Ensayos–Volumen XXIV, núm.2, noviembre 2005, pp.1-14

Con impuestos más altos: ¿todas las empresas ganan?

Julio César Arteaga García
Daniel Flores Curiel*

Resumen

En este trabajo, se consideran empresas que participan simultáneamente en dos mercados relacionados y se comportan como duopolistas tipo Cournot. Se supone que las funciones de demanda son lineales y que los bienes en ambos mercados son sustitutos brutos. También suponemos que el gobierno implementa un impuesto específico (por unidad) en los bienes producidos en un mercado. Bajo estas condiciones, se muestra que un incremento en el monto del impuesto puede generar mayores ganancias totales para las empresas participantes. Por otra parte, se presenta el escenario en el que siendo una de las empresas monopolista en el mercado en donde se aplica el impuesto, no es posible que ambas empresas obtengan mayores ganancias.

Prólogo

Durante el año 2002, en nuestro país se aplicó un impuesto especial sobre bienes que fueron considerados como suntuosos por parte de los miembros del Poder Legislativo. Sujetos a este impuesto estuvieron los automóviles, los alimentos, la ropa y los servicios de telecomunicaciones, entre otros productos. Por ejemplo, a los automóviles deportivos, al salmón, a las botas de piel y al servicio de televisión por cable sí se les aplicaba este impuesto; mientras que a los automóviles compactos, el pan, las sandalias y el servicio de telefonía celular prepagado, no.

Debido a que la mayoría de las empresas produce varios bienes que son considerados como complementos o sustitutos entre sí, estas empresas pueden estar participando simultáneamente en mercados que presentan distintos tratos fiscales. Por ejemplo, en el contexto del impuesto suntuario, la mayoría de las armadoras de automóviles producen tanto carros compactos como deportivos y sólo los últimos fueron considerados suntuosos por la Cámara de Diputados y, por ende, sujetos al impuesto. Así, para el propósito de nuestro análisis, esta situación se interpreta como una de empresas multimercados que enfrentan un incremento en la tasa impositiva en uno de los mercados en donde compiten.

* Facultad de Economía, Universidad Autónoma de Nuevo León.

Durante la vigencia de ese impuesto, algunos empresarios trataron de argumentar en contra de su aplicación sobre los productos de sus compañías y obtuvieron amparos que evitaron su aplicación. Por otro lado, algunos analistas explicaban que en realidad los empresarios se podrían beneficiar del impuesto; tal es el caso de Sergio Sarmiento, quien en su artículo publicado en los periódicos del Grupo Reforma el 9 de enero del 2002, menciona que "... los legisladores, en su afán de castigar a las empresas de telefonía celular, quizá les estén ayudando a aumentar su facturación. Al establecer un impuesto especial a los celulares, y exentar a quienes pagan con tarjetas, lo único que lograrán será empujar a un mayor número de personas a utilizar las tarjetas para telefonía celular: buenas noticias para las empresas de telefonía celular, porque los servicios de tarjeta se facturan más caros que los que se proveen por contrato."

En este estudio, se considera a empresas multimercados que se comportan como duopolistas tipo Cournot en dos mercados que están relacionados. Se suponen funciones de demanda lineales y se consideran a los bienes en ambos mercados como sustitutos brutos, de acuerdo con la definición de Varian (1992).[1] En uno de los mercados se aplica, a ambas empresas, un impuesto por unidad producida, mientras que el otro mercado se mantiene libre de intervención. Bajo este escenario, se demuestra que un incremento en la tasa impositiva puede hacer que ambas empresas tengan mayores ganancias.

Este trabajo se organiza de la siguiente manera: la sección 1 describe el marco básico del modelo; en la sección 2, se obtiene el equilibrio con dos empresas multimercados; mientras que la sección 3 muestra tres ejemplos numéricos referentes a ese equilibrio; en la sección 4, se encuentra un equilibrio mediante el uso de un marco similar al de Bulow *et al*; la última sección presenta las conclusiones.

