOI

| SYMBOLIC REFERENCE MAP (REAL) |
|-------------------------------|-------------------------------|-------------------------------|-------------------------------|-------------------------------|-------------------------------|-------------------------------|-------------------------------|-------------------------------|-------------------------------|
| 5414 AA                       | REAL                          | RELATION                      | 11344                         | 3                             | REAL                          | ARRAY                         |                               |                               |                               |
| 5412 RB                       | REAL                          |                               | 13174                         | 20                            | REAL                          | ARRAY                         |                               |                               |                               |
| 5415 CC                       | REAL                          |                               | 5404                          | 7                             | REAL                          |                               |                               |                               |                               |
| 5413 DD                       | REAL                          |                               | 5361                          | DELTA                         | REAL                          |                               |                               |                               |                               |
| 11414 DL                      | REAL                          | ARRAY                         | 5304                          | DX                            | REAL                          |                               |                               |                               |                               |
| 5413 E                        | REAL                          |                               | 5322                          | EROR                          | REAL                          |                               |                               |                               |                               |
| 5405 F                        | REAL                          |                               | 11370                         | 3                             | REAL                          | ARRAY                         |                               |                               |                               |
| 1032+ H                       | REAL                          | ARRAY                         | 5420                          | 16                            | REAL                          |                               |                               |                               |                               |
| 5371 I1                       | REAL                          |                               | 14314                         | 10                            | REAL                          |                               |                               |                               |                               |
| 537+ I                        | INTEGER                       |                               | 5411                          | 11                            | INTEGER                       |                               |                               |                               |                               |
| 5403 I STEPS                  | INTEGER                       |                               | 5417                          | ITER                          | INTEGER                       |                               |                               |                               |                               |
| 5195 J                        | INTEGER                       |                               | 5421                          | 10                            | INTEGER                       |                               |                               |                               |                               |
| 5376 K                        | INTEGER                       |                               | 5423                          | MAX                           | INTEGER                       |                               |                               |                               |                               |
| 5422 L(AM)                    | INTEGER                       |                               | 5417                          | 10                            | INTEGER                       |                               |                               |                               |                               |
| 5345 MC                       | INTEGER                       |                               | 5306                          | 10                            | INTEGER                       |                               |                               |                               |                               |
| 5409 NS                       | INTEGER                       |                               | 5360                          | 10 STEPS                      | INTEGER                       |                               |                               |                               |                               |
| 5377 NU00                     | INTEGER                       |                               | 5405                          | 100000                        | INTEGER                       |                               |                               |                               |                               |
| 5363 NU00S                    | INTEGER                       |                               | 6244                          | 1                             | INTEGER                       |                               |                               |                               |                               |
| 5372 OJ                       | REAL                          |                               | 13054                         | 7                             | REAL                          | ARRAY                         |                               |                               |                               |
| 5373 RR                       | REAL                          |                               | 5401                          | 1000                          | REAL                          | ARRAY                         |                               |                               |                               |
| 5424 SFI                      | REAL                          | ARRAY                         | 5379                          | 11                            | REAL                          |                               |                               |                               |                               |
| 7064 T                        | REAL                          | ARRAY                         | 5402                          | TIME                          | REAL                          |                               |                               |                               |                               |
| 12234 TR                      | REAL                          | ARRAY                         | 5307                          | 11                            | REAL                          |                               |                               |                               |                               |
| 5415 Y                        | REAL                          |                               |                               |                               |                               |                               |                               |                               |                               |

