

UNIVERSIDAD AUTONOMA DE NUEVO LEON
FACULTAD DE FILOSOFIA Y LETRAS
FACULTAD DE CIENCIAS FISICO - MATEMATICAS



PROPUESTA DIDACTICA
LA ENSEÑANZA DE LAS MATEMATICAS A TRAVES
DE LA RESOLUCION DE PROBLEMAS
EN EL CONTEXTO

QUE PARA OBTENER EL GRADO DE:
MAESTRIA EN LA ENSEÑANZA DE LAS CIENCIAS
CON ESPECIALIDAD EN MATEMATICAS
PRESENTA
MARTIN MARIO MORALES ROCHA

CIUDAD UNIVERSITARIA SAN NICOLAS DE LOS GARZA, N. L.

MARZO 2001

TM

Z6651

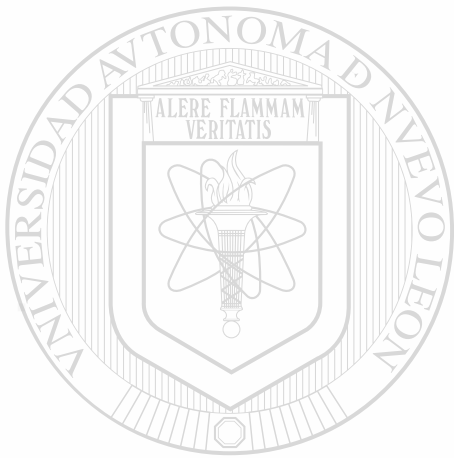
FCFM

2001

M6



1020145631



UANL

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN



DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

UNIVERSIDAD AUTONOMA DE NUEVO LEON

FACULTAD DE FILOSOFIA Y LETRAS

FACULTAD DE CIENCIAS FISICO - MATEMATICAS



PROPUESTA DIDACTICA

LA ENSEÑANZA DE LAS MATEMATICAS A TRAVES
DE LA RESOLUCION DE PROBLEMAS

EN EL CONTEXTO

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN

DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

QUE PARA OBTENER EL GRADO DE
MAESTRIA EN LA ENSEÑANZA DE LAS CIENCIAS
CON ESPECIALIDAD EN MATEMATICAS

PRESENTA

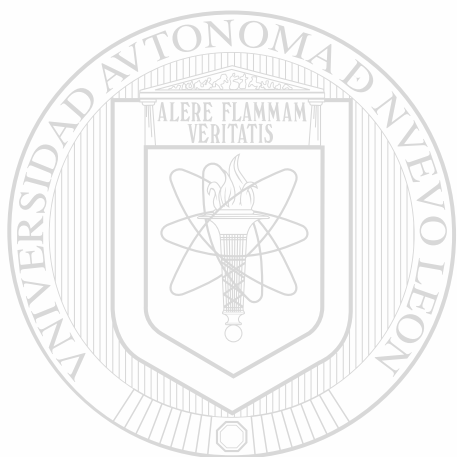
MARTIN MARIO MORALES ROCHA

CIUDAD UNIVERSITARIA SAN NICOLAS DE LOS GARZA, N. L.

MARZO 2001

032 97660

Tm
Z6651
FCFM
1999
75



UANL

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN

®

DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS



FONDO
TESIS

AGRADECIMIENTOS

A DIOS

Por haberme ayudado a superar todos los obstáculos y dificultades que se presentaron a lo largo de este camino.

A la UANL. Por la perseverancia en la superación de los docentes.

A la preparatoria N^o. 20 por el apoyo brindado para lograr la meta trazada.

A mis compañeros maestros por la disposición de compartir con nosotros sus experiencias y comentarios.

A mi esposa Raquel y a mis hijos, Raquel y Mario por brindarme todo su tiempo y apoyo para el logro de esta.

DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

Y a todos aquellos que de una u otra forma colaboraron, apoyaron, influyeron o intervinieron para la elaboración de este trabajo.

Gracias....

ÍNDICE

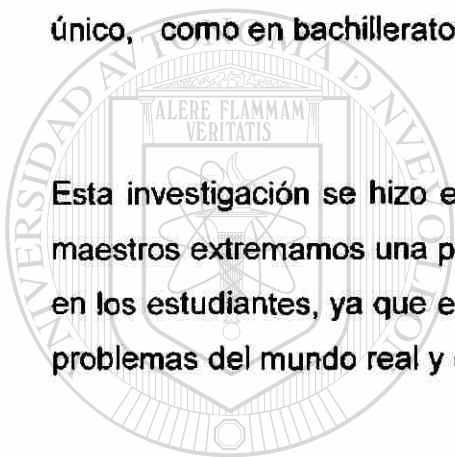
RESUMEN	1
INTRODUCCIÓN	2
CAPITULO I	
1.1 Aspectos generales	11
1.2 Constatación del problema.	14
1.3 Conclusiones del capítulo 1	17
CAPITULO II	
2.1 Enseñanza problémica	18
2.2 Fundamentos de la enseñanza problémica	20
2.3 Procedimiento Heurístico	22
2.4 Resolución de problemas en la formación académica	26
2.5 Problemas y planteamientos didácticos	28
2.6 Conclusiones del capítulo 2	32
CAPITULO III	
3.1 Consideraciones iniciales	33
3.2 Formulación de la propuesta	35
3.3 Identificación del tema.	39
3.4 Ejemplificación	41
CONCLUSIONES	47
RECOMENDACIONES	49
BIBLIOGRAFÍAS	50

RESUMEN

En la presente investigación se hace un análisis donde se evidencia la carencia de Habilidad y capacidad que presentan la mayoría de los alumnos para resolver problemas.

Esto se hizo con el fin de visualizar las carencias y dificultades que presentan los estudiantes para resolver dichos problemas, ya que se ha verificado que esta dificultad se presentan en todos los semestres, tanto en alumnos de bachillerato único, como en bachillerato técnico.

Esta investigación se hizo en la preparatoria número 20 de la UANL. Donde los maestros extremamos una preocupación debido a este problema que se presenta en los estudiantes, ya que en todas las asignaturas de matemáticas se presentan problemas del mundo real y con ello la dificultad en los alumnos para resolverlos.



UANL

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN



DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

INTRODUCCIÓN

Vivimos tiempos de cambio en los que las sociedades están sujetas a poderosos procesos de globalización y acelerado desarrollo tecnológico. En un mundo así, la educación se vuelve campo de orden prioritario. Si queremos que nuestro país se integre con dignidad, éxito y prestancia al nuevo escenario mundial.

Esto será posible si los profesionistas hacemos una evaluación constante y a fondo de nuestras instituciones de educación, de su estructura y organización, de su oferta educativa y sus formas de vinculación con la sociedad, anticipándonos incluso a las nuevas configuraciones del empleo y el trabajo intelectual, de mercado y la cultura global.

Para iniciar con el nuevo milenio como una institución pertinente y competitiva, formadora de los profesionales y científicos que requiere el nuevo entorno, la Universidad Autónoma de Nuevo León ha decidido tomar acciones concretas que permitan enfrentar con éxito los retos actuales y futuros.

La Visión Universidad Autónoma de Nuevo León 2006 es un esfuerzo que esta comunidad universitaria ha emprendido para reflexionar colectivamente sobre la institución que deseamos para el futuro próximo.

En la medida en que dibuja los contornos de un sueño que los universitarios compartimos, el proyecto Visión Universidad Autónoma de Nuevo León 2006 es de todos y nos permite vislumbrar los caminos concretos, las acciones y programas que lleven a su realización y cumplimiento, lo que implicará todavía otro ingrediente esencial: el compromiso cabal, responsable, de todos nosotros con sus propósitos y metas.

Las organizaciones que sobreviven a los desafíos y a los retos que le presenta el entorno, son aquéllas que se anticipan a los acontecimientos y definen su propio rumbo, establecen el camino que habrán de seguir para llegar a donde sus sueños, sus expectativas, intuición, experiencia y sabiduría les indiquen.

Saber definir hacia dónde ir y cómo llegar a esa meta es tarea de personas emprendedoras, visionarias y proactivas.

Así pues, la Visión Universidad Autónoma de Nuevo León 2006 define a la universidad del siglo XXI y establece los lineamientos necesarios para convertirla en realidad.

La enseñanza de la matemática (así como la de la lengua: lectura y redacción) ha sido reconocida oficialmente por la Secretaría de Educación Pública como uno de los problemas mayores en la educación elemental, media y superior. Los estratos del problema en la lengua se inician con la alfabetización y terminan con la lectura comprensiva. En matemáticas el problema de la alfabetización ha sido atendido por la escuela convencional, pero el asunto de la comprensión ha sido dejado al libre virtuosismo de los propios estudiantes.

La tradición educativa confunde el rigor propio de la matemática con el rigorismo en su enseñanza y, en esa medida, no contribuye a la formación real de los estudiantes; por el contrario, hace redundancia en el fracaso escolar que hoy padecemos.

Un aspecto fundamental en la formación de los estudiantes está en el aprendizaje de la matemática cuando ésta se relaciona con la necesidad de resolver problemas que aquejan en su contexto social. Es entonces cuando los estudiantes deben ver en la matemática la herramienta necesaria para buscar la solución a estas situaciones.

Nuestra presencia como maestros no justifica sólo el aprendizaje de los estudiantes, sino la mejoría o evolución de su aprendizaje. Así, el maestro tiene la obligación, entre otras cosas, de mejorar el proceso docente educativo de la matemática, de tal manera que los estudiantes puedan utilizar eficiente y eficazmente los conocimientos adquiridos en su contexto escolar para resolver problemas en contextos diferentes o situaciones novedosas.

Una de las dificultades se encuentra en la generalización y transferencia de los conocimientos adquiridos. Es esencial que los estudiantes tengan oportunidad de desarrollar o reconstruir los conocimientos en el salón de clases para que puedan hacer oportunamente estas generalizaciones.

El maestro, en vez de proporcionarle fríamente al estudiante el conocimiento, debe proponerle una situación diseñada de forma tal que este conocimiento sea necesario para la solución óptima; si el estudiante se adapta a la situación y llega a la solución, podemos afirmar que se apropió del conocimiento, es decir, que aprendió. Como consecuencia, en cualquier variación de la situación él podrá recuperar sus conocimientos y aplicarlos sin gran dificultad.

Por su parte, un análisis epistemológico provee de historicidad a los conceptos matemáticos, y ayuda al estudiante, de alguna manera, a comprender cómo se construyeron algunos conceptos, lo motiva a buscar situaciones en su contexto social y, más aún, lo invita a iniciar la fase de investigación.

Es evidente que para construir conocimientos es necesario contar con un bagaje muy amplio de conceptos y tenerlos todos a la mano para utilizarlos cuando sea necesario. Una forma de facilitar esta recuperación es mediante el uso de representaciones como mapas conceptuales, diagramas, esquemas, etc. Esto se aborda desde el modelo de procesamiento de la información, sustentado en la psicología cognitiva.

La matemática es universal, pero la enseñanza no; la enseñanza es diferente en cada país como lo es en EUA, en Alemania, en Francia, en México, etc., así como lo es cada contexto social al que pertenece el estudiante. Por ello cada maestro debe preocuparse por mejorar su enseñanza, adecuándola a su contexto. Esto no significa rechazar los métodos de enseñanza utilizados en otros lugares sino, al contrario, si han dado buenos resultados, ver si se pueden adecuar a nuestro contexto.

