Estudios Económicos
ISSN: 0188-6916
jsempe@colmex.mx
El Colegio de México, A.C.
México

Flores Curiel, Daniel

LA REGULACIÓN DEL TAMAÑO DE LOS LOTES HABITACIONALES: UN MODELO DE DISCRIMINACIÓN DE PRECIOS

Estudios Económicos, vol. 25, núm. 2, julio-diciembre, 2010, pp. 407-424
El Colegio de México, A.C.
Distrito Federal, México

LA REGULACIÓN DEL TAMAÑO DE LOS LOTES HABITACIONALES: UN MODELO DE DISCRIMINACIÓN DE PRECIOS*

Daniel Flores Curiel

Universidad Autónoma de Nuevo León

Resumen: Se emplea un modelo de discriminación de precios de segundo grado para analizar la regulación del tamaño de los lotes habitacionales. El punto de partida es un monopolista que ofrece dos paquetes: uno chico y uno grande. En seguida, se estudian los efectos de una política que establece un tamaño mínimo para los paquetes. Entre otras cosas, se encuentra que un tamaño mínimo relevante incrementa el precio del paquete chico y reduce el precio del paquete grande. Además, se encuentra que existe un tamaño míínimo óptimo relevante desde el punto de vista social. Sin embargo, también se encuentra que, bajo ciertas condiciones, el bienestar de la sociedad puede reducirse en función del tamaño mínimo establecido.

Abstract: This paper presents a second degree price discrimination model to study regulation on the size of land for housing. The benchmark model considers a monopolist that sells two types of packages: small and large. Among other things, the paper shows that a relevant minimum property land size increases the price of the small package and reduces the price of the large package. Also, that there exists a minimum land size that is optimum from the social point of view. However, under certain conditions, social welfare can be reduced depending on the minimum that the authority sets.

Clasificación JEL/JEL Classification: JEL: L51; L12

Palabras clave/keywords: regulación, tamaño, vivienda, regulation, size, housing

Fecha de recepción: 27 X 2009 *Fecha de aceptación: 21 X 2010*

* daniel.florescr@uanl.edu.mx

1. Introducción

En algunas entidades del país existen leyes o reglamentos de desarrollo urbano que establecen los tamaños mínimos permitidos de los lotes habitacionales. Este tipo de regulación existe desde hace ya algunos años en diversos lugares. Entre las entidades que han regulado el tamaño mínimo de los lotes se pueden señalar las siguientes: Baja California, Chihuahua, Durango, Guanajuato, San Luis Potosí y Sinaloa. Recientemente en Nuevo León se aprobó una ley que establece en 98 metros cuadrados el área mínima de los lotes para vivienda. Es importante señalar que no hay un tamaño mínimo estándar en los reglamentos de las distintas entidades del país. El tamaño mínimo del lote varía entre 67.5 y 180 metros cuadrados.

Establecer un tamaño mínimo para los lotes de uso habitacional genera controversia. Por una parte, la autoridad considera que esta regulación permite que los ciudadanos tengan acceso a una vivienda más grande y digna. En el fondo establecen este tipo de regulación suponiendo que los lotes para vivienda pequeños generan una serie de problemas sociales como la violencia familiar y el pandillerismo. Es decir, consideran que regulando el tamaño de los lotes pueden evitar las externalidades negativas que provoca el hacinamiento. Por otra parte, los desarrolladores se manifiestan en contra de la medida argumentando que encarece las viviendas y limita el acceso de las personas más pobres a una vivienda propia. En cierta forma, consideran que las personas más pobres ya habitan en condiciones de hacinamiento y que contar con una vivienda propia, aunque sea pequeña, permite que mejoren sus condiciones de vida.[1]

Más allá de la discusión que puede existir sobre posibles externalidades, la regulación tiene sentido en la medida que existe poder de mercado y que éste genera algún tipo de ineficiencia económica. En el contexto del mercado de lotes habitacionales que motiva el presente estudio es razonable suponer que los fraccionadores tienen poder de mercado dada la naturaleza del bien que venden. Sin embargo, no es claro que exista ineficiencia económica en virtud de que venden lotes para vivienda como paquetes. Además, tampoco es fácil de establecer si regulando la cantidad que contienen estos paquetes (tamaño del lote) se reduce o incrementa la ineficiencia en ese mercado.

Antes de continuar es conveniente explicar por qué un lote habitacional es un paquete. En términos generales, un paquete puede ser

[1] Es probable que también mejoren las condiciones de vida de otros hogares con quienes compartían una vivienda o que la vivienda que habitaban anteriormente en un predio irregular fuera incluso más pequeña.

tanto un conjunto de bienes distintos como varias unidades del mismo bien que se venden como uno solo. Un ejemplo de lo primero son los paquetes que se ofrecen en los restaurante de comida rápida. Habitualmente dichos paquetes incluyen hamburguesa, refresco y papas. Un ejemplo de lo segundo son los paquetes de rollos de papel higiénico. Así, se pueden encontrar paquetes con 4, 6 o más piezas. El punto es que, en cualquier caso, los consumidores solamente pueden decidir si compran o no alguno de los paquetes disponibles y no pueden determinar su contenido con exactitud.

Los lotes habitacionales se venden en paquete porque el fraccionamiento establece la cantidad de metros cuadrados que contiene el lote y fija también su precio. Los consumidores sólo deciden si compran o no el lote. En cierta forma, la labor del fraccionador cuando establece el tamaño de cada lote es similar a la de un embotellador que decide el tamaño de cada envase de refresco. De esta manera, los fraccionadores ofrecen lotes de 150 y 250 metros cuadrados, por ejemplo, mientras que los embotelladores ofrecen envases en presentación de 355 y 600 mililitros.

En el presente trabajo se elabora un modelo que permite estudiar los efectos de la regulación del tamaño de los paquetes que ofrece un monopolista. En particular, se estudia el efecto del establecimiento de un tamaño mínimo de paquete cuando el monopolista ofrece dos paquetes: uno chico y uno grande. Entre otras cosas, se encuentra que, ante un tamaño mínimo relevante, el precio del paquete chico se incrementa y el precio del paquete grande se reduce. Además, existe un tamaño mínimo óptimo desde el punto de vista social. Por lo tanto, bajo ciertas condiciones el bienestar de la sociedad puede incrementarse o reducirse en función del tamaño mínimo que establezca el regulador.

2. Antecedentes

Existe una abundante literatura económica sobre la venta de productos en paquete. Diversos trabajos como los de Adams y Yellen (1976), Tesler (1979), Paroush y Peles (1981), Schmalensee (1982), Lewbel (1985), Seidmann (1991) y Chae (1992) enfatizan los motivos que tienen las empresas para vender productos en paquete. En ellos se explica que la venta de productos en paquete es atractiva desde el punto de vista privado porque, entre otras cosas, los bienes son complementos, existen economías de alcance o permite llevar a cabo discriminación de precios.

Algunos de los trabajos mencionados y otros más recientes, como Schmalensee (1984) y Martin (1999), buscan establecer el efecto que tiene la venta de productos en paquete sobre el bienestar de la sociedad. De acuerdo con Martin (1999), no es posible establecer de manera general si la práctica en cuestión incrementa o reduce el bienestar social. Dada la forma en que se aborda el tema, gran parte de los estudios sobre la venta de productos en paquete tratan de establecer la conveniencia de prohibirla o regular las estrategias de precios que emplean las empresas.[2] Sin embargo, no existen trabajos todavía sobre la regulación de la cantidad que contienen los paquetes.

El presente artículo se encuentra relacionado de manera cercana con el trabajo de Kolay y Shaffer (2003). Estos autores establecen que los menús de paquetes son más rentables, desde el punto de vista privado, que los menús de tarifas en dos partes.[3] Además, establecen que tanto los menús de paquetes como los de tarifas en dos partes implican cierto grado de ineficiencia y, por lo tanto, que existe espacio para la regulación económica.[4] Sin embargo, es importante señalar que este hecho no implica que un tipo de regulación en particular, como el establecimiento de un tamaño de paquete mínimo, contribuya a reducir la ineficiencia.

3. El modelo

En el mercado existen dos tipos de consumidor. La función de demanda del consumidor tipo i es $q_i(p_i) = 1 - \frac{p_i}{\theta_i}$. Sin pérdida de generalidad, se puede suponer que $\theta_1 > \theta_2$. Por lo tanto, el consumidor tipo 1 es un consumidor con alta demanda, mientras que el consumidor tipo 2 es un consumidor con baja demanda. En la gráfica 1 se muestran las funciones de demanda de cada tipo de consumidor. Así, se puede apreciar también que θ_i es el precio de reserva del consumidor i. Finalmente, se supone que hay n_1 consumidores con alta demanda y n_2 consumidores con baja demanda. Se supondrá,

---

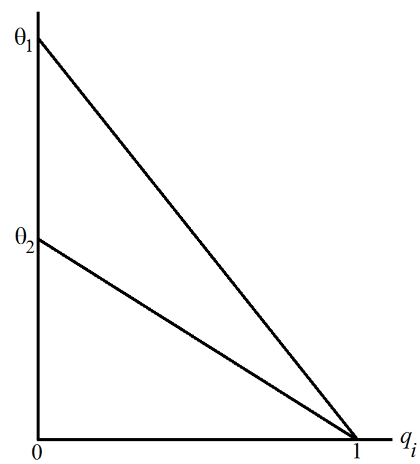
[2] Adams y Yellen (1976) explican las implicaciones de estrategias como el empaquetamiento puro o mixto sobre el bienestar de la sociedad.

[3] El artículo de Oi (1971) es pionero en el estudio de la discriminación de segundo grado y, en particular, del uso de las tarifas en dos partes.

[4] De manera similar Katz (1983), en términos más generales, advierte que existe ineficiencia y, por ende, espacio para la regulación cuando un monopolista maximiza beneficios usando un esquema de precios no uniforme.

de igual manera, que los consumidores con alta demanda son menos numerosos que los consumidores con baja demanda (i.e. $n_1 < n_2$).

Gráfica 1
Funciones de demanda



La empresa es un monopolio cuyo costo marginal de producción constante es $c > 0$. En virtud de que θ_i es el precio de reserva del consumidor del tipo i, se supondrá que este costo marginal es menor que el precio de reserva más bajo (es decir, que $c < \theta_2 < \theta_1$). La empresa diseña dos paquetes, uno para cada tipo de consumidor, con el objeto de maximizar sus beneficios. El paquete i, diseñado para el consumidor correspondiente, incluye el cargo T_i y la cantidad x_i.

Antes de continuar con el problema de la empresa es importante definir el excedente del consumidor. Si el consumidor tipo i compra el paquete k entonces su excedente sería:

$$u_i\left(x_k, T_k\right) \equiv \int_0^{x_k} \theta_i \cdot (1-z)dz - T_k = \theta_i \cdot x_k \cdot \left(1 - \tfrac{1}{2}x_k\right) - T_k \quad (1)$$

Así, la empresa elige estas variables para maximizar

$$n_1 \cdot (T_1 - c \cdot x_1) + n_2 \cdot (T_2 - c \cdot x_2) \tag{2}$$

Sin embargo, los paquetes tienen que satisfacer las siguientes condiciones de participación y auto-selección:

$$u_1 (x_1, T_1) \geq 0 \tag{3}$$

$$u_2 (x_2, T_2) \geq 0 \tag{4}$$

$$u_1 (x_1, T_1) \geq u_1 (x_2, T_2) \tag{5}$$

y

$$u_2 (x_2, T_2) \geq u_2 (x_1, T_1) \tag{6}$$

Las condiciones (3) y (4) garantizan que los consumidores tipo 1 y 2, respectivamente, participen en el mercado. Las condiciones (5) y (6) garantizan que cada consumidor elija la canasta diseñada para su tipo.

El problema se puede simplificar considerando que sólo las restricciones (4) y (5) son relevantes y que se cumplen con igualdad. Además, se puede emplear la ecuación (1) para rescribir estas ecuaciones como sigue:

$$\theta_2 \cdot x_2 \cdot \left(1 - \tfrac{1}{2} x_2\right) - T_2 = 0 \tag{7}$$

y

$$\theta_1 \cdot x_1 \cdot \left(1 - \tfrac{1}{2} x_1\right) - T_1 = \theta_1 \cdot x_2 \cdot \left(1 - \tfrac{1}{2} x_2\right) - T_2 \tag{8}$$

Si se sustituyen las ecuaciones (7) y (8) en la ecuación (2) el problema de la empresa sería elegir las cantidades x_1 y x_2 para maximizar

$$n_1 \cdot \left(\theta_1 \cdot x_1 \cdot \left(1 - \tfrac{1}{2} x_1\right) - (\theta_1 - \theta_2) \cdot x_2 \cdot \left(1 - \tfrac{1}{2} x_2\right) - c \cdot x_1\right) \tag{9}$$

$$+ n_2 \cdot \left(\theta_2 \cdot x_2 \cdot \left(1 - \tfrac{1}{2} x_2\right) - c \cdot x_2\right)$$

Las condiciones de primer orden son entonces

$$n_1 \cdot (\theta_1 \cdot (1 - x_1) - c) = 0 \tag{10}$$

y

$$n_1\theta_2 - n_1\theta_1 + n_2\theta_2 - n_2c + n_1\theta_1 x_2 - n_1\theta_2 x_2 - n_2\theta_2 x_2 = 0 \tag{11}$$

Por lo tanto, las cantidades óptimas son

$$x_1^* = 1 - \frac{c}{\theta_1} \tag{12}$$

y

$$x_2^* = 1 - \frac{cn_2}{n_2\theta_2 - n_1(\theta_1 - \theta_2)} \tag{13}$$

Es conveniente notar que las ecuaciones (12) y (13) solamente tienen sentido económico (es decir, son positivas) cuando se satisface la siguiente condición técnica:

$$\theta_2 > \frac{n_2}{n_1 + n_2} \cdot c + \frac{n_1}{n_1 + n_2} \cdot \theta_1 \tag{14}$$

Tal condición indica que el precio de reserva de los individuos con baja demanda tiene que superar cierto umbral. Este valor crítico es un promedio ponderado del precio de reserva de los individuos con alta demanda y el costo marginal.

4. Análisis

El monopolista elabora un menú de paquetes. Es decir, elige un precio y una cantidad para el consumidor con alta demanda (tipo 1), así como un precio y cantidad para el consumidor con baja demanda (tipo 2). Aunque sea trivial y relativamente conocido en la literatura económica,[5] resulta conveniente establecer formalmente la cantidad y precio que corresponde a cada uno de los paquetes. A continuación se

[5] Ver Maskin y Riley (1984).

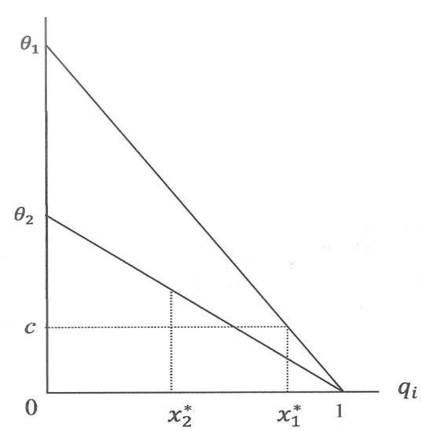
presenta el primer resultado de este artículo. Los lectores interesados pueden encontrar en el anexo las demostraciones correspondientes y los siguientes enunciados.

LEMA 1. *La cantidad contenida en el paquete destinado al consumidor con alta demanda es mayor que la cantidad en el paquete destinado al consumidor con baja demanda (i.e.* $x_1^* > x_2^*$*).*

De aquí en adelante el paquete destinado al consumidor con alta demanda (paquete 1) se conocerá como paquete grande y el otro (paquete 2) como paquete chico. Por supuesto, como habría de esperarse, el paquete grande tiene un precio mayor que el chico. De cualquier forma, el siguiente lema establece este resultado de manera formal.

LEMA 2. *El precio del paquete destinado al consumidor con alta demanda es mayor que el precio del paquete destinado al consumidor con baja demanda (i.e.* $T_1^* > T_2^*$*).*

Gráfica 2
Paquetes y eficiencia



La gráfica 2 permite apreciar, mediante la comparación con la línea de costos marginales, que la cantidad que contiene el paquete grande es eficiente mientras que la que contiene el paquete chico no lo es. En otras palabras, el beneficio de incrementar el tamaño del paquete chico es mayor que su costo al margen. En principio, esta situación sugiere que un tamaño mínimo ligeramente mayor que el tamaño del paquete chico puede incrementar el bienestar de la sociedad. Sin embargo, antes de llegar a esta conclusión es necesario considerar los efectos que ocasiona dicha medida en el resto de las variables.

5. Cantidad mínima

En esta sección se emplea el modelo planteado anteriormente para determinar cuáles serían los efectos de regular el tamaño de los paquetes que ofrece la empresa. En particular, se estudian los efectos sobre los precios y contenidos de los paquetes, así como el bienestar social. No se consideró necesario incluir en el análisis el efecto de la restricción sobre los beneficios del monopolista. Es suficiente con señalar que, como sucedería con cualquier otra restricción, el establecimiento de un tamaño mínimo relevante para los paquetes reduce los beneficios del monopolista.

Se supone que existe una autoridad encargada de fijar el tamaño mínimo $m \in (x_2^*, x_1^*)$ que pueden tener los paquetes del bien que produce el monopolista. Es importante señalar que este tamaño mínimo es un punto intermedio entre el tamaño del paquete chico y el paquete grande que produciría el monopolista si no estuviera sujeto a la regulación. Se consideró que elegir un punto intermedio sería razonable e interesante pues permite que sigan existiendo dos paquetes. Además, como el estudio se encuentra motivado por la regulación de los lotes habitacionales, se entiende que el propósito de establecer un tamaño mínimo es simplemente forzar el incremento en el tamaño de los paquetes (lotes) más chicos.

El objetivo del monopolista, considerando que enfrenta la restricción ya señalada, consiste en elegir x_1 para maximizar

$$n_1 \cdot (\theta_1 \cdot x_1 \cdot (1 - \frac{1}{2}x_1) - (\theta_1 - \theta_2) \cdot m \cdot (1 - \frac{1}{2}m) - c \cdot x_1) \qquad (15)$$
$$+n_2 \cdot (\theta_2 \cdot m \cdot (1 - \frac{1}{2}m) - c \cdot m_2)$$

La condición de primer orden es entonces

$$n_1 \cdot (\theta_1 \cdot (1 - x_1) - c) = 0 \tag{16}$$

Por lo tanto la cantidad óptima es

$$x_1^m = 1 - \frac{c}{\theta_1} \tag{17}$$

Para simplificar la notación se puede definir también

$$x_2^m = m \in (x_2^*, x_1^*) \tag{18}$$

Como se puede apreciar, la cantidad óptima del paquete grande no resulta alterada por la restricción que establece un tamaño mínimo. Sin embargo, la restricción si tiene efecto sobre los precios. Los precios óptimos con restricción de tamaño mínimo se definen como T_1^m y T_2^m, respectivamente.

TEOREMA 1. *Una restricción que establece un tamaño mínimo para los paquetes hace que se reduzca el precio del paquete grande y se incremente el precio del paquete chico (i.e., $T_1^* > T_1^m$ y $T_2^* < T_2^m$).*

El teorema es interesante porque establece los efectos de la regulación en los precios de los paquetes. Uno de los resultados es relativamente simple y esperado. Como advierten los fraccionadores en el contexto de los lotes habitacionales, el establecimiento de un tamaño mínimo encarece el paquete chico. En contraste, el abaratamiento del paquete grande es un resultado que puede ser inesperado y, por lo mismo, poco discutido. Aunque en principio la intención de quienes establecen la regulación es beneficiar a los consumidores con menor poder adquisitivo, quienes realmente sacan provecho de la medida son los consumidores con mayor poder adquisitivo.

La intuición detrás de los efectos de la regulación en los precios es sencilla. Para entenderla es preciso recordar que hay dos condiciones relevantes en el problema de la empresa que elabora el menú de paquetes: la de participación del consumidor con baja demanda y la de autoselección del consumidor con alta demanda. El precio del paquete chico se incrementa porque aumenta la cantidad en el paquete. Ante ello, la empresa tiene la posibilidad de subir el precio sin violar la condición de participación del consumidor. Por otra parte, el precio del paquete grande se reduce porque el paquete chico se vuelve más atractivo para los consumidores con alta demanda cuando se establece la regulación. Dado que el tamaño del paquete grande no sufre cambios, la empresa tiene que reducir su precio para que los consumidores con alta demanda lo sigan comprando. Es decir, la reducción del precio del paquete grande evita que se viole la condición de autoselección de los consumidores con alta demanda.

Este primer teorema de igual manera es interesante porque permite establecer que los consumidores con alta demanda se benefician de la restricción sin ambigedad. El grupo de consumidores con alta demanda disfruta de la misma cantidad del bien pero pagando por ese paquete un precio más bajo. En contraste, la medida no afecta a los consumidores con baja demanda pues la condición de participación de dicho grupo se satisface con igualdad independientemente de que exista o no la restricción. Esta última hace que el paquete contenga una mayor cantidad pero también que los consumidores paguen más por él.

El siguiente paso es establecer el efecto que tiene la regulación, en este caso estableciendo un tamaño mínimo para los paquetes, sobre el bienestar de la sociedad. Para ello se puede suponer, como se hace tradicionalmente, que el bienestar es la suma del excedente de los consumidores y los beneficios de la empresa. Así, en términos generales, el bienestar de la sociedad sería

$$W = n_1 \cdot u_1(x_1, T_1) + n_2 \cdot u_2(x_2, T_2) + n_1 \cdot (T_1 - c \cdot x_1) + n_2 \cdot (T_2 - c \cdot x_2) \tag{19}$$

Se puede definir entonces W^* como el bienestar social en ausencia de la restricción y W^m como el bienestar social en presencia de la restricción estudiada. Las ecuaciones (1) y (7) implican que tales expresiones se pueden simplificar de la siguiente manera:

bienestar en ausencia de restricción

$$W^* = n_1 \cdot (u_1(x_1^*, 0) - c \cdot x_1^*) + n_2 \cdot (T_2^* - c \cdot x_2^*) \tag{20}$$

bienestar ante la restricción

$$W^m = n_1 \cdot (u_1(x_1^m, 0) - c \cdot x_1^m) + n_2 \cdot (T_2^m - c \cdot x_2^m) \tag{21}$$

De esta forma, mediante la comparación de las ecuaciones (20) y (21), se puede determinar si la instrumentación de un tamao mínimo para los paquetes incrementa o reduce el bienestar social. Además, se puede establecer si existe un tamaño mínimo óptimo en trminos de bienestar social.

TEOREMA 2. *Existe un tamaño mínimo de paquete* $m^* \in (x_2^*, x_1^*)$ *que maximiza el bienestar social.*

Este teorema advierte que la regulación puede incrementar el bienestar de la sociedad. Más aún, el resultado indica que establecer una cantidad mínima en los paquetes más chicos es el camino correcto para reducir la ineficiencia. Sin embargo, el teorema igual sugiere la posibilidad de generar una mayor ineficiencia y, por lo tanto, reducir el bienestar de la sociedad si se elige un tamaño mínimo demasiado grande. Es necesario entender que no existe razón para suponer que el regulador tiene información que permita determinar con precisión el tamaño mínimo óptimo desde el punto de vista social.

En virtud de que los reguladores usualmente actúan con poca información, es conveniente establecer las condiciones que determinan si la regulación en cuestión reduce o incrementa el bienestar de la sociedad.

TEOREMA 3. *Si* $\theta_2 \leq \theta_1 \cdot \left(\frac{2n_1}{n_1+n_2}\right)$ *entonces el establecimiento de un tamaño mínimo de paquete* $m \in (x_2^*, x_1^*)$ *incrementa el bienestar social. Es decir,* $W^m > W^*$ *para cualquier* $m \in (x_2^*, x_1^*)$

El teorema establece condiciones bajo las cuales cualquier tamaño de paquete mínimo, dentro del rango establecido, incrementa necesariamente el bienestar de la sociedad. En otras palabras, si se cumplen estas condiciones no existe riesgo de que el regulador reduzca el bienestar de la sociedad cuando decide fijar una cantidad mínima. La situación es factible en la medida que existe mayor diferencia entre los precios de reserva de consumidores con alta y baja demanda o que hay un mayor número de consumidores con alta demanda.

TEOREMA 4. *Si* $\theta_2 > \theta_1 \cdot \left(\frac{2n_1}{n_1+n_2}\right)$ *entonces existe* $m_o \in (x_2^*, x_1^*)$ *tal que el establecimiento de un tamaño mínimo de paquete* $m \in (x_2^*, x_1^*)$

(i) incrementa el bienestar social cuando $m < m_o$*,*

(ii) mantiene sin cambio el bienestar social cuando $m = m_o$ *y*
(iii) reduce el bienestar social cuando $m > m_o$.

El teorema es interesante porque muestra que, bajo ciertas condiciones, el regulador puede reducir el bienestar de la sociedad. De acuerdo con el modelo, si el regulador establece un tamaño mínimo de paquete ligeramente mayor que el paquete chico que elige la empresa libremente entonces incrementa el bienestar social. Sin embargo, cuando establece un tamaño mínimo de paquete sustancialmente mayor puede llegar a reducir el bienestar de la sociedad. La situación es factible en la medida que existe menor diferencia entre los precios de reserva de consumidores con alta y baja demanda o que haya pocos consumidores con alta demanda.

6. Conclusiones

Este trabajo pretende elaborar un marco que sea útil para analizar la regulación del tamaño de los lotes habitacionales. Para ello, se emplea y extiende un modelo de discriminación de precios de segundo grado, mediante paquetes que son combinaciones de cantidad y precio. El punto de partida es un monopolista que ofrece dos paquetes: uno chico y uno grande. Posteriormente se estudian los efectos de regular estableciendo como requisito que los paquetes tengan un contenido mínimo.

Entre otras cosas, en nuestro estudio se encuentra que un tamaño mínimo relevante provoca un incremento en el precio del paquete chico y una reducción en el precio del paquete grande. En este sentido, se puede establecer que los consumidores con alta demanda se benefician de dicha política, los consumidores con baja demanda no se ven afectados en términos de bienestar y el monopolista sufre una reducción en sus ganancias. En términos del bienestar de la sociedad se muestra que existe una cantidad mínima óptima intermedia, entre la cantidad que contiene el paquete chico y el paquete grande, cuando el monopolista actúa libremente. Para finalizar, este mismo hecho permite establecer que, bajo ciertas condiciones, el bienestar de la sociedad puede incrementarse o reducirse en función del tamaño mínimo que determine el regulador. Es decir, la intervención por parte de las autoridades puede ser perjudicial bajo ciertas condiciones.

Referencias

Adams, W.J. y J.L. Yellen. 1976. Commodity bundling and the burden of monopoly, *Quarterly Journal of Economics*, 90: 475-498.

Chae, S. 1992. Bundling subscription TV channels: a case of natural bundling, *International Journal of Industrial Organization*, 10: 213-230.

Katz, M.L. 1983. Non-uniform pricing, output and welfare under monopoly, *Review of Economic Studies*, 50: 37-56.

Kolay, S. y G. Shaffer. 2003. Bundling and menus of two-part tariffs, *Journal of Industrial Economics* 51: 383-403.

Lewbel, A. 1985. Bundling of substitutes or complements, *International Journal of Industrial Organization* 3: 101-107.

Martin, S. 1999. Strategic and welfare implications of bundling, *Economics Letters*, 62: 371-376.

Maskin, E. y J. Riley. 1984. Monopoly with incomplete information, *Rand Journal of Economics*, 15: 171-196.

Oi, W. 1971. A Disneyland dilemma: two-part tariffs for a Mickey Mouse monopoly, *Quarterly Journal of Economics*, 85: 77-96.

Paroush, J. y Y.C. Peles. 1981. A combined monopoly and optimal packaging, *European Economic Review*, 15: 373-383.

Schmalensee, R. 1984. Gaussian demand and commodity bundling, Journal of Business, 57: 211-230.

——. 1982. Commodity bundling by single-product monopolies, *Journal of Law and Economics*, 25: 67-71.

Seidman, D.J. 1991. Bundling as a facilitating device: a reinterpretation of leverage theory, *Economica*, 58: 491-499.

Tesler, L.G. 1979. A theory of monopoly of complementary goods, *Journal of Business*, 52: 211-230.

Apéndice

DEMOSTRACIÓN LEMA 1. Se puede tomar el supuesto inicial $\theta_1 > \theta_2$ para escribir $\theta_1 \cdot (n_1 + n_2) > \theta_2 \cdot (n_1 + n_2)$. Si se reacomodan los términos de la desigualdad puede tenerse $n_2\theta_1 > n_2\theta_2 + n_1 (\theta_2 - \theta_1)$. Si se multiplica por c en ambos lados de la ecuación y se hacen algunas operaciones algebraicas puede obtenerse

$$\frac{cn_2}{n_2\theta_2 + n_1 (\theta_2 - \theta_1)} > \frac{c}{\theta_1}.$$

En seguida, se puede sumar 1 en ambos lados de la ecuación y reacomodar los términos para obtener

$$1 - \frac{c}{\theta_1} > 1 - \frac{cn_2}{n_2\theta_2 + n_1 (\theta_2 - \theta_1)}.$$

Finalmente, las ecuaciones (12) y (13) implican que $x_1^* > x_2^*$. ∎

DEMOSTRACIÓN LEMA 2. Es conveniente notar que las ecuaciones (12), (13) y (14), así como el lema 1 implican que $1 > x_1^* > x_2^* > 0$. Además, es fácil apreciar que la función $x \cdot (1 - \frac{1}{2}x)$ es creciente para cualquier $x \in (0, 1)$. Así, se puede entender que

$$\theta_1 \cdot x_1^* \cdot \left(1 - \tfrac{1}{2}x_1^*\right) > \theta_1 \cdot x_2^* \cdot \left(1 - \tfrac{1}{2}x_2^*\right).$$

La ecuación (8) se puede reescribir de la siguiente manera

$$\theta_1 \cdot \left(x_1^* \cdot \left(1 - \tfrac{1}{2}x_1^*\right) - x_2^* \cdot \left(1 - \tfrac{1}{2}x_2^*\right)\right) = T_1^* - T_2^*.$$

En virtud de que el término de la izquierda en la ecuación anterior es positivo, el término de la derecha también tiene que serlo. ∎

DEMOSTRACIÓN TEOREMA 1. Es necesario notar que la función $x \cdot (1 - \frac{1}{2}x)$ es creciente para todo $x \in (0, 1)$. Por lo tanto, la ecuación (7) y $0 < x_2^* < x_2^m < 1$ implican que

$$T_2^* = \theta_2 \cdot x_2^* \cdot \left(1 - \tfrac{1}{2}x_2^*\right) < \theta_2 \cdot x_2^m \cdot \left(1 - \tfrac{1}{2}x_2^m\right) = T_2^m.$$

Por otra parte, las ecuaciones (12) y (17) significan que el tamaño del paquete grande no cambia. Es decir, que $0 < x_1^* = x_1^m < 1$. Por lo tanto, $0 < x_2^* < x_2^m < 1$ y la ecuación (8) implican que

$$T_1^* = \theta_1 \cdot x_1^* \cdot \left(1 - \tfrac{1}{2}x_1^*\right) - (\theta_1 - \theta_2) \cdot x_2^* \cdot \left(1 - \tfrac{1}{2}x_2^*\right)$$
$$> \theta_1 \cdot x_1^m \cdot \left(1 - \tfrac{1}{2}x_1^m\right) - (\theta_1 - \theta_2) \cdot x_2^m \cdot \left(1 - \tfrac{1}{2}x_2^m\right) = T_1^m. \quad \blacksquare$$

DEMOSTRACIÓN TEOREMA 2. En virtud de que W^* no depende de m, maximizar el bienestar social es equivalente a maximizar $W^m - W^*$. Las ecuaciones (12) y (17) significan que $x_1^m = x_1^*$. Por lo tanto, se puede establecer con facilidad que

$$W^m - W^* = n_2 \cdot (u_2(m, 0) - c \cdot m - (u_2(x_2^*, 0) - c \cdot x_2^*)).$$

Además, se puede apreciar claramente que $W^m - W^* = 0$ si $m = x_2^*$. Sin embargo, el objetivo es evaluar esta diferencia para cualquier $m \in (x_2^*, x_1^*$. Para ello, es preciso notar que $u_2(m, 0) - c \cdot m = \theta_2 \cdot m \cdot \left(1 - \frac{1}{2}m\right) - c \cdot m$ es cóncava en $m \in (x_2^*, x_1^*$ y alcanza su máximo en $m^* = 1 - \frac{c}{\theta_2}$. Para esto, se puede verificar que la derivada parcial de dicha función con respecto a m es $\theta_2 \cdot (1 - m) - c$, mientras que la segunda derivada parcial es $-\theta_2 < 0$. El siguiente paso es mostrar que $m^* \in (x_2^*, x_1^*)$. Por una parte, se puede partir de $n_1 \cdot \theta_1 > n_1 \cdot \theta_2$ para encontrar $n_2 \cdot \theta_2 > n_2 \cdot \theta_2 - n_1(\theta_1 - \theta_2)$. Esta desigualdad implica que

$$\frac{c \cdot n_2}{n_2 \cdot \theta_2 - n_1 \cdot (\theta_1 - \theta_2)} > \frac{c}{\theta_2} \text{ y, por lo tanto, que}$$

$$m = 1 - \frac{c}{\theta_2} > 1 - \frac{c \cdot n_2}{n_2 \cdot \theta_2 - n_1(\theta_1 - \theta_2)} = x_2^*.$$

Por otra parte, se puede partir de $\theta_1 > \theta_2$ para encontrar que

$$\frac{c}{\theta_2} > \frac{c}{\theta_1} \text{ y, por lo tanto, que}$$

$$m = 1 - \frac{c}{\theta_2} < 1 - \frac{c}{\theta_1} = x_1^*.$$

Así, se puede concluir que

$$m^* = 1 - \frac{c}{\theta_2} \in (x_2^*, x_1^*)$$

maximiza el bienestar social. $\blacksquare$

DEMOSTRACIÓN TEOREMA 3. Se desprende de la demostración del teorema anterior que $W^m - W^*$ es cncava en m, que $W^m - W^* = 0$ si $m = x_2^*$ y que alcanza un máximo en

$$m = 1 - \frac{c}{\theta_2} \in (x_2^*, x_1^*)\,.$$

Además, si se evalúa la diferencia $W^m - W^*$ en

$$m = 1 - \frac{c}{\theta_2} = x_1^*.$$

se puede encontrar

$$W^m - W^*|_{m=x_1^*} = \frac{n_2 c^2 (n_1 + n_2)(\theta_1 - \theta_2)^2 (2n_1\theta_1 - n_1\theta_2 - n_2\theta_2)}{2\theta_1^2 (n_1\theta_2 - n_1\theta_1 + n_2\theta_2)^2}.$$

Es fácil advertir que el signo de esta diferencia es igual que el signo de la ecuación $2n_1\theta_1 - n_1\theta_2 - n_2\theta_2$. Así, se puede apreciar que

$$\theta_2 \leq \theta_1 \cdot \left(\frac{2n_1}{n_1 + n_2}\right)$$

significa que $2n_1\theta_1 - n_1\theta_2 - n_2\theta_2 \geq 0$ y, en consecuencia, que

$$W^m - W^*|_{m=x_1^*} \geq 0.$$

Finalmente, se puede notar que

$$W^m - W^*|_{m=x_2^*} = 0,$$

$$W^m - W^*|_{m=x_2^*} \geq 0$$

y la concavidad de $u_2(m, 0) - c \cdot m$ implican que $W^m - W^* > 0$ para cualquier $m \in (x_2^*, x_1^*)$. ■

DEMOSTRACIÓN TEOREMA 4. Se puede tomar la parte inicial de la demostración del teorema anterior hasta evaluar la diferencia $W^m - W^*$ considerando

$$m = 1 - \frac{c}{\theta_1} = x_1^*$$

y obtener:

$$W^m - W^*|_{m=x_1^*} = \frac{n_2 c^2 (n_1+n_2)(\theta_1-\theta_2)^2 (2n_1\theta_1 - n_1\theta_2 - n_2\theta_2)}{2\theta_1^2 (n_1\theta_2 - n_1\theta_1 + n_2\theta_2)^2}.$$

De nuevo es fácil advertir que el signo de esta diferencia es igual que el signo de la ecuación $2n_1\theta_1 - n_1\theta_2 - n_2\theta_2$. Así, se puede observar que

$$\theta_2 > \theta_1 \cdot \left(\frac{2n_1}{n_1+n_2}\right)$$

implica $2n_1\theta_1 - n_1\theta_2 - n_2\theta_2 < 0$ y, por consiguiente, que

$$W^m - W^*|_{m=x_1^*} < 0.$$

Para finalizar, es posible ver que

$$W^m - W^*|_{m=x_2^*} = 0,$$

$$W^m - W^*|_{m=x_1^*} < 0$$

y la concavidad de $u_2(m,0) - c \cdot m$ significan que existe $m_o \in (x_2^*, x_1^*)$ tal que $W^m - W^* > 0$ si $m < m_o$, $W^m - W^* = 0$ si $m = m_o$ y $W^m - W^* < 0$ si $m > m_o$. ∎