FILE NAMES: 0 INPUT 2014 OUTPUT 0 TAOF5 001 002 003 004 005 006 007 008 009 010 011 012 013 014 015 016 017 018 019 020 021 022 023 024 025 026 027 028 029 030 031 032 033 034 035 036 037 038 039 040 041 042 043 044 045 046 047 048 049 050 051 052 053 054 055 056 057 058 059 060 061 062 063 064 065 066 067 068 069 070 071 072 073 074 075 076 077 078 079 080 081 082 083 084 085 086 087 088 089 090 091 092 093 094 095 096 097 098 099 100 101 102 103 104 105 106 107 108 109 110 111 112 113 114 115 116 117 118 119 120 121 122 123 124 125 126 127 128 129 130 131 132 133 134 135 136 137 138 139 140 141 142 143 144 145 146 147 148 149 150 151 152 153 154 155 156 157 158 159 160 161 162 163 164 165 166 167 168 169 170 171 172 173 174 175 176 177 178 179 180 181 182 183 184 185 186 187 188 189 190 191 192 193 194 195 196 197 198 199 200 201 202 203 204 205 206 207 208 209 210 211 212 213 214 215 216 217 218 219 220 221 222 223 224 225 226 227 228 229 230 231 232 233 234 235 236 237 238 239 240 241 242 243 244 245 246 247 248 249 250 251 252 253 254 255 256 257 258 259 260 261 262 263 264 265 266 267 268 269 270 271 272 273 274 275 276 277 278 279 280 281 282 283 284 285 286 287 288 289 290 291 292 293 294 295 296 297 298 299 300 301 302 303 304 305 306 307 308 309 310 311 312 313 314 315 316 317 318 319 320 321 322 323 324 325 326 327 328 329 330 331 332 333 334 335 336 337 338 339 340 341 342 343 344 345 346 347 348 349 350 351 352 353 354 355 356 357 358 359 360 361 362 363 364 365 366 367 368 369 370 371 372 373 374 375 376 377 378 379 380 381 382 383 384 385 386 387 388 389 390 391 392 393 394 395 396 397 398 399 400 401 402 403 404 405 406 407 408 409 410 411 412 413 414 415 416 417 418 419 420 421 422 423 424 425 426 427 428 429 430 431 432 433 434 435 436 437 438 439 440 441 442 443 444 445 446 447 448 449 450 451 452 453 454 455 456 457 458 459 460 461 462 463 464 465 466 467 468 469 470 471 472 473 474 475 476 477 478 479 480 481 482 483 484 485 486 487 488 489 490 491 492 493 494 495 496 497 498 499 500 501 502 503 504 505 506 507 508 509 510 511 512 513 514 515 516 517 518 519 520 521 522 523 524 525 526 527 528 529 530 531 532 533 534 535 536 537 538 539 540 541 542 543 544 545 546 547 548 549 550 551 552 553 554 555 556 557 558 559 560 561 562 563 564 565 566 567 568 569 570 571 572 573 574 575 576 577 578 579 580 581 582 583 584 585 586 587 588 589 590 591 592 593 594 595 596 597 598 599 600 601 602 603 604 605 606 607 608 609 610 611 612 613 614 615 616 617 618 619 620 621 622 623 624 625 626 627 628 629 630 631 632 633 634 635 636 637 638 639 640 641 642 643 644 645 646 647 648 649 650 651 652 653 654 655 656 657 658 659 660 661 662 663 664 665 666 667 668 669 670 671 672 673 674 675 676 677 678 679 680 681 682 683 684 685 686 687 688 689 690 691 692 693 694 695 696 697 698 699 700 701 702 703 704 705 706 707 708 709 710 711 712 713 714 715 716 717 718 719 720 721 722 723 724 725 726 727 728 729 730 731 732 733 734 735 736 737 738 739 740 741 742 743 744 745 746 747 748 749 750 751 752 753 754 755 756 757 758 759 760 761 762 763 764 765 766 767 768 769 770 771 772 773 774 775 776 777 778 779 780 781 782 783 784 785 786 787 788 789 790 791 792 793 794 795 796 797 798 799 800 801 802 803 804 805 806 807 808 809 810 811 812 813 814 815 816 817 818 819 820 821 822 823 824 825 826 827 828 829 830 831 832 833 834 835 836 837 838 839 840 841 842 843 844 845 846 847 848 849 850 851 852 853 854 855 856 857 858 859 860 861 862 863 864 865 866 867 868 869 870 871 872 873 874 875 876 877 878 879 880 881 882 883 884 885 886 887 888 889 890 891 892 893 894 895 896 897 898 899 900 901 902 903 904 905 906 907 908 909 910 911 912 913 914 915 916 917 918 919 920 921 922 923 924 925 926 927 928 929 930 931 932 933 934 935 936 937 938 939 940 941 942 943 944 945 946 947 948 949 950 951 952 953 954 955 956 957 958 959 960 961 962 963 964 965 966 967 968 969 970 971 972 973 974 975 976 977 978 979 980 981 982 983 984 985 986 987 988 989 990 991 992 993 994 995 996 997 998 999 1000