1. Antecedentes

Si se analiza la situación de una empresa que es monopolista en dos mercados de manera simultánea, no es lógico pensar que se beneficie al incrementarse un impuesto. En realidad, uno podría argumentar que si la empresa se pudiera beneficiar del incremento, entonces, ésta buscaría la forma de "auto-aplicarse" impuestos en lugar de esperar a que el gobierno la gravara. Sin embargo, este argumento deja de ser válido cuando hay más empresas que compiten en el mercado en el cual se aplica el impuesto. Esto se debe a que el efecto de un impuesto que aplica para todas las empresas del mercado no puede ser imitado por los efectos que causa una sola empresa.

[1] Dos bienes son considerados sustitutos brutos si un incremento en el precio de uno de ellos provoca que se incremente la demanda por el otro bien.

Así, en el caso de empresas que rivalizan con otras compañías en diversos mercados, un impuesto representa un costo adicional para todas las empresas que compiten, por lo que bajo ciertas condiciones, el efecto que haya en la conducta de las empresas rivales puede ser suficiente para compensar la pérdida directa que resulta del incremento en el impuesto.

Bulow, Geanakoplos y Klemperer (1985) encuentran que -en el contexto de la teoría de oligopolio- una empresa multimercados puede beneficiarse cuando se incrementa un impuesto. Su modelo considera a una empresa que participa como monopolista en un mercado, pero que al mismo tiempo es duopolista, en el otro mercado que atiende. De acuerdo con ellos, la clave para determinar si las ganancias de esta empresa multimercados se incrementan o se reducen cuando ocurre un choque de demanda o de costos, depende de que la competencia considere a sus productos como sustitutos o complementos estratégicos. Lo que ellos explican es que "cambios en las oportunidades de una empresa en un mercado puede afectar sus ganancias al influir en las estrategias de sus competidores (o competidores potenciales) en un segundo mercado oligopolista".

Es importante hacer notar que lo que respondemos en este trabajo es que ambas empresas, al mismo tiempo, se pueden beneficiar con un incremento en los impuestos. De hecho, utilizando el marco que presentan Bulow *et al*. (1985), mostramos que las dos empresas no se pueden beneficiar simultáneamente; esto es, si una empresa es monopolista en uno de los mercados y duopolista en el otro, al menos una compañía obtendrá menos ganancias como resultado del incremento en el impuesto. Por otro lado, aunque Anderson *et al*. (2001) encuentran que las ganancias pueden incrementarse con los impuestos, ellos utilizan funciones de demanda en condiciones muy inusuales; además, en este trabajo demostramos que es erróneo su señalamiento con respecto a que en los modelos *à la* Cournot, las ganancias no se pueden incrementar a través de los impuestos, si las funciones de demanda son lineales.

2. El modelo

Supongamos un marco conceptual en el cual dos empresas compiten *à la* Cournot, en dos mercados. Denotemos q_1^i la producción que la empresa i (= A, B) realiza en el mercado 1, y q_2^i la producción que realiza en el mercado 2; y con el propósito de simplificar, se supone que las empresas son idénticas y tienen el mismo costo marginal constante de producción en ambos mercados, c > 0. Dado que el propósito de este trabajo es analizar el efecto de un incremento en los impuestos, se supone que se carga un impuesto específico (por unidad) t > 0 en la producción de los bienes del mercado 1.

Los bienes que se producen en el mercado 1 son sustitutos imperfectos de los bienes que se producen en el mercado 2, esto significa que cada empresa produce dos productos diferenciados; sin embargo, no hay diferencia entre los bienes producidos por cada empresa para el mismo mercado.[2] Adicionalmente, suponemos funciones de demanda lineales tanto en el mercado 1 como en el mercado 2. Estas funciones se definen como:

$$Q_1(p_1, p_2) = \alpha_1 + \beta_1 \cdot p_2 - p_1 \tag{1}$$

y

$$Q_2(p_1, p_2) = \alpha_2 + \beta_2 \cdot p_1 - p_2, \tag{2}$$

donde $\alpha_1 > 0$, $\alpha_2 > 0$, $0 < \beta_1 < 1$ y $0 < \beta_2 < 1$ son constantes y $Q_k = q_k^A + q_k^B$ representa la producción total y p_k el precio correspondientes en el mercado k (= 1, 2). Note que el suponer $\beta_i < 1$ en este modelo implica que la demanda tiene una diagonal dominante como en los trabajos de Okuguchi (1987) y Scafuri (1990).

Dado que suponemos competencia *à la* Cournot, las empresas seleccionarán las cantidades que producirán en cada mercado; por lo tanto, es útil calcular las dos funciones inversas de demanda.

$$p_1(Q_1, Q_2) = \frac{\alpha_1 + \alpha_2 \cdot \beta_1 - \beta_1 \cdot Q_2 - Q_1}{1 - \beta_1 \cdot \beta_2} \tag{3}$$

y

$$p_2(Q_1, Q_2) = \frac{\alpha_2 + \alpha_1 \cdot \beta_2 - \beta_2 \cdot Q_1 - Q_2}{1 - \beta_1 \cdot \beta_2} \tag{4}$$

Como sabemos, hay una relación positiva entre la demanda de mercado de un bien y el precio de un bien sustituto; sin embargo, de las funciones inversas de demanda, es importante resaltar que un incremento en la producción de un bien por cualquiera de las empresas, tiende a reducir los precios de ambos bienes; esto es,

[2] Podemos pensar en dos empresas que producen tanto sandalias como botas. Así, bajo estos supuestos, los consumidores diferencian entre sandalias y botas, pero no serían capaces de distinguir cuál empresa produce las sandalias (o las botas).

$$\frac{\partial p_j}{\partial q_k^i} < 0 \tag{5}$$

para cualquier i ∈ {A, B} y j, k ∈ {1, 2}. La intuición detrás del efecto precio cruzado es directa. Es claro que un incremento en la producción de un bien provoca una caída de su precio. Por otro lado, como los bienes son sustitutos brutos, esta baja causa que se reduzca la demanda por el otro bien, lo que trae por consecuencia que el precio también se reduzca.

El objetivo de una empresa privada que compite *à la* Cournot es maximizar sus ganancias. Esto lo hace seleccionando su nivel de producción en cada mercado que atiende, es decir, cada empresa escoge q_1^i y q_2^i para maximizar

$$\pi^i = [p_1(q_1^i + q_1^j, q_2^i + q_2^j) - c - t] \cdot q_1^i + [p_2(q_1^i + q_1^j, q_2^i + q_2^j) - c] \cdot q_2^i \tag{6}$$

dadas los niveles de producción de su rival (esto es, la empresa j). Así, las condiciones de primer orden son:

$$p_1 - c - t + q_1^i \cdot \frac{\partial p_1}{\partial q_1^i} + q_2^i \cdot \frac{\partial p_2}{\partial q_1^i} = 0 \tag{7}$$

y

$$p_2 - c + q_2^i \cdot \frac{\partial p_2}{\partial q_2^i} + q_1^i \cdot \frac{\partial p_1}{\partial q_2^i} = 0 \tag{8}$$

3. Equilibrio con dos empresas multimercados

Dado el modelo descrito en la sección anterior, no es difícil calcular el equilibrio en este modelo en donde se tienen empresas idénticas y las funciones de demanda son lineales. En este caso, ambas empresas producirán la misma cantidad para cada mercado; esto es, $q_1^{A*} = q_1^{B*} = q_1^*$ y $q_2^{A*} = q_2^{B*} = q_2^*$. Para obtener estos niveles de producción se resuelven las ecuaciones (7) y (8) de manera simultánea, por lo que:

$$q_1^* = \frac{3\alpha_1 + \alpha_2(\beta_1 - \beta_2) - \alpha_1\beta_2(\beta_2 + 2\beta_1) - (1-\beta_1\beta_2)[c(3-2\beta_1 - \beta_2) + 3t]}{9 - (2\beta_2 + \beta_1)(\beta_2 + 2\beta_1)} \quad (9)$$

y

$$q_2^* = \frac{3\alpha_2 + \alpha_1(\beta_2 - \beta_1) - \alpha_2\beta_1(2\beta_2 + \beta_1) + (1-\beta_1\beta_2)[t(2\beta_2 + \beta_1) - c(3-2\beta_2 - \beta_1)]}{9 - (2\beta_2 + \beta_1)(\beta_2 + 2\beta_1)} \quad (10)$$

Directamente de estas ecuaciones, se puede observar que, para ambas empresas, un incremento en la tasa del impuesto reduce la producción de equilibrio del bien 1 (esto es, en el mercado en el que se aplica el impuesto) e incrementa la producción del bien 2 (es decir, en el mercado en donde no hay intervención). Estas observaciones serán útiles para interpretar cómo varían las ganancias de la empresa i con respecto al impuesto, lo cual se presenta en la siguiente ecuación:

$$\frac{d\pi^{i*}}{dt} = \left[q_2^{i*} \cdot \frac{\partial p_2}{\partial q_1^j} + q_1^{i*} \cdot \frac{\partial p_1}{\partial q_1^j}\right] \cdot \frac{d}{dt} q_1^{j*} + \left[q_2^{i*} \cdot \frac{\partial p_2}{\partial q_2^j} + q_1^{i*} \cdot \frac{\partial p_1}{\partial q_2^j}\right] \cdot \frac{d}{dt} q_2^{j*} - q_1^{i*}. \text{[3]} \quad (11)$$

De acuerdo con la ecuación (5), el incremento en la cantidad de un bien reduce los precios en ambos mercados. Por lo tanto, se puede inferir que los términos dentro de los corchetes en la ecuación (11) son negativos. Así, siguiendo a Church y Ware (2000), estos términos representan el efecto estratégico de los impuestos; en otras palabras, representan la manera en que las ganancias de la empresa i varían ante la respuesta que se presentan en los niveles de producción de su rival, una vez que ocurre el cambio en el impuesto. Además, como ya se había explicado, un incremento en el impuesto reduce la producción del bien 1 e incrementa la producción en el mercado 2. Por lo que el primer término de la ecuación (11) es positivo, mientras que los otros dos son negativos. En consecuencia, podemos concluir que un incremento en el impuesto tiene un efecto teóricamente ambiguo sobre las ganancias de cada empresa.

Intuitivamente, el primer término de la derivada representa la ganancia, debido a que la empresa rival reduce su producción en el mercado en donde se aplica el impuesto; por su parte, el segundo término constituye la pérdida a consecuencia de que la rival aumenta su producción en el mercado sin impuestos. Adicionalmente, el tercer término se interpreta como el efecto negativo directo del impuesto. Cabe señalar que el primer término representa la clave para obtener el resultado principal de este trabajo.

---

[3] Este es un modelo en donde las empresas son simétricas, así, en el equilibrio producen las mismas cantidades por mercado; esto es, q_k^*; sin embargo, con propósitos de interpretación se distingue entre producciones para la empresas.

Proposición 1. *Si la demanda en el mercado en donde no hay intervención es más sensible a cambios en precios cruzados que la demanda en el mercado en donde se aplica el impuesto (i. e., $\beta_2 > \beta_1$), existe:*

(i) t° *suficientemente alto como para causar que ambas empresas obtengan mayores ganancias con un incremento en el impuesto.*
(ii) α_1° *suficientemente bajo como para causar que ambas empresas obtengan mayores ganancias con un incremento en el impuesto.*
(iii) α_2° *suficientemente alto como para causar que ambas empresas obtengan mayores ganancias con un incremento en el impuesto.*

Demostración. De la ecuación (9) se observa que q_1^* se incrementa linealmente con α_1, mientras que se reduce con α_2 y t. Análogamente, de la ecuación (19) se puede notar que q_2^* se mueve en dirección opuesta. Así, en la medida en que α_1 se reduzca, α_2 se incremente o bien t aumente, entonces q_1^* se acerca a cero, mientras que q_2^* aumenta. Dado esto, considere la ecuación (11), es decir, la derivada de las ganancias de una empresa con respecto al impuesto; al evaluarla, cuando esta empresa no produce en el mercado 1 (i. e. $q_1^{i*} = 0$), se obtiene:

$$\left.\frac{d\pi^{i*}}{dt}\right|_{q_1^{i*}=0} = \left[\frac{\partial p_2}{\partial q_1^j}\cdot\frac{d}{dt}q_1^{j*} + \frac{\partial p_2}{\partial q_2^j}\cdot\frac{d}{dt}q_2^{j*}\right]\cdot q_2^{i*} = \left[\frac{\beta_2-\beta_1}{9-(2\beta_2+\beta_1)(\beta_2+2\beta_1)}\right]\cdot q_2^{i*}$$

El denominador es positivo, debido a que β_1 y β_2 son constantes positivas menores a la unidad. Por lo tanto, como $\beta_2 > \beta_1$, $q_2^* > 0$ y $\pi^i(t)$ es continua, entonces un incremento en los impuestos aumenta las ganancias de las empresas. *Q. E. D.*

Esta proposición muestra que las empresas participantes pueden obtener, simultáneamente, mayores ganancias ante un incremento en el impuesto. Este resultado muestra que lo establecido por Anderson *et al*. (2001), en el ejemplo 4, es erróneo, ya que aquí se suponen demandas lineales y la competencia es *à la* Cournot.