En la Universidad Autónoma de Nuevo León existen preparatorias foráneas que, sin duda, tienen muchos elementos en común con las preparatorias locales; sin embargo tienen ciertas características que las diferencian, las cuales hacen que se presenten diferentes situaciones problémicas, sobre todo en relación con su contexto social.

La Preparatoria número 20 de la UANL es una escuela foránea que se encuentra en el municipio de Santiago N.L y no es ajena a este tipo de situaciones en el proceso docente educativo. Esta preparatoria cuenta con los sistemas de enseñanza técnica y tradicional. Dentro del sistema técnico se encuentran las carreras de Técnico en Contabilidad, Técnico en Electricidad y Técnico en Sistemas Computacionales.

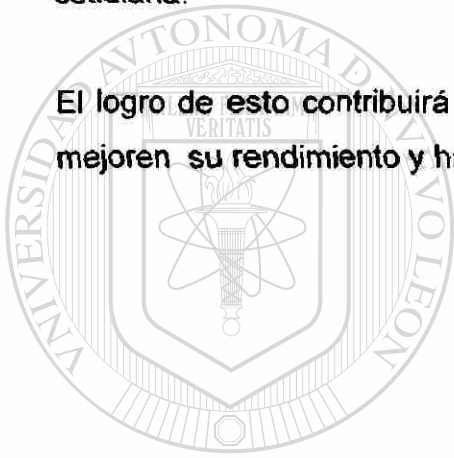
DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

La situación problémica se presenta en la apatía que los alumnos de estas carreras manifiestan por las materias de tronco común especialmente en las matemáticas y la física. Esta situación se manifiesta en el aula por los estudiantes mediante las siguientes preguntas las más comunes son: " ¿Y eso para qué me sirve? , ¿Dónde lo voy a aplicar? .

La presente investigación es realizada debido a que gran parte de los alumnos en la asignatura de matemáticas I del nivel medio superior se les presenta la dificultad para resolver problemas razonados.

Debido a esta resistencia opositora para resolver dichos problemas, la presente investigación pretende lograr que los alumnos se familiaricen con dichos problemas y con ello logren una acertada transformación de los mismos a ecuaciones matemáticas para encontrar su solución y así contribuir a que los estudiantes utilicen las matemáticas para solucionar problemas de la vida cotidiana.

El logro de esto contribuirá a que en asignaturas posteriores a ésta los alumnos mejoren su rendimiento y habilidad para resolver problemas.



UANL

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN



DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

TÍTULO

LA ENSEÑANZA DE LA MATEMÁTICA A TRAVÉS DE LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS EN EL CONTEXTO

Problema

¿Cómo contribuir a que los alumnos desarrollen habilidades para resolver problemas que vinculen a las matemáticas con la vida cotidiana en el nivel medio superior?

Objeto de estudio

El proceso enseñanza – aprendizaje de la matemática del nivel medio superior en la preparatoria número 20 de la UANL.

Campo de acción

El proceso de formación de habilidades de la resolución de problemas de matemáticas en los estudiantes de la preparatoria número 20.

Objetivo

Contribuir mediante un conjunto de indicaciones metodológicas a incrementar el desarrollo de las habilidades de los alumnos para resolver problemas de matemáticas I y relacionarlos con la vida cotidiana.

Hipótesis

Si se aplica un conjunto de indicaciones metodológicas en la enseñanza de la resolución de problemas relacionado con el contexto en matemáticas I, basada en la enseñanza problémica, entonces probablemente se incrementará el desarrollo de las habilidades de los alumnos, su rendimiento y sus posibilidades de aplicarlas en la asignatura.

Variable independiente

Indicaciones Metodológicas dirigidas a la enseñanza de la resolución de problemas.

Variable Dependiente

El rendimiento del estudiante y sus posibilidades de su aplicación.

Método de investigación

Los métodos para la investigación de este trabajo fueron tanto empíricos como teóricos, entre ellos:

Empleamos el de la observación científica para diagnosticar el problema y realizar encuestas y entrevistas.

Teóricos:

El histórico – lógico en el análisis de resultados obtenidos.

Hipotético – deductivo, para llegar a la posible solución del problema.

Análisis – síntesis, para el análisis de información de la aplicación de encuestas,

así como el deductivo – inductivo para llegar a conclusiones finales.

Para fundamentar y elaborar esta propuesta se realizaron las siguientes tareas:

Tareas científicas

1. El estudio de material bibliográfico que profundicen la enseñanza de las matemáticas relacionado con problemas de la vida cotidiana.

2. Estudio de métodos que faciliten la enseñanza y el trabajo independiente del estudiante para incrementar su rendimiento en la solución de estos problemas.

3. Aplicación de un examen con problemas razonados a un grupo de alumnos para visualizar las dificultades que se les presentan para resolver dichos problemas. (Anexo 2)

4. Entrevista a varios maestros que imparten dicha asignatura con la finalidad de conocer su punto de vista con respecto a las dificultades que presentaron estos alumnos en la resolución de problemas. (Anexo 4)

5. Análisis de los resultados de los exámenes indicativos del último semestre para determinar los porcentajes de alumnos aprobados y reprobados en las asignaturas de matemáticas en todos sus niveles.

6. Elaboración de la propuesta metodológica para incrementar el rendimiento de las matemáticas en problemas de la vida cotidiana.

7. Elaboración de un concentrado de calificaciones de los exámenes indicativos de todas las materias desde que se inició la reforma académica. (Anexo 7)

LA TESINA CONSTA DE 3 CAPÍTULOS

En el primer capítulo se presenta el antecedente del problema, así como el análisis de encuestas y entrevistas, que nos facilitó la constatación del problema.

En el segundo capítulo se realizó el planteamiento del Marco teórico sobre la base de los métodos de la enseñanza problémica, desarrollando procedimientos Heurísticos en la de resolución de problemas y su fundamentación.

En el tercer capítulo se plantea la propuesta metodológica, conjuntamente con las conclusiones y recomendaciones.



UANL

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN

DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS



CAPITULO 1

1.1 ASPECTOS GENERALES

La presente investigación fue realizada en la preparatoria número 20 de la UANL. Aquí se reseña la forma en que se llegó al problema, su ubicación y como, mediante la metodología adecuada, se dieron los elementos teóricos indispensables que sustentan esta investigación.

En esta preparatoria existen actualmente 490 alumnos, de los cuales, el 70 % son del bachillerato técnico, y sólo un 30 %, estudian el tradicional o único, como se muestra en el (Anexo 1).

Esta disciplina consta de cuatro asignaturas: Matemáticas I, Matemáticas II, Matemáticas III y Matemáticas IV, las cuales tienen asignadas las siguientes frecuencias por día: 3 , 3 , 2 y 2 horas respectivamente.

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN

En los análisis realizados del semestre agosto del 2000 – enero del 2001 de las evaluaciones de los exámenes indicativos se constató que para:

(Gráficas anexo 5)

Matemáticas I

El promedio general de la preparatoria fue de 62.25 del cual sólo el 27 % de los alumnos acreditaron la asignatura y el porcentaje restante no acreditó.

Matemáticas II

En esta asignatura el promedio general fue de 54 y el porcentaje de los alumnos que lo acreditó fue solamente el 24 % el resto de los estudiantes no acreditó dicha asignatura.

Matemáticas III

En ésta asignatura el promedio obtenido fue del 57.45, de los cuales, solamente el 17 % obtuvo calificaciones superiores al 70 mientras que el 78 % reprobó la asignatura.

Matemáticas IV

En la presente asignatura el promedio general del grupo fue de 48.20 y los alumnos que acreditaron dicho examen fue del 15 % y el restante obtuvo resultados no satisfactorios.

— Estos porcentajes señalados en dichas asignaturas conforman la figura de un real y verdadero problema, cuya repercusión genera una severa fisura en el proceso docente educativo " PDE ", misma que no se debe pasar por alto por lo que, debemos analizar si los métodos y estrategias de enseñanza, son las adecuadas, para que realmente cumpla con las expectativas de la asignatura y la relación con las demás, y con el entorno social.

Según nos confirma Vázquez Cedeño

Son muchos y variados los factores que convergen en la integración de un problema inherente al sistema enseñanza aprendizaje de las matemáticas; entre otros:

“ La impartición de la asignatura”

“ El proceso de asimilación de la misma por los alumnos”

“ La literatura docente con que se trabaja”

Sin dudar, el primer señalamiento es fundamental y de gran preocupación en todo proceso docente educativo, por lo que, una vez observados los resultados estadísticos arriba citados , de inicio, nos preguntamos si:

¿El actual Proceso Docente Educativo realmente cumple con las expectativas de lo que la sociedad espera de él?

Por otro lado; ¿ la estructura pedagógica, junto a la didáctica (ambos, con pleno fundamento, tanto en los principios y leyes que caracterizan a la educación que establecen sus fines), son aplicados en las clases prácticas docentes preparatorias?.

De ser así; ¿ por qué los alumnos no dan el rendimiento esperado y con esto se logre que ellos adquieran la formación mínima necesaria que les permita desarrollar plenamente su creatividad e inventiva, para que lleguen a la calidad en su aprendizaje y lo utilicen como la forma más válida y eficaz en que el hombre perfecciona el mundo del entorno social que le rodea.?

Negar que la educación ha fallado en todo, significa, si lo aceptamos, negamos a nosotros mismos.

DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

En nuestro caso, es cierto, precisamos de adecuaciones a una vida más llena de acercamiento hacia nuevos e interesantes descubrimientos y avances, tanto científicos como tecnológicos, que obligan al hombre a desenvolverse en un contexto social donde predomina la información, sin embargo, no nos confundamos, recordemos que quienes nos han conducido al uso de la cibernética en la industria y demás actividades socio-económico-culturales, fueron educados bajo el proceso docente educativo vigente.

1.2 CONSTATACIÓN DEL PROBLEMA

Se aplicó un examen de cuatro problemas razonados de la asignatura de matemáticas I, a 20 alumnos tomados al azar de una población de 31 alumnos que actualmente se encuentran cursando el cuarto semestre y están llevando la asignatura de matemáticas IV. (Examen anexo 2)

El propósito de este examen fue observar el grado de razonamiento, habilidades o dificultades que presentan los alumnos para la resolución de problemas razonados, ya que por experiencia de profesores que llevan años enseñando y la propia, se ha verificado que en este tipo de problemas es donde mayor dificultad se les presenta a los pupilos para la resolución de los mismos.

Al aplicar este examen se les dio a los alumnos las indicaciones necesarias para resolverlo, aclarándoles que se trataba de problemas razonados de matemáticas I, y que no, por no tener nombre el examen y no se iba a calificar, no le fueran a dar la importancia requerida, sino al contrario, que hicieran todo el esfuerzo posible para resolverlo.

El examen nos dio los siguientes resultados.

(Gráficas de resultados anexo 3).

Problema 1 consta de 2 incisos

Problema 3 consta de 2 incisos

Problema 3 consta de 3 incisos

Problema 4 consta de 1 inciso

Alumnos	problema 1	problema 2	problema 3	problema 4
que	a) = 19	a) = 13	a) = 16	a) = 5
contestaron	b) = 18	b) = 5	b) = 13	
			c) = 2	

Con los anteriores resultados es evidente que existe un verdadero problema y que es urgente hacer algo para incrementar las habilidades, razonamiento y todo lo que sea posible para que los alumnos puedan superar esta dificultad.

Como ya se ha mencionado estos alumnos ya están por salir de la preparatoria y se encuentran a un paso para llegar a las aulas de alguna facultad y es evidente que no todos llevan una preparación adecuada y es evidente que no todos llevan la preparación que se requiere.

Entrevista a maestros de la asignatura de matemáticas

Se entrevistaron a maestros que imparten la asignatura para comentar las posibles soluciones del problema; así como los puntos de vista del mismo. Además de conocer cuál ha sido su preparación y utilización de métodos, recursos, nuevas formas de actividades etc, al impartir la materia. (Anexo 4).

Comentarios de los maestros que imparten la asignatura de matemáticas referente a la encuesta aplicada a los alumnos.

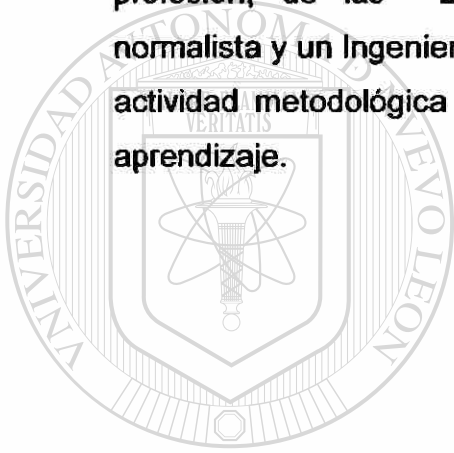
Los maestros coinciden en que los resultados son bajos y que muestra claramente la realidad de lo que sucede en la práctica, siempre que se ve una nueva asignatura se refleja el olvido de los contenidos y procedimientos en la resolución de problemas vistos en asignaturas anteriores de matemáticas.

Pueden ser muchas las causas que limitan a los estudiantes para resolver problemas razonados, tales como:

- a) Que los alumnos no interpretan la terminología.
- b) Existe una carencia de capacidad de representar en forma de ecuación un problema de la vida diaria.
- c) Los temas no son bien explicados
- d) El alumno no llega a la comprensión de los conceptos.

Además se detectaron otras dificultades que inciden en el proceso docente educativo como son:

- El programa de estudio responde estrictamente a los capítulos que se encuentran en el libro de textos sin otras indicaciones. Tiene 7 capítulos. Con un período de duración de 8 semanas. Cuya frecuencia es de 3 horas diarias.
- No se declaran los objetivos, ni habilidades, ni valores a formar en los estudiantes.
- A los 490 estudiantes de la preparatoria le imparten clases 5 maestros, de profesión; de las Licenciaturas en Matemáticas, Física, Contaduría, normalista y un Ingeniero Eléctrico. Razón por la cual, no se desarrolla ninguna actividad metodológica que encause el trabajo en el proceso de enseñanza aprendizaje.



UANL

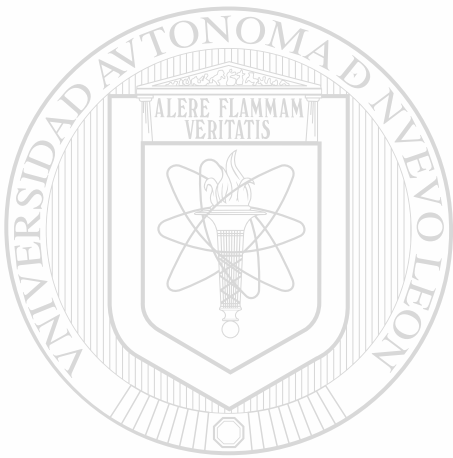
UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN



DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

CONCLUSIONES DEL CAPÍTULO 1

Se concluye que hay dificultades con la asimilación de los conocimientos de los estudiantes, y especialmente en desarrollar las habilidades que le permitan un buen desempeño en la resolución de problemas. Se pudo constatar que no se ha logrado de forma colectiva conformar un trabajo en la enseñanza de las matemáticas, por lo que se evidencia plantearse esta situación como un problema científico y tratar de resolverla.



UANL

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN



DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

CAPÍTULO 2

ELEMENTOS PARA LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

2.1 ENSEÑANZA PROBLÉMICA

El desarrollo de la independencia cognoscitiva y la capacidad creadora de los estudiantes sólo es posible en una enseñanza mediante la cual ellos se apropian de los procedimientos para resolver problemas teóricos y prácticos y reflejan creativamente la realidad, es decir, a través de la enseñanza problémica.

Esta enseñanza persigue que, mediante el proceso de solución de problemas especialmente elaborados y de ejercicios problémicos, los estudiantes lleguen a dominar la experiencia creadora, a asimilar (de manera creadora) los conocimientos y modos de la actividad en una u otra esfera del saber .

Según M. I. Majmutov: "El aprendizaje problémico es la actividad docente cognoscitiva de los alumnos, encaminada a la asimilación de conocimientos y modos de actividad mediante la percepción de las explicaciones del maestro, en las condiciones de una situación problémica, el análisis independiente (o con ayuda del maestro) de dichas situaciones, la formulación de problemas y su solución mediante el planteamiento de suposiciones e hipótesis: o fundamentación y demostración, así como mediante la verificación del grado de corrección de las soluciones; se caracteriza lo problémico como "el grado de complejidad de las preguntas y tareas y el nivel de habilidades del estudiante para analizar y resolver los problemas de manera independiente".

La esencia de la enseñanza problémica está en la contradicción misma que se provoca en los estudiantes y que mueve sus emociones, en forma tal que el

alumno realiza toda una serie de acciones mentales encaminadas a dar solución a la contradicción.

Se caracteriza la Enseñanza Problémica como:

“Aquel método de enseñanza donde los alumnos se sitúan sistemáticamente ante problemas, cuya resolución debe realizarse con su activa participación, y que el objetivo no es sólo la obtención del resultado, sino además su capacitación para la resolución independiente de problemas en general.”

De la anterior sentencia se pueden destacar algunas cuestiones como son:

- Se prioriza la actividad cognoscitiva independiente del alumno.
- Se usa el problema principalmente como un medio y no como un fin en la enseñanza.
- Se busca garantizar la formación de una personalidad intelectual activa en los estudiantes.
- Se requiere de una labor más profunda en el ámbito intelectual por parte del maestro.
- No se relega de ningún modo la actividad reproductiva en el proceso de adquisición de los conocimientos.

La enseñanza debe contener siempre los momentos productivos y reproductivos en el aprendizaje.

La enseñanza problémica es un método productivo y su inclusión en la didáctica debe verse como expresión de la dialéctica en el proceso docente de lo productivo y lo reproductivo del aprendizaje.

2.2 FUNDAMENTOS DE LA ENSEÑANZA PROBLÉMICA

Es en la relación sujeto objeto donde se encuentra la base de esta teoría. Se constituye en sujeto del conocimiento todo aquel en interés de conocer algo, es objeto del conocimiento aquello que es de interés de ser conocido por alguien.

La asimilación de la dificultad intelectual, que la solución de esos problemas plantea, engendra un trabajo activo del pensamiento, la búsqueda de la superación de dicha dificultad, encamina hacia la obtención de vías y procedimientos para resolverlos.

Se busca en el estudiante su disposición y capacidad para una actividad intelectual independiente, en contraposición con la imitación, la copia, la actividad por un patrón, modelo o algoritmo.

“Por independencia cognoscitiva se entiende la existencia de una capacidad intelectual en el alumno y el desarrollo de habilidades para dividir los rasgos esenciales de los secundarios de los objetos, fenómenos y procesos de la realidad, y mediante la abstracción y la generalización revelar la esencia de los conceptos nuevos”.

Son indicadores de que existe independencia cognoscitiva en los estudiantes si poseen las habilidades para:

- Adquirir de forma independiente nuevos conocimientos, habilidades y hábitos a partir de distintas fuentes.
- Emplear esos conocimientos habilidades y hábitos, que ya posee para la autosuperación ulterior.
- Emplear en su actividad práctica dichos contenidos para resolver cualquier tipo de problema planteado por la vida.

La enseñanza problémica trata de vincular los métodos que estimulan la actividad productiva con los de la reproductiva; la importancia de estos métodos radica en: Para los estudiantes.

- Eleva el grado de actividad mental en la clase.

- Propicia el pensamiento creador y la independencia cognoscitiva.
- Construye al desarrollo de la personalidad.

Para los profesores.

- Se necesita más tiempo de preparación del profesor.
- Mayor nivel de conocimientos en la materia que imparte.
- Se emplea más tiempo que en la enseñanza tradicional de tipo ilustrativo explicativo.
- Sus ventajas no se logran en corto plazo.

La categoría fundamental de la enseñanza problémica es; la situación problémica, son también categorías, el problema docente, la tarea docente, la pregunta problémica y lo problémico.

Los métodos caracterizan como ejecutar el proceso docente, en este caso éstos estarán referidos a cómo llevar la práctica, los fundamentos teóricos antes planteados.

La enseñanza problémica incluye en la actualidad tres tipos de métodos:

- El método por problemas. (método de exposición problémica y método heurístico).
- El método problémico. (expositivo problémico, elaboración conjunta problémica).
- El método de trabajo científico – estudiantil. (método de búsqueda parcial e investigativo).

El método por problemas brinda al estudiante un ejemplo objetivo de las acciones del proceso cognoscitivo, tanto en la parte expositiva donde el papel activo lo juega el profesor, como en la elaboración conjunta (método heurístico), preparándolo para que adquiera independencia.

2.3 PROCEDIMIENTO HEURÍSTICO

La heurística como disciplina científica, se caracterizó como un método de enseñanza mediante el cual se le plantean a los alumnos impulsos que facilitan la búsqueda independiente de problemas y solución de éstos, donde el maestro no le informa a los alumnos los conocimientos terminados, sino que los lleva al redescubrimiento de las suposiciones y reglas correspondientes, de forma independiente.

La instrucción heurística es la enseñanza consciente y planificada de reglas generales y especiales de la misma, para la solución de problemas, para lo cual es necesario que cuando se declaren por primera vez las mismas explícitamente; se destaquen de un modo claro y firme, y se recalque su importancia en clases posteriores hasta que los alumnos las aprendan y las utilicen independientemente de manera generalizada, por lo que debe ejercitarse su uso en numerosas y variadas tareas.

El ejemplo de la instrucción heurística en la clase de matemáticas, contribuye a lograr:

- La independencia cognoscitiva de los alumnos.
- La integración de los nuevos conocimientos, con los ya asimilados.
- El desarrollo de operaciones intelectuales tales como: analizar, sintetizar, comparar, clasificar, etc.
- La formación de capacidad mental, tales como: la intuición, la productividad, la originalidad de las soluciones, la creatividad, etcétera.

El objetivo principal de la Heurística es investigar las reglas y métodos que conducen a los descubrimientos, y a las invenciones, e incluye la elaboración de principios, reglas, estrategias y programas, que facilitan la búsqueda de vías de

solución a tareas de carácter no algorítmico de cualquier tipo y de cualquier dominio científico o práctico.

Algunos autores consultados clasifican los elementos heurísticos en dos categorías: **procedimientos heurísticos y medios auxiliares heurísticos.**

Los medios auxiliares heurísticos más importantes son:

- Las figuras ilustrativas, esbozos o figuras de análisis.
- Las tablas (en las que se reflejan las relaciones entre los datos).

Los procedimientos heurísticos apoyan la realización consciente de actividades mentales complejas y exigentes.

La introducción de estos procedimientos en la clase y su aplicación por parte de los alumnos, propicia la asimilación de los conocimientos, su capacidad para resolver problemas para los cuales no conocen procedimientos algorítmicos, y el desarrollo del pensamiento creador.

Los procedimientos heurísticos pueden dividirse en principios, reglas y estrategias, los cuales pueden ser generales y especiales.

Dentro de los principios heurísticos generales se destacan: el de analogía, el de reducción y el de inducción.

Analicemos cada uno de ellos:

Principio de analogía

El principio de analogía consiste en la utilización de semejanzas de contenido o forma.

C. Dr. Nikolai Petrov expresa:

* La analogía, como un factor heurístico positivo, puede ayudar en tres direcciones:

1. Puede aplicarse para que los alumnos descubran una proposición nueva para

- ellos, y la formulen;
2. Puede sugerir el método y el procedimiento para la demostración de una proposición nueva;
 3. Puede sugerir la vía para la resolución de un problema, de un ejercicio.

Principio de reducción

Este principio puede ser utilizado de cuatro formas, éstas son:

- La reducción de un problema a otro ya resuelto.
- La reducción consiste en transformar lo desconocido acudiendo a lo conocido.
- Otra forma de reducción se presenta en la demostración de teoremas .
- La modelación que consiste en buscar una interpretación del problema dado.

Principio de inducción

Consiste en llegar a la suposición de que existe una relación general, a partir del análisis de una serie de resultados particulares.

Las estrategias heurísticas constituyen los procedimientos principales para buscar los medios matemáticos concretos que se necesitan para resolver un problema en sentido amplio; y para buscar la idea fundamental de solución, por lo que, se les llama también estrategia de búsqueda.

Existen dos estrategias heurísticas que pueden ser aplicadas a cualquier tipo de ejercicio estas son:

- El trabajo hacia delante o método sintético.
- El trabajo hacia atrás o método analítico.

El trabajo hacia delante se caracteriza por partir de los datos y deducir de ellos lo que se busca, apoyándose en los conocimientos que se tienen, de manera que se obtenga la cadena de ideas que permite elaborar el plan de solución.

La estrategia del **trabajo hacia atrás** se caracteriza por partir de lo que se busca, apoyándose en los conocimientos que se tienen, analizar posibles resultados intermedios de los que se puede deducir lo buscado.

PROGRAMA HEURÍSTICO GENERAL

Fases fundamentales

1. Orientación hacia el problema.
2. Trabajo en el problema.
3. Solución del problema
4. Evaluación de la solución y de la vía.

Tareas principales

- Comprensión del problema.
- Búsqueda de la idea de la solución.
- * Reflexión sobre los métodos.
- * Reflexión sobre la vía.
- Ejecución del plan de solución

En el programa heurístico general se hacen evidentes al alumno cuatro etapas que, según el eminente matemático húngaro George Polya se distinguen en el proceso de resolución de todo problema:

- Comprender el enunciado del problema.
- Encontrar la vía de la solución. Elaboración de un plan.
- Realizar el plan elaborado.

Comprobar la solución y evaluarla críticamente

Los principios heurísticos son de gran utilidad para la búsqueda de nuevos conocimientos y también sugieren ideas para la solución de diferentes problemas. Dentro de los principios heurísticos generales se destacan el de analogía, el de reducción y el de inducción.

La asimilación por elementos de la experiencia creadora y el dominio de algunas etapas de solución de ejercicios problémicos se garantiza con el método heurístico de búsqueda parcial.

La conversación heurística constituye la forma más conocida y expresiva de este método. La misma consta de una serie de preguntas interrelacionadas, cada una de las cuales constituye un eslabón hacia la solución del problema y la respuesta de las mismas requiere de la producción de los conocimientos, así como de la realización de una pregunta de búsqueda.

El proceso de dominio de la experiencia creadora es paulatina, prolongada, y necesita de cierto modelo de manifestación, aunque sea externa, de este proceso. Este modelo se ofrece por el maestro mediante la llamada exposición problémica.

El maestro, mediante la exposición problémica, transmite los conocimientos científicos no en su forma determinada, sino que muestra, en cierta medida, la vía del descubrimiento de la verdad correspondiente, hace conocer a los alumnos un problema frente al cual se encontraba la sociedad o un investigador, en una situación concreta determinada, indica las contradicciones entre el saber actual y la nueva problemática y, con ello, los alumnos se motivan a hacer proposiciones, buscar vías de solución, etc.

2.4 RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS EN LA FORMACIÓN ACADÉMICA

Es necesario tener presente que la utilidad de la matemática en la vida cotidiana, la ciencia, la tecnología, tiene una relación directa y estrecha con los problemas.

También el desarrollo del razonamiento, de capacidades de análisis y síntesis y de la inteligencia está vinculado indiscutiblemente a la resolución de problemas.

¿Dónde si no, en los problemas se puede resaltar la utilidad de la matemática en muchos ámbitos de la vida de los individuos? ¿cómo, si no es con los problemas, se puede desarrollar la inteligencia o el razonamiento? Por ello, el enfoque de resolución de problemas ha adquirido importancia en la enseñanza de la matemática. Hay muchas expresiones al respecto que se atribuyen a matemáticos o educadores de primera línea como son entre otras:

“aprender matemáticas es hacer matemáticas y hacer matemáticas es aprender a resolver problemas”

“resolver problemas es el principal objetivo de las matemáticas”

“un alumno no hace matemáticas si no se plantea y resuelve problemas”

Los problemas siempre han estado ligados al desarrollo del conocimiento matemático.

La necesidad de resolver problemas matemáticos no es privativo de los matemáticos o los científicos. En la vida diaria tenemos la necesidad de resolver cierto tipo de problemas.

Existen varias posibilidades para utilizar problemas en la enseñanza, complemento a la clase, espacio de entretenimiento, aplicaciones de los temas trabajados, simulación de la actividad matemática o apoyo para la motivación de algunos temas, entre otros.

La manera en que se utilicen los problemas en la enseñanza implicará una propuesta didáctica particular.

Si a los estudiantes se les presentan problemas o situaciones problemáticas, después de que se les ha informado sobre los procedimientos que se pueden emplear para resolverlos, se convierten en ejercicios rutinarios, en problemas maquillados, son actividades donde se aplican procedimientos preestablecidos de manera mecánica. Así una experiencia de aprendizaje importante, una situación que podría ser un problema interesante se aniquila.

En la enseñanza se han empleado diferentes tipos de situaciones como problemas: juegos, acertijos y aplicaciones.

Tenemos nociones de ejemplos de juegos como el del cubo de Rubick, el dominó; entre los acertijos, el de el viejo, la gallina y el lobo, los cuales invitan a pensar y reflexionar o la discusión de situaciones interesantes, pero especialmente nos referiremos a los problemas de aplicaciones, sin que eso sea restarle importancia a los demás antes citados.

Las aplicaciones se refieren al uso de los contenidos matemáticos para resolver o comprender aspectos dentro y fuera del contexto matemático. Utilizar la geometría para comprender o resolver problemas algebraicos, e inversamente. También se pueden emplear los contenidos matemáticos para abordar situaciones de la física, química, economía, finanzas, entre otras.

2.5 PROBLEMAS Y PLANTEAMIENTOS DIDÁCTICOS

El uso de los problemas dentro de la planeación de las clases puede requerir modificaciones substanciales en la práctica docente. Esto debe intentarse al inicio para no violentar los procedimientos de uso común y provocar dispersión o confusión.

La presentación tradicional consiste en abordar la teoría, después presentar ejemplos de los conceptos o procedimientos requeridos para continuar con la

realización de ejercicios; algunos agregan problemas de aplicación, pero no es una práctica muy generalizada y de alguna manera constituye un paradigma de la clase ordenada.

TEORIA

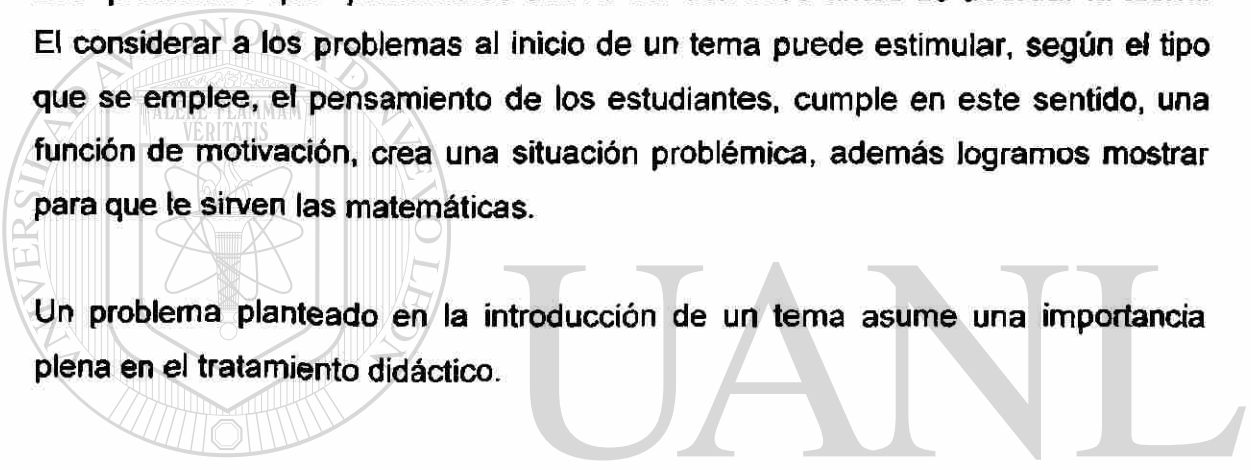
EJEMPLOS

EJERCICIOS

¿PROBLEMAS?

Los problemas que planteamos deben ser ubicados antes de abordar la teoría. El considerar a los problemas al inicio de un tema puede estimular, según el tipo que se emplee, el pensamiento de los estudiantes, cumple en este sentido, una función de motivación, crea una situación problémica, además logramos mostrar para que le sirven las matemáticas.

Un problema planteado en la introducción de un tema asume una importancia plena en el tratamiento didáctico.



UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN
DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS



PROBLEMA

Cuando un alumno intenta resolver un problema sin que se le diga el contenido que puede emplear:

- Requerirá poner en juego todas sus habilidades y conocimientos.
- Adquirirá confianza en sí mismo.
- Podrá conocer los alcances o limitaciones de sus estrategias.
- Apreciará la necesidad de trabajar otros contenidos nuevos.
- Conocerá de antemano la utilidad de los temas escolares.
- Contará con un espacio propicio para desarrollar sus habilidades intelectuales.

Un problema contextualizado en el entorno inmediato del estudiante (casa, comunidad o escuela), permitirá dar sentido a conceptos y procedimientos. Permite imaginarnos la situación o simularla.

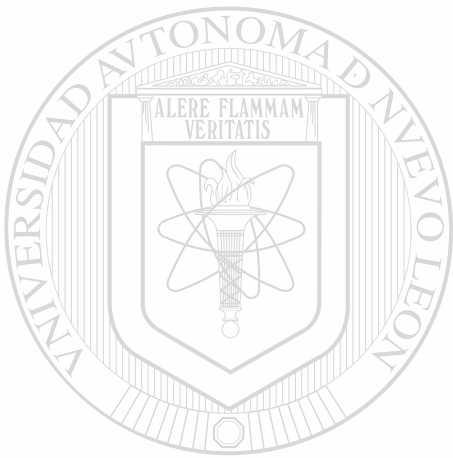
Hay que tener en cuenta que los estudiantes de los diferentes niveles educativos enriquecen su experiencia cotidiana, la que comparten con su familia y parte de su comunidad, con los temas abordados en la escuela. La experiencia escolar amplía su conocimiento y los pone en contacto con situaciones a las cuales no podían acceder de otra forma; además los acerca al estudio de diversos fenómenos, que se requieren tomar en cuenta en la práctica de diversas actividades de la humanidad.

Mediante la enseñanza en el contexto, se organizan de forma sistémica los contenidos, que a su vez revelan los métodos de la ciencia en el contenido del conocimiento de la misma.

Con la contextualización se puede lograr:

- Una alta motivación de los alumnos.
- Una presentación lógica no tradicional de los contenidos.
- Con una alta coherencia en la exposición de los mismos.

- **Una activación del proceso del aprendizaje de los estudiantes**
- **Que el proceso de construcción del conocimiento se haga en un marco referencial concreto y no descontextualizado.**
- **Introducir los avances de la ciencia y la didáctica a la enseñanza.**



UANL

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN



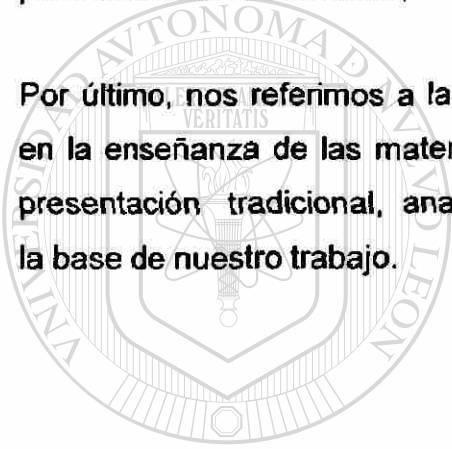
DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

CONCLUSIONES DEL CAPÍTULO 2

En este capítulo hemos querido abordar dentro del marco teórico que nos ocupa en el trabajo, las principales ideas, vertientes que se analizan respecto a la enseñanza de la resolución de problemas y como hacerle para que el estudiante rompa esas barreras de dificultades, cuando se enfrenta a soluciones de problemas.

Por tal razón, gran parte del capítulo se refiere a las nociones de enseñanza problémica, y la utilizations de las diferentes reglas, aplicaciones y procedimientos heurísticos,

Por último, nos referimos a la necesidad de abordar la resolución de problemas en la enseñanza de las matemáticas, con un tratamiento didáctico diferente a la presentación tradicional, analizando el problema contextualizado, lo cual ha sido la base de nuestro trabajo.



UANL

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN



DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

CAPITULO 3

PROPUESTA METODOLÓGICA

3.1 CONSIDERACIONES INICIALES

Diseño actual del programa:

Actualmente en el diseño del programa, sólo se cuenta con los capítulos y los temas, y en algunos casos, objetivos particulares. Ver (anexo 6).

Como ya se mencionó, son muchas las habilidades, métodos y estrategias que el maestro puede adquirir para enseñar eficazmente matemáticas, ya que, como las estadísticas lo indican, ésta es una de las materias que tiene mayor número de alumnos reprobados.

Una de las razones que podemos argumentar, puede ser la carencia de habilidades, métodos y estrategias, que los alumnos puedan tener para aprender, pero por experiencia se sabe que al plantearse un problema en el contexto del estudiante, éste es mejor comprendido por el mismo.

Aquí, podemos argumentar como lo hacen los estudiosos de la física cuando afirman que "a toda acción le sobreviene una reacción", que, en materia didáctica ningún alumno puede apropiarse de una habilidad para aprender, si por el contrario, el maestro, no aplica una habilidad para enseñar.

Como lo afirma Alvarez de Zayas cuando dice "el hombre será inteligente si se le ha formado mediante la utilización reiterada de la lógica de la actividad científica.

Un hombre es instruido cuando ha desarrollado su pensamiento, cuando es capaz, cuando posee la capacidad de resolver problemas en su actividad cotidiana.

La instrucción es el proceso y el resultado de formar hombres capaces, inteligentes que hayan desarrollado su pensamiento."

Nuestra propuesta consiste en hacer que el profesor incremente el desarrollo de las habilidades que utilizan los alumnos para solucionar problemas razonados, ya que se ha observado que éste tipo de problemas es donde presenta mayor dificultad para su resolución.

Es aquí donde el docente debe aplicar las estrategias, métodos y habilidades que más se le adecuen para involucrar y motivar a los pupilos a que las matemáticas tienen un sin fin de aplicaciones en los problemas de la actividad cotidiana.

La reflexión da pie para destacar que a las matemáticas, debemos considerarlas como la ciencia que nos sirve para resolver, con el fundamento de la razón, los problemas que la vida diaria nos presenta, en particular, los problemas que en todo momento la sociedad le plantea a los profesionistas.

Por otra parte, una de las tareas más importantes del maestro, es ayudar a sus alumnos. Tarea nada fácil. Requiere tiempo, práctica, dedicación y buenos principios.

El estudiante debe adquirir en su trabajo personal la más amplia experiencia posible. Pero si se le deja solo frente a su problema, sin ayuda alguna o casi sin ella, puede que no progrese.

Por el contrario, si el maestro le ayuda demasiado y nada le deja al alumno para que razone el problema por sí sólo, entonces, en poco se instruirá al alumno.

El maestro debe ayudarlo, pero no mucho ni demasiado poco, de suerte que le deje asumir una parte considerable del trabajo.

Si el estudiante no está en condición de hacer mayor cosa, el maestro debe mantenerlo al menos con la ilusión del trabajo personal. Para tal fin, el maestro debe ayudar al alumno discretamente, sin imponérsele.

3.2 FORMULACIÓN DE LA PROPUESTA

Generalmente, los métodos de enseñanza jamás se aplican aislados, sino que se interrelacionan unos con otros. La selección de estos métodos y la forma en que esto se logra, depende de diversos factores, tales como:

- La preparación, tanto matemática como pedagógica, de los maestros.
- El nivel de preparación de los estudiantes.
- Los tipos de contenidos.
- Los objetivos del aprendizaje.
- El tiempo disponible en el programa.
- Las características psicológicas de los estudiantes.
- El grado de desarrollo de sus habilidades.

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN

En particular, para determinar cuándo resulta apropiada la utilización de la enseñanza problémica en el tratamiento de la asignatura se deben considerar aquellos contenidos que demandan una mayor utilización de formas de pensamiento no algorítmicas, dando preferencia a aquellos para los cuales se exigen niveles de asimilación aplicativo o creador.

A su vez, para decidir cuál método problémico utilizar, debe tomarse en cuenta el nivel de relación de dicho contenido con los temas precedentes y las particularidades físico-psicológicas de los alumnos, sobre la base de que el método de búsqueda parcial es el que puede ser utilizado con frecuencia, aunque

es conveniente incorporar, en la medida de lo posible, los dos restantes métodos problémicos.

Atendiendo a estos aspectos, proponemos las siguientes **indicaciones metodológicas**, de manera que el maestro pueda ayudar a desarrollar en el alumno habilidades en la resolución de problemas:

- Planificar y organizar su programa analítico. Labor previa donde el profesor debe tener entre otros aspectos definidos de la materia;

Características generales de la Materia.

Objetivos, Contenidos (sistema de conocimientos, habilidades, valores)

Distribución por unidades en correspondencia del tiempo, actividades académicas y sus objetivos específicos, conocimientos y habilidades.

Sistema evaluativo.

- Análisis y determinación de métodos y recursos en cada unidad, en función del cumplimiento de los objetivos, relación con el contenido, características de los estudiantes y posibles contextualizaciones.

- En el desarrollo del proceso en sí, en cada tema o unidad se recomienda emplear la enseñanza problémica tomando como referencia la propuesta siguiente:

Presentación de una situación problémica.

Reconocer el problema.

Observar las variables involucradas en el problema.

Búsqueda de estrategias posibles.

Laborar en el inicio del proceso de solución.

Enseñanza del contenido en cuestión.

Manifestar su aplicación en el proceso de solución.

Inmiscuirse en la solución del problema.

Trabajar retrospectivamente.

Afianzar los conocimientos adquiridos.

Basada en el espíritu de la resolución de problemas, discutida, analizada y puesta en práctica por varios maestros que junto al que escribe, aplicamos en nuestra preparatoria como soporte para estructurar los métodos productivos de enseñanza (Tamez G. Azucena 1999).,

Una metodología a seguir para la contextualización:

- Investigación para seleccionar entre posibles contextos en los temas seleccionados, aquellos que satisfagan los requisitos establecidos y escoger los más adecuados acordes a los objetivos previstos.
- Planteamiento del tema contextualizado y la elaboración del programa para el contexto escogido. Significa esto elegir la propuesta de situaciones problemáticas de relevancia que en el mismo se satisfacen, a partir de los cuales se reestructura el contenido.
- Elaboración de preguntas guías, que de forma similar a la enseñanza problemática, garantizan el hilo conductor a su vez que propician el debate y reflexión en los estudiantes.
- Elaboración del sistema de medios de enseñanza para el tema contextualizado.
- Propuestas de actividades típicas de aprendizaje acorde a las etapas del proceso de asimilación, priorizándose las actividades de carácter práctico.

Hay que señalar que la aplicación de esta metodología requiere, por parte del maestro, un gran dominio de contenido y gran creatividad.

El profesor debe evaluar continuamente el trabajo de los alumnos, tomando como fuente útil de información para su trabajo el análisis de los errores cometidos por ellos en todo el proceso de resolución del problema. Aunque resulte imposible una observación cotidiana de cada uno de los alumnos, si es posible una observación más o menos regular en la que no sólo se dedique una atención individual sino

que se tenga en cuenta la actuación del alumno en pequeños grupos y se evalúen los procesos de solución del alumno, y no sólo sus resultados finales.

Incluso, una de las aspiraciones mayores que se podría tener dentro del proceso de enseñanza-aprendizaje sería lograr que el propio estudiante identificara una situación problémica y la trajera al aula, es decir, que la situación problémica no partiera del maestro, sino que fuera creada por los propios estudiantes, a partir de sus propias inquietudes cognoscitivas.

Pero para llegar a ese nivel, el maestro tendría que estar capacitado, tanto pedagógica como matemáticamente, para poder aprovechar esa situación problémica dentro del proceso. Evidentemente, ello permitiría contar con un alumno enteramente involucrado en el análisis de la situación. Ya sería un alumno que tendría una actitud investigativa: que ve un fenómeno, se lo cuestiona, encuentra contradicciones y se plantea el problema.

Trabajar con esta metodología hace una demanda al docente mucho mayor desde el punto de vista del conocimiento de su ciencia y desde el punto de vista del dominio de los métodos pedagógicos que la que le plantea la enseñanza tradicional, en la cual el profesor no tiene que hacer ningún tipo de elaboración metodológica del contenido, pues lo presenta muchas veces tal como está en una secuencia de un libro, o en la forma que él vio que lo hizo uno de sus maestros, por pura imitación. No aparece así el elemento creativo que tiene que existir en toda actividad docente.

En ésta forma, el diseño de clase diaria, debe seguir una metodología tal que de la habilidad docente, los alumnos se apropien de habilidades para su aprendizaje por lo que, a manera de ejemplos proponemos los siguientes casos: (Ver anexo 8)

3.3 IDENTIFICACIÓN DEL TEMA

Nombre de la unidad: Ecuaciones lineales (Capítulo 4)

Asignatura: Matemáticas I

Nivel: Medio Superior

Fundamentación y Lineamientos.

1. **Objetivo General del Curso:** Desarrollar la capacidad de razonamiento lógico, mediante el análisis, la síntesis, la inducción, la abstracción y la correlación con otras ciencias en la búsqueda de soluciones y planteamientos del hombre y su medio.

2. **Descripción, Propósitos y Relación con otros Cursos:** Debemos asumir el hecho de que; el propósito fundamental con éste y todos los demás temas que abordamos del contenido programático de cualquier módulo de la asignatura de Matemáticas, básicamente pretende desarrollar en el alumno un conjunto de habilidades académicas que le permitan descubrir su capacidad de razonamiento lógico, cuando, a partir del nivel de asimilación del conocimiento,

logra: primero, abstraerlo y, después, generalizarlo, aplicándolo en forma sistemática en múltiples casos, tanto en otros campos del ser humano como en la vida diaria, sobre todo; en el ejercicio práctico de cualquier profesión.

3. **Propósitos del Contenido que se aborda.**

Objetivos:

- **Del capítulo.** A partir de la relación de igualdad, conceptualizar: desigualdad, ecuación, ecuación condicional, identidades e inecuaciones, así como variables y constantes y, además, resolver ecuaciones lineales en sus distintas modalidades, aplicándolas como modelos matemáticas.

- Del tema. "Tener la habilidad de resolver ecuaciones que requieran más de una transformación".
4. Relación con otros contenidos del curso: Inicialmente; con Sistemas de Ecuaciones Lineales con dos o más variables, Ecuaciones Cuadráticas, con Radicales y, luego, en los demás módulos del Plan de Estudios.
 5. Conocimientos Previos requeridos por el estudiante: Aplicación de las propiedades de los números reales, en las operaciones con expresiones algebraicas en general.



UANL

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN



DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

3.4 EJEMPLIFICACIÓN

A continuación se presenta un ejemplo del diseño de una clase utilizando la metodología propuesta.

☛ Presentación de la situación problémica:

Para despertar la inquietud del grupo se comenta el problema en forma verbal.

Problema

Un grupo de alumnos de la preparatoria está organizando un viaje de excursión a las Grutas de García y piensan rentar un autobús para el viaje. Ellos piden presupuesto en dos compañías. La primer compañía renta el autobús en \$500 pesos por día más \$5 pesos por kilómetro recorrido y la segunda compañía ofrece un autobús similar y les cobra \$900 pesos por día más \$2.50 por kilómetro recorrido.

- Se les pide a los alumnos que encuentren el número de kilómetros para el cual, las dos compañías cobran lo mismo.

☛ Reconocimiento del problema

Para garantizar la comprensión del problema en forma verbal se pueden hacer las siguientes preguntas:

Profesor: ¿ Pueden explicar con sus propias palabras la situación del problema?

Alumno : Si, se quiere saber ¿cuál es el número de kilómetros en que las dos compañías cobran lo mismo?.

☛ **Observar las variables involucradas en el problema**

Profesor: ¿Cuáles son los datos conocidos y la variable involucrada en este problema?

Alumno: Primera compañía cobra \$500 pesos más \$5 pesos por kilómetro.
Segunda compañía cobra \$900 pesos más \$2.50 por kilómetro.
Variable desconocida número de kilómetros.

☛ **Búsqueda de estrategias posibles**

Profesor: ¿Alguno de ustedes sabe como encontrarían el número de kilómetros para el cual, las dos compañías tienen el mismo costo ? .

Alumno : sí, en forma de tabulación, es decir, incrementando el número de kilómetros en cada compañía.

Profesor: Haber, vamos a encontrar por prueba y error el número de kilómetros donde las dos compañías cobran lo mismo.

☛ **Laborar en el inicio del proceso de solución.**

Profesor: Para encontrar el costo de cada compañía, es necesario ir incrementando el número de kilómetros y compararlos para ver cuando los costos de ambas son iguales.

- Aquí, el maestro puede sugerir a los alumnos que empiecen con múltiplos de 50.

Profesor: ¿Cuál es la expresión que nos dará el costo de la primer compañía?

Alumno: Primer compañía = \$ 500.00 + \$ 5.00 x Kilómetro

Número de Kilómetros	50 Kms.	100 Kms.	150 Kms.	200 Kms.
Costo del Viaje	\$ 750.00	\$ 1000.00	\$ 1250.00	\$ 1500.00

Profesor: ¿Cuál es la expresión que nos dará el costo de la segunda compañía?

Alumno: Segunda compañía = \$ 900.00 + \$ 2.50 x Kilómetro

Número de Kilómetros	50 Kms.	100 Kms.	150 Kms.	200 Kms.
Costo del Viaje	\$ 1025.00	\$ 1150.00	\$ 1275.00	\$ 1400.00

El alumno aquí se da cuenta que el número de kilómetros se encuentra entre 150 y 200, por lo que ahora, hace otra prueba de ensayo y error pero de 5 en 5 Kms.

DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

Primer compañía \$ 500.00 + \$ 5.00 x Kilómetro

Número de Kilómetros	155 Kms.	160 Kms.	165 Kms.	170 Kms.
Costo del Viaje	\$ 1275.00	\$ 1300.00	\$ 1325.00\$	\$ 1350.00

Segunda compañía $\$ 900.00 + \$ 2.50 \times \text{Kilómetro}$

Número de Kilómetros	155 Kms.	160 Kms.	165 Kms.	170 Kms.
Costo del Viaje	\$ 1287.50	\$ 1300.00	\$ 1312.50	\$ 1325.00

Como se puede observar en 160 kms. Recorridos el costo en ambas compañías es el mismo.

Enseñanza del contenido a introducir.

Profesor: Como se puede observar este método de ensayo y error es muy tardado, por lo que si, se analiza de nuevo el problema, la pregunta es:

¿Cuál es el número de kilómetros donde las dos compañías cobran la misma cantidad ?.

Profesor: ¿Cuál fue la expresión que utilizaron para sacar los costos de la primer compañía?. Y ¿Cuál fue la expresión para la segunda compañía?.

Alumno: Primer compañía = $500 + 5x$ y la segunda compañía = $900 + 2.5x$

Profesor: La variable que se quiere encontrar es " x " que representa el número de Kilómetros.

☛ **Manifiestar su aplicación en el proceso de solución.**

Profesor: Vamos a igualar estas dos expresiones

$$\begin{aligned}\text{Primer compañía} &= \text{Segunda compañía} \\ 500 + 5x &= 900 + 2.5x\end{aligned}$$

Profesor: ¿ Puede despejarse de esta ecuación la variable que indica el número de kilómetros?

Alumno: Sí.

☛ **Inmiscuirse en la solución del problema.**

Profesor: ¿Cuál es el procedimiento?

Alumno: Pasando los términos que contengan la variable al lado izquierdo y los términos que no tienen variable hacia el lado derecho.

Profesor: ¿Cómo quedaría entonces la ecuación?

Alumno: $5x - 2.5x = 900 - 500$

Profesor: Encuentren el valor de la variable.

Alumno: $2.5x = 400 \quad x = 400 / 2,5 \quad x = 160$

Profesor: ¿Se esperaba éste resultado?

Alumno: Sí, el valor de x debería estar entre 150 y 200 Kilómetros.

☛ **Trabajar retrospectivamente.**

Profesor: Sustituyan este valor de x en la ecuación y verifiquen si se cumple la igualdad.

Alumno:

$$\begin{aligned}500 + 5(160) &= 900 + 2.5(160) \\ 500 + 800 &= 900 + 400 \\ 1300 &= 1300\end{aligned}$$

Alumno: Sí, se cumple la igualdad.

☛ **Afianzar los conocimientos adquiridos.**

Profesor: ¿ Cual es la compañía más económica para realizar el viaje, si el viaje tiene un recorrido de por lo menos 190 kilómetros y se hace en el mismo día?.

Alumno: La segunda compañía es la mas económica ya que el recorrido es mayor de 160 Kms.

Profesor: Cual es el costo del viaje si el recorrido fue de 208 Kms.

Alumno: Costo = $900 + 2.5 (208)$

$$\text{Costo} = 900 + 520$$

$$\text{Costo} = 1420.$$

De la forma que hemos abordado las indicaciones metodológicas en este trabajo, hemos querido mostrar nuestra propuesta didáctica y algunos problemas para extraclase la cual supuestamente debe incrementar los resultados académicos.

(Ver anexo 8).

DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

CONCLUSIONES DEL CAPÍTULO 3.

La propuesta didáctica que se plantea exige del maestro un dominio del contenido a impartir , así como un trabajo previo de índole metodológico del maestro para un desarrollo eficaz de la enseñanza que garantice una verdadera asimilación en los estudiantes. Además se propone una metodología a seguir para contextualizar el contenido a impartir que contribuya a una motivación y desarrollo de las habilidades en los estudiantes.

Un factor fundamental para lograr que los alumnos se interesen en las matemáticas es aplicarles problemas que involucren la acción de las mismas en problemas que para ellos les sirva y puedan aplicarlos a sus compañeros en forma de adivinanzas o juegos.

Esto será de gran utilidad para motivarlos y lograr que se interesen en la asignatura y así contribuir a una mejor asimilación de los conocimientos a corto, mediano y largo plazo.

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN

DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

CONCLUSIONES DEL TRABAJO

Algunas de los aspectos que se han expuesto puede parecer deficiencias de algunos docentes, pero más que eso, resulta una muestra de que algo falta para la formación matemática por la que hemos pasado y por su puesto el enfoque de la resolución de problemas retomada en el contexto nos puede ayudar.

Indudablemente aprender matemáticas no solamente es reproducir información, aplicar o decir adecuadamente un teorema una fórmula o algoritmos, es una actividad en la que se involucran diversos factores y capacidades de las personas.

Es de señalar que el enfoque de resolución de problemas no es algo que se pueda desarrollar con los planteamientos curriculares simplemente. Por ello quien lo aplique debe tener en mente en esto para dosificar los contenidos que se deben cubrir, lo cual se hará en distintos momentos del curso.

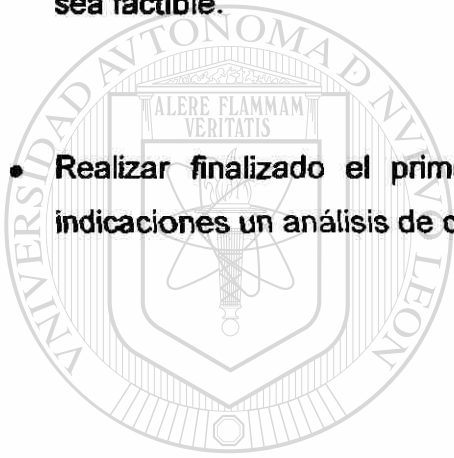
Lo más importante en todo es tener una actitud de apertura y disposición al cambio constante, tanto de formas de trabajo como de concepciones.

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN[®]
DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

RECOMENDACIONES

Se recomienda a partir de este trabajo:

- Comenzar a desarrollar juntas académicas con los maestros que imparten las asignaturas, poniéndolo en ejecución las indicaciones aquí sugeridas.
- Realizar en la distribución de los contenidos la contextualización siempre que sea factible.
- Realizar finalizado el primer semestre de transcurrido la labor por estas indicaciones un análisis de constatación de resultados.



UANL

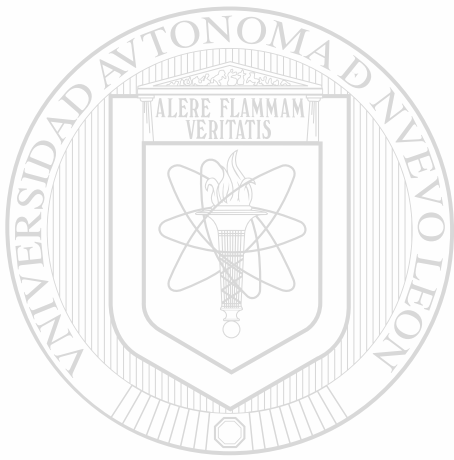
UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN



DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

BIBLIOGRAFÍAS

1. Tamez Guerra Reyes S. Visión 2006 Universidad Autónoma de Nuevo León
Febrero de 1998
2. Alvarez de Zayas Carlos M. "Metodología de la investigación científica".
Editorial Centro de estudios de educación "Manuel F Gran", Santiago de Cub,
1995.
3. Ballester y otros. Metodología de la enseñanza de las Matemáticas ,UH.
Cuba.1885 Muñoz Razo Carlos "Cómo elaborar y asesorar una investigación
de tesis".
4. Cantú J. Héctor. Propuesta didáctica 1999.
5. Mancera Duardo. Saber Matemáticas es saber resolver problemas.Edit.
Iberoamericana, México 2000.
6. Gutiérrez Álvarez M. Apuntes del curso problemas actuales de la enseñanza
de las Matemáticas. Maestría. UANL. 2000.
7. Portuondo Padrón y otros. Algunos aspectos de la enseñanza problémica.
CECEDUC. UC. Cuba. 1999.
8. Tamez V. G. Azucena. Propuesta didáctica 1999.



ANEXOS

UANL

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN



DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

(ANEXO I)

ESC. PREPARATORIA NUM. 20
ESTADISTICA DE POBLACION
SEMESTE DE AGOSTO DE 2000 A ENERO DE 2001

GRUPO	HOMBRES	MUJERES	TOTAL
1AT	26	14	40
1BT	23	17	40
3AT	24	12	36
3BT	15	16	31
1AC	7	16	23
1BC	9	17	26
1CC	8	18	26
3AC	11	11	22
3BC	9	11	20
3CC	7	12	19
5AC	10	17	27
5BC	10	15	25
5CC	11	15	26
1AE	29	0	29
3AE	18	0	18
5AE	16	0	16
1AS	10	12	22
3AS	10	13	23
5AS	7	14	21
TOTALES	259	228	490

Total de alumnos por carrera:

Bachillerato Unico

1er. Sem. = 80

3er. Sem. = 67

Tec. en Sistemas Computacionales:

1er. Sem. = 22

3er. Sem. = 23

5to. Sem. = 21

Tec. en Contabilidad:

1er. Sem. = 75

3er. Sem. = 61

5to. Sem. = 78

Tec. en Electricidad:

1er. Sem. = 29

3er. Sem. = 18

5to. Sem. = 16

Total General:

1er. Sem. = 206

3er. Sem. = 167

5to. Sem. = 114

Total de Grupos:

Grupos = 19

Total de Alumnos Sem. Agosto de 2000 a Enero de 2001 = 490 alumnos.

(ANEXO 2)

Examen de problemas razonados de matemáticas I aplicado a un grupo de 20 alumnos que se encuentran cruzando la asignatura de matemáticas IV

1.- Problema de un taxi

Cuando inicia la carrera un taxi, su taxímetro marca \$3.00. Una vez que el taxi empieza a viajar esta cantidad aumenta a razón de \$1.60 por kilómetro recorrido. Suponiendo que x es el número de kilómetros recorridos:

- Escribe una expresión para la cantidad a pagar después de x kilómetros.
- ¿Cuánto pagarías después de 5 km?

2.- Problema de trenes.

Dos trenes distantes entre sí 600 km van al encuentro uno del otro por vías paralelas. El primero a 70 km/h y el segundo a 130 km/h. ¿En qué tiempo y lugar se cruzarán?

3.- Problema de la temperatura.

La temperatura en Monterrey es de 42°C y está descendiendo con una rapidez de 1.8°C por hora. La temperatura en Saltillo es de 18°C y está ascendiendo con una rapidez de 2.4°C por hora.

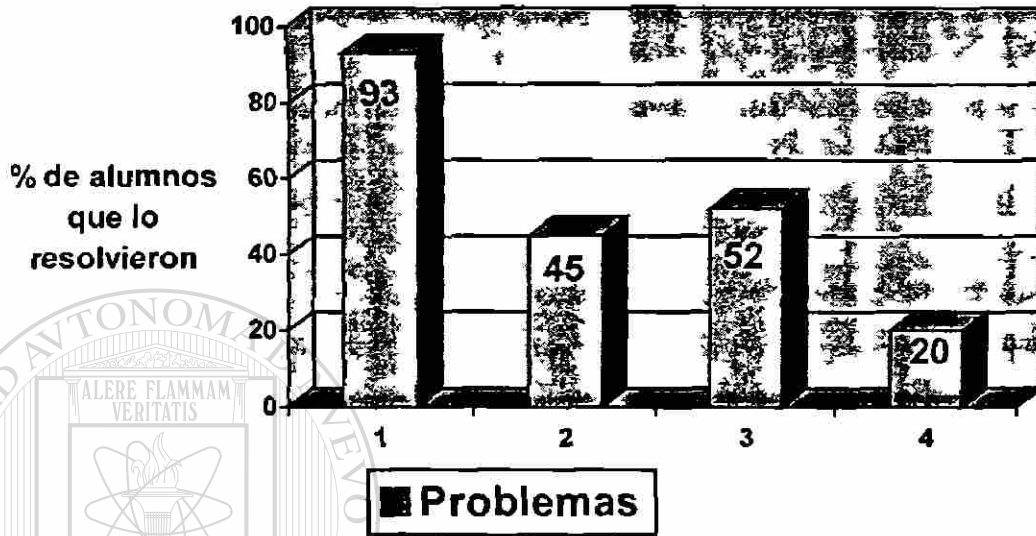
- Escribe una expresión que represente la temperatura en cada lugar después de x horas.
- Escribe una ecuación expresando que ambos lugares tienen la misma temperatura.
- ¿Cuántos $^{\circ}\text{C}$ son, cuando ambos tienen la misma temperatura?

4.-Problema de razón

- La razón de dos enteros es 9:7. Su suma es 1024. Encuentra los dos enteros.

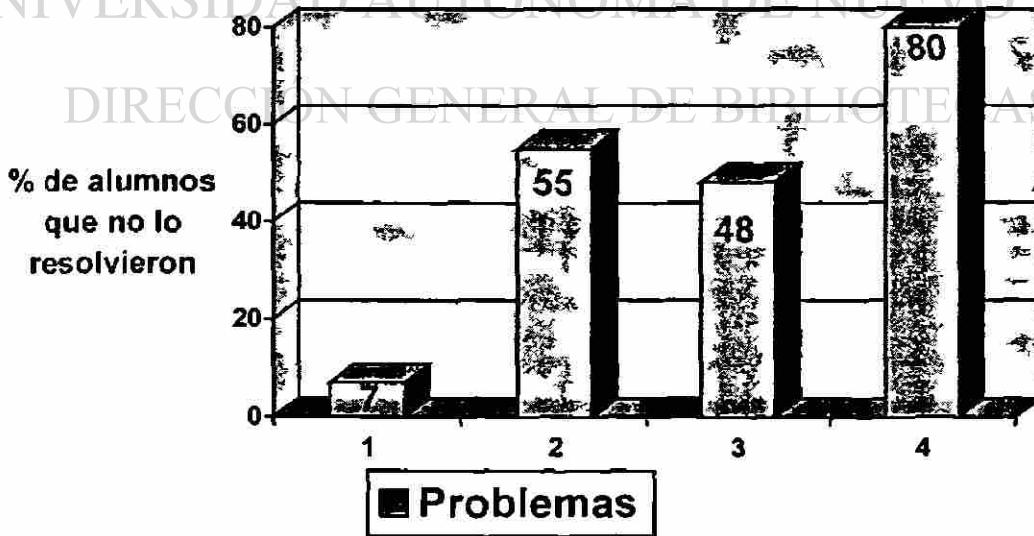
ANEXO 3.1

Resultados del examen que se les aplicó a los alumnos



ANEXO 3.2

Resultados del examen que se les aplicó a los alumnos



(ANEXO 4)

1.3 Entrevista a maestros que imparten la asignatura para comentar las posible soluciones del problema así como los puntos de vista del mismo.

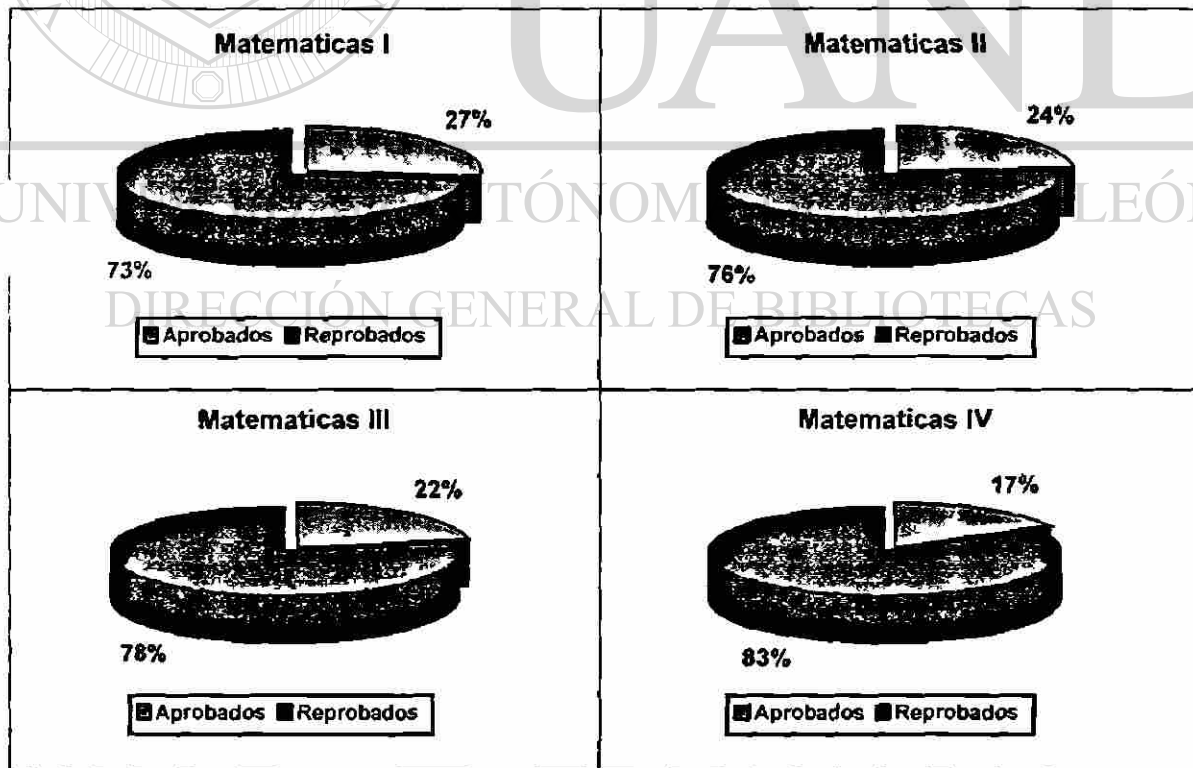
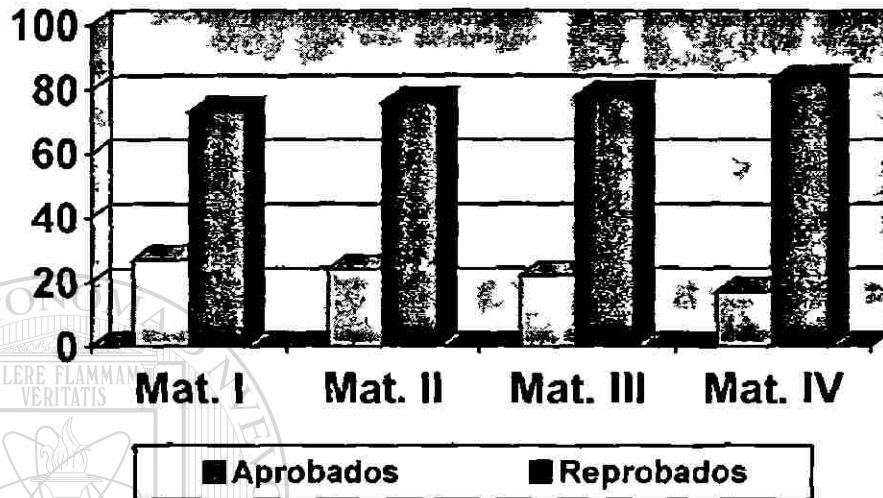
Se les hizo el siguiente cuestionario:

- 1) ¿Que opina de los resultados obtenidos en el examen?
- 2) En el caso del problema numero 4 a que cree que se debe el bajo numero de alumnos que lo resolvieron
- 3) ¿Qué aria usted para mejorar el rendimiento de los alumnos en la resolución de problemas razonados?
- 4) Cómo usted planifica y organiza su curso.

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN[®]
DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

ANEXO 5

Aprobados y Reprobados del los exámenes indicativos del semestre ago. 2000- ene.2001



(ANEXO 6)

Contenido del libro de texto

CAPÍTULO 1

OPERACIONES CON POLINOMIOS

- 1.1 Terminología algebraica
- 1.2 Introducción a las operaciones con polinomios
- 1.3 Reducción de términos semejantes
- 1.4 Signos de agrupación
- 1.5 Adición de polinomios
- 1.6 Sustracción de polinomios
- 1.7 Multiplicación algebraica
- 1.8 División algebraica
- 1.9 Notación científica
- 1.10 Simplificación de expresiones algebraicas con signos de agrupación

CAPÍTULO 2

PRODUCTOS NOTABLES Y FACTORIZACIÓN

- 2.1 Polinomios, multiplicación y factorización
 - 2.1.1 Producto de dos polinomios
 - 2.1.2 Factorización de trinomios cuadráticos
 - 2.1.3 Factorizando una diferencia de dos cuadrados
 - 2.1.4 Binomio elevado al cuadrado
 - 2.1.5 Factorizando binomios cuadrados perfectos
 - 2.1.6 Factorización de suma ó diferencia de dos cubos
- 2.2 El máximo factor común
- 2.3 Factorizando polinomios que tienen factores comunes
- 2.4 Binomios como factor común
- 2.5 Factorización por agrupamiento (asociación)
- 2.6 Factorización de trinomios de segundo grado

CAPÍTULO 3

EXPRESIONES ALGEBRAICAS RACIONALES

- 3.1 Introducción a las expresiones algebraicas racionales
- 3.2 Simplificando expresiones algebraicas racionales
- 3.3 Multiplicación y división de expresiones racionales
- 3.4 Mínimo común múltiplo
- 3.5 Suma y resta de expresiones racionales
- 3.6 Combinación de operaciones y casos especiales

CAPÍTULO 4

ECUACIONES LINEALES

- 4.1 Introducción a las ecuaciones lineales
- 4.2 Ecuaciones que necesitan dos transformaciones
- 4.3 Ecuaciones con términos semejantes
- 4.4 Aplicando la propiedad distributiva en ecuaciones con términos semejantes
- 4.5 Ecuaciones que contienen variables en ambos miembros
- 4.6 Ecuaciones que involucran decimales
- 4.7 Ecuaciones literales y fórmulas
- 4.8 Ecuaciones lineales como modelos matemáticos
- 4.9 Ecuaciones fraccionales y soluciones extrañas
- 4.10 Problemas que involucran razón y proporción

CAPÍTULO 5

SISTEMA DE ECUACIONES LINEALES CON DOS VARIABLES

- 5.1 Evaluando expresiones y ecuaciones que contienen dos variables
- 5.2 El sistema de coordenadas cartesiano
- 5.3 Gráfica de ecuaciones que contienen dos variables
- 5.4 Encontrando la intersección de dos gráficas
- 5.5 Solución de sistemas de ecuaciones lineales por sustracción
- 5.6 Solución de sistemas por el método de combinación lineal
- 5.7 Problemas que involucran dos variables

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN

CAPÍTULO 6

ECUACIONES CUADRÁTICAS

- 6.1 Ecuaciones que contienen valor absoluto y ecuaciones con cuadrados
- 6.2 Ecuaciones con trinomios cuadráticos perfectos
- 6.3 Completando el cuadrado
- 6.4 Resolviendo ecuaciones cuadráticas por el método de completando al cuadrado
- 6.5 La fórmula cuadrática
- 6.6 Resolución de ecuaciones cuadráticas por factorización
- 6.7 Problemas con movimiento vertical

CAPÍTULO 7

EXPRESIONES ALGEBRAICAS CON RADICALES

7.1 Introducción a las expresiones con radicales

7.2 Sumas, diferencias y productos de radicales

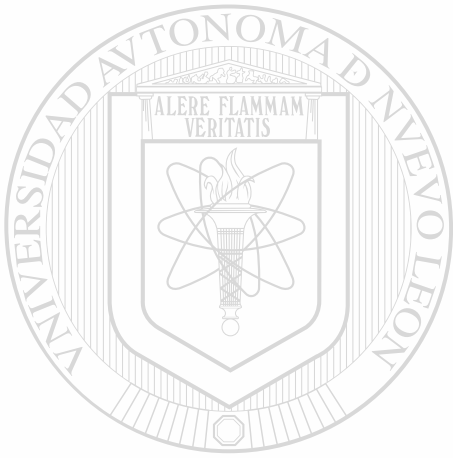
7.3 Cocientes con radicales

7.4 Binomios con radicales

7.5 Raíces cuadradas de expresiones

7.6 Ecuaciones con radicales

7.7 Números racionales e irracionales



UANL

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN

®

DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

(ANEXO 8)

PROBLEMAS SUGERIDOS PARA EXTRACLASE

A continuación se presentan algunos problemas que se pueden utilizar para incrementar la motivación, razonamiento y habilidades de los estudiantes para resolver problemas de la vida diaria.

1.- Si un juego de pluma y lapicero cuesta \$ 27.80 y sabemos que la primera vale \$ 8.00 más que el segundo, encuentra el precio de cada artículo.

2.- El presupuesto familiar.

Una persona destinó $\frac{1}{3}$ parte de su salario mensual para comprar alimentos y $\frac{1}{2}$ para pagos diversos; si le sobraron \$500 ¿cuánto gana mensualmente?

3.- Diofanto fue un matemático griego, a quien se le ha llamado "Padre del Álgebra". Dominó perfectamente la resolución de ecuaciones lineales.

En su sepulcro fue escrito un epitafio en forma de acertijo. Si logras resolverlo, descubrirás cuántos años vivió Diofanto.

Dice algo similar a lo siguiente:

" Su hermosa infancia constituyó una sexta parte de su vida y su juventud una doceava parte de la misma.

La séptima parte de su vida transcurrió en un matrimonio estéril. Un quinquenio después nació su primogénito, cuya existencia duró la mitad de la de su padre, quien sobrevivió sólo cuatro años después del deceso de su hijo". ¿Cuántos años vivió Diofanto?

4.- Imagine que han ganado un premio y tienen que elegir entre dos opciones: Recibir \$ 2000 pesos diarios durante un mes, o bien, recibir 1 peso el primer día, 2 el segundo, 4 el tercero, 8 el cuarto y así sucesivamente hasta el número 30. ¿ Qué conviene más? Justifiquen su respuesta.

Dejar que los alumnos discutan por equipos cuál es la mejor opción. Es muy común que piensen que la propuesta de \$ 2000 diarios conviene más, sin embargo, debe pedirseles que justifiquen el resultado y así comprobar que la segunda opción es mejor.

5.- Pida a los alumnos que hagan lo que se indica a continuación (de manera individual):

a) Piensen un número del 1 al 10.

b) Súmenle 2.

c) Eleven el resultado al cuadrado.

d) Réstente cuatro veces el número que pensaron.

Pida a varios alumnos que digan el resultado al que llegaron y adivine el número que ellos pensaron.

Dirigir a los alumnos a encontrar la ecuación que permite encontrar el número que se penso.

6.- El peso de una manzana es igual al peso de una naranja más 100 gramos. El peso de dos manzanas es igual al peso de tres más 100 gramos. ¿ Cuántos gramos pesa una manzana y cuántos pesa una naranja?.

7.- ¿Una buena o mala decisión?

Al remodelar una plaza de forma cuadrada, se modificó la forma del jardín, pues se agregaron 2 metros de frente y se le quitaron 2 metros de fondo.

¿Qué modificación sufrió su área?

8.- ¡Para divertirse un rato!

Al acudir a un circo, una familia de 2 adultos y un niño pagó N\$26 de entrada, mientras que 1 adulto y 3 niños pagaron N\$28. ¿Cuál es el precio del boleto de entrada de un adulto y cuánto pagan los niños?

9.- ¡Un día de compras!

En un mercado el kilogramo de pera vale 2 pesos más que el kilogramo de plátano. Si al comprar 2 kilogramos de pera y 2 de plátano se pagaron N\$10.00, ¿cuánto vale el kilogramo de cada fruta?

10.-En una cancha de tenis el largo es el triple que el ancho; Si la cancha tiene una superficie de 192 m^2 ¿Cuáles son sus dimensiones?. Justifica tu respuesta.