EXTERNALS: 0 INPUT 2014 OUTPUT 0 TAOF5 001 002 003 004 005 006 007 008 009 010 011 012 013 014 015 016 017 018 019 020 021 022 023 024 025 026 027 028 029 030 031 032 033 034 035 036 037 038 039 040 041 042 043 044 045 046 047 048 049 050 051 052 053 054 055 056 057 058 059 060 061 062 063 064 065 066 067 068 069 070 071 072 073 074 075 076 077 078 079 080 081 082 083 084 085 086 087 088 089 090 091 092 093 094 095 096 097 098 099 100 101 102 103 104 105 106 107 108 109 110 111 112 113 114 115 116 117 118 119 120 121 122 123 124 125 126 127 128 129 130 131 132 133 134 135 136 137 138 139 140 141 142 143 144 145 146 147 148 149 150 151 152 153 154 155 156 157 158 159 160 161 162 163 164 165 166 167 168 169 170 171 172 173 174 175 176 177 178 179 180 181 182 183 184 185 186 187 188 189 190 191 192 193 194 195 196 197 198 199 200 201 202 203 204 205 206 207 208 209 210 211 212 213 214 215 216 217 218 219 220 221 222 223 224 225 226 227 228 229 230 231 232 233 234 235 236 237 238 239 240 241 242 243 244 245 246 247 248 249 250 251 252 253 254 255 256 257 258 259 260 261 262 263 264 265 266 267 268 269 270 271 272 273 274 275 276 277 278 279 280 281 282 283 284 285 286 287 288 289 290 291 292 293 294 295 296 297 298 299 300 301 302 303 304 305 306 307 308 309 310 311 312 313 314 315 316 317 318 319 320 321 322 323 324 325 326 327 328 329 330 331 332 333 334 335 336 337 338 339 340 341 342 343 344 345 346 347 348 349 350 351 352 353 354 355 356 357 358 359 360 361 362 363 364 365 366 367 368 369 370 371 372 373 374 375 376 377 378 379 380 381 382 383 384 385 386 387 388 389 390 391 392 393 394 395 396 397 398 399 400 401 402 403 404 405 406 407 408 409 410 411 412 413 414 415 416 417 418 419 420 421 422 423 424 425 426 427 428 429 430 431 432 433 434 435 436 437 438 439 440 441 442 443 444 445 446 447 448 449 450 451 452 453 454 455 456 457 458 459 460 461 462 463 464 465 466 467 468 469 470 471 472 473 474 475 476 477 478 479 480 481 482 483 484 485 486 487 488 489 490 491 492 493 494 495 496 497 498 499 500 501 502 503 504 505 506 507 508 509 510 511 512 513 514 515 516 517 518 519 520 521 522 523 524 525 526 527 528 529 530 531 532 533 534 535 536 537 538 539 540 541 542 543 544 545 546 547 548 549 550 551 552 553 554 555 556 557 558 559 560 561 562 563 564 565 566 567 568 569 570 571 572 573 574 575 576 577 578 579 580 581 582 583 584 585 586 587 588 589 590 591 592 593 594 595 596 597 598 599 600 601 602 603 604 605 606 607 608 609 610 611 612 613 614 615 616 617 618 619 620 621 622 623 624 625 626 627 628 629 630 631 632 633 634 635 636 637 638 639 640 641 642 643 644 645 646 647 648 649 650 651 652 653 654 655 656 657 658 659 660 661 662 663 664 665 666 667 668 669 670 671 672 673 674 675 676 677 678 679 680 681 682 683 684 685 686 687 688 689 690 691 692 693 694 695 696 697 698 699 700 701 702 703 704 705 706 707 708 709 710 711 712 713 714 715 716 717 718 719 720 721 722 723 724 725 726 727 728 729 730 731 732 733 734 735 736 737 738 739 740 741 742 743 744 745 746 747 748 749 750 751 752 753 754 755 756 757 758 759 760 761 762 763 764 765 766 767 768 769 770 771 772 773 774 775 776 777 778 779 780 781 782 783 784 785 786 787 788 789 790 791 792 793 794 795 796 797 798 799 800 801 802 803 804 805 806 807 808 809 810 811 812 813 814 815 816 817 818 819 820 821 822 823 824 825 826 827 828 829 830 831 832 833 834 835 836 837 838 839 840 841 842 843 844 845 846 847 848 849 850 851 852 853 854 855 856 857 858 859 860 861 862 863 864 865 866 867 868 869 870 871 872 873 874 875 876 877 878 879 880 881 882 883 884 885 886 887 888 889 890 891 892 893 894 895 896 897 898 899 900 901 902 903 904 905 906 907 908 909 910 911 912 913 914 915 916 917 918 919 920 921 922 923 924 925 926 927 928 929 930 931 932 933 934 935 936 937 938 939 940 941 942 943 944 945 946 947 948 949 950 951 952 953 954 955 956 957 958 959 960 961 962 963 964 965 966 967 968 969 970 971 972 973 974 975 976 977 978 979 980 981 982 983 984 985 986 987 988 989 990 991 992 993 994 995 996 997 998 999 1000













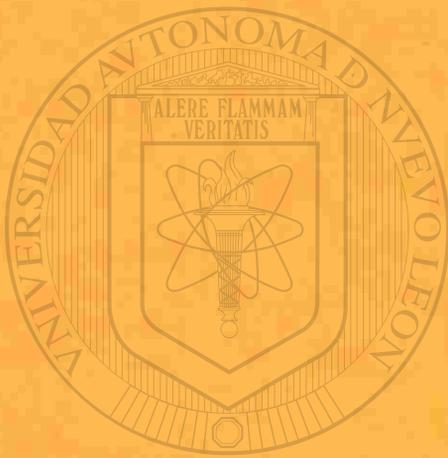












# UANL

---

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN



DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS