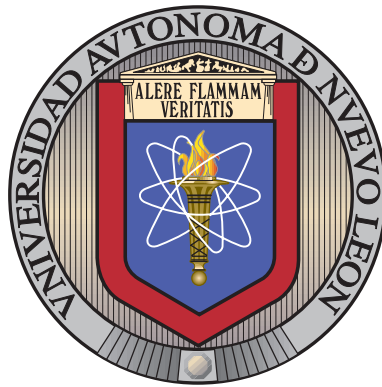


UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN

FACULTAD DE INGENIERÍA MECÁNICA Y ELÉCTRICA

SUBDIRECCIÓN DE ESTUDIOS DE POSGRADO



FORMULACIONES LINEALES DEL PROBLEMA DE
RUTEO DE VEHÍCULOS CON RESTRICCIONES DE
SINCRONIZACIÓN

POR

EDUARDO LÓPEZ AGUILAR

COMO REQUISITO PARA OBTENER EL GRADO DE

MAESTRÍA EN CIENCIAS

EN INGENIERÍA DE SISTEMAS

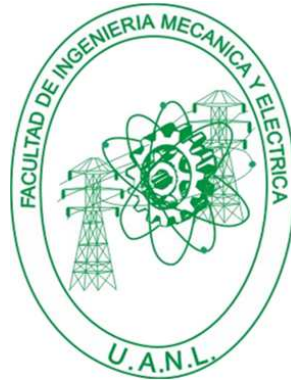
SAN NICOLÁS DE LOS GARZA, NUEVO LEÓN

JUNIO 2015

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN

FACULTAD DE INGENIERÍA MECÁNICA Y ELÉCTRICA

SUBDIRECCIÓN DE ESTUDIOS DE POSGRADO



FORMULACIONES LINEALES DEL PROBLEMA DE
RUTEO DE VEHÍCULOS CON RESTRICCIONES DE
SINCRONIZACIÓN

POR

EDUARDO LÓPEZ AGUILAR

EN OPCIÓN AL GRADO DE

MAESTRÍA EN CIENCIAS

EN INGENIERÍA DE SISTEMAS

SAN NICOLÁS DE LOS GARZA, NUEVO LEÓN

JUNIO 2015

Universidad Autónoma de Nuevo León
Facultad de Ingeniería Mecánica y Eléctrica
Subdirección de Estudios de Posgrado

Los miembros del Comité de Tesis recomendamos que la Tesis «Formulaciones lineales del problema de ruteo de vehículos con restricciones de sincronización», realizada por el alumno Eduardo López Aguilar, con número de matrícula 1425770, sea aceptada para su defensa como opción al grado de Maestría en Ciencias en Ingeniería de Sistemas.

El Comité de Tesis



Dr. Vincent André Lionel Boyer

Asesor



Dra. María Angélica Salazar Aguilar

Revisor

Dr. Mohammed Sbihi

Revisor

Vo. Bo.

Dr. Simón Martínez Martínez

Subdirección de Estudios de Posgrado

San Nicolás de los Garza, Nuevo León, JUNIO 2015

A mi familia y amigos que me apoyaron incondicionalmente durante esta etapa.

ÍNDICE GENERAL

Agradecimientos	x
Resumen	xii
1. INTRODUCCIÓN	1
1.1. OBJETIVO	6
1.2. MOTIVACIÓN Y JUSTIFICACIÓN	6
1.3. HIPÓTESIS	7
1.4. METODOLOGÍA	7
1.5. ESTRUCTURA DE LA TESIS	8
2. ESTADO DEL ARTE	9
2.1. PROBLEMA DE RUTEO DE VEHÍCULOS	9
2.2. SINCRONIZACIÓN: DEFINICIÓN Y CLASIFICACIÓN	12
2.3. PROBLEMA DE RUTEO DE VEHÍCULOS CON SINCRONIZACIÓN	16
2.4. RESUMEN	22
3. FORMULACIONES LINEALES DEL SVRP	25

3.1. PROBLEMA DE RUTEO DE VEHÍCULOS	25
3.2. PROBLEMA DE RUTEO DE VEHÍCULOS CON SINCRONIZA- CIÓN, VERSION 1	26
3.3. PROBLEMA DE RUTEO DE VEHÍCULOS CON SINCRONIZA- CIÓN, VERSIÓN 2	30
4. NUEVAS FORMULACIONES PARA EL PROBLEMA DE RU- TEO DE VEHÍCULOS CON SINCRONIZACIÓN	32
4.1. PROBLEMA DE RUTEO DE VEHÍCULOS CON SINCRONIZA- CIÓN, VERSIÓN 3 Y 4	32
4.2. PROBLEMA DE RUTEO DE VEHÍCULOS CON SINCRONIZA- CIÓN, VERSIÓN 5 Y 6	34
4.3. OBSERVACIONES FINALES	35
5. EXPERIMENTACIÓN COMPUTACIONAL	37
5.1. COMPARACIÓN DE MODELOS	39
5.2. EXPERIMENTACIÓN CON MAKESPAN COMO FUNCIÓN OB- JETIVO	47
6. CONCLUSIONES Y TRABAJO FUTURO	51
A. APÉNDICE	54
A.1. FORMATO DE INSTANCIAS	54
A.2. MEJORES COTAS ENCONTRADAS POR CPLEX	55

ÍNDICE DE FIGURAS

1.1. Ejemplo de red	2
1.2. Rutas factibles	3
1.3. Red con clientes a sincronizar	4
1.4. Rutas factibles para red con sincronización	5
3.1. Red con nodo a duplicar.	27
3.2. Red con nodo duplicado.	28

ÍNDICE DE TABLAS

2.1. Estado del arte del problema de ruteo de vehículos con sincronización	23
4.1. Variables y restricciones por modelo	36
5.1. Instancias de Bredstrom y Rönnqvist (2007)	38
5.2. CPLEX Gaps y tiempos de procesamiento para instancias de 20 nodos	40
5.3. CPLEX Gaps y tiempos de procesamiento para instancias de 50 nodos	41
5.4. CPLEX Gaps y tiempos de procesamiento para instancias de 50 nodos	42
5.5. Porcentaje de instancias con solución reportada.	42
5.6. Comparación entre SVRP3, SVRP4, SVRP5 y SVRP6 para 20 nodos	44
5.7. Comparación entre SVRP3, SVRP4, SVRP5 y SVRP6 para 50 nodos	45
5.8. Comparación entre SVRP3, SVRP4, SVRP5 y SVRP6 para 80 nodos	46
5.9. Resultados con el objetivo makespan para 20 nodos	48
5.10. Resultados con el objetivo makespan para 50 nodos	49
5.11. Resultados con el objetivo makespan para 80 nodos	49
A.1. Mejores cotas para las instancias de 20 nodos	56
A.2. Mejores cotas para las instancias de 50 nodos.	57

A.3. Mejores cotas para las instancias de 80 nodos 57

AGRADECIMIENTOS

Principalmente, me gustaría empezar agradeciendo a mi familia, por haberme apoyado incondicionalmente para sacar mi maestría adelante. A mi padre Cosme López Zamarrón, mi madre Guillermina Aguilar Rodriguez, y mis hermanos Mariana Sarai López Aguilar y Guillermo López Aguilar.

Agradezco al programa PISIS (Posgrado de Ingeniería de Sistemas) el haberme dado la oportunidad de ingresar a su programa de maestría, a mi *alma mater*, la Universidad Autónoma de Nuevo León (UANL) de la cual he sido estudiante por casi nueve años. Al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (CONACyT) por haberme otorgado la beca de manutención por dedicación exclusiva y permitirme así concentrarme en el desarrollo científico que exige la maestría.

Agradezco especialmente al Dr. Vincent André Lionel Boyer, mi director de tesis, por la guía, el apoyo, la paciencia y la fe que ha tenido en mi para el desarrollo de proyectos durante estos años y en esta investigación, así como a la Dra. María Angelica Salazar Aguilar, por el apoyo, soporte y atención que me brindo a mi y toda mi generación desde el inicio de la maestría.

Agradezco al Dr. Mohammed Sbihi, por darme la oportunidad de trabajar a su lado durante dos meses en el laboratoire de Mathématiques Appliquées, Informatique et Automatique pour l'Aérien (MAIAA), ENAC, lo cual me permitió, además de realizar avances en mi investigación, conocer a varios investigadores y una forma de vida desde otro punto de vista cultural.

Finalmente, quiero agradecer a mis amigos y compañeros, tanto dentro del

PISIS, como fuera de él, por los momentos que pasamos, compartiendo laboratorio, reuniones para distraernos un poco del trabajo, desvelos de trabajo, etc.

RESUMEN

Eduardo López Aguilar.

Candidato para el grado de Maestro en Ciencias
en Ingeniería de Sistemas.

Universidad Autónoma de Nuevo León.

Facultad de Ingeniería Mecánica y Eléctrica.

Título del estudio:

FORMULACIONES LINEALES DEL PROBLEMA DE RUTEO DE VEHÍCULOS CON RESTRICCIONES DE SINCRONIZACIÓN

Número de páginas: 66.

OBJETIVOS Y MÉTODO DE ESTUDIO: El objetivo de esta investigación es estudiar y proponer nuevas formulaciones lineales para el problema de ruteo de vehículos con restricciones adicionales de sincronización.

CONTRIBUCIONES Y CONCLUSIONES: Las principales contribuciones de esta investigación son dos, la primera de ellas es la formulación de modelos para el problema de vehículos sincronizado (SVRP). Dichas formulaciones difieren en el hecho de no considerar duplicados de nodos, consideran una menor cantidad de variables del tipo *scheduling* y utilizan una restricción de consistencia de tiempos modificada.

La segunda contribución consiste en un análisis comparativo de los modelos propuestos y de los existentes en la literatura. En la literatura consultada, no se encontró algún trabajo que presente este tipo de análisis para el problema de estudio.

Finalmente, se presentan resultados computacionales sobre un gran conjunto de instancias tomadas de la literatura. La eficiencia de los modelos propuestos ante los existentes en la literatura, queda empíricamente demostrada al ser capaces de resolver hasta un 25 % más de instancias que los modelos propuestos en la literatura para instancias de 50 nodos, y un 37 % para las instancias de 80 nodos.



Firma del asesor: _____

Dr. Vincent André Lionel Boyer

CAPÍTULO 1

INTRODUCCIÓN

En el mundo empresarial/industrial, se tienen un sinnúmero de problemas, como lo son, por ejemplo, la planeación de producción y el transporte de productos. Los costos de producción y de transporte afectan directamente el costo final del producto. Es por ello, que es necesario estudiar estos problemas y proponer nuevas herramientas que permitan la minimización de costos. En el caso del transporte de productos, identificamos un problema de ruteo de vehículos (VRP, por sus siglas en inglés), el cual ha sido ampliamente estudiado en el área de investigación de operaciones.

El VRP consiste en que, dada una flotilla de vehículos, y un conjunto de clientes, se quiere determinar la ruta que seguirá cada uno de los vehículos con el fin de que se visiten todos los clientes. Adicionalmente, estas rutas deben cumplir cierto criterio u objetivo, que usualmente es el minimizar el tiempo de uso de la flota de vehículos.

La estructura matemática del VRP puede representar fácilmente una gran variedad de problemas reales, principalmente los problemas de determinación de rutas, problemas de asignación de tareas, trabajo en equipo, diseño de horarios, etc. Esta flexibilidad para adaptarse a un sinnúmero de problemas, es donde radica la importancia de estudio de los problemas de ruteo de vehículos.

Supongamos que tenemos la red presentada en la Figura 1.1, además de tres vehículos, en ella podemos apreciar un conjunto de clientes, indicados por círculos azules, y un depósito, marcado en un cuadro rojo. El objetivo será determinar que

rutas seguirán nuestros vehículos dentro de la red, de tal manera que se visiten a todos los clientes, además de que, cada una de las rutas inicie y termine en el depósito señalado.

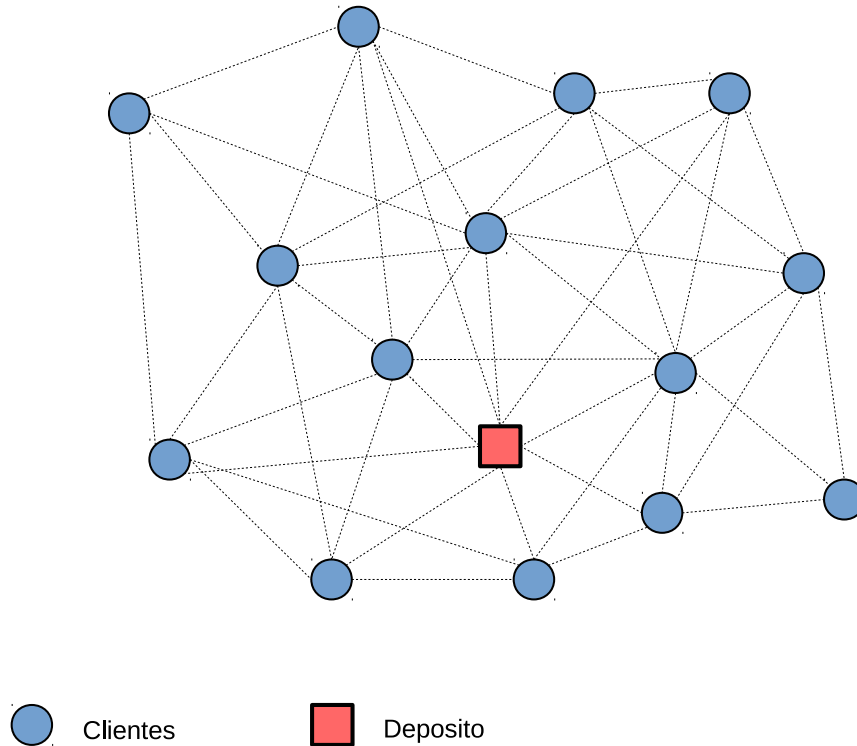


Figura 1.1: Ejemplo de red

Se debe realizar el diseño de las rutas para cada vehículo, de tal modo que se empiece y termine en el depósito y que cada uno de los clientes sea visitado exactamente una vez por alguna de las rutas. Todo esto con el objetivo de tomar las rutas que nos generen el menor tiempo de viaje.

En la Figura 1.2, podemos observar un conjunto de rutas factibles asignadas a los tres vehículos disponibles en la red. Se puede apreciar cada una de las rutas asignadas a cada vehículo por su código de colores. Observemos que, en efecto, cada una de estas rutas sale y regresa del depósito, además de que no hay pérdida de continuidad en cada una de las rutas y se cumple la condición de visitar solo una

vez a cada cliente.

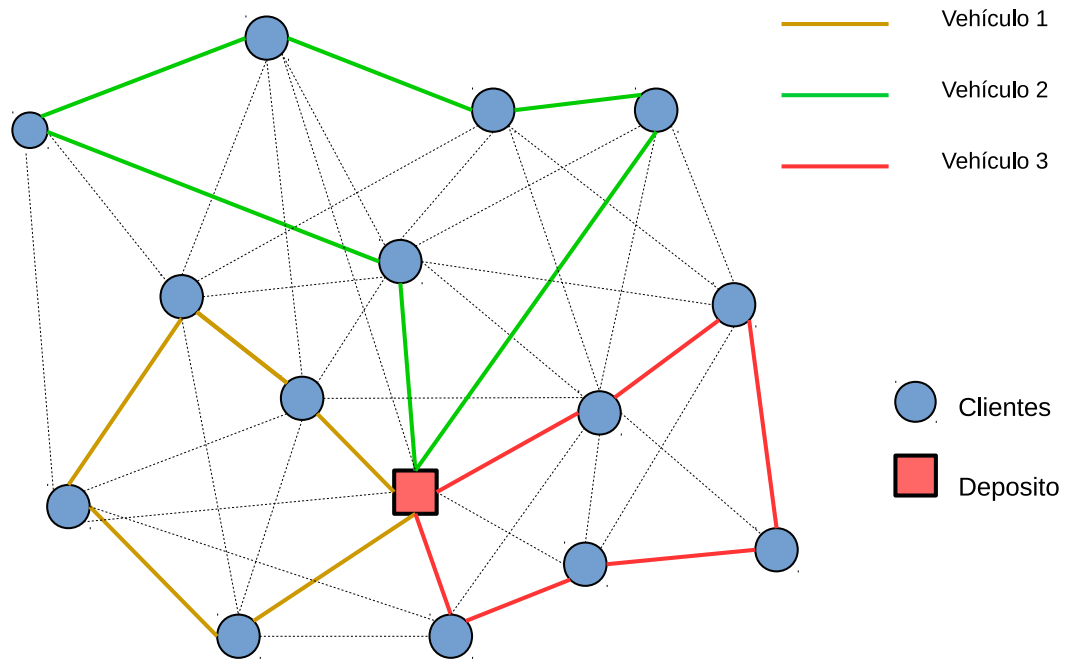


Figura 1.2: Rutas factibles

Adicionalmente al problema clásico de VRP, para esta investigación se agregaran restricciones de ventanas de tiempo y sincronización sobre las tareas. Variables de tipo *scheduling* se agregan a la formulación del VRP con el fin de indicar explícitamente en el modelo, el tiempo en el que cada vehículo debe estar en cada uno de los nodos/clientes correspondientes a su ruta.

La sincronización es una variante relativamente nueva para los problemas de ruteo. En el Capítulo 2, Sección 2, encontraremos una descripción más detallada sobre los tipos de sincronización. En esencia, con la sincronización se pretende realizar el *ajuste* temporal de algún evento (que puede ser algún servicio, entrega, etc.), y este tipo de ajuste varía según las necesidades o el problema que se estudie.

Para este trabajo, se toma en cuenta una sincronización sobre los servicios/tareas que se otorgan a los clientes. El *ajuste* que se tomará aquí, considerando a los entes como vehículos, es que den su servicio de manera simultánea.

Retomemos la red de la Figura 1.1 con una pequeña modificación, observemos ahora la Figura 1.3, los nodos amarillos nos indican la necesidad de utilizar dos vehículos para realizar dicho servicio.

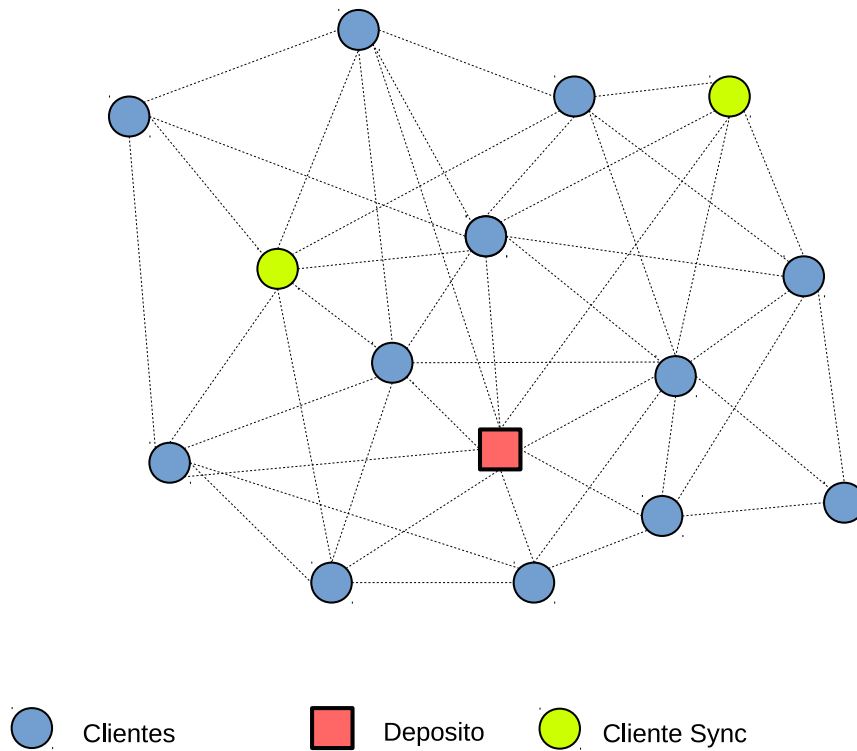


Figura 1.3: Red con clientes a sincronizar

En la Figura 1.4 encontramos un diseño de rutas factibles para este problema. Podemos apreciar que las rutas, tanto del vehículo 1 y 2, así como el 2 y el 3, se cruzan, una situación completamente diferente a las anteriores.

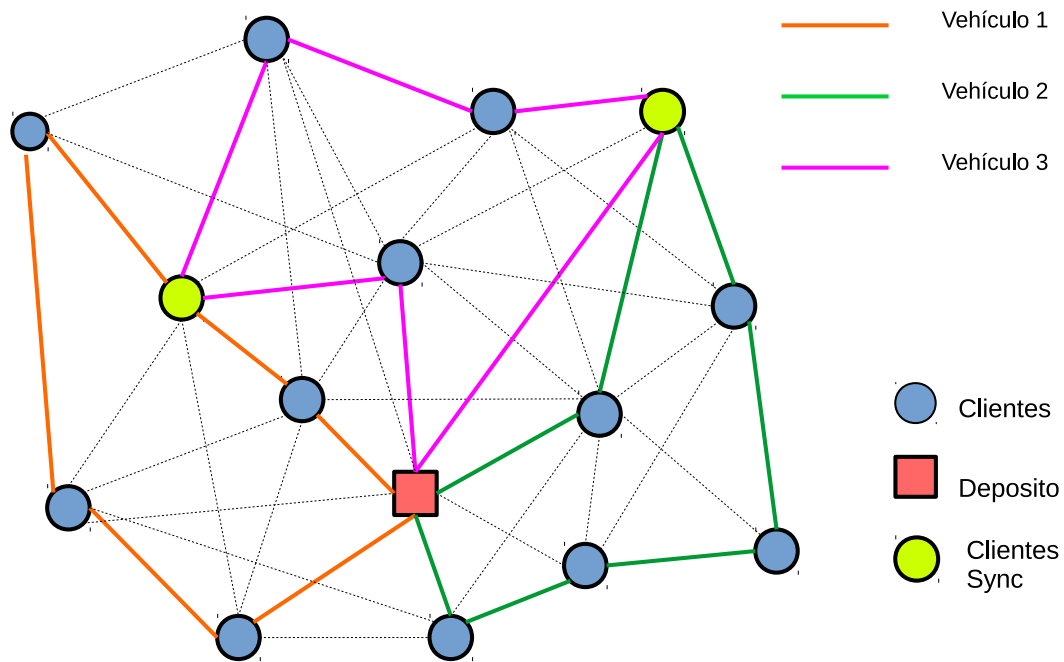


Figura 1.4: Rutas factibles para red con sincronización

Un último punto a mencionar, es que al menos en la Figura 1.4 se aprecia una sincronización *perfecta*, algo que muy rara vez puede ocurrir en la práctica. Es aquí donde se presenta una situación que no ocurre en los VRP clásicos, la cual es la posibilidad de que un vehículo espere a otro para empezar a realizar un servicio.

Algunas aplicaciones del problema de ruteo de vehículos con sincronización pueden ser vistas, por ejemplo, en problemas de carga, donde hay que sincronizar tráileres y cajas, o bien el transporte (laboral o escolar) de personas. Otras áreas donde podemos observar esto, es en las aerolíneas, que tienen que sincronizar sus vuelos de acuerdo a origen–destino, a lo largo de sus días en un horizonte de planeación; también la prestación de servicios médicos a personas de la tercera edad, en algunos países, considera este tipo de conceptos, ya que, por alguna enfermedad, movilidad, o tratamiento, se requiere de varias enfermeras para dar un servicio médico.

En la presente investigación se estudia un problema de ruteo de vehículos con ventanas de tiempo y sincronización, nos referiremos a éste como SVRP (Synchronized Vehicle Routing Problem). A continuación se presentan los supuestos que se consideran para el problema de estudio:

1. Grafo conexo.
2. Si se visita un nodo, se debe dar servicio a éste.
3. Flota homogénea de vehículos.
4. Servicios/entregas completas (no hay *split delivery*).

Aprovechando los supuestos 2 y 4, y las restricciones de *scheduling*, podemos usar variables del tipo *scheduling* con un solo índice (una por nodo).

1.1 OBJETIVO

El principal objetivo de esta investigación, es el proponer y comparar nuevas formulaciones lineales para el SVRP. Adicionalmente, se espera que estos modelos sean más eficientes, en el sentido de que, nos permitan resolver instancias más grandes, en comparación con otras formulaciones propuestas en la literatura.

1.2 MOTIVACIÓN Y JUSTIFICACIÓN

En la literatura, se han propuesto modelos para el SVRP, sin embargo, estos modelos son bastante complejos, y en el peor de los casos, no lineales, por lo que éstos se vuelven ineficientes para resolver el problema. En este trabajo, se proponen formulaciones más eficientes que reúnen las mejores características de los modelos existentes en la literatura.

1.3 HIPÓTESIS

Las formulaciones que pueden ser encontradas actualmente en la literatura hacen uso de un gran número de variables, el cual puede ser reducido. Así mismo, se cree que algunas restricciones pueden ser modificadas y/o reformuladas para fines de optimización del modelo.

Además, la realización de la comparación de los modelos, nos permitirá identificar los puntos débiles de las formulaciones actuales y construir modelos y métodos de solución más eficientes.

1.4 METODOLOGÍA

La metodología a seguir para esta investigación está conformada de la siguiente manera:

- Se realiza una revisión de la literatura, con el fin de determinar los alcances de ésta investigación.
- Se proponen nuevos modelos lineales para el SVRP.
- Se validan los modelos usando un gran conjunto de instancias; cada instancia es resuelta mediante CPLEX.

1.5 ESTRUCTURA DE LA TESIS

A continuación se describe brevemente la estructura de la presente tesis:

En el Capítulo 2, se presenta el estado del arte correspondiente al tema desarrollado en la tesis, finalizando con una tabla con la que se trata de poner en contexto nuestra contribución.

En el Capítulo 3, se muestran y discuten formulaciones encontradas en la literatura del SVRP.

En el Capítulo 4, nos dedicamos a proponer las formulaciones lineales para el SVRP.

En el Capítulo 5, se muestra la implementación de los modelos, el propuesto en el presente trabajo, y el modelo más parecido presente en la literatura.

En el Capítulo 6, se presentan las conclusiones acerca del trabajo realizado, así como posibles extensiones y aplicaciones acerca del trabajo futuro de ésta investigación.

Por último, en los apéndices podremos encontrar una descripción detallada de las instancias y las mejores cotas encontradas para los modelos propuestos.

CAPÍTULO 2

ESTADO DEL ARTE

En este capítulo, se presentan los antecedentes y trabajos encontrados en la literatura, considerados como pertinentes al tema tratado en esta investigación: La primera sección corresponde a los trabajos acerca del VRP en general. En la segunda sección se presenta la definición formal de sincronización, así como su clasificación. En la tercera sección, se presentan los trabajos donde se modelan y aplican las características del SVRP (o similares), así como los métodos de solución aplicados/propuestos. Para finalizar, se presenta una tabla con el fin de contextualizar nuestra investigación en base a los componentes considerados en las nuevas formulaciones.

2.1 PROBLEMA DE RUTEO DE VEHÍCULOS

El problema de ruteo de vehículos (VRP), es uno de los problemas más estudiados en el campo de la optimización, ya que este comparte características similares a otras problemáticas que existen en el mundo real. Este problema nace como una generalización del problema del agente viajero, ampliamente estudiado y propuesto por primera vez por Dantzig *et al.* (1954).

El problema de ruteo de vehículos, propuesto por primera vez por Dantzig y Ramser (1959), consiste en diseñar las mejores rutas, para una flotilla de camiones despachadores de gasolina, entre las estaciones de servicio (gasolineras) y depósitos de gasolina (*bulk station*).

Ante la presencia de nuevas variantes del problema, surge la necesidad de incorporar nuevos elementos a la formulación original, para representar adecuadamente problemáticas reales. Por ejemplo, en Pullen y Webb (1967) se habla por primera vez sobre considerar variables del tipo *scheduling* adicionales a las del problema clásico del VRP, dado un caso de estudio acerca de oficinas de correos en Londres central.

Una extensión natural de éste problema clásico, fue la propuesta por Tillman (1969), donde tratando de dar un enfoque más apegado a situaciones reales, demandas probabilísticas dentro del VRP, esta nueva variante es ahora conocido como problema de ruteo de vehículos estocástico (Stochastic Vehicle Routing Problem, SVRP). Tillman propone como una extensión del trabajo realizado por Clarke y Wright (1964), esto ante la ausencia de trabajos que consideran múltiples depósitos y demandas estocásticas.

Otra variante de este problema necesaria para formular problemas relacionados con productos, y no tanto con servicios, es el problema de ruteo de vehículos capacitados (Capacitated Vehicle Routing Problem, CVRP) descrito en Christofides y Eilon (1969). En esta variante, adicionalmente al clásico VRP, encontramos por primera vez restricciones de capacidad en los vehículos.

En el trabajo de Pullen y Webb (1967), podemos encontrar el primer trabajo de problema de ruteo con ventanas de tiempo (VRPTW, por sus siglas en inglés). En este problema, se agregan restricciones adicionales con intervalos de tiempo en los cuales debe realizarse un servicio. Uno de los métodos de solución que más se han utilizado para la solución de problemas de ruteo de vehículos con ventanas de tiempo es la búsqueda tabú (Glover (1989)).

En Ball *et al.* (1983), ante la problemática de una empresa química, con fluctuaciones semanales en sus demandas, se deseaba determinar el número de arrendamientos (flota de vehículos homogénea). Este problema lleva el nombre de *Fleet Size Problem, FSP*.

Un año después, Golden *et al.* (1984) propone una generalización e hibridación

entre el VRP y el FSP, en la cual, se debe determinar el tamaño de la flotilla de vehículos y la ruta de éstos, además de, relajar el problema y considerar la flota heterogénea con capacidades diferentes. Este problema es conocido como *Fleet Size and Mix Problem*. En este mismo año, se publica el trabajo de Christofides y Beasley (1984), quienes proponen un enfoque periódico del VRP, esto es, aquí se hace una planeación de las rutas en un horizonte de planeación mayor a un día. Cada cliente tiene una demanda asociada, la cual debe ser cubierta en un subconjunto de días que él tiene disponible. Este problema es conocido como problema de ruteo de vehículos periódico (PVRP).

Dror y Trudeau (1989) proponen un problema de ruteo de vehículos con entregas divididas (*Split Delivery Vehicle Routing Problem*, SDVRP). En esta variante, se hace una consideración especial sobre la demanda, ésta puede ser cubierta parcialmente por más de un vehículo, siempre que sea satisfecha en su totalidad. Nótese que en el SDVRP la demanda de algún cliente puede ser mayor a la capacidad máxima de los vehículos. Años después, en Dror *et al.* (1994) extienden el estudio de esta variante y proponen un enfoque de solución del tipo *Branch & Bound*.

Dumas *et al.* (1991) proponen como extensión natural para el VRPTW, el problema de ruteo de vehículos con *pickup and delivery* (Vehicle Routing Problem with Pickup and Delivery, VRPPD). En este problema, se tiene además que, cada cliente tiene una demanda la cual indica la cantidad de producto a recolectar, así como el cliente/deposito al cual se entregara dicha carga.

Kara y Bektas (2003) proponen una generalización del VRP clásico (GVRP), en la cual, el conjunto de clientes disponibles esta dividido en clústeres mutuamente excluyentes. En este problema, la demanda de cada clúster (demanda de los nodos pertenecientes a éste) debe ser cubierta en un solo viaje, pudiendo darse el servicio en cualquiera de los nodos pertenecientes al clúster.

No esta de más mencionar una variante muy reciente del VRP, la cual es llamada problema de ruteo de vehículos con tráileres y transbordos (VRPTT por sus

siglas en inglés), propuesto por Drexl (2007), en el que se presenta una generalización del VRP donde se tienen vehículos autónomos, no autónomos (siendo estos, cajas de tráileres, por ejemplo) y de soporte, que se utilizan como depósitos móviles. El objetivo de este tipo de problema es recolectar artículos de los clientes para ser entregados posteriormente en un depósito/planta/etc.

2.2 SINCRONIZACIÓN: DEFINICIÓN Y CLASIFICACIÓN

Siguiendo la definición de Drexl (2012b), tenemos que:

“El problema de ruteo de vehículos con múltiples restricciones de sincronización se define como un problema de ruteo de vehículos, en el cual más de un vehículo puede o debe ser utilizado para cumplir una tarea”

“A VRPMS is a vehicle routing problem where more than one vehicle may or must be used to fulfil a task”

Además, en Drexl (2012b) proponen la siguiente clasificación concerniente a la sincronización:

- Sincronización de tareas
- Sincronización de operaciones
- Sincronización de movimiento/recorrido
- Sincronización de carga
- Sincronización de recursos

SINCRONIZACIÓN DE TAREAS

“Each task must be performed exactly once by one or more suitable vehicle(s)”

Para este tipo de sincronización, se deberá realizar el servicio exactamente una vez, por uno o más vehículos adecuados. Es evidente que el servicio debe ser realizado de manera simultánea, además de ser este tipo de sincronización la más sencilla que se puede encontrar, y ésta ocurre sobre los nodos.

Esta puede ser encontrada, por ejemplo, en la sincronización de servicios médicos/enfermería a domicilio, donde se tiene que brindar el servicio a algún paciente, puede que este paciente requiera ser movilizado, ya sea a un hospital, o para recibir algún tratamiento por alguna situación inmovilizante (por ejemplo, alguna fractura, y que éste requiera ser cargado).

Otro ejemplo de este tipo de sincronización, lo podemos ver en la asignación de vuelos en las compañías aéreas, ya que al realizar su planeación, deben sincronizar las mismas rutas (origen-destino) a la misma hora, en cada uno de los días que sean asignadas.

SINCRONIZACIÓN DE OPERACIONES

“The offset, that is, the time may elapsed between the start of execution of a specified operation by a suitable vehicle at a certain vertex and the start of execution of another specified operations by another suitable vehicle at another certain vertex, must be lie within a specified finite interval of zero or positive lenght, both vehicles must be compatible, and the vertex may be the same one or different ones”

La ejecución de los servicios de dos o más vehículos compatibles debe realizarse dentro de un intervalo de tiempo predefinido, no necesariamente sobre el mismo

vértice.

Este tipo de sincronización puede ser fácilmente observada en el trabajo realizado por Fügenschuh (2006), donde se quiere realizar la asignación de las rutas para el transporte de estudiantes a escuelas. Aquí se quieren sincronizar los tiempos de entrada a las escuelas con los viajes de los autobuses, con el fin de evitar congestionamientos en horas picos. Dicho esto, se cuenta con muy pequeñas ventanas de tiempo para la sincronización entre los viajes y los tiempos de entrada, ya que no se puede dejar a los estudiantes después de la hora de entrada establecida por las escuelas.

SINCRONIZACIÓN DE MOVIMIENTO/RECORRIDO

“For a vehicle to be able to move along a certain arc, a different but compatible vehicle must move along the same arc at the same time, that is, both vehicles must leave the tail of the arc at the same time, traverse the arc together and reach the tail of the arc at the same time.”

Aquí, la sincronización se da sobre los arcos, los vehículos necesarios (y compatibles) deben iniciar el servicio al mismo tiempo, así como recorrer el arco de manera simultánea, para finalmente llegar al nodo destino al mismo tiempo.

Este tipo de sincronización puede encontrarse en el problema de remoción de nieve (Salazar-Aguilar *et al.* (2012)), donde los vehículos deben recorrer las calles para quitar la nieve de estas y para evitar la formación de montículos, se desea dar servicio a todos los carriles de una calle (hacia la misma dirección) de manera simultánea.

Otra aplicación interesante de este tipo, puede verse en Recker (1995) que trabajó el problema de House Activity Pattern Problem (HAPP). En este problema, se busca determinar la agenda de los integrantes de una familia, considerando actividades dentro y fuera de la casa. Para realizar una tarea determinada a lo largo de

sus actividades, pudiera darse el caso de un uso compartido de un vehículo. Aquí se propone un formulaciones del tipo entero mixto.

SINCRONIZACIÓN DE CARGA

“For each vertex with specified negative, zero or positive demand, the difference between the total amount of load unloaded at the vertex by all active vehicles visiting it and the total amount of load received at the vertex by all passive vehicle visiting it must be equal to the specified demand.”

Este tipo de restricción/problema, se desprende de los ya conocidos problemas de *Split Delivery VRP*. Como se menciona, en el SDVRP, la demanda de un nodo puede ser cubierta por más de un vehículo, y que estos distintos vehículos deben satisfacer la demanda en su totalidad con una entrega simultánea, es aquí donde aparece la sincronización.

También, como ya se mencionó, en el trabajo de Drexl (2007), se requiere sincronizar camiones de carga y de descarga de mercancía, para hacer el traspaso de los bienes. Estos vehículos deben encontrarse en nodos específicos para realizar la operación de carga, descarga, o transferencia de sus mercancía.

SINCRONIZACIÓN DE RECURSOS

“The total consumption of a specified resource by all vehicles must be less than or equal to a specified limit.”

Por último, este tipo de restricciones obliga a los vehículos a competir entre sí por la utilización o consumo de algún recurso, esto es, competir por la utilización de estaciones de ensamble, por el uso/estadía en depósitos, o bien, limitar el tamaño de la ruta o el numero de clientes a visitar por determinado vehículo, o bien, limitar rutas por tiempo.

Hempsch y Irnich (2008) plantean una aplicación de este tipo de sincronización en un problema de correos. Aquí los vehículos realizan la recolección de cartas y paquetes, pero al momento de regresar al depósito, estos deben ser procesados internamente (etiquetados con códigos, ordenados, poner estampillas, etc), lo cual consume tiempo y nos genera una tasa de procesamiento en el (los) depósito (s), por la cual se debe competir.

2.3 PROBLEMA DE RUTEO DE VEHÍCULOS CON SINCRONIZACIÓN

Se puede apreciar en Desaulniers *et al.* (2005), Capítulo 7, un caso de estudio basado en un problema real de la empresa noruega Norsk Hydro, la cual enfrentaba la problemática de transporte de amoníaco en Europa. En ese trabajo, se busca realizar el diseño de rutas óptimas dada una flotilla de barcos de transporte, con un solo producto (amoníaco), entre plantas productoras y consumidoras de éste. Ellos siguen una formulación de ruteo con asignación e inventarios y se busca una sincronización entre los barcos y los puertos.

Otro trabajo que integra características similares se encuentra en Pan *et al.* (2009), con un enfoque de cadena de suministro en transporte terrestre para una empresa productora de vidrio en China. Aquí no se considera un número fijo de vehículos, sino que se desea saber la cantidad óptima de estos, incluyendo la posibilidad de contratar terceros, los autores proponen un modelo no lineal entero mixto y una metodología de solución heurística de ventanas de tiempo móviles. En este caso de estudio, se busca sincronizar el inventario y el transporte del vidrio.

Pop y Popsitar (2011) presentan una transformación del problema de ruteo generalizado en uno de ruteo de vehículos sencillo, y proponen un modelo de programación lineal entera. Este trabajo nos abre las puertas a considerar trabajos de ruteo de vehículos generalizados dentro de las extensiones y métodos de solución que

se han presentado en la literatura para el VRP.

El Hachemi *et al.* (2011) presenta un caso de estudio sobre un problema presente en la industria forestal. Aquí se formula el problema bajo un esquema de VRP con *pick up and delivery*, se presenta un modelo bajo el esquema de *constraint programming* (Jaffar y Maher (1994)) con el objetivo de minimizar los costos de las actividades no productivas (recorrido de vehículos sin carga, tiempos muertos, etc). En este trabajo, se considera la sincronización de recursos, ya que los tráileres compiten por la utilización de la zona de descarga (un molino), además de ser validado con instancias reales proporcionadas por la empresa Forest Engineering Research Institute of Canada.

Fügenschuh (2006) realizaron un trabajo acerca de la recolección de estudiantes para ser llevados a escuelas, bajo el esquema de sincronización de operaciones. Se hace una formulación del tipo VRPTW, solo que a diferencia del problema clásico, aquí no se tienen las ventanas de tiempo fijas en un inicio, sino que se hace un acoplamiento de tiempos para determinar las ventanas de tiempo, con lo que llaman *internal and external coupled constraints*, que son las ventanas de tiempo en caso de realizar transbordos en un viaje, y ventanas de tiempo para entrar a la escuela, respectivamente. Se propone un modelo entero mixto y un enfoque de solución tipo greedy.

Russell *et al.* (2008) aplica la búsqueda Tabú para un problema de distribución y logística de periódicos con ventanas de tiempo y lo formulan como un Open Vehicle Routing Problem (OVRP, Fu *et al.* (2005)), en este tipo de VRP, los vehículos no tienen que regresar al depósito al final de su ruta, y en caso de tener que volver, tendrán que recorrer en sentido inverso la ruta asignada.

En Rusell *et al.* encontramos el caso de estudio de distribución y logística de periódico presente en Tusla World (Oklahoma, USA), en la cual tratan de coordinar y sincronizar la producción y entrega de periódico a puntos de venta. Aquí vemos presente la sincronización en la parte de producción y carga del periódico.

En Ioachim *et al.* (1999) se desarrolla una investigación alrededor de la aviación, donde se puede apreciar claramente la necesidad de la sincronización. En este trabajo, se enfrenta a la problemática de agendar vuelos a lo largo de un horizonte de planeación *grande*. A cada uno de los vuelos se le es asignado un *id*, lo cual nos indica, que si dos vuelos con un mismo identificador son agendados, deben ser asignados a la misma hora (diferente día). A estas restricciones se les conoce como *same departure time constraints*, además se propone un modelo entero mixto no lineal así como una generación de columnas dentro de un *Branch & Bound* como método de solución.

Belanger *et al.* (2006), propone un enfoque *multicommodity* para el mismo tipo de problema trabajado por Ioachim *et al.* (1999), además de agregar/penalizar vuelos con el mismo origen-destino. También se sigue un esquema híbrido, un *Branch & Bound*, dentro de un *Branch & Price* como método de solución.

El Home Health Care Problem (HCC problem) es un problema que se enfrenta a la prestación de servicios médicos. Este problema, presentado en Begur *et al.* (1997) y Cheng y Rich (1998), consiste en que se tienen un conjunto de pacientes, a los cuales hay que ir a visitar para realizar algún tratamiento o entrega de medicamento. Begur *et al.* se enfoca más en la presentación y contextualización del problema, y por otra parte, Cheng y Rich (1998) presenta los primeros modelos lineales enteros mixtos para este problema.

Los trabajos presentados a continuación, acerca del problema del Home Health Care Problem, son realizados bajo el mismo esquema de sincronización de servicios médicos, más específicamente, en sincronización de tareas (según la clasificación presentada).

Eveborn *et al.* (2006) se interesaron en la prestación de servicios médicos a personas de la tercera edad, específicamente el otorgado por el gobierno suizo. Lidiando con servicios de enfermería, limpieza, baño, entre otros, se desarrolló un software de soporte para los planificadores llamado LAPS CARE. Se presenta un modelo entero

de programación basado en un *perfect matching* (Ahuja *et al.* (1988)).

En Bertels y Fahle (2006), podemos encontrar un trabajo sobre la asignación entre el staff de médicos y enfermeras, contra las tareas/servicios por realizar. En este estudio, se considera que el staff tiene habilidades para realizar cierto tipo de tareas, además de agregar otras reglas/restricciones, como lo es la sincronización, compatibilidad de relaciones (*sociales*), entre otras. Todo esto culminando en el desarrollo del software PARPAP.

En Kergosien *et al.* (2009) se propone un modelo entero para el *Home Health Care*, donde se realiza un estudio y se llega a dos modificaciones que mejoran el desempeño del modelo, así como una modificación en la función objetivo.

Un caso de estudio realizado en Dinamarca es mostrado en Rasmussen *et al.* (2012), en este caso de estudio, se trabaja sobre una problemática similar a la presentada en Kergosien *et al.* (2009) , considerando además preferencias, dando un enfoque de clustering. Rasmussen *et al.* (2012) propusieron un enfoque de solución del tipo *Branch & Price* como método de solución, el cual además fue validado con instancias reales obtenidas de dos municipios daneses.

Bredström y Rönnqvist (2008) proponen una extensión del VRPTW con restricciones adicionales de sincronización y además de restricciones temporales de precedencia, aplicado también al HCC. Esto lo logran proponiendo un modelo del tipo MILP donde estas consideraciones adicionales son tratadas por pares (donde ocurre la sincronización). Para este trabajo, los nodos que necesitan visitas de n vehículos a la vez, son reemplazados por n nodos que requieren un solo vehículo, y posteriormente se sincronizan con las variables del tipo *scheduling*. Finalmente, en este mismo trabajo se propone un enfoque híbrido de solución con un procedimiento heurístico y una metodología *Branch & Bound*, y años mas tarde, en Bredstrom y Rönnqvist (2007) se propone una metodología *Branch & Price* para el mismo.

Trabajando el mismo problema, encontramos el trabajo de Dohn *et al.* (2011), donde se proponen dos formulaciones para éste. La primera de ellas, muy similar a la

encontrada en Bredstrom *et al.*, y para la segunda, se propone una formulación con índices adicionales a las variables de ruteo, para el tiempo. Se trabaja con un enfoque de solución del tipo de descomposición Dantzig-Wolfe (Dantzig y Wolfe (1960)), además de realizar un estudio de fortalezas y debilidades entre sus formulaciones

Salazar-Aguilar *et al.* (2012) propone un problema de SVRP enfocado en sincronización sobre los arcos, esto ante la problemática de la remoción de nieve, que en algunas ciudades puede llegar a ser un problema que paraliza ciudades, según la intensidad de las tormentas. Aquí se propone un modelo entero mixto no lineal, pero debido a la complejidad de este, se opta por un método de solución metaheurístico tipo ALNS (Adaptative Large Neighborhood Search, Pisinger y Ropke (2010) y Ropke y Pisinger (2006)).

En Salazar-Aguilar *et al.* (2013) encontramos otro estudio acerca del problema de señalización vial en las calles, por parte de vehículos que se encargan de ir pintando los señalamientos que dividen las calles. Este trabajo se enfoca en ruteo de nodos y arcos a la vez, aquí se introduce la sincronización con la finalidad de minimizar los tiempos de espera en los nodos de abastecimiento de pintura y se establecen distintas políticas de reabastecimiento, directamente en el depósito principal, o bien, en estos nodos de reabastecimiento.

Bolduc *et al.* (2006) presenta un problema de producción y distribución de alimentos de temporada donde se busca optimizar las asignaciones con productos sincronizados y la generación de las rutas, esto minimizando el inventario y costos de transporte. Se propone un modelo lineal entero mixto para éste y se propone un enfoque de solución por medio de diversas heurísticas, como Earliest Due Date (Goldberg (1977)) , por mencionar alguna de estas.

El problema de asignación de mano de obra (Manpower Allocation Problem, MAP) estudiado en Lim *et al.* (2004), consiste en que, dado un conjunto de trabajadores con diferentes habilidades y un conjunto de locaciones de trabajo, las cuales pueden requerir de un equipo de trabajadores para realizar el trabajo. El objetivo

en este tipo de problemas es minimizar el tiempo de traslado de los trabajadores entre las locaciones, o tiempos entre tareas, o bien, maximizar el beneficio. Este estudio realizado por *Lim et al.* es formulado bajo un esquema de VRP, donde los trabajadores juegan el papel de los vehículos, y las locaciones son los nodos, dando como resultado un modelo lineal entero mixto. Adicionalmente, proponen una metaheurística de recocido simulado como método de solución.

Con un objetivo un poco diferente, pero siguiendo este esquema del MAP, encontramos en Dohn *et al.* (2009) el problema de MAP con ventanas de tiempo y restricciones de trabajo en equipo (llamado *m-MAPTWTC*). Aquí, se tiene un conjunto de equipos (con distintas habilidades) y otro de tareas con el objetivo de maximizar el número de tareas asignadas; estos equipos deben sincronizarse para cumplir con la tarea solicitada. Se propone un modelo lineal de programación entera mixta con estructura de problema de ruteo y se da un enfoque de solución de descomposición *Dantzig-Wolfe*.

En Lenstra y Kan (1981) se muestra como el problema clásico de VRP tiene la complejidad NP-Duro, por lo que, las variantes con restricciones adicionales de sincronización, como el SVRP, tienen también una complejidad NP-Duro.

2.4 RESUMEN

En la Tabla 2.1, encontraremos sintetizada la información más relevante de los trabajos relacionados con el tema de estudio. En la columna de autor, encontraremos el nombre de los autores y año de publicación; la columna modelo nos señala si se propone un modelo en el trabajo, de ser así, se menciona el tipo de modelo; la columna método de solución nos indica que fue lo que se estudió ; las siguientes tres columnas corresponden a las principales características consideradas en el problema, ventanas de tiempo, tipo de flota de vehículos y tipo de sincronización, respectivamente; y por último, se menciona si el trabajo tuvo alguna aplicación o bien fue solamente teórico.

Autor	Modelo	Método de solución	V.T.	Flota	Sincronización	Aplicación
Recker (1995)	MILP	No	Si	Heterogénea	Arcos	
Cheng y Rich (1998)	MILP	Heurístico	Si	Homogénea	Nodos	Home health care
Ioachim <i>et al.</i> (1999)	MINLP	Branch & Bound	Si	Heterogénea	Horarios	Salida de vuelos
Desaulniers <i>et al.</i> (2005)	MINLP	Generación Columnas	Si	Heterogénea	Nodos	Servicios portuarios
Belanger <i>et al.</i> (2006)	MINLP	Branch & Price	Si	Heterogénea	Horarios	Salida de vuelos
Bertels y Fahle (2006)	No	Heurístico	Si	Heterogénea	Clientes	Home health care
Belanger <i>et al.</i> (2006)	MILP	Heurístico	No	Heterogénea	Nodos	Distribución
Bredstrom y Rönnqvist (2007)	MILP	Branch & Price	Si	Heterogénea	Nodos	
Fügenschuh (2006)	MILP	Greedy	Si	Homogénea	Nodos	Transporte escolar
Russell <i>et al.</i> (2008)	No	Búsqueda Tabú	Si	Homogénea	Nodos	Logística(periodico)
Bredström y Rönnqvist (2008)	MILP	Dantzig Wolfe D.	Si	Homogénea	Nodos	
Dohn <i>et al.</i> (2009)	MILP	Generación Columnas	Si	Heterogénea	Nodos	Mano de Obra
Pan <i>et al.</i> (2009)	MINLP	Heurístico	No	Homogénea	Nodos	Servicios portuarios
Kergosien <i>et al.</i> (2009)	MILP	No	No	Homogénea	Nodos	Home health care
Kim <i>et al.</i> (2010)	No	PSO	Si	Homogénea	Nodos	Mano de Obra
Rasmussen <i>et al.</i> (2012)	MILP	Branch & Price	Si	Homogénea	Clientes	Home health care
El Hachemi <i>et al.</i> (2011)	CP	OPL	Si	Homogenea	Recursos	Industria Forestal
Salazar-Aguilar <i>et al.</i> (2012)	MINLP	ALNS	No	Homogénea	Arcos	Remoción de nieve
Banos <i>et al.</i> (2013)	MILP	Recocido Simulado	Si	Homogénea	No	
Salazar-Aguilar <i>et al.</i> (2013)	No	ALNS	No	Homogénea	Arcos/nodos	Señalización vial

Tabla 2.1: Estado del arte del problema de ruteo de vehículos con sincronización

Finalmente, podemos encontrar algunos trabajos que presentan una revisión exhaustiva de la literatura relacionada con diferentes variantes de VRPs. En Pop *et al.* (2012) podemos encontrar modelos propuestos por los autores sobre el GVRP así como extensiones potenciales de éste. En Laporte y Osman (1995) encontramos una recopilación de problemas de ruteo clasificados según sus características. Así mismo, encontramos un amplia recopilación y aplicaciones en Drexl (2012b), Drexl (2013) y Drexl (2012a).

También como artículos básicos de recopilación para esta investigación podemos mencionar a Archetti y Speranza (2008) donde hallamos trabajos acerca de problemas de ruteo con entregas divididas. Min *et al.* (1998) nos presenta una revisión acerca de problemas combinados de ruteo y localización.

Por último, podemos encontrar trabajos recopilatorios sobre una aplicación específica, como lo es en Park y Kim (2010), donde encontramos bibliografía de problema de ruteo de camiones escolares (conocido como SBRP), área donde se ha estado aplicando el SVRP. Así mismo, encontramos en Sherali *et al.* (2006) un repaso sobre problemas de asignación de flotillas en aerolíneas, que va desde conceptos básicos, hasta algoritmos y modelos dentro de esta área.

Observamos que, los modelos que más se asemejan al propuesto en esta tesis, corresponden a los presentados en Bredström y Rönnqvist (2008), Dohn *et al.* (2011) y Dohn *et al.* (2009). Hasta donde tengo conocimiento, éstas son las únicas formulaciones lineales que se han propuesto en la literatura del SVRP (o que pueden ser consideradas dentro de un esquema SVRP). Tampoco se encontró una comparación de la eficiencia de los modelos para el SVRP en la literatura, por lo cual se incluye en este trabajo, considerando los modelos existentes y los propuestos en esta tesis.

Dadas las características del problema de estudio se puede decir que se trata de un VRP con restricciones de ventanas de tiempo y sincronización, donde siguiendo la clasificación presentada en este Capítulo, cae en la categoría de sincronización de tareas, ya que se trabaja bajo un esquema de servicios/tareas simultáneas.

CAPÍTULO 3

FORMULACIONES LINEALES DEL SVRP

En este Capítulo, se presenta la formulación general del VRP, así como las formulaciones para el SVRP reportadas en la literatura.

3.1 PROBLEMA DE RUTEO DE VEHÍCULOS

Para la formulación del VRP clásico, consideremos el grafo dirigido $G = (N, A)$, donde se tiene $N = \{1, 2, \dots, n\} \cup \{o, d\}$ como el conjunto de vértices y $A = \{(i, j) | i \in N \setminus \{d\}, j \in N \setminus \{o\}, i \neq j\}$ como el conjunto de arcos. Los vértices $\{1, 2, \dots, n\}$ representan a los clientes que requieren un determinado servicio, y los vértices $\{o, d\}$ representan el depósito inicial y el depósito final (estos podrían tratarse de duplicados del mismo depósito o de diferentes depósitos). A cada vértice $i \in N$ asociamos un tiempo de servicio t_i^s ($t_o^s = t_d^s = 0$), una demanda de d_i vehículos que deberán empezar a realizar su servicio (simultáneamente si $d_i > 1$) dentro de una ventana de tiempo $[a_i, b_i]$. Además, cada arco tiene un tiempo de recorrido t_{ij} . Adicionalmente, definimos como V al conjunto de vehículos disponibles.

Para el problema clásico, definimos las siguientes variables de decisión:

$$x_{ij}^v = \begin{cases} 1 & \text{Si el arco } (i, j) \in A \text{ es utilizado por el vehículo } v \in V, \\ 0 & \text{de otra manera.} \end{cases}$$

De manera que, podemos definir el VRP clásico de la siguiente manera:

$$\text{Mín } \sum_{(i,j) \in A} \sum_{v \in V} t_{ij} x_{ij}^v, \quad (3.1)$$

$$\text{s.t. } \sum_{j \in N \setminus \{0\}} x_{oj}^v = 1, \quad \forall v \in V, \quad (3.2)$$

$$\sum_{j \in N \setminus \{n+1\}} x_{jd}^v = 1, \quad \forall v \in V, \quad (3.3)$$

$$\sum_{i \in N \setminus \{d\}} x_{ij}^v - \sum_{k \in N \setminus \{o\}} x_{jk}^v = 0, \quad \forall v \in V, \forall j \in N \setminus \{o, d\}, \quad (3.4)$$

$$x_{ij}^v \in \{0, 1\}, \quad \forall (i, j) \in A, \forall v \in V. \quad (3.5)$$

Donde, el objetivo 3.1 es minimizar el tiempo total de viaje de todos los vehículos. En los conjuntos de restricciones (3.2) – (3.3) garantizamos que todos los vehículos saldrán y regresarán al depósito, respectivamente. El conjunto de restricciones (3.4) garantizan la continuidad de las rutas asignadas y finalmente, las restricciones (3.5) nos indica la naturaleza de las variables. Aquí, la formulación de restricciones de demanda para cada nodo, dependerán de que variables de *scheduling* se elijan.

3.2 PROBLEMA DE RUTEO DE VEHÍCULOS CON SINCRONIZACIÓN, VERSION 1

Para la formulación de las restricciones de demanda, corresponde a la utilización de las variables de *scheduling* del tipo t_i^v , con la cual se representa el tiempo de inicio del servicio en el nodo $i \in N$ por el vehículo $v \in V$. Este tipo de variables de *scheduling* son utilizadas en trabajos publicados por Ioachim *et al.* (1999), Belanger *et al.* (2006), Bredstrom y Rönnqvist (2007), Bredström y Rönnqvist (2008).

Nota: Cabe mencionar que, debido al manejo de sincronización por pares, habrá duplicados de los nodos que requieran de ésta y su demanda será igual a 1.

Adicionalmente, definamos $S \subset N \times N$ como el conjunto de visitas sincronizadas por pares. Debido a este manejo de las restricciones de sincronización por pares, los autores recurren a la duplicación de nodos, esto es, ver Figura 3.1:

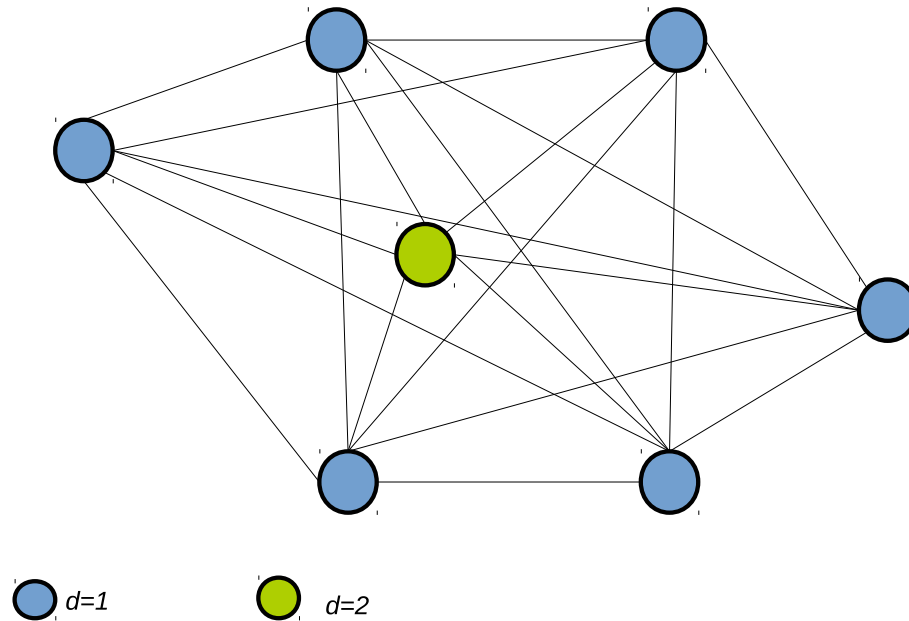


Figura 3.1: Red con nodo a duplicar.

En la red que se muestra en la Figura 3.1, podemos observar los nodos con demanda $d = 1$ en azul, y el nodo con demanda $d = 2$ en color verde. Para la duplicación, los autores *dividen* el nodo con demanda mayor que 1 de tal manera, que obtienen dos nodos con demanda $d = 1$, estos conservando los mismos arcos y propiedades y sin tener un arco en común. como se muestra en la Figura 3.2.

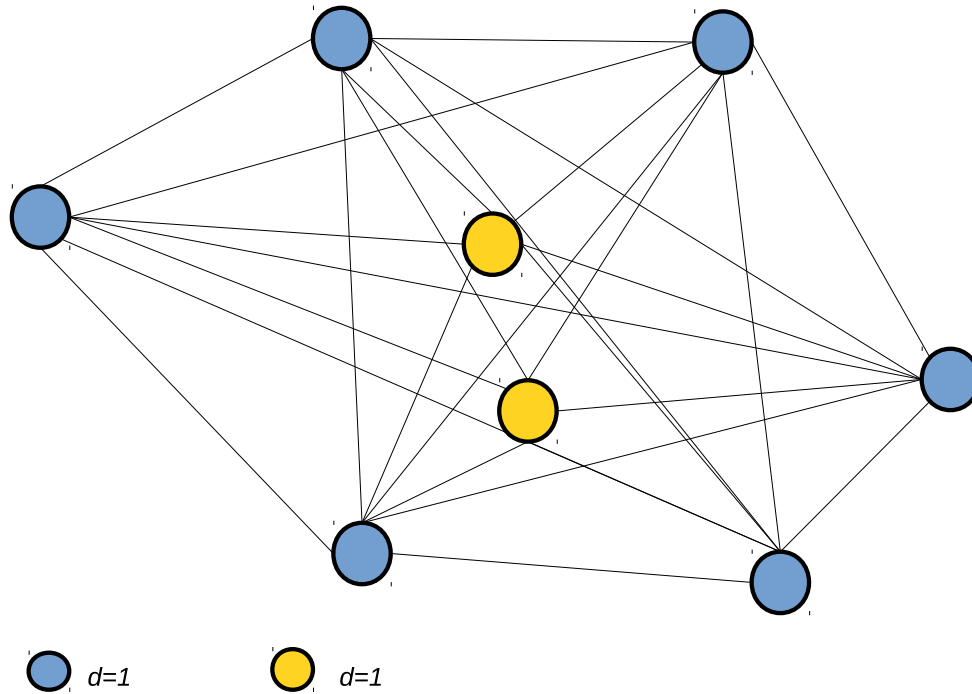


Figura 3.2: Red con nodo duplicado.

Ahora se puede apreciar que, los nodos en color amarillo, conservan las mismas propiedades y no están conectados entre si (de forma directa), de manera que se trabaja con una red exclusivamente con nodos de demanda $d = 1$.

Retomando la formulación, la demanda y las variables del tipo *scheduling* son definidas de la siguiente manera:

$$\sum_{v \in V} \sum_{i \in N} x_{ij}^v = 1, \quad \forall j \in N \setminus \{o, d\}, \quad (3.6)$$

$$t_i^v + (t_i^s + t_{ij})x_{ij}^v \leq t_j^v + b_i(1 - x_{ij}^v), \quad \forall (i, j) \in A, \forall v \in V, \quad (3.7)$$

$$a_i \sum_{(i,j) \in A} x_{ij}^v \leq t_i^v \leq b_i \sum_{(i,j) \in A} x_{ij}^v, \quad \forall i \in N \setminus \{o, d\}, \forall v \in V, \quad (3.8)$$

$$\sum_{v \in V} t_i^v = \sum_{v \in V} t_j^v, \quad \forall (i, j) \in S, \quad (3.9)$$

$$t_i^v \geq 0, \quad \forall i \in N, \forall v \in V. \quad (3.10)$$

El conjunto de restricciones (3.6) nos garantiza que cada nodo será visitado. El conjunto de restricciones (3.7) nos garantiza la consistencia en los tiempos de servicio, esto es, si el nodo j es visitado después del nodo i , por el vehículo v , entonces $t_i^v + t_i^s + t_{ij} \leq t_j^v$. Las restricciones (3.8) nos garantizan que los servicios se realizarán dentro de la ventana de tiempo especificada, fijando este valor en 0 en caso de no visitar el nodo i con el vehículo v . Por último, las restricciones (3.9) nos garantizan la sincronización de las visitas. Dicho todo esto, nos referiremos al modelo formado por (3.2)–(3.10) como *SVRP1*.

Una de las desventajas principales de este tipo de formulación, es que, la demanda se *descompone* haciendo duplicaciones de nodos, para después sincronizar estas visitas. Este enfoque incurre en un aumento de la cantidad de restricciones de modo que, hace aún mas complejo este problema.

3.3 PROBLEMA DE RUTEO DE VEHÍCULOS CON SINCRONIZACIÓN, VERSIÓN 2

Por otra parte, trabajos como Li *et al.* (2010) y Dohn *et al.* (2009) proponen el uso de variables de tipo *scheduling* del tipo t_i (una por cada nodo) para indicar el inicio del servicio en el nodo i . Bajo este esquema, no es necesario realizar una duplicación en los nodos. Ellos proponen la siguiente formulación para la demanda y las restricciones de *scheduling*:

$$\sum_{v \in V} \sum_{i \in N} x_{ij}^v = d_j, \quad \forall j \in N \setminus \{o, d\}, \quad (3.11)$$

$$t_i + t_i^s + t_{ij} \leq t_j + M(1 - x_{ij}^v), \quad \forall (i, j) \in A, \forall v \in V, \quad (3.12)$$

$$a_i \leq t_i \leq b_i, \quad \forall i \in N \setminus \{o, d\}, \quad (3.13)$$

$$t_i \geq 0, \quad \forall i \in N, \forall v \in V. \quad (3.14)$$

Las restricciones (3.11) aseguran la satisfacción de la demanda requerida en cada uno de los nodos. Las restricciones (3.12) nos garantizan la consistencia en los tiempos de servicio, donde definimos a M como *un numero muy grande*. El conjunto de restricciones (3.13) son definidas para las ventanas de tiempo. De modo que, definimos como *SVRP2* al modelo conformado por las expresiones (3.1)–(3.5) y (3.11)–(3.14).

Como podemos observar, este modelo utiliza una menor cantidad de variables y restricciones. Sin embargo, la eficiencia de este modelo está ligada a un valor adecuado de M . Notemos que, una sobre-estimación del valor de M generalmente implica una relajación lineal débil, o bien, un mayor esfuerzo como preprocesamiento al llevar a cabo un estudio previo de los datos para determinar un valor adecuado de ésta.

Otro tipo de formulación es propuesta en Crainic *et al.* (2009), aquí, se realiza

una discretización del horizonte de planeación. Sin embargo, este tipo de formulación requiere duplicación de nodos por cada periodo, así como la determinación adecuada de la longitud de los periodos a considerar. Todo esto nos lleva a una formulación poco práctica y más compleja del modelo, es por eso que no se considera este enfoque en la comparación presente.

CAPÍTULO 4

NUEVAS FORMULACIONES PARA EL PROBLEMA DE RUTEO DE VEHÍCULOS CON SINCRONIZACIÓN

En este Capítulo, nos enfocaremos en las nuevas formulaciones propuestas para el SVRP, en las cuales, tomamos las mejores características de los modelos ya propuestos, con el fin de hacer formulaciones más robustas para este problema.

4.1 PROBLEMA DE RUTEO DE VEHÍCULOS CON SINCRONIZACIÓN, VERSIÓN 3 Y 4

A continuación se presentan dos formulaciones más robustas para este problema. La principal idea de las siguientes formulaciones es tomar las variables de tipo *scheduling* del *SVRP2* y las restricciones de consistencia de tiempos consideradas en el modelo *SVRP1*, ya que, no requerimos duplicación de nodos, definir un valor M . De modo que, modificando la restricción (3.12) en el *SVRP2*, tenemos:

$$t_i + (t_i^s + t_{ij})x_{ij}^v \leq t_j + b_i(1 - x_{ij}^v), \quad \forall (i, j) \in A, \forall v \in V. \quad (4.1)$$

Este grupo de restricciones (4.1) nos garantiza que cuando el vehículo v visita el nodo i después del nodo j , $t_i + t_i^s + t_{ij} \leq t_j$, de no ser así, tendremos $t_i \leq t_j + b_i - a_j$ lo cual se cumple dado que $t_j \geq a_j$. En este nuevo modelo resultante, observamos que contiene una menor cantidad de restricciones y variables que el *SVRP1* dado que no hay duplicados y no hay necesidad de elegir un valor M como en *SVRP2* porque se utiliza el valor máximo de tiempo de inicio de servicio b_i para ese nodo i . Nos referiremos a este nuevo modelo como *SVRP3*.

Ahora, tomando como base el *SVRP3*, definamos el siguiente conjunto de variables de decisión:

$$z_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{Si el arco } (i, j) \in A, \text{ es usado por algún vehículo.} \\ 0 & \text{de otra manera.} \end{cases}$$

De manera que, reemplazamos las restricciones (4.1) por:

$$x_{ij}^v \leq z_{ij}, \quad \forall (i, j) \in A, v \in V, \quad (4.2)$$

$$t_i + z_{ij}(t_i^s + t_{ij}) \leq t_j + b_i(1 - z_{ij}), \quad \forall (i, j) \in A. \quad (4.3)$$

Este modelo sera llamado *SVRP4*. Nótese que, esta formulación nos genera más variables y restricciones que los otros modelos, sin embargo, como podrá observarse en la experimentación, agregar estas variables ayuda a CPLEX a solucionar el problema en un menor tiempo computacional. Este cambio *elimina* restricciones de consistencia (4.1) agregando las restricciones de activación (4.2) y (4.3) que son más sencillas.

4.2 PROBLEMA DE RUTEO DE VEHÍCULOS CON SINCRONIZACIÓN, VERSIÓN 5 Y 6

Ahora bien, podemos derivar otras 2 formulaciones adicionales a las ya mencionadas, esto reemplazando el valor de b_i en *SVRP3* y *SVRP4* por el término $(b_i - a_j)$, esto esperando que reduciendo este *GAP* entre tiempos de servicio, las relajaciones lineales sean de mejor calidad.

De modo que reemplazando (4.1) en *SVRP3* tenemos:

$$t_i + (t_i^s + t_{ij})x_{ij}^v \leq t_j + (b_i - a_j)(1 - x_{ij}^v), \quad \forall (i, j) \in A, \forall v \in V. \quad (4.4)$$

y a este nuevo modelo lo llamaremos *SVRP5*.

De la misma manera, sustituyendo en *SVRP4* las restricciones (4.3) tenemos:

$$t_i + (t_i^s + t_{ij})z_{ij}^v \leq t_j + (b_i - a_j)(1 - z_{ij}^v), \quad \forall (i, j) \in A, \forall v \in V. \quad (4.5)$$

Al cual llamaremos *SVRP6*.

4.3 OBSERVACIONES FINALES

Para todas las formulaciones presentadas, asumimos que los vehículos están disponibles a lo largo de todo el horizonte de planeación. De no ser esto cierto, salvo el *SVRP1*, deberán ser ligeramente modificados, esto duplicando los depósitos de inicio y de regreso para cada vehículo en V .

Bajo nuestras formulaciones con variables de *scheduling* con un solo índice (una variable por nodo), las formulaciones permiten adecuarse fácilmente a otras funciones objetivo. Por ejemplo, la minimización del makespan, el cual es ampliamente utilizado en diversos trabajos de VRPs. Esto lo podemos lograr simplemente minimizando la variable de *scheduling* del depósito final, de manera que tendríamos t_d conservando todas las restricciones intactas.

A continuación, En la Tabla 4.1 se presenta un análisis de la cantidad de variables y restricciones correspondientes a cada modelo:

MIP	Variables Binarias	Variables Continuas	Restricciones de ruteo	Restricciones de Scheduling
<i>SVRP1</i>	$ N^* (N^* - 1) V $	$ N^* V $	$ N^* (V + 1) - 2$	$ N^* (N^* - 1) V + (N^* - 2) V + S $
<i>SVRP2</i>	$ N (N - 1) V $	$ N $	$ N (V + 1) - 2$	$ N (N - 1) V + (N - 2) V $
<i>SVRP3</i>	$ N (N - 1) V $	$ N $	$ N (V + 1) - 2$	$ N (N - 1) V + (N - 2) V $
<i>SVRP4</i>	$ N (N - 1)(V + 1)$	$ N $	$ N (V + 1) - 2$	$ N (N - 1)(V + 1) + (N - 2) V $
<i>SVRP5</i>	$ N (N - 1) V $	$ N $	$ N (V + 1) - 2$	$ N (N - 1) V + (N - 2) V $
<i>SVRP6</i>	$ N (N - 1)(V + 1)$	$ N $	$ N (V + 1) - 2$	$ N (N - 1)(V + 1) + (N - 2) V $
Con:	$ N^* = N + \sum_{i=1}^n (n_i - 1)$ $ S = \sum_{i=1}^n n_i (n_i - 1)$			

Tabla 4.1: Variables y restricciones por modelo

CAPÍTULO 5

EXPERIMENTACIÓN COMPUTACIONAL

En este Capítulo, se presenta la experimentación computacional llevada a cabo para la validación y comparación de los modelos previamente descritos en los dos capítulos anteriores.

Estos modelos fueron probados con las instancias propuestas por Bredström y Rönnqvist (2008), compuestas por 5 grupos de instancias chicas, y otros 5 grupos de instancias de tamaño más realista (mediano y grande). Para nuestras pruebas y modelos propuestos, trabajamos con el supuesto de que los vehículos están disponibles a lo largo de todo el horizonte de planeación.

Adicionalmente, en cada grupo de instancias (chicas, medianas o grandes), encontraremos una subdivisión, ya que cada grupo de instancias contiene la misma matriz de tiempos y preferencias (no utilizadas en nuestros modelos), pero su ventana de tiempo varía de la siguiente manera:

- Chica (S, Small).
- Mediana (M, Medium).
- Grande (L, Large).
- Sin ventana de tiempo (A).

Instancia	$ N $	$ V $	$ S $
1	20	4	2
2	20	4	2
3	20	4	2
4	20	4	2
5	20	4	2
6	50	10	5
7	50	10	5
8	50	10	5
9	80	16	8
10	80	16	8

Tabla 5.1: Instancias de Bredstrom y Rönnqvist (2007)

En la Tabla 5.1 se da más información acerca de las instancias, la columna $|N|$ indica el número de nodos, $|V|$ el número de vehículos, y finalmente, $|S|$ nos indica el número de pares de nodos que requieren servicios sincronizados. En nuestro caso, estas instancias tendrán $|N| - |S|$ nodos a ser servidos, ya que no consideraremos la duplicación de éstos.

Se llevó a cabo la implementación necesaria en el lenguaje de programación C++ vinculado con las librerías del optimizador comercial *CPLEX 12.6* en una workstation HP Z420 con un procesador Intel Xeon E5-1620v2 3.7 10M 1866 4C, en el cual se limitó el número de procesadores de ésta, a uno solo, y se estableció un tiempo de ejecución límite de dos horas.

5.1 COMPARACIÓN DE MODELOS

Las Tablas 5.2, 5.3 y 5.4 nos muestran el GAP que reporta CPLEX (G%)y el tiempo total de procesamiento (TP(s)). Cuando en la tabla no aparece el GAP, esto quiere decir que CPLEX no fue capaz de encontrar una solución factible dentro de las dos horas límite de solución que le fueron asignados.

Instance	SVRP1		SVRP2		SVRP3		SVRP4	
	G (%)	TP (s)	G (%)	TP (s)	G (%)	TP (s)	G (%)	TP (s)
1 (S)	0.00	0.79	0.00	0.58	0.00	0.35	0.00	0.11
1 (M)	0.00	8.45	0.00	0.49	0.00	1.82	0.00	0.54
1 (L)	0.00	66.45	0.00	0.82	0.00	2.43	0.00	0.55
1 (A)	14.34	>7200	0.00	5997.39	2.27	>7200	0.00	110.13
2 (S)	0.00	0.10	0.00	0.03	0.00	0.03	0.00	0.03
2 (M)	0.00	2.07	0.00	0.63	0.00	0.96	0.00	0.56
2 (L)	0.00	116.36	0.00	7.47	0.00	1.34	0.00	0.64
2 (A)	0.00	2929.17	0.00	24.43	0.00	24.49	0.00	6.63
3 (S)	0.00	1.59	0.00	0.75	0.00	0.33	0.00	0.20
3 (M)	0.00	3.89	0.00	2.24	0.00	1.46	0.00	1.70
3 (L)	0.00	3.43	0.00	5.32	0.00	6.96	0.00	2.95
3 (A)	0.00	1817.75	0.00	442.17	0.00	124.46	0.00	22.50
4 (S)	0.00	22.80	0.00	2.13	0.00	3.43	0.00	1.39
4 (M)	0.00	59.41	0.00	19.39	0.00	13.16	0.00	3.84
4 (L)	15.28	>7200	0.00	1000.64	0.00	1033.85	0.00	53.64
4 (A)	14.89	>7200	12.60	>7200	12.49	>7200	0.00	1984.42
5 (S)	0.00	1.13	0.00	0.35	0.00	0.21	0.00	0.21
5 (M)	0.00	0.73	0.00	0.50	0.00	0.38	0.00	0.20
5 (L)	0.00	1.67	0.00	0.77	0.00	0.73	0.00	0.23
5 (A)	7.91	>7200	0.00	927.71	0.00	533.74	0.00	238.39

Tabla 5.2: CPLEX Gaps y tiempos de procesamiento para instancias de 20 nodos

Instance	SVRP1		SVRP2		SVRP3		SVRP4	
	G (%)	TP (s)	G (%)	TP (s)	G (%)	TP (s)	G (%)	TP (s)
1 (S)	7.85	>7200	5.67	>7200	4.58	>7200	0.00	28.85
1 (M)		>7200	11.92	>7200	14.10	>7200	0.00	521.88
1 (L)		>7200	15.90	>7200		>7200	2.68	>7200
1 (A)		>7200	18.73	>7200	18.05	>7200		>7200
2 (S)	9.75	>7200	1.51	>7200	8.07	>7200	0.00	226.72
2 (M)		>7200		>7200	20.29	>7200	2.95	>7200
2 (L)		>7200		>7200		>7200	7.16	>7200
2 (A)		>7200		>7200		>7200		>7200
3 (S)	4.54	>7200	11.37	>7200	16.01	>7200	0.00	2434.41
3 (M)		>7200	17.87	>7200		>7200	6.43	>7200
3 (L)		>7200		>7200		>7200	8.73	>7200
3 (A)		>7200		>7200		>7200	17.62	>7200

Tabla 5.3: CPLEX Gaps y tiempos de procesamiento para instancias de 50 nodos

Instance	SVRP1		SVRP2		SVRP3		SVRP4	
	G (%)	TP (s)	G (%)	TP (s)	G (%)	TP (s)	G (%)	TP (s)
1 (S)	>7200	>7200	>7200	>7200	>7200	>7200	11.39	>7200
1 (M)	>7200	>7200	>7200	>7200	>7200	>7200		>7200
1 (L)	>7200	>7200	>7200	>7200	>7200	>7200		>7200
1 (A)	>7200	>7200	>7200	>7200	>7200	>7200		>7200
2 (S)	>7200	>7200	>7200	>7200	>7200	>7200	0.08	>7200
2 (M)	>7200	>7200	>7200	>7200	>7200	>7200	0.14	>7200
2 (L)	>7200	>7200	>7200	>7200	>7200	>7200		>7200
2 (A)	>7200	>7200	>7200	>7200	>7200	>7200		>7200

Tabla 5.4: CPLEX Gaps y tiempos de procesamiento para instancias de 50 nodos

Si observamos la Tabla 5.2, podemos notar que, la formulación $SVRP_4$ (con variables auxiliares z), es la única capaz de encontrar la solución óptima en todas las instancias en el tiempo límite establecido.

Para estas instancias de tamaño 20, se llega al mismo valor de función objetivo en todos los modelos (ver apéndice), podemos ver que en los demás modelos cuesta más trabajo probar la optimalidad de la solución encontrada (Ver el caso 4(A)).

En la Tabla 5.5 podemos observar de forma más clara el porcentaje de instancias que cada modelo es capaz de resolver, o al menos, encontrar una solución factible dentro del tiempo límite de 2 horas.

	SVRP1(%)	SVRP2(%)	SVRP3(%)	SVRP4(%)
20	100.0	100.0	100.0	100.0
50	25.0	58.3	50.0	83.3
80	0.0	0.0	0.0	37.5

Tabla 5.5: Porcentaje de instancias con solución reportada.

Observamos que, el modelo $SVRP_4$ tiene mayor eficiencia en cuanto a la cantidad de instancias que resuelve, esto lo podemos ver en los casos de 50 y 80 nodos. Además, aún cuando su porcentaje es muy bajo para instancias de tamaño 80 (cerca de 72 nodos).

Podemos observar también que, el comportamiento de los modelos $SVRP_1$, $SVRP_2$ y $SVRP_3$ es bastante similar, aún con el hecho de que el $SVRP_3$ contiene una menor cantidad de variables y restricciones (según los modelos a comparar en pares), lo cual nos indica, que una formulación con menor cantidad de restricciones y/o variables, no es sinónimo de robustez.

Siguiendo el mismo formato de las tablas anteriores, ahora observemos en las Tablas 5.6, 5.7 y 5.8 la comparación entre los modelos propuestos $SVRP_3$ y $SVRP_4$, con sus modificaciones $SVRP_5$ y $SVRP_6$ con el fin de determinar si esa reducción en la *cota* es significativa a la hora de resolver el problema.

Instancia	SVRP3		SVRP4		SVRP5		SVRP6	
	G (%)	TP (s)	G (%)	TP (s)	G (%)	TP (s)	G (%)	TP (s)
1(S)	0.00	0.35	0.00	0.11	0.00	0.3	0.00	0.15
1(M)	0.00	1.82	0.00	0.54	0.00	0.66	0.00	0.27
1(L)	0.00	2.43	0.00	0.55	0.00	1.32	0.00	0.43
1(A)	2.27	>7200	0.00	110.13	2.33	7200	0.00	198.43
2(S)	0.00	0.03	0.00	0.03	0.00	0.03	0.00	0.03
2(M)	0.00	0.96	0.00	0.56	0.00	0.67	0.00	0.23
2(L)	0.00	1.34	0.00	0.64	0.00	7.98	0.00	0.48
2(A)	0.00	24.49	0.00	6.63	0.00	25.2	0.00	10.47
3(S)	0.00	0.33	0.00	0.20	0.00	0.33	0.00	0.24
3(M)	0.00	1.46	0.00	1.70	0.00	2.72	0.00	0.38
3(L)	0.00	6.96	0.00	2.95	0.00	5.5	0.00	0.76
3(A)	0.00	124.46	0.00	22.50	0.00	129.61	0.00	11.34
4(S)	0.00	3.43	0.00	1.39	0.00	2.62	0.00	1.36
4(M)	0.00	13.16	0.00	3.84	0.00	18.7	0.00	5.06
4(L)	0.00	1033.85	0.00	53.64	0.00	1060.39	0.00	67.4
4(A)	12.49	>7200	0.00	1984.42	12.5	>7200	0.00	1651.73
5(S)	0.00	0.21	0.00	0.21	0.00	0.36	0.00	0.34
5(M)	0.00	0.38	0.00	0.20	0.00	0.49	0.00	0.38
5(L)	0.00	0.73	0.00	0.23	0.00	0.3	0.00	0.45
5(A)	0.00	533.74	0.00	238.39	0.00	556.39	0.00	46.46

Tabla 5.6: Comparación entre SVRP3, SVRP4, SVRP5 y SVRP6 para 20 nodos

Instancia	SVRP3		SVRP4		SVRP5		SVRP6	
	G (%)	TP (s)	G (%)	TP (s)	G (%)	TP (s)	G (%)	TP (s)
6(S)	4.58	>7200	0.00	28.85	4.05	>7200	0.00	26.58
6(M)	14.10	>7200	0.00	521.88	13.55	>7200	0.00	482.95
6(L)		>7200	2.68	>7200	17.01	>7200	2.9	>7200
6(A)	18.05	>7200		>7200	16.89	>7200		>7200
7(S)	8.07	>7200	0.00	226.72	8.39	>7200	0.00	185.7
7(M)	20.29	>7200	2.95	>7200	17.02	>7200	3.81	>7200
7(L)		>7200	7.16	>7200		>7200	6.36	>7200
7(A)		>7200		>7200		>7200		>7200
8(S)	16.01	>7200	0.00	2434.41	16.6	>7200	0.00	5542.38
8(M)		>7200	6.43	>7200	23.97	>7200	6.11	>7200
8(L)		>7200	8.73	>7200		>7200	8.45	>7200
8(A)		>7200	17.62	>7200		>7200	17.18	>7200

Tabla 5.7: Comparación entre SVRP3, SVRP4, SVRP5 y SVRP6 para 50 nodos

Instancia	SVRP3		SVRP4		SVRP5		SVRP6	
	G (%)	TP (s)	G (%)	TP (s)	G (%)	TP (s)	G (%)	TP (s)
9(S)		>7200	11.39	>7200		>7200	13.63	>7200
9(M)		>7200		>7200		>7200		>7200
9(L)		>7200		>7200		>7200		>7200
9(A)		>7200		>7200		>7200		>7200
10(S)		>7200	0.08	>7200		>7200	9.08	>7200
10(M)		>7200	0.14	>7200		>7200		>7200
10(L)		>7200		>7200		>7200	25.94	>7200
10(A)		>7200		>7200	54.11	>7200		>7200

Tabla 5.8: Comparación entre SVRP3, SVRP4, SVRP5 y SVRP6 para 80 nodos

De las Tablas 5.6, 5.7 y 5.8, podemos observar que el comportamiento de los modelos *SVRP5* y *SVRP6* es muy similar a sus versiones originales *SVRP3* y *SVRP4*, ya que se llega *casi* al mismo porcentaje de eficiencia de solución que las versiones originales. Otra cosa que podemos notar, es que los tiempos de ejecución, son bastante parecidos entre si, pero no nos dan algún indicio de que una versión sea más robusta que la original.

5.2 EXPERIMENTACIÓN CON MAKESPAN COMO FUNCIÓN OBJETIVO

A continuación se presentan los resultados para el *SVRP4* con función objetivo de minimización del makespan, para ésta, solo se tomó en cuenta este modelo, ya que es (junto con el *SVRP6*, pero es despreciable esa diferencia entre ambos modelos) el modelo que muestra una mayor eficiencia en la experimentación realizada.

Los resultados mostrados en las Tablas 5.9, 5.10 y 5.11, por el momento, son meramente ilustrativos, esto, en el sentido de que, no hay otros trabajos en la literatura que modelen o resuelvan bajo este enfoque de makespan.

Instancia	SVRP4		
	FO	G (%)	TP (s)
1(S)	8.17	0.00	0.15
1(M)	7.50	0.00	0.82
1(L)	7.07	0.00	14.93
1(A)	6.31	86.71	>7200
2(S)	8.74	0.00	0.07
2(M)	7.34	0.00	0.45
2(L)	7.34	0.00	8.78
2(A)	5.26	83.14	>7200
3(S)	7.78	0.00	0.13
3(M)	7.78	0.00	0.30
3(L)	7.78	0.00	0.22
3(A)	6.38	81.73	>7200
4(S)	8.59	0.00	0.26
4(M)	7.80	0.21	1662.95
4(L)	7.55	53.20	>7200
4(A)	7.57	84.77	>7200
5(S)	7.93	0.00	0.20
5(M)	7.39	0.00	0.24
5(L)	6.72	4.86	>7200
5(A)	6.38	83.27	>7200

Tabla 5.9: Resultados con el objetivo makespan para 20 nodos

Instancia	SVRP4		
	FO	G (%)	TP (s)
6(S)	8.64	0.00	14.4
6(M)	7.86	77.68	>7200
6(L)			>7200
6(A)			>7200
7(S)	8.16	0.00	>7200
7(M)	7.42	0.00	561.8
7(L)			>7200
7(A)			>7200
8(S)	8.33	0.00	2211.29
8(M)			>7200
8(L)			>7200
8(A)			>7200

Tabla 5.10: Resultados con el objetivo makespan para 50 nodos

Instancia	SVRP4		
	FO	G (%)	TP (s)
9(S)			>7200
9(M)			>7200
9(L)			>7200
9(A)			>7200
10(S)	8.68	0.00	4505.68
10(M)			>7200
10(L)			>7200
10(A)			>7200

Tabla 5.11: Resultados con el objetivo makespan para 80 nodos

Podemos observar que el comportamiento del modelo, bajo el cambio de función objetivo, da buenos resultados en cuanto a la solución del problema dentro del límite establecido, sin embargo, sigue teniendo complicaciones al resolver instancias medianas y grandes (50 y 80 nodos, respectivamente). Aún bajo la implementación del *makespan* de esta formulación, no es suficientemente eficiente como para resolver de manera directa, lo cual nos da pie a considerar la utilización de otros métodos de solución como metaheurísticas, generación de columnas, etc..

CAPÍTULO 6

CONCLUSIONES Y TRABAJO FUTURO

En esta investigación, se proponen nuevas versiones de los modelos para el problema de ruteo de vehículos con restricciones de sincronización (SVRP), así como la realización de una comparación entre los modelos ya existentes en la literatura con los propuestos en esta tesis.

En cuanto a los modelos propuestos, podemos observar que *SVRP3* y *SVRP4* reúnen las mejores características de las formulaciones presentadas anteriormente en la literatura y aún cuando no es muy grande la reducción o modificación en cuanto al número de variables y/o restricciones de cada formulación, éstas nuevas que proponemos son más eficientes al momento de encontrar su solución.

Lo anterior, junto a los resultados obtenidos de las modificaciones de nuestros modelos propuestos (*SVRP5* y *SVRP6*) nos indica la robustez existente en estas formulaciones (principalmente la versión *SVRP4*). Además *SVRP4* y *SVRP6* son los únicos modelos, de momento, capaces de encontrar soluciones para las instancias con 80 nodos sin necesidad de implementar alguna metodología de solución sofisticada. De aquí, la importancia de investigar a futuro el diseño eficiente de métodos de solución para este problema, sin embargo, la formulación de modelos matemáticos robustos es un buen comienzo para encaminarnos a estos objetivos futuros.

La minimización del *makespan* es un criterio ampliamente utilizado, pero no

en esta variante del VRP, hasta ahora, que junto a nuestra formulación de un índice para las variables del tipo *scheduling*, da como resultado, una formulación e implementación más simple.

De manera global, el aporte de la tesis es el análisis comparativo de los modelos existentes en la literatura, junto con la formulación de nuevos modelos para el problema del SVRP. Dicho análisis deja en evidencia los alcances que tiene cada uno de los modelos, y muestra que los modelos propuestos en esta investigación son más eficientes que los modelos presentes en la literatura.

Retomando la versión 4 (*SVRP4*) propuesta en esta investigación, el considerar las relajaciones lineales para este modelo, nos devuelve el mismo valor de función objetivo que la versión entera. Con esto en mente, se desea realizar un estudio en el cual, a partir de estos valores fraccionales, encontrar la solución entera del problema.

En cuanto a metodologías de solución, se está trabajando actualmente en el desarrollo de una metaheurística del tipo GRASP para este problema. Adicional a esto, se tiene pensado desarrollar una generación de columnas para la solución del SVRP.

Se trabaja también en un modelo discretizado para el SVRP, en el cual, se discretiza el horizonte de planeación y se trabaja con la asignación de periodos de tiempo para realizar o no un movimiento. Si bien es cierto, pareciera contraproducente, considerando el número de variables con el que se trabajara, se aprovechará la consideración de ventanas de tiempo, lo cual nos permitirá eliminar gran parte de las variables discretizadas.

Finalmente, se desea estudiar una aplicación de este problema, orientada al diseño de patrullaje policiaco. Este problema se ha trabajado con enfoques de *set covering*, pero por la naturaleza del SVRP, pensamos que puede ser visto con este enfoque. Para ello, se tiene la idea de definir *zonas conflictivas*, en las cuales se requerirá más de una patrulla policiaca en caso de algún incidente, o en caso de estar documentado como un "barrio peligroso". Así, estaríamos agregando otra carac-

terística a este tipo de aplicaciones, considerando el clásico enfoque de set covering junto con este enfoque de sincronización de vehículos.

APÉNDICE A

APÉNDICE

A.1 FORMATO DE INSTANCIAS

Las instancias utilizadas para la validación y comprobación de los modelos fueron proporcionadas por el Dr. Mikael Rönqvist, dado que su trabajo es el que presenta más similitud al problema de estudio. Se tienen 50 instancias de prueba, en las cuales, se trabajó con el supuesto de, que solo se sincronizarán vehículos por pares.

Estas 50 instancias se componen de la siguiente manera: se tiene 10 casos, con 5 tipos de ventanas de tiempo cada uno, las cuales son fija, pequeña, mediana, grande y sin ventana de tiempo. De estos 10 casos, los primeros 5 son de tamaño 20, los siguientes 3 son de tamaño 50 y los últimos 2, son de tamaño 80.

Por lo que cada instancia es llamada “`case_N_V_P_S_W.txt`” donde:

- N: Índice del caso.
- V: es el numero de visitas a realizar.
- P: Número de vehículos disponibles.
- S: Número de visitas sincronizadas.
- W: Tipo de ventana de tiempo, donde fija=1, chica=2, mediana=3, grande=4 y 5 cuando no hay ventana de tiempo.

Adicionalmente, a las instancias `case_3_50_10` y `case_1_80_16` se les aplica un factor de 1.4 en cuanto a su duracion, esto es:

```
param DFactor default 1.0;
if(match(casename, "case_3_50_10")) then
let DFactor := 1.4;
if(match(casename, "case_1_80_16")) then
    let DFactor := 1.4;
let {v in Visits} Duration[v] := floor(DFactor*Duration[v]);
```

Para nuestro modelo, solamente se adaptó el hecho de considerar las visitas sincronizadas por pares como una sola, considerando una demanda en cada nodo (1 o 2 en este caso), y eliminando la información *repetida* de los nodos a sincronizar. Además, no fueron consideradas las instancias con tiempos de servicio fijos, por ser poco practicas al estar estudiando este problema con ventanas de tiempo, además de que, se detectó infactibilidad en al menos 2 de estas instancias.

A.2 MEJORES COTAS ENCONTRADAS POR CPLEX

A continuación se presentan las mejores cotas que reporta CPLEX en cada instancia. Cuando no se reporta un valor en las tablas, esto quiere decir que CPLEX no fue capaz de encontrar una solución factible dentro del tiempo límite (establecido en 2 horas).

Instance	SVRP1	SVRP2	SVR3	SVRP4	SVRP5	SVRP6
1 (S)	3.55	3.55	3.55	3.55	3.55	3.55
1 (M)	3.55	3.55	3.55	3.55	3.55	3.55
1 (L)	3.39	3.39	3.39	3.39	3.39	3.39
1 (A)	3.12	3.12	3.12	3.12	3.12	3.12
2 (S)	4.27	4.27	4.27	4.27	4.27	4.27
2 (M)	3.58	3.58	3.58	3.58	3.58	3.58
2 (L)	3.42	3.42	3.42	3.42	3.42	3.42
2 (A)	2.97	2.97	2.97	2.97	2.97	2.97
3 (S)	3.63	3.63	3.63	3.63	3.63	3.63
3 (M)	3.33	3.33	3.33	3.33	3.33	3.33
3 (L)	3.29	3.29	3.29	3.29	3.29	3.29
3 (A)	2.85	2.85	2.85	2.85	2.85	2.85
4 (S)	6.14	6.14	6.14	6.14	6.14	6.14
4 (M)	5.67	5.67	5.67	5.67	5.67	5.67
4 (L)	5.17	5.13	5.13	5.13	5.13	5.13
4 (A)	4.29	4.29	4.29	4.29	4.29	4.29
5 (S)	3.93	3.93	3.93	3.93	3.93	3.93
5 (M)	3.53	5.53	3.53	3.53	3.53	3.53
5 (L)	3.34	3.34	3.34	3.34	3.34	3.34
5 (A)	2.92	2.92	2.92	2.92	2.92	2.92

Tabla A.1: Mejores cotas para las instancias de 20 nodos

Instance	SVRP1	SVRP2	SVR3	SVRP4	SVRP5	SVRP6
1 (S)	8.20	8.20	8.20	8.20	8.20	8.20
1 (M)		7.75	7.93	7.75	7.82	7.75
1 (L)		7.53		7.35	7.57	7.35
1 (A)		6.72	6.68		6.58	
2 (S)	8.59	8.39	8.39	8.39	8.39	8.39
2 (M)			8.13	7.48	7.81	7.48
2 (L)				6.91		6.90
2 (A)				14.45		
3 (S)	8.59	9.75	10.20	9.54	10.24	9.54
3 (M)		8.90		8.55	9.68	8.55
3 (L)				8.11		8.45
3 (A)				7.15		7.11

Tabla A.2: Mejores cotas para las instancias de 50 nodos.

Instance	SVRP1	SVRP2	SVR3	SVRP4	SVRP5	SVRP6
1 (S)				12.23		12.62
1 (M)						
1 (L)						
1 (A)						
2 (S)				8.65		8.76
2 (M)				8.20		
2 (L)						6.68
2 (A)					11.32	

Tabla A.3: Mejores cotas para las instancias de 80 nodos

BIBLIOGRAFÍA

- AHUJA, R. K., T. L. MAGNANTI y J. B. ORLIN (1988), «Network flows», *Informe técnico*, DTIC Document.
- ARCHETTI, C. y M. G. SPERANZA (2008), «The split delivery vehicle routing problem: A survey», en *The vehicle routing problem: Latest advances and new challenges*, Springer, págs. 103–122.
- BALL, M. O., B. GOLDEN, A. ASSAD y L. BODIN (1983), «Planning for truck fleet size in the presence of a common-carrier option», *Decision Sciences*, **14**(1), págs. 103–120.
- BANOS, R., J. ORTEGA, C. GIL, A. FERNANDEZ y F. DE TORO (2013), «A simulated annealing-based parallel multi-objective approach to vehicle routing problems with time windows», *Expert Systems with Applications*, **40**(5), págs. 1696–1707.
- BEGUR, S. V., D. M. MILLER y J. R. WEAVER (1997), «An integrated spatial DSS for scheduling and routing home-health-care nurses», *Interfaces*, **27**(4), págs. 35–48.
- BELANGER, N., G. DESAULNIERS, F. SOUMIS y J. DESROSIERS (2006), «Periodic airline fleet assignment with time windows, spacing constraints, and time dependent revenues», *European Journal of Operational Research*, **175**(3), págs. 1754–1766.
- BERTELS, S. y T. FAHLE (2006), «A hybrid setup for a hybrid scenario: combining

- heuristics for the home health care problem», *Computers & Operations Research*, **33**(10), págs. 2866–2890.
- BOLDUC, M.-C., J. RENAUD y B. MONTREUIL (2006), «Synchronized routing of seasonal products through a production/distribution network», *Central European Journal of Operations Research*, **14**(2), págs. 209–228.
- BREDSTROM, D. y M. RÖNNQVIST (2007), «A branch and price algorithm for the combined vehicle routing and scheduling problem with synchronization constraints», *NHH Dept. of Finance & Management Science Discussion Paper*, (2007/7).
- BREDSTRÖM, D. y M. RÖNNQVIST (2008), «Combined vehicle routing and scheduling with temporal precedence and synchronization constraints», *European Journal of Operational Research*, **191**(1), págs. 19–31.
- CHENG, E. y J. L. RICH (1998), «A home health care routing and scheduling problem», .
- CHRISTOFIDES, N. y J. E. BEASLEY (1984), «The period routing problem», *Networks*, **14**(2), págs. 237–256.
- CHRISTOFIDES, N. y S. EILON (1969), «An Algorithm for the Vehicle-dispatching Problem», *Journal of the Operational Research Society*, **20**(3), págs. 309–318.
- CLARKE, G. U. y J. W. WRIGHT (1964), «Scheduling of vehicles from a central depot to a number of delivery points», *Operations research*, **12**(4), págs. 568–581.
- CRAINIC, T. G., N. RICCIARDI y G. STORCHI (2009), «Models for evaluating and planning city logistics systems», *Transportation science*, **43**(4), págs. 432–454.
- DANTZIG, G., R. FULKERSON y S. JOHNSON (1954), «Solution of a large-scale traveling-salesman problem», *Journal of the Operations Research Society of America*, **2**(4), págs. 393–410.

- DANTZIG, G. B. y J. H. RAMSER (1959), «The truck dispatching problem», *Management Science*, **6**(1), págs. 80–91.
- DANTZIG, G. B. y P. WOLFE (1960), «Decomposition principle for linear programs», *Operations Research*, **8**(1), págs. 101–111.
- DESAULNIERS, G., J. DESROSIERS y M. M. SOLOMON (2005), *Column generation*, tomo 5, Springer Science & Business Media.
- DOHN, A., E. KOLIND y J. CLAUSEN (2009), «The manpower allocation problem with time windows and job-teaming constraints: A branch-and-price approach», *Computers & Operations Research*, **36**(4), págs. 1145–1157.
- DOHN, A., M. S. RASMUSSEN y J. LARSEN (2011), «The vehicle routing problem with time windows and temporal dependencies», *Networks*, **58**(4), págs. 273–289.
- DREXL, M. (2007), *On some generalized routing problems*, Tesis Doctoral, Universitätsbibliothek.
- DREXL, M. (2012a), «Rich vehicle routing in theory and practice», *Logistics Research*, **5**(1-2), págs. 47–63.
- DREXL, M. (2012b), «Synchronization in vehicle routing-A survey of VRPs with multiple synchronization constraints», *Transportation Science*, **46**(3), págs. 297–316.
- DREXL, M. (2013), «Applications of the vehicle routing problem with trailers and transshipments», *European Journal of Operational Research*, **227**(2), págs. 275–283.
- DROR, M., G. LAPORTE y P. TRUDEAU (1994), «Vehicle routing with split deliveries», *Discrete Applied Mathematics*, **50**(3), págs. 239–254.
- DROR, M. y P. TRUDEAU (1989), «Savings by split delivery routing», *Transportation Science*, págs. 141–145.

- DUMAS, Y., J. DESROSIERS y F. SOUMIS (1991), «The pickup and delivery problem with time windows», *European Journal of Operational Research*, **54**(1), págs. 7–22.
- EBERHART, R. C. y J. KENNEDY (1995), «A new optimizer using particle swarm theory», en *Proceedings of the sixth international symposium on micro machine and human science*, tomo 1, New York, NY, págs. 39–43.
- EL HACHEMI, N., M. GENDREAU y L.-M. ROUSSEAU (2011), «A hybrid constraint programming approach to the log-truck scheduling problem», *Annals of Operations Research*, **184**(1), págs. 163–178.
- EVEBORN, P., P. FLISBERG y M. RÖNNQVIST (2006), «Laps Care – an operational system for staff planning of home care», *European Journal of Operational Research*, **171**(3), págs. 962–976.
- FU, Z., R. EGGLESE y L. Y. LI (2005), «A new tabu search heuristic for the open vehicle routing problem», *Journal of the Operational Research Society*, **56**(3), págs. 267–274.
- FÜGENSCHUH, A. (2006), «The vehicle routing problem with coupled time windows», *Central European Journal of Operations Research*, **14**(2), págs. 157–176.
- GENDREAU, M., G. LAPORTE, C. MUSARAGANYI y É. D. TAILLARD (1999), «A tabu search heuristic for the heterogeneous fleet vehicle routing problem», *Computers & Operations Research*, **26**(12), págs. 1153–1173.
- GHIANI, G. y G. IMPROTA (2000), «An efficient transformation of the generalized vehicle routing problem», *European Journal of Operational Research*, **122**(1), págs. 11–17.
- GLOVER, F. (1989), «Tabu search-part I», *ORSA Journal on computing*, **1**(3), págs. 190–206.
- GOLDBERG, H. M. (1977), «Analysis of the earliest due date scheduling rule in queueing systems», *Mathematics of Operations Research*, **2**(2), págs. 145–154.

- GOLDEN, B., A. ASSAD, L. LEVY y F. GHEYSENS (1984), «The fleet size and mix vehicle routing problem», *Computers & Operations Research*, **11**(1), págs. 49–66.
- HEMPSCH, C. y S. IRNICH (2008), «Vehicle routing problems with inter-tour resource constraints», en *The Vehicle Routing Problem: Latest Advances and New Challenges*, Springer, págs. 421–444.
- ICHOUA, S., M. GENDREAU y J.-Y. POTVIN (2003), «Vehicle dispatching with time-dependent travel times», *European journal of operational research*, **144**(2), págs. 379–396.
- IOACHIM, I., J. DESROSIERS, F. SOUMIS y N. BÉLANGER (1999), «Fleet assignment and routing with schedule synchronization constraints», *European Journal of Operational Research*, **119**(1), págs. 75–90.
- JAFFAR, J. y M. J. MAHER (1994), «Constraint logic programming: A survey», *The journal of logic programming*, **19**, págs. 503–581.
- KARA, I. y T. BEKTAS (2003), «Integer linear programming formulation of the generalized vehicle routing problem», en *EURO/INFORMS Joint International Meeting, Istanbul, July*, págs. 06–10.
- KERGOSIEN, Y., C. LENTÉ y J.-C. BILLAUT (2009), «Home health care problem: An extended multiple traveling salesman problem», en *4th Multidisciplinary International Conference on Scheduling: Theory and Applications (MISTA'09), Dublin (Irlande)*, págs. 10–12.
- KIM, B.-I., J. KOO y J. PARK (2010), «The combined manpower-vehicle routing problem for multi-staged services», *Expert Systems with Applications*, **37**(12), págs. 8424–8431.
- LAHYANI, R., M. KHEMAKHEM y F. SEMET (2015), «Rich vehicle routing problems: From a taxonomy to a definition», *European Journal of Operational Research*, **241**(1), págs. 1–14.

- LAPORTE, G. y I. H. OSMAN (1995), «Routing problems: A bibliography», *Annals of Operations Research*, **61**(1), págs. 227–262.
- LEE, L. H., K. C. TAN, K. OU y Y. H. CHEW (2003), «Vehicle capacity planning system: A case study on vehicle routing problem with time windows», *Systems, Man and Cybernetics, Part A: Systems and Humans, IEEE Transactions on*, **33**(2), págs. 169–178.
- LENSTRA, J. K. y A. KAN (1981), «Complexity of vehicle routing and scheduling problems», *Networks*, **11**(2), págs. 221–227.
- LI, X., P. TIAN y S. C. LEUNG (2010), «Vehicle routing problems with time windows and stochastic travel and service times: Models and algorithm», *International Journal of Production Economics*, **125**(1), págs. 137–145.
- LIM, A., B. RODRIGUES y L. SONG (2004), «Manpower allocation with time windows», *Journal of the Operational Research Society*, **55**(11), págs. 1178–1186.
- METROPOLIS, N., A. W. ROSENBLUTH, M. N. ROSENBLUTH, A. H. TELLER y E. TELLER (1953), «Equation of state calculations by fast computing machines», *The journal of chemical physics*, **21**(6), págs. 1087–1092.
- MIN, H., V. JAYARAMAN y R. SRIVASTAVA (1998), «Combined location-routing problems: A synthesis and future research directions», *European Journal of Operational Research*, **108**(1), págs. 1–15.
- PAN, Z., J. TANG y R. Y. FUNG (2009), «Synchronization of inventory and transportation under flexible vehicle constraint: A heuristics approach using sliding windows and hierarchical tree structure», *European Journal of Operational Research*, **192**(3), págs. 824–836.
- PARK, J. y B.-I. KIM (2010), «The school bus routing problem: A review», *European Journal of operational research*, **202**(2), págs. 311–319.
- PISINGER, D. y S. ROPKE (2010), «Large neighborhood search», en *Handbook of metaheuristics*, Springer, págs. 399–419.

- POP, P. y C. POPŠITAR (2011), «A new efficient transformation of the generalized vehicle routing problem into the classical vehicle routing problem», *Yugoslav Journal of Operations Research ISSN: 0354-0243 EISSN: 2334-6043*, **21**(2).
- POP, P. C., I. KARA y A. H. MARC (2012), «New mathematical models of the generalized vehicle routing problem and extensions», *Applied Mathematical Modelling*, **36**(1), págs. 97–107.
- PULLEN, H. y M. WEBB (1967), «A computer application to a transport scheduling problem», *The Computer Journal*, **10**(1), págs. 10–13.
- RASMUSSEN, M. S., T. JUSTESEN, A. DOHN y J. LARSEN (2012), «The home care crew scheduling problem: Preference-based visit clustering and temporal dependencies», *European Journal of Operational Research*, **219**(3), págs. 598–610.
- RECKER, W. W. (1995), «The household activity pattern problem: General formulation and solution», *Transportation Research Part B: Methodological*, **29**(1), págs. 61–77.
- ROPKE, S. y D. PISINGER (2006), «An adaptive large neighborhood search heuristic for the pickup and delivery problem with time windows», *Transportation science*, **40**(4), págs. 455–472.
- RØPKE, S. y D. PISINGER (2007), «Large neighborhood search», *Computers and Operations Research*.
- RUSSELL, R., W.-C. CHIANG y D. ZEPEDA (2008), «Integrating multi-product production and distribution in newspaper logistics», *Computers & Operations Research*, **35**(5), págs. 1576–1588.
- SALAZAR-AGUILAR, M. A., A. LANGEVIN y G. LAPORTE (2012), «Synchronized arc routing for snow plowing operations», *Computers & Operations Research*, **39**(7), págs. 1432–1440.

-
- SALAZAR-AGUILAR, M. A., A. LANGEVIN y G. LAPORTE (2013), «The synchronized arc and node routing problem: application to road marking», *Computers & Operations Research*, **40**(7), págs. 1708–1715.
- SHERALI, H. D., E. K. BISH y X. ZHU (2006), «Airline fleet assignment concepts, models, and algorithms», *European Journal of Operational Research*, **172**(1), págs. 1–30.
- SOLOMON, M. M. y J. DESROSIERS (1988), «Survey Paper-Time Window Constrained Routing and Scheduling Problems», *Transportation science*, **22**(1), págs. 1–13.
- TILLMAN, F. A. (1969), «The multiple terminal delivery problem with probabilistic demands», *Transportation Science*, **3**(3), págs. 192–204.

FICHA AUTOBIOGRÁFICA

Eduardo López Aguilar

Candidato para el grado de Maestro en Ciencias en Ingeniería
de Sistemas

Universidad Autónoma de Nuevo León

Facultad de Ingeniería Mecánica y Eléctrica

Tesis:

FORMULACIONES LINEALES DEL PROBLEMA DE
RUTEO DE VEHÍCULOS CON RESTRICCIONES DE
SINCRONIZACIÓN

Nací en Monterrey, Nuevo León, el día 17 de Octubre de 1991, hijo menor de tres del Sr. Cosme López Zamarrón y la Sra. Guillermina Aguilar Rodríguez. Obtuve mi grado de Licenciado en Matemáticas en el año 2012, por parte de la Facultad de Ciencias Físico-Matemáticas, en la Universidad Autónoma de Nuevo León. Posteriormente, me integré como estudiante de tiempo completo a la Maestría de Ingeniería de Sistemas, en el Posgrado de Ingeniería de Sistemas de la Facultad de Ingeniería Mecánica y Eléctrica de la misma universidad.