4. Ejemplos numéricos

Debido a que la naturaleza de este trabajo es teórica, en esta sección se hace uso de ejemplos numéricos para ilustrar el resultado principal de este trabajo. Comprobar teóricamente la posibilidad de que las empresas puedan salir beneficiadas de la aplicación de un impuesto, es más fácil de visualizar por medio de simulaciones, en las cuales se van variando los valores de los parámetros del modelo presentados en la proposición 1.

En el cuadro 1, se presentan los resultados de variaciones en el nivel del impuesto, suponiendo como valores iniciales $\alpha_1 = \alpha_2 = 1$, $\beta_1 = 0.3$, $\beta_2 = 0.7$ y $c = 0.05$. Se presentan los efectos sobre los niveles de producción de las empresas, los precios, las ganancias; además, en la última columna se mide la derivada de las ganancias con respecto al impuesto [ecuación (11)].

Cuadro 1

Efecto de variaciones en el impuesto

t	q_1^*	q_2^*	p_1	p_2	$\pi(t)$	$\pi'(t)$
0.00	0.239	0.418	0.723	0.670	0.4200	- 0.102
0.10	0.204	0.437	0.796	0.681	0.4085	- 0.082
0.20	0.169	0.457	0.869	0.693	0.3993	- 0.062
0.30	0.134	0.477	0.943	0.699	0.3924	- 0.043
0.40	0.099	0.497	1.016	0.711	0.3879	- 0.234
0.50	0.064	0.517	1.089	0.722	0.3857	- 0.004
0.55	0.047	0.527	1.126	0.734	0.3855	0.006
0.60	0.029	0.537	1.163	0.741	0.3859	0.016
0.65	0.012	0.547	1.199	0.746	0.3868	0.026

En este ejemplo, las ganancias más altas se generan cuando el nivel del impuesto es cero; así, desde la perspectiva de las empresas, la política que más le beneficiaría es la de no aplicar impuestos, ya que cualquier incremento en los impuestos -a partir de este punto- reduce las ganancias de las empresas. Sin embargo, se puede observar que si se parte de un nivel inicial del impuesto de 0.55, entonces un incremento en éste de hasta 0.60 ó 0.65 hace que las ganancias se incrementen al pasar de 0.3855 a 0.3859 ó 0.3868, respectivamente.

Con base en los resultados expuestos en el cuadro anterior, podemos mencionar que el punto de vista de Sarmiento (2002) es correcto; es decir, es un hecho que las empresas tienen la posibilidad de obtener mayores ganancias, si se incrementa los impuestos. Sin embargo, la intuición que utiliza Sarmiento (2002) parece no ser la adecuada, ya que en este ejemplo, se puede observar que el aumento en las ganancias no es causa de que los individuos pasen de consumir un bien gravado y que tiene un precio bajo a comprar un bien con precio alto, pero libre de gravamen.[4] En efecto, se

[4] Para ser más específicos respecto del argumento de Sarmiento, en relación con los impuestos sobre artículos suntuosos, la comparación debería darse entre aquellos bienes que se les cargaba el impuesto al valor agregado (IVA), más el impuesto suntuoso, y los bienes que sólo pagaban IVA; esto es, que no estaban libres de impuestos.

puede observar en el cuadro de arriba que el bien en el que no hay intervención gubernamental tiene un menor precio que el bien en el que se aplica el impuesto (i. e. $p_2 < p_1$). Por lo tanto, es de resaltar que las ganancias de las empresas se incrementan porque la importancia relativa de las ganancias -generadas en el mercado con el impuesto- cae a medida que el nivel de impuesto se incrementa. Esto se debe a que la producción en el mercado donde se aplica el impuesto se va reduciendo, mientras que la producción y precio sin gravamen en el mercado se van incrementando, lo cual permite que haya mayores ganancias.

Es importante entender que, de acuerdo con la proposición 1 de este trabajo, un nivel inicial relativamente alto del impuesto es suficiente para asegurar que un incremento del mismo genere mayores ganancias; sin embargo, esto no es una condición necesaria. Por lo tanto, en el cuadro 2, se presenta una simulación en donde el nivel del impuesto es 0 y, salvo α_1, los demás parámetros se mantienen en los mismos niveles que en el ejemplo anterior; es decir, $\alpha_2 = 1$, $\beta_1 = 0.3$, $\beta_2 = 0.7$ y $c = 0.05$. En este escenario, se va variando el intercepto de la demanda del mercado 1 y el cuadro presenta sus efectos sobre los niveles de producción, los precios, las ganancias, así como el valor de la derivada de las ganancias con respecto al impuesto.

Cuadro 2

Efecto de variaciones en el mercado gravado

α_1	q_1^*	q_2^*	p_1	p_2	$\pi(0)$	$\pi'(0)$
1.0	0.239	0.418	0.723	0.670	0.4200	- 0.102
0.9	0.208	0.412	0.678	0.651	0.3786	- 0.086
0.8	0.177	0.406	0.634	0.631	0.3401	- 0.070
0.7	0.146	0.400	0.590	0.613	0.3044	- 0.054
0.6	0.116	0.394	0.546	0.593	0.2718	- 0.038
0.5	0.085	0.388	0.502	0.574	0.2422	- 0.022
0.4	0.054	0.383	0.457	0.555	0.2154	- 0.006
0.3	0.023	0.376	0.414	0.536	0.1916	0.009

Dado que esta simulación parte de una situación en la cual la intervención gubernamental es nula en ambos mercados, podemos ver que si el intercepto de la demanda es de 0.3 en el mercado 1, la aplicación del impuesto generaría ganancias superiores a 0.1916. Esto se concluye dado que el signo de la derivada en la última columna es positivo cuando $\alpha_1 = 0.3$.

El siguiente escenario presenta una situación en la cual el mercado que está sin gravamen es el que va cambiando. Los valores de los parámetros son los mismos que en el ejemplo original, salvo el valor del intercepto en el mercado 2. Esto es, $\alpha_1 = 1$, $\beta_1 = 0.3$, $\beta_2 = 0.7$ y $c = 0.05$, mientras que α_2 varía. Además, el nivel inicial del impuesto se supone igual a 0. El cuadro 3 presenta los efectos que tienen los cambios en el mercado libre de gravamen sobre los niveles de producción, los precios, las ganancias, así como el valor de la derivada de las ganancias con respecto al impuesto.

Cuadro 3
Efecto de variaciones en el mercado sin gravamen

α_2	q_1^*	q_2^*	p_1	p_2	$\pi(0)$	$\pi'(0)$
1.0	0.239	0.418	0.723	0.670	0.4200	- 0.102
1.3	0.221	0.528	0.798	0.803	0.5629	- 0.076
1.6	0.204	0.638	0.873	0.935	0.7324	- 0.052
1.9	0.186	0.748	0.948	1.067	0.9283	- 0.029
2.2	0.168	0.858	1.023	1.200	1.1508	- 0.008
2.5	0.151	0.968	1.099	1.332	1.3997	0.010
2.8	0.133	1.078	1.174	1.465	1.6752	0.028

En este escenario, se puede observar que si se parte de una situación en la cual la intervención del gobierno es la misma en ambos mercados, entonces, el incremento en el impuesto en un mercado genera mayores ganancias para las empresas, si α_2 es mayor o igual a 2.5.[5]

Con las tres simulaciones presentadas en esta sección, se puede observar lo que la proposición 1 de este trabajo demuestra de manera teórica; es decir, puede haber situaciones en términos del tamaño del impuesto o de factores que determinen las demandas en los mercados, de manera que un incremento impositivo puede aumentar las ganancias de las empresas participantes.

5. Equilibrio con sólo una empresa del tipo multimercados

En esta sección se responde al cuestionamiento de si se puede obtener el mismo resultado cuando una empresa es monopolista en el mercado donde existe el impuesto; esto es, utilizamos el marco de Bulow *et al.* (1985), para ver si ambas compañías pueden beneficiarse de un incremento en los impuestos.

Con base en los resultados presentados en la sección 4, podemos afirmar que la empresa que atiende ambos mercados sí puede aumentar sus ganancias con el incremento en el impuesto; sin embargo, esos resultados no permiten determinar lo que sucede con una empresa que sólo participa en un mercado. Por lo tanto, en esta parte suponemos que la empresa A produce ambos bienes, mientras que la empresa B sólo participa en el mercado 2, el cual es libre de gravámenes.

[5] La base para esta afirmación es el signo positivo de la derivada.

De acuerdo con esta manera de participar, la empresa A sigue siendo una empresa multiproducto, por lo que las ecuaciones (7) y (8) representan sus condiciones de primer orden.[6] Por su parte, como la empresa B sólo vende el bien 2, su condición para maximizar ganancias es:

$$p_2 - c + q_2^B \cdot \frac{\partial p_2}{\partial q_2^B} = 0 \tag{12}$$

Es evidente que el equilibrio en esta situación no es simétrico; esto es, los niveles de producción de las empresas, en el mercado que coinciden no serán iguales. Para ver esto, se resuelve, simultáneamente, las condiciones de primer orden de las empresas y obtenemos los siguientes niveles óptimos de producción:

$$q_1^{A*} = \frac{3\alpha_1 + \alpha_2(\beta_1 - \beta_2) - \alpha_1\beta_2(\beta_2 + 2\beta_1) - (1 - \beta_1\beta_2)[c(3 - 2\beta_1 - \beta_2) + 3t]}{6 - \beta_1^2 - 4\beta_1\beta_2 - \beta_2^2}, \tag{13}$$

$$q_2^{A*} = \frac{\alpha_2 + \alpha_1(\beta_2 - \beta_1) - \alpha_2\beta_1^2 + (1 - \beta_1\beta_2)[t(2\beta_2 + \beta_1) - c(3 - 2\beta_2 - \beta_1) - \alpha_1\beta_1 + \alpha_2]}{6 - \beta_1^2 - 4\beta_1\beta_2 - \beta_2^2} \tag{14}$$

y

$$q_2^{B*} = \frac{(1 - \beta_1\beta_2)[2\alpha_2 - c(2 - \beta_1^2 - \beta_2 + \beta_1 - \beta_1\beta_2) + t(\beta_2 - \beta_1) + \alpha_1(\beta_1 + \beta_2)]}{6 - \beta_1^2 - 4\beta_1\beta_2 - \beta_2^2} \tag{15}$$

De las ecuaciones de arriba, se puede seguir infiriendo que un incremento en el impuesto hace que la empresa multiproducto produzca menos en el mercado gravado y más en el otro mercado. Para la otra empresa, el efecto depende de la diferencia entre β_2 y β_1.

Ahora, se considera el efecto que tiene un aumento en el impuesto sobre las ganancias de las empresas. Dado que el equilibrio presentado en esta sección no es simétrico, se evalúan los efectos para cada empresa por separado. Para ello, se hace uso del teorema de la envolvente y se obtiene:

$$\frac{d\pi^{A*}}{dt} = \left[q_2^{A*} \cdot \frac{\partial p_2}{\partial q_2^B} + q_1^{A*} \cdot \frac{\partial p_1}{\partial q_2^B} \right] \cdot \frac{d}{dt} q_2^{B*} - q_1^{A*}$$

y

[6] Cuando i = A.

$$\frac{d\pi^{B*}}{dt} = \left[\frac{\partial p_2}{\partial q_1^A} \cdot \frac{d}{dt} q_1^{A*} + \frac{\partial p_2}{\partial q_2^A} \cdot \frac{d}{dt} q_2^{A*} \right] \cdot q_2^{B*} \tag{17}$$

De la ecuación (16), se puede observar que la empresa A resulta afectada directamente por el incremento en el impuesto (segundo término) e indirectamente por los cambios de los precios en ambos mercados que son causados por la reacción de la empresa B, ante el cambio en el impuesto. Por otro lado, la ecuación (17) muestra que el efecto sobre las ganancias de la empresa B sólo se da a través de los cambios del precio en el mercado 2, los cuales se producen a causa de la variación en la conducta de la empresa A, en los mercados que atiende. En ambos casos, los efectos finales de un cambio en los impuestos dependen, principalmente, de la sensibilidad de las demandas ante cambios en precios cruzados.

Proposición 2. *Suponga que la empresa A es monopolista en el mercado en donde existe un gravamen. Un incremento en el impuesto reduce las ganancias de la empresa A (empresa B, respectivamente) si* $\beta_2 > \beta_1$ *(*$\beta_1 > \beta_2$*, respectivamente).*

Demostración. De la ecuación (15), no es difícil calcular el efecto de un incremento en el impuesto sobre la producción de la empresa B:

$$\frac{d}{dt} q_2^{B*} = \frac{(\beta_2 - \beta_1)(1 - \beta_1\beta_2)}{6 - \beta_1^2 - 4\beta_1\beta_2 - \beta_2^2}$$

Como ya se había dicho anteriormente, el efecto depende de la diferencia entre β_2 y β_1. Por lo tanto, con base en la ecuación (5) y suponiendo que $0 < \beta_1 < \beta_2 < 1$, es fácil ver que

$$\frac{d\pi^{A*}}{dt} = \left[q_2^{A*} \cdot \frac{\partial p_2}{\partial q_2^B} + q_1^{A*} \cdot \frac{\partial p_1}{\partial q_2^B} \right] \cdot \frac{d}{dt} q_2^{B*} - q_1^{A*} < 0 .$$

Ahora bien, si suponemos que $\beta_1 > \beta_2$, es fácil ver que

$$\frac{d\pi^{B*}}{dt} = \left[\frac{\partial p_2}{\partial q_1^A} \cdot \frac{d}{dt} q_1^{A*} + \frac{\partial p_2}{\partial q_2^A} \cdot \frac{d}{dt} q_2^{A*} \right] \cdot q_2^{B*} = \left[\frac{\beta_2 - \beta_1}{6 - \beta_1^2 - 4\beta_1\beta_2 - \beta_2^2} \right] \cdot q_2^{B*} < 0 \cdot \textit{Q.E. D.}$$

Esta proposición implica que, bajo el escenario descrito en esta sección, no puede ser que ambas empresas obtengan mayores ganancias al mismo tiempo cuando el impuesto se incrementa. Esto es, en esta sección se ha mostrado que, utilizando el marco presentando por Bulow *et al*. (1985), las dos empresas no se pueden beneficiar simultáneamente de cambios en la intervención gubernamental, lo cual destaca el resultado principal de este trabajo (proposición 1).

Conclusiones

En este trabajo, se construye un modelo en el cual dos empresas participan simultáneamente en dos mercados que están relacionados, pero uno de ellos está sujeto a un gravamen de tipo específico. Las funciones de demanda en ambos mercados se suponen lineales y, además, se supone que los bienes de los diferentes mercados son sustitutos brutos. Dado esto, se muestra que, bajo ciertas condiciones, un incremento en el impuesto puede hacer que ambas empresas tengan mayores ganancias al mismo tiempo. Este resultado no se puede encontrar si se supone que sólo es una empresa la que participa simultáneamente en ambos mercados y, además, lo encontrado en este trabajo es contrario a lo afirmado por Anderson *et al.* (2001), referente a que con demandas lineales, las ganancias no pueden incrementarse con un aumento en los impuestos, ya que si todas las empresas son multimercados, sí puede ser posible.

Referencias

Anderson, S., A. de Palma, y B. Kreider (2001) "Tax incidence in differentiated product oligopoly" *Journal of Public Economics* **81**, 173 – 192.

Bulow, J., J. Geanakoplos, y P. Klemperer (1985) "Multimarket oligopoly: strategic substitutes and complements" *Journal of Political Economy* **93**, 488 – 511.

Church, J. Y R. Ware (2000) *Industrial Organization: a strategic approach*, Irwin McGraw-Hill: Boston.

Okuguchi, K. (1987) "Equilibrium prices in Bertrand and Cournot oligopolies" *Journal of Economic Theory* **42**, 128 – 139.

Scafuri, A. (1990) "Differential effects of taxation in Cournot and Bertrand models of duopoly: an example" *Public Finance Quarterly* **18**, 114 – 122.

Varian, H. (1992) *Microeconomic Analysis*, W. W. Norton & Company: New